

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۵/۰۵

# سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه	تعداد سوال: ۵۵

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

تعداد سوال	مدت پاسخگویی (دقیقه)	نوع سوال	تعداد سوال	عنوان سوال	موضوع
۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان (۱)	ریاضیات
۲۰	۱۱		۱۰	ریاضی (۱)	
۲۵	۲۱		۵	هندسه (۲)	
۳۰	۲۶		۵	هندسه (۱)	
۳۵	۳۱		۵	آمار و احتمال	
۴۵	۳۶	اختیاری	۱۰	حسابان (۲)	ریاضیات
۵۵	۴۶	اختیاری	۱۰	هندسه (۳)	



1- معادله  $x^2 + |x| - 4 = 0$  چند ریشه حقیقی دارد؟

- (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3

2- اگر دو خط  $d_1: 5x + 12y + 2 = 0$  و  $d_2: 24y = 9 - 10x$  بر دایره‌ای مماس باشند، مساحت دایره کدام است؟

- (1)  $\frac{\pi}{16}$  (2)  $\frac{\pi}{8}$  (3)  $\frac{\pi}{4}$  (4)  $\frac{\pi}{2}$

3- اگر  $4 = \sqrt{14 + \sqrt{x}} + \sqrt{14 - \sqrt{x}}$  باشد، حاصل  $(\frac{x}{169} + 2)^2$  کدام است؟

- (1) 9 (2) 10 (3) 11 (4) 19

4- در دنباله هندسی افزایشی  $\dots, 10, x, 5$  مجموع ده جمله اول کدام است؟

- (1)  $155(\sqrt{2} - 1)$  (2)  $165(\sqrt{2} - 1)$  (3)  $155(\sqrt{2} + 1)$  (4)  $165(\sqrt{2} + 1)$

5- اگر ریشه‌های معادله  $x^2 - 7x + 1 = 0$  برابر  $\alpha$  و  $\beta$  باشند، ریشه‌های کدام معادله  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$  و  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  است؟

(1)  $x^2 - 5x + 4 = 0$  (2)  $x^2 - 21x + 10 = 0$

(3)  $x^2 - 10x + 21 = 0$  (4)  $x^2 - 5x + 21 = 0$

6- یک رأس مربع  $A(2, 1)$  و یک ضلع آن واقع بر خط  $y = 2x + 3$  است. مساحت مربع کدام است؟

- (1)  $\frac{24}{25}$  (2)  $\frac{12}{5}$  (3)  $\frac{24}{25}$  (4)  $\frac{24}{5}$

7- مقدار  $A = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$  برابر کدام گزینه است؟

- (1) 4 (2)  $2\sqrt{3}$  (3) 14 (4)  $\sqrt{14}$

8- در یک دنباله حسابی اگر  $\frac{S_6}{S_5} = \frac{36}{25}$  باشد، آن‌گاه  $\frac{a_6}{a_5}$  کدام است؟

- (1)  $\frac{11}{5}$  (2)  $\frac{11}{9}$  (3)  $\frac{12}{9}$  (4)  $\frac{12}{11}$

9- اگر  $x = 3$  یکی از ریشه‌های معادله  $x^3 - x^2 - x - m = 0$  باشد، ریشه‌های دیگر کدام است؟

- (1) 4 و -1 (2)  $\frac{3}{2}$  و 2 (3) 5 و 2 (4) فاقد ریشه حقیقی دیگر

10- مجموع صفرهای تابع  $f(x) = (x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72$  کدام است؟

- (1) -1 (2) -2 (3) 1 (4) 2

سحل انجام محاسبات

۱۱- اگر  $-\frac{1}{4}$  عضوی از بازه  $(-\frac{1}{n}, \frac{n-1}{n})$  باشد، حدود  $n$  کدام است؟ ( $n > 0$ )

(۱)  $-2 < n < \frac{3}{4}$       (۲)  $\frac{3}{4} \leq n < 2$       (۳)  $\frac{3}{4} \leq n < 2$       (۴)  $-2 < n \leq -\frac{3}{4}$

۱۲- بین هر دو عدد گویای متمایز چند عدد گویا و چند عدد گنگ وجود دارد؟

(۱) نامتناهی - نامتناهی      (۲) متناهی - متناهی      (۳) نامتناهی - متناهی      (۴) متناهی - نامتناهی

۱۳- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه مجزا و  $B - C = B$  و  $A \cap C = \emptyset$  باشد، به طوری که  $n(A \cup B) = \frac{3}{4}n(B \cup C) = \frac{3}{4}n(A \cup C) = 18$ ، آن گاه

اختلاف تعداد اعضای بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مجموعه بین این سه مجموعه چقدر است؟

(۱) ۹      (۲) ۱۰      (۳) ۱۱      (۴) ۱۲

۱۴- اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leq x \leq 2\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} | x > 2\}$  و  $C = \{x \in \mathbb{R} | x < 0\}$  باشد، مجموعه  $(A \cup B) \cap C$  کدام است؟

(۱)  $[-2, 0)$       (۲)  $[-2, 2)$       (۳)  $(-\infty, 0)$       (۴)  $(0, 2)$

۱۵- از ۵۰ دانشجوی یک کلاس ۱۷ نفر عینکی و ۲۹ نفر پسر هستند. اگر ۱۰ دختر غیرعینکی در کلاس وجود داشته باشند، چند پسر عینکی در

کلاس وجود دارد؟

(۱) ۱۶      (۲) ۶      (۳) ۱۰      (۴) ۸

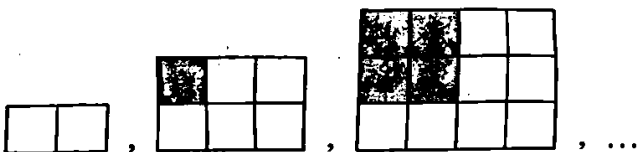
۱۶- در الگوی درجه دوم  $t_n = an^2 + bn - a$  اگر جملات سوم و هفتم به ترتیب برابر با ۵ و  $(-47)$  باشد، جمله اول کدام است؟

(۱) ۷      (۲) -۲      (۳) -۷      (۴) ۲

۱۷- اگر  $x-2, y, \dots, x+2, 6, x+2$  دنباله‌ای هندسی با جملات مثبت باشد،  $y$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳)  $\frac{1}{6}$       (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۸- با توجه به الگوی زیر، نسبت رنگی به کل در شکل  $n$ ام کدام است؟



(۱)  $\frac{1}{10}$

(۲)  $\frac{81}{110}$

(۳)  $\frac{10}{11}$

(۴)  $\frac{11}{10}$

۱۹- در یک دنباله حسابی، مجموع ۴ جمله اول برابر با ۳۲ و مجموع ۴ جمله بعدی ۱۲۸ است. جمله  $n$ ام این دنباله کدام است؟

(۱) ۵۳      (۲) ۵۹      (۳) ۵۵      (۴) ۵۷

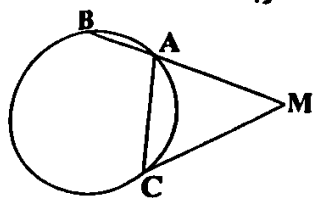
۲۰- اگر جملات دوم، پنجم و دهم از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی دنباله هندسی باشد، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{9}$       (۲)  $\frac{5}{2}$       (۳)  $\frac{5}{3}$       (۴)  $\frac{15}{2}$

محل انجام محاسبات

۲۱- دو دایره  $C$  و  $C'$  به شعاع ۱۵ مماس بیرون هستند. چند خط مماس می توان بر  $C'$  رسم کرد که امتداد آن ها در  $C$  وترى به طول ۲۴ ایجاد کند؟  
 ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۴ بی شمار (۴)

۲۲- در شکل زیر، زاویه  $M$  نصف کمان  $AC$  است و وتر  $AB$  محیط را به نسبت ۱ به ۴ قطع کرده است. زاویه  $M$  چند درجه است؟



- ۴۸ (۱)  
 ۳۶ (۲)  
 ۷۲ (۳)  
 ۱۲ (۴)

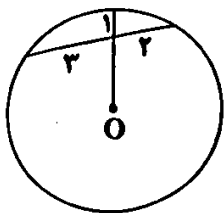
۲۳- اختلاف طول شعاع های دو دایره ۳ و طول خط مرکزین دو دایره برابر  $\sqrt{5}$  است. دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- (۱) متداخل      (۲) متخارج      (۳) متقاطع      (۴) مماس داخل

۲۴- دایره  $C(O, R)$  را توسط نقاط  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_{15}$  به ۱۵ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم. حاصل  $\frac{n_1 \hat{n}_8 n_{10} - n_{13} \hat{n}_2 n_{12}}{n_{15} \hat{n}_7 n_{12} - n_2 \hat{n}_5 n_3}$  کدام است؟

- ۵ (۱)       $\frac{1}{5}$  (۲)      ۴ (۳)       $\frac{1}{4}$  (۴)

۲۵- در شکل زیر  $O$  مرکز دایره است. شعاع دایره کدام است؟



- ۲/۵ (۱)  
 ۳/۵ (۲)  
 ۳ (۳)  
 ۴ (۴)

۲۶- سه پاره خط به طول های طبیعی  $6(x+1)$ ،  $x+8$  و  $4x$  اضلاع یک مثلث اند. محیط مثلث کدام است؟

- ۲۲ (۱)      ۲۳ (۲)      ۲۴ (۳)      ۲۵ (۴)

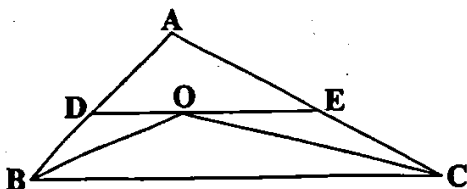
۲۷- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$ ،  $(\hat{A} = 90^\circ)$ ، نیمساز  $BD$  را رسم می کنیم. کدام همواره درست است؟

- (۱)  $AB > AD$       (۲)  $AB > AC$       (۳)  $CD > BC$       (۴)  $AC > BC$

۲۸- کدام گزینه، مثال نقض دارد؟

- (۱) نقطه همرسی میانه های یک مثلث، درون آن قرار دارد.  
 (۲) نقطه همرسی نیمسازهای داخلی یک مثلث، درون آن قرار دارد.  
 (۳) نقطه همرسی عمود منصف های یک مثلث، درون آن قرار دارد.  
 (۴) هیچ کدام

۲۹- در شکل زیر  $AB=16$ ،  $BC=22$ ،  $AC=24$  است.  $BO$  و  $CO$  به ترتیب نیمسازهای زوایای  $B$  و  $C$  هستند.  $DE$  خطی است به موازات  $BC$  که از  $O$  می گذرد. محیط مثلث  $ADE$  کدام است؟



- ۳۶ (۱)  
 ۴۰ (۲)  
 ۴۴ (۳)  
 ۴۸ (۴)

۳۰- در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A}$  بزرگ‌ترین زاویه است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $BC$  کوچک‌ترین ضلع است.

(۲)  $AM$  کوچک‌ترین میانه است.

(۳)  $AH$  کوچک‌ترین ارتفاع است.

(۴)  $BC > AB + AC$

۳۱- اگر  $A = \{a, b, c, d, e\}$  و  $B = \{a, c, d, x, y\}$  آن‌گاه  $P(A \cap B)$  کدام است؟ ( $P(x)$  نمایش مجموعه توانی  $x$  است).

(۱)  $\{\emptyset, \{a, c\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{a\}, \{c\}, \{d\}\}$

(۲)  $\{\emptyset, \{a\}, \{c\}, \{a, c\}, \{c, d\}, \{a, d\}, \{a, c, d\}\}$

(۳)  $P(A \cup B)$

(۴)  $P(A) \cap P(B)$

۳۲- هم‌ارز عبارت  $((p \Rightarrow q) \wedge \sim q) \Rightarrow p$  کدام است؟

(۱)  $p$

(۲)  $q$

(۳)  $p \vee q$

(۴)  $p \wedge q$

۳۳- اگر  $A = \{-2, 1, 0\}$  و  $B = \{-2, 2, 1\}$  باشند و نمودار مختصاتی آن‌ها را رسم کنیم، فاصله نزدیک‌ترین دو نقطه  $A \times B$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۵

۳۴- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n-6$  عضوی، ۴۸ واحد کم‌تر از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n-2$  عضوی است.  $n$  کدام است؟

(۱) ۱۴

(۲) ۱۲

(۳) ۱۰

(۴) ۸

۳۵- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی باشند، مجموعه  $X = [(A \cap B) \cap (A' \cup B)] \cap [(A \cup (A - B))]$  برابر کدام مجموعه است؟

(۱)  $A \cup B$

(۲)  $A \cap B$

(۳)  $A$

(۴)  $B$

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۳۶ تا ۴۵ درس حسابان (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۳۶- تابع  $y = -ax + [ax]$  در بازه  $(0, 1)$  دارای ۳ پاره‌خط است، اگر این تابع زیر محور  $x$ ‌ها قرار گیرد،  $a + a^2$  چقدر است؟ ( $[ ]$  نماد جزء صحیح است).

(۱) ۱۲

(۲) ۹

(۳) ۶

(۴) -۹

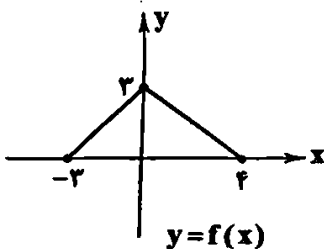
۳۷- نمودار  $f(x)$  به صورت زیر است و تابع  $g(x) = f(2x-1)$  محور عرض‌ها را در نقطه  $A$  قطع کرده است، فاصله نقطه  $A$  از نقطه  $B(-1, 0)$  چقدر است؟

(۱)  $\sqrt{6}$

(۲)  $\sqrt{5}$

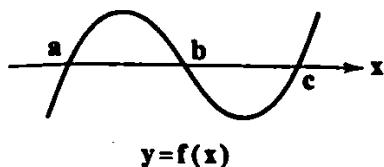
(۳)  $2\sqrt{2}$

(۴)  $\sqrt{7}$



محل انجام محاسبات

۳۸- نمودار تابع  $f(x)$  به صورت زیر است. اگر  $a+b+c=4$  باشد، مجموع جواب‌های معادله  $f(\frac{x}{4})=0$  کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۸

۳۹- نمودار تابع  $f(x)=3^{|cos x|}$  را ابتدا  $\pi$  واحد به سمت چپ در راستای محور  $x$  ها و سپس ۴ واحد در جهت محور  $y$  ها به پایین منتقل می‌کنیم. تابع حاصل محور  $x$  ها را در فاصله  $[-\pi, \pi]$  در چند نقطه قطع می‌کند؟

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) صفر

۴۰- تابع  $f(x)=x^2+x+1$  را دو واحد به سمت  $x$  های منفی و یک واحد به سمت  $y$  های مثبت انتقال می‌دهیم تا تابع  $g(x)$  به دست آید. وسیع‌ترین بازه‌ای که تابع  $h(x)=(f+g)(x)$  زیر تابع  $y=x^2$  قرار نمی‌گیرد، کدام است؟

(۱)  $x < 0$ (۲)  $x \in \mathbb{R}$ (۳)  $x \leq 1$ (۴)  $x \geq 1$ 

۴۱- نقطه  $A(2, 2)$  روی تابع  $f$  قرار دارد. اگر نقطه متناظر با  $A$  پس از تبدیل تابع  $f(x)$  به تابع  $g(x)=2-2f(x+1)$  به صورت  $B(a+b, a-b)$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) -۲

۴۲- اگر برد دو تابع  $f(x)$  و  $g(x)=\frac{k}{k+1}f(x)$  به ترتیب  $[-4, 8]$  و  $[-6, 12]$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

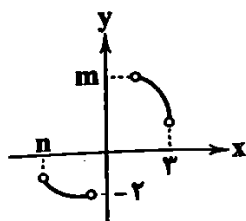
(۱) -۲

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) -۳

۴۳- نمودار تابع  $y=f(x)+1$  به شکل زیر است. اگر نمودار  $-f(-x)$  بر نمودار  $f(x)$  منطبق باشد، حاصل  $m+n$  چقدر است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) -۲

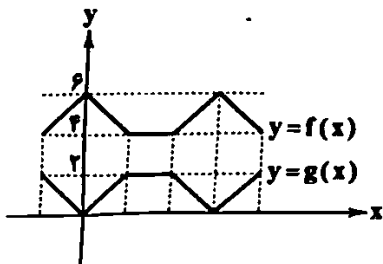
(۴) -۱

۴۴- اگر نمودار  $y=2f(\frac{x}{3})$  به صورت شکل زیر باشد، مختصات رأس سهمی  $y=-2f(2-x)+1$  کدام است؟

(۱)  $(-\frac{2}{3}, -\frac{11}{3})$ (۲)  $(\frac{2}{3}, \frac{11}{3})$ (۳)  $(\frac{2}{3}, \frac{8}{3})$ (۴)  $(-\frac{2}{3}, -\frac{8}{3})$ 

انجام محاسبات

۲۵- اگر نمودار توابع  $y = f(x)$  و  $y = g(x)$  به شکل زیر باشند، آنگاه ضابطه تابع  $g(x)$  برابر است با:



$$6 + f(-x) \quad (1)$$

$$-6 + f(x) \quad (2)$$

$$6 - f(x) \quad (3)$$

$$6 - f(-x) \quad (4)$$

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۴۶ تا ۵۵ هندسه (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۴۶- اگر  $A = [i^2 - j]_{3 \times 3}$  و  $B = [j^2 + i]_{3 \times 3}$  دو ماتریس مربعی باشند، حاصل جمع درایه‌های قطر اصلی ماتریس  $C = A + B$  کدام است؟

$$74 \quad (4)$$

$$72 \quad (3)$$

$$68 \quad (2)$$

$$54 \quad (1)$$

۴۷- اگر دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} ab & 1 \\ 2 & a+b \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & x \\ y+2 & 4 \end{bmatrix}$  با هم برابر باشند، حاصل  $a^3 + b^3$  کدام است؟

$$28 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$-28 \quad (2)$$

$$-9 \quad (1)$$

۴۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2a+1 & 2a-b \\ b-2a-2 & b-2 \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

۴۹- ماتریس‌های  $A = [2i - 3j]_{2 \times 2}$  و  $B = \begin{bmatrix} a-1 & b \\ 2c & 2d^2 \end{bmatrix}$  با هم برابرند. در این صورت  $\frac{a+d}{b+c}$  برابر با کدام است؟

$$-\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$-\frac{2}{7} \quad (3)$$

$$\frac{2}{7} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

۵۰- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{x+1} & x^2 - x \\ x^2 + x & \frac{y-x}{x-2} \end{bmatrix}$  اسکالر است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟ (I ماتریس همانی است.)

(۲)  $A$  ماتریس همانی است.

(۱)  $A$  ماتریس صفر است.

$$2A = I \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}A = 2I \quad (3)$$

۵۱- حاصل ضرب درایه‌های ستون دوم ماتریس  $A = [i^2 - j^2]_{8 \times 2}$  کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$168 \quad (2)$$

$$-162 \quad (1)$$

۵۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = [i+2j]_{2 \times 2}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $C$  از رابطه  $3C + A - 2B = I$  کدام است؟

$$13 \quad (4)$$

$$14 \quad (3)$$

$$11 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۵۲- حاصل ضرب درایه‌های  $[I^T + J]_{3 \times 2}$  کدام است؟

۱۸۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۵۴- در ماتریس  $A = [mi^T - J]_{2 \times 2}$  اگر درایه واقع در سطر دوم و ستون دوم برابر  $3m$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  چقدر است؟

صفر (۴)

۶۲ (۳)

۳۱ (۲)

۲۴ (۱)

۵۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = [2i + J]_{3 \times 3}$  باشد، حاصل ضرب درایه‌های ستون سوم ماتریس  $X$  از رابطه  $2X + A + B = \bar{O}$  چقدر است؟

-۹۶/۷۵ (۴)

-۹۶/۲۵ (۳)

۹۶/۷۵ (۲)

۹۶/۲۵ (۱)



تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۵/۰۵

# سوالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

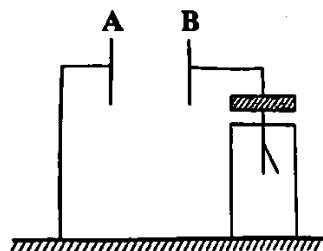
نام و نام خانوادگی: ...	شماره داوطلبی: ...
تعداد سوال: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

موضوع	تعداد سوال	مدت پاسخگویی (دقیقه)	نوع سوال	نمره
فیزیک	۱۵	۵۶	اجباری	۷۰
	۱۵	۷۱	اجباری	۸۵
	۱۰	۸۶	اختیاری	۹۵
شیمی	۱۵	۹۶	اجباری	۱۱۰
	۱۵	۱۱۱	اجباری	۱۲۵
	۱۰	۱۲۶	اختیاری	۱۳۵



۵۶- مطابق شکل زیر، دو صفحه فلزی A و B موازی هم قرار دارند. صفحه A را به زمین و صفحه B را به کلاهک الکتروسکوپ وصل کرده ایم. ورقه های الکتروسکوپ، باز هستند. اگر یک قطعه شیشه ای بدون بار را بین این دو صفحه وارد کنیم، انحراف ورقه های الکتروسکوپ چه تغییری می کند؟



تغییری می کند؟

(۱) کاهش می یابد.

(۲) افزایش می یابد.

(۳) به آهستگی زیاد شده و به حالت اول بر می گردد.

(۴) تغییری نمی کند.

۵۷- دو کره فلزی مشابه A و B با بارهای  $q_A = +8\mu C$  و  $q_B$  روی پایه های عایق در فاصله r از یکدیگر قرار دارند. اگر دو کره قبل از تماس، یکدیگر را جذب و پس از تماس با یکدیگر در همان فاصله قبلی یکدیگر را دفع کنند، کدام یک از گزینه های زیر ممکن است در ارتباط با این دو کره نادرست باشد؟

(۱) بار کره A پس از تماس کاهش می یابد.

(۲) با تماس دو کره با یکدیگر، الکترون ها از کره B به کره A می روند.

(۳) اندازه نیروی الکتریکی بین دو کره پس از تماس، افزایش می یابد.

(۴) مجموعه بار دو کره قبل و بعد از تماس تغییری نمی کند.

۵۸- دو بار الکتریکی نقطه ای هم اندازه در فاصله r از یکدیگر قرار دارند و به هم نیروی الکتریکی به بزرگی ۹۶N را وارد می کنند. اگر بار یکی از آن ها را نصف و دیگری را  $\frac{5}{4}$  برابر کنیم و در همان فاصله قبلی نسبت به یکدیگر قرار دهیم، اندازه نیروی بین دو بار چند نیوتون تغییر می کند؟

۱۴۴ (۴)

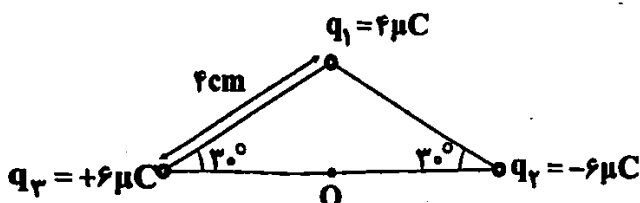
۲۴ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۰۸ (۱)

۵۹- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه ای در سه رأس یک مثلث ثابت شده اند. بزرگی برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_F = +1\mu C$

واقع در نقطه O در وسط خط واصل دو بار  $q_P$  و  $q_Q$  از طرف بارهای دیگر چند نیوتون است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



۹۰√۲ (۱)

۴۵√۳ (۲)

۴۵ (۳)

۹۰ (۴)

به بار آزمون  $q = -2C$  در نقطه A از طرف میدان الکتریکی، نیروی  $\vec{F} = 6\vec{i} - 2\vec{j}$  در SI وارد می شود. بردار میدان الکتریکی در نقطه A بر حسب نیوتون بر کولن در کدام گزینه به درستی آمده است؟

$-3\vec{i} + 2\vec{j}$  (۴)

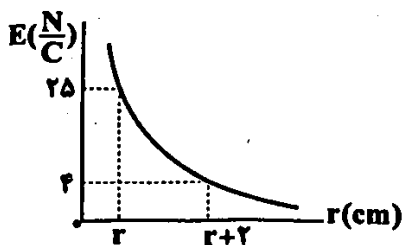
$-3\vec{i} - 2\vec{j}$  (۳)

$3\vec{i} - 2\vec{j}$  (۲)

$3\vec{i} + 2\vec{j}$  (۱)

انجام محاسبات

۶۱- اگر نمودار اندازه میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار برحسب فاصله از آن به شکل زیر باشد،  $r$  چند سانتی متر است؟



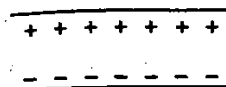
$$\frac{r}{4} \quad (1)$$

$$\frac{r}{3} \quad (2)$$

$$\frac{r}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5}{r} \quad (4)$$

۶۲- مطابق شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی در فاصله کم از یکدیگر قرار دارند. اگر بار صفحه بالا  $+q$  و بار صفحه پایین  $-q$  باشد، کدام



گزینه درست است؟

(۱) شدت میدان الکتریکی در نزدیک صفحه مثبت، بیشتر است.

(۲) شدت میدان الکتریکی در نزدیک صفحه منفی، بیشتر است.

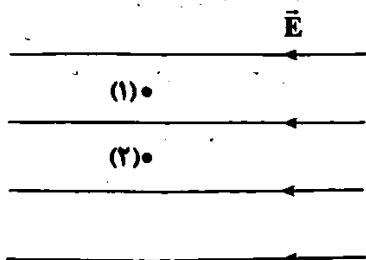
(۳) شدت میدان الکتریکی در فاصله مساوی از هر دو صفحه برابر صفر است.

(۴) شدت میدان الکتریکی بین دو صفحه ثابت است.

۶۳- مطابق شکل زیر، در یک میدان الکتریکی یکنواخت، دو ذره  $A$  و  $B$  با بارهای هم اندازه و هم نام، ولی با جرمهای متفاوت ( $m_B > m_A$ )، به

ترتیب از نقاط (۱) و (۲) رها می شوند. پس از طی جابه جایی افقی یکسان، اندازه سرعت های آن دو نسبت به هم چگونه خواهد بود؟ (از وزن

ذره ها و اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)



$$v_A > v_B \quad (1)$$

$$v_A < v_B \quad (2)$$

$$v_A = v_B \quad (3)$$

$$v_A \geq v_B \quad (4)$$

۶۴- در یک میدان الکتریکی، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه  $10^8$  V باشد، چند میلی ژول انرژی مصرف می شود تا  $10^{18}$  الکترون از

نقطه با پتانسیل بیشتر به نقطه با پتانسیل کم تر جابه جا شوند؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C)

$$1/6 \times 10^4 \quad (4)$$

$$1600 \quad (3)$$

$$160 \quad (2)$$

$$1/6 \quad (1)$$

۶۵- دو پوسته رسانای کروی  $A$  و  $B$  به ترتیب دارای بارهای الکتریکی  $q_A = +20 \mu\text{C}$  و  $q_B = -12 \mu\text{C}$  می باشند. اگر آن ها را مطابق شکل زیر در

حال تعادل قرار دهیم به طوری که کره  $A$  درون کره  $B$  قرار گرفته باشد، بار الکتریکی ایجاد شده در سطح داخلی و خارجی کره رسانای  $B$  به

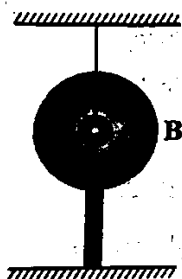
ترتیب از راست به چپ چند میکروکولن است؟

$$+8 \text{ و } -20 \quad (1)$$

$$+20 \text{ و } -8 \quad (2)$$

$$+20 \text{ و } -20 \quad (3)$$

$$+8 \text{ و } -8 \quad (4)$$



۶۶- صفحه‌های خازن تختی را به پایتخته‌های یک باتری با اختلاف پتانسیل  $V$  وصل می‌کنیم. اگر مقدار اختلاف پتانسیل را  $18V$  افزایش دهیم، بار موجود روی هر صفحه خازن، ۳ برابر می‌شود. مقدار  $V$  چند ولت است؟

۶ (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۲۶ (۴)

۶۷- کدام یک از اعمال زیر باعث افزایش ظرفیت خازن تخت نمی‌شود؟

(۱) افزایش بار ذخیره‌شده روی صفحات خازن  
(۲) افزایش مساحت صفحات خازن  
(۳) قرار دادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن  
(۴) کاهش فاصله بین صفحات خازن

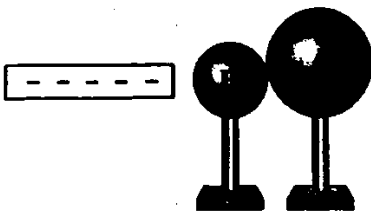
۶۸- با تغلیط قسمتی از بار الکتریکی یک خازن تخت پر شده، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن ۷۰ درصد کاهش می‌یابد. انرژی این خازن چند درصد کاهش می‌یابد؟

۹ (۱) ۴۵ (۲) ۹۰ (۳) ۹۱ (۴)

۶۹- خازن تختی که بین صفحات آن هوا قرار دارد را پس از پر شدن، از باتری جدا می‌کنیم. اگر در این حالت فاصله بین صفحه‌های این خازن را نصف کرده و دی‌الکتریک با ثابت  $\epsilon$  بین صفحه‌های آن قرار دهیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند برابر حالت قبل می‌شود؟

$\frac{1}{3}$  (۱) ۳ (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳) ۱۲ (۴)

۷۰- دو کره رسانای  $A$  و  $B$  روی پایه‌های عایق، مطابق شکل زیر قرار دارند. قطر کره  $A$ ، ۸ سانتی‌متر و قطر کره  $B$ ، ۴ سانتی‌متر است. یک تیغه ابونیتی دارای بار الکتریکی منفی را به کره  $B$  نزدیک می‌کنیم (ولی تماس نمی‌دهیم)، سپس در همین حالت، کره  $A$  را از کره  $B$  جدا کرده و تیغه ابونیتی را دور می‌کنیم. اگر چگالی سطحی بار کره  $B$  برابر با  $1.05 \frac{\mu C}{m^2}$  باشد، به ترتیب (از راست به چپ)، چگالی سطحی بار کره  $A$  چند میکروکولن بر متر مربع و بار الکتریکی کره  $A$  چند میکروکولن است؟ ( $\pi = 3$ )



(۱)  $480 - 25 \times 10^3$

(۲)  $260 - 25 \times 10^3$

(۳)  $260 - 25 \times 10^3$

(۴)  $480 - 25 \times 10^3$

۷۱- به ترتیب از راست به چپ، بور مدل ..... را به عنوان مدل اتمی پیشنهاد کرد و ..... مدل هسته‌ای را ارائه نمود.

(۱) سیاره‌ای - رادرفورد (۲) سیاره‌ای - شرودینگر (۳) ابرالکترونی - رادرفورد (۴) ابرالکترونی - شرودینگر

۷۲- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

(الف) فیزیک شالوده تمام مهندسی‌ها و فناوری‌هایی است که به طور مستقیم یا غیرمستقیم در زندگی ما نقش دارند.

(ب) مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی، اصلاح‌پذیر هستند.

(ج) تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌هایی که با آن‌ها مواجه می‌شوند، مهم‌ترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک داشته است.

(د) ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش ما از جهان پیرامون داشته است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۲- در فرایند مدل‌سازی پرتاب توپ بسکتبال و همپنین پرتاب توپ بدمیئتون، از چه تعداد از مولرد زیر می‌توان در هر دو مدل‌سازی صرفنظر کرد؟  
نیروی جاذبه - وزن - اثر وزش باد - اندازه توپ - شکل توپ

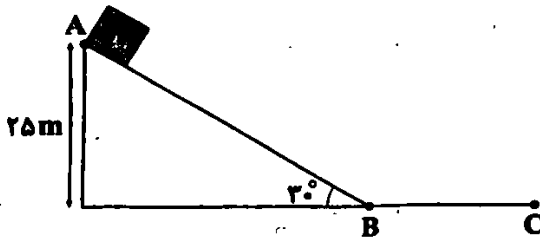
۴ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۳- مطابق شکل زیر، در منطقه‌ای واقع در قطب جنوب، قطعه یخی مکعبی شکل به جرم  $2\text{kg}$  را از نقطه A روی سطح شیب‌دار رها می‌کنیم. اگر این قطعه یخ بعد از پیمودن مسیر ABC در نقطه C متوقف شود، در ارتباط با مدل‌سازی حرکت این قطعه یخ کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



(۱) می‌توان از نیروی وزن صرفنظر کرد.

(۲) از شیب در مسیر AB می‌توان صرفنظر کرد.

(۳) می‌توان از نیروی اصطکاک وارد بر یخ صرفنظر کرد.

(۴) می‌توان از تغییر نیروی گرانش وارد بر یخ در اثر تغییر ارتفاع صرفنظر کرد.

۷۴- در مدل‌سازی حرکت یک توپ در هوا، کدام گزینه زیر اثری مهم و تعیین‌کننده دارد؟

(۴) مقاومت هوا و باد

(۳) چرخش توپ

(۲) حجم توپ

(۱) نیروی گرانش

۷۵- در کدامیک از گزینه‌های زیر، تمامی کمیت‌ها نرده‌ای هستند؟

(۲) دما، نیرو و طول

(۱) سرعت، جرم و زمان

(۴) جابه‌جایی و سرعت متوسط و شتاب

(۳) جرم، طول و زمان

۷۶- حاصل عبارت  $8 \times 10^{-3} \text{ dm}^2 + 6 \times 10^6 \mu\text{m}^2 + 2 \text{ cm}^2$ ، کدام است؟

(۴)  $286 \text{ mm}^2$

(۳)  $68 \text{ cm}^2$

(۲)  $864 \text{ cm}^2$

(۱)  $684 \text{ mm}^2$

۷۷- برای انجام اندازه‌گیری‌های درست و قابل اطمینان به یکاهای اندازه‌گیری‌ای نیاز داریم که ..... و ..... باشند. (به ترتیب از راست به چپ)

(۴) مستقل - در سیستم SI

(۳) مستقل - قابل بازتولید

(۲) تغییر نکنند - مستقل

(۱) تغییر نکنند - قابل بازتولید

۷۸- یک سال نوری چند برابر یکای نجومی است؟ (تندی نور در خلا  $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است و یکای نجومی برابر  $1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$  می‌باشد).

(۴) ۶۳۰۷۲

(۳) ۶۱۹۸۳

(۲) ۶۰۰۲۰

(۱) ۵۸۱۸۴

۷۹- مساحت یک دوزنقه ۴۰ سانتی‌متر مربع است. این مقدار برحسب پیکو مترمربع در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۴)  $4 \times 10^{22}$

(۳)  $4 \times 10^{21}$

(۲)  $4 \times 10^{20}$

(۱)  $4 \times 10^{19}$

۸۰- ترازوی دیجیتالی A، جرم جسمی را  $5/82 \text{ kg}$  و ترازوی دیجیتالی B جرم جسمی را  $18/542 \text{ kg}$  نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری ترازوی A

چند برابر دقت اندازه‌گیری ترازوی B است؟

(۴)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱۰

(۲)  $\frac{1}{10}$

(۱) ۲

۸۱- کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) در اندازه‌گیری کمیت‌های فیزیکی همواره مقداری خطا وجود دارد.

(۲) خطای اندازه‌گیری را می‌توان کاهش داد، اما هرگز نمی‌توان به صفر رساند.

(۳) دقت اندازه‌گیری ابزارهای رقمی بیش از ابزارهای مدرج است.

(۴) مهارت شخص آزمایشگر و تعداد دفعات اندازه‌گیری روی دقت اندازه‌گیری تأثیرگذار هستند.

محل انجام محاسبات

۸۳- می‌خواهیم از مادامی به چگالی  $5 \frac{g}{cm^3}$  کرمای توخالی به شعاع داخلی ۶cm و شعاع خارجی ۸cm بسازیم. جرم این کره چند کیلوگرم

است؟ ( $\pi=3$ )

۴/۷۴ (۴)

۲/۳۷ (۳)

۵/۹۲ (۲)

۲/۱۶ (۱)

۸۴- استوانه توپری به شعاع قاعده R و ارتفاع h که h سه برابر شعاع قاعده است، در اختیار داریم. اگر درون آن حفره‌ای کروی شکل به

شعاع  $\frac{R}{4}$  ایجاد کنیم، چگالی ظاهری این استوانه چند برابر چگالی اولیه آن ( $\rho_0$ ) می‌شود؟

$\frac{17}{54}$  (۴)

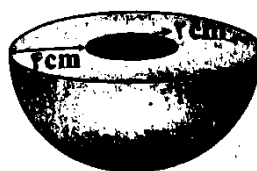
$\frac{13}{18}$  (۳)

$\frac{17}{18}$  (۲)

$\frac{1}{6}$  (۱)

۸۵- شکل زیر، نیم کره‌ای فلزی را نشان می‌دهد که درون آن حفره‌ای به شکل نیم‌کره ایجاد شده است. اگر چگالی فلز  $5 \frac{g}{cm^3}$  باشد، جرم این

جسم چند گرم است؟ ( $\pi=3$ )



۵۶۰ (۱)

۷۲۰ (۲)

۲۰۸۰ (۳)

۲۱۱۴ (۴)

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۸۶ تا ۹۵ درس فیزیک (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۸۶- پرنده‌ای از لحظه شروع پرواز خود، به مدت ۲s با سرعت  $3 \frac{m}{s}$  به سمت شرق و پس از آن، ۸s با سرعت  $1 \frac{m}{s}$  به طرف شمال حرکت می‌کند.

اختلاف تندی متوسط با اندازه سرعت متوسط پرنده پس از طی کردن این مسیر، چند متر بر ثانیه است؟

۱/۴ (۴)

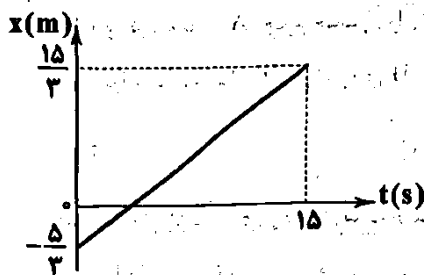
۱ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

۸۷- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چند ثانیه پس از شروع حرکت ( $t=0$ ) متحرک تغییر

جهت می‌دهد؟



۲ (۱)

۳/۷۵ (۲)

۶ (۳)

(۴) متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۸۸- اگر معادله مکان-زمان یک متحرک به صورت  $x = -t^2 + 6t - 5$  باشد، تندی متوسط حرکت آن در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 5s$  چند متر

بر ثانیه است؟

۱ (۴)

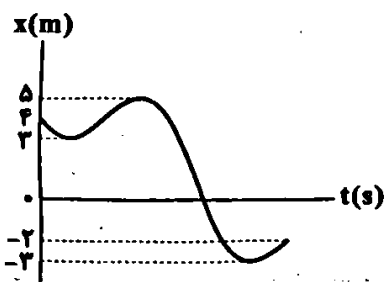
۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۸۹- نمودار مکان-زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در کل بازه زمانی نشان داده شده، مسافت طی شده توسط متحرک، چند برابر اندازه جابه‌جایی آن است؟



- ۱/۵ (۱)  
۲ (۲)  
۳ (۳)  
۴ (۴)

۹۰- اتومبیلی با تندی ثابت  $30 \frac{m}{s}$  در حال حرکت است. اگر این اتومبیل فاصله  $54 km$  را به صورت رفت و برگشت طی کند، زمان دو رفت و برگشت این اتومبیل چند دقیقه طول می‌کشد؟

- ۳۰ (۱)      ۶۰ (۲)      ۱۲۰ (۳)      ۹۰ (۴)

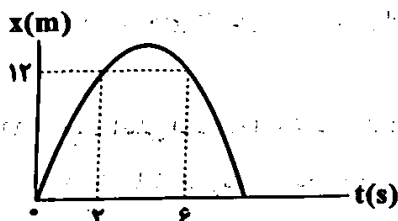
۹۱- متحرکی بر روی محور Xها در حال حرکت است. اگر در لحظه  $t_1$  بردار مکان این متحرک برابر با  $8 \bar{I}$  و بردار مکان آن  $2$  ثانیه بعد از لحظه  $t_1$  برابر  $4 \bar{I}$  باشد، بردار سرعت متوسط این متحرک در این تغییر مکان برابر کدام گزینه است؟ (یکاهای SI است).

- $+6 \bar{I}$  (۱)       $-2 \bar{I}$  (۲)       $-6 \bar{I}$  (۳)       $+2 \bar{I}$  (۴)

۹۲- معادله سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور Xها در حال حرکت است، در SI به صورت  $v = 6t^2 - 12t + 6$  است. در کدام بازه زمانی زیر متحرک در خلاف جهت محور Xها حرکت می‌کند؟

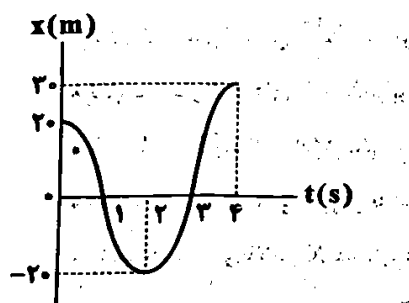
- $\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{2}$  (۴)       $\frac{3}{4} \leq t \leq \frac{12}{12}$  (۳)       $1 \leq t \leq 2$  (۲)       $\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{12}{12}$  (۱)

۹۳- نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور Xها حرکت می‌کند، به صورت سهمی زیر است. تندی متوسط این متحرک در  $6$  ثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟



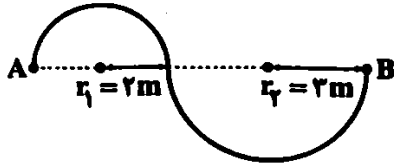
- $\frac{14}{6}$  (۱)  
 $\frac{3}{10}$  (۲)  
 $\frac{10}{3}$  (۳)  
 $\frac{6}{14}$  (۴)

۹۴- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور Xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافت طی شده توسط متحرک در  $4$  ثانیه اول حرکتش چند برابر اندازه جابه‌جایی این متحرک در  $3$  ثانیه اول حرکتش است؟



- ۴/۵ (۱)  
۱/۵ (۲)  
۳/۵ (۳)  
۲/۵ (۴)

۹۵- متحرکی از نقطه A تا نقطه B، مسیری مطابق شکل زیر را طی می‌کند. مسافت پیموده شده توسط این متحرک چند برابر اندازه جابه‌جایی آن است؟ (مسیر شامل دو نیم‌دایره است.)



۱)  $\pi$

۲)  $0.5\pi$

۳) ۱

۴)  $0.5$



۹- چه تعداد از عنصرهای دوره سوم جدول دورهای در واکنش با دیگر اتم‌ها فقط الکترون به اشتراک می‌گذارند؟ (از گاز نجیب چشم‌پوشی کنید.)

۴) ۲

۳) ۲

۲) ۱

۱) صفر

۹- در دمای ۳۰۰ کلوین چه تعداد از هالوژن‌ها با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۹- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با واکنش فلزهای قلیایی با گاز کلر درست است؟

• تمامی فلزهای قلیایی با گاز کلر واکنش می‌دهند و طی آن نور و گرما تولید می‌شود.

• فرآورده واکنش فلز قلیایی با گاز کلر، یک ترکیب یونی است که نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌های آن برابر با ۱ است.

• واکنش فلز قلیایی پتاسیم با گاز کلر در مقایسه با فلز قلیایی سدیم، شدیدتر است.

• اگر به جای گاز کلر از گاز فلوئور استفاده شود، سرعت واکنش و شدت انجام آن، افزایش می‌یابد.

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۹- علت اصلی استفاده از طلا در کلاه فضانوردان در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) طلا با بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی، روشنایی فضای داخل کلاه را حفظ کرده تا نور زیاد موجب کاهش کارایی فضانوردان نشود.

۲) طلا با بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی، جان فضانوردان را در برابر تغییر دمایی شدید محافظت می‌کند.

۳) طلا با جذب زیاد پرتوهای خورشیدی، فضای داخل کلاه را روشن کرده تا بینایی فضانوردان کاهش نیابد.

۴) طلا با جذب زیاد پرتوهای خورشیدی، جان فضانوردان را در برابر کاهش شدید دما محافظت می‌کند.

۹- عنصر A متعلق به دوره سوم جدول بوده و جلای نقره‌ای آن به سرعت در هوا، کدر می‌شود. عنصر X متعلق به دوره ششم جدول بوده و

آرایش الکترونی کاتیون  $X^{2+}$  به زیرلایه  $s^2$  ختم می‌شود. چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با عنصرهای A و X درست است؟

• تفاوت شمار گروه‌های A و X برابر با ۳ است.

• همانند X رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارد.

• تفاوت عدد اتمی A و X برابر با عدد اتمی نخستین عنصر دسته d هم‌دوره با X است.

• عنصر هم‌گروه و بالایی X همانند عنصر هم‌دوره و بعدی A خاصیت چکش‌خواری دارد.

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

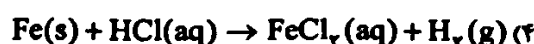
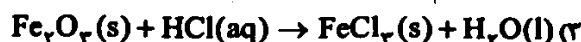
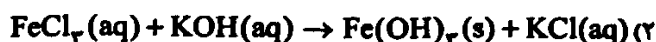
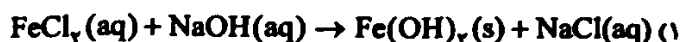


۱۰۱- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با واکنش ترمیت درست است؟

- از فلزورده عنصری این واکنش برای جوش دادن خطوط راه آهن استفاده می شود.
- این واکنش نشان می دهد که فلز آلومینیم فعال تر از فلز آهن است.
- اگر در این واکنش، فلز آلومینیم را با فلز مس جایگزین کنیم، واکنش به طور خود به خودی انجام نمی شود.
- این واکنش نشان می دهد که نقطه ذوب اکسید فلز آلومینیم بالاتر از نقطه ذوب فلز آهن است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۲- کدام واکنش از نظر انجام شدن و یا حالت فیزیکی مواد نادرست نوشته شده است؟ (واکنش ها موازنه نشده اند.)



۱۰۳- چه تعداد از موارد پیشنهاد شده، عبارت زیر را به درستی کامل می کنند؟

«در ..... جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی، ..... افزایش و ..... کاهش می یابد.»

- فلزهای قلیایی خاکی - شعاع اتمی - انرژی لازم برای جدا کردن الکترون
- دوره سوم - شمار الکترون های ظرفیتی - واکنش پذیری
- هالوژن های - قدرت نیروهای وان دروالسی - خصلت نافلزی
- دوره دوم - جاذبه هسته بر روی الکترون لایه آخر - شعاع اتمی

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۴- در شرایط یکسان، استخراج کدام فلز راحت تر صورت می گیرد؟

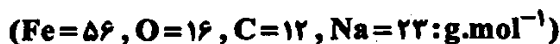
۱) آلومینیم ۲) آهن ۳) مس ۴) روی

۱۰۵- چه تعداد از عبارات های زیر در ارتباط با عنصرهای دسته d درست است؟

- تمامی آن ها فلز بوده و رفتاری شبیه فلزهای دسته s و p دارند.
- به تقریب ۳۷/۳۷٪ عنصرهای جدول دوره های را تشکیل می دهند.
- دسته ای از عنصرهای جدول دوره های هستند که آرایش الکترونی اتم آن ها به زیر لایه d ختم می شود.
- اغلب این فلزها در طبیعت به شکل ترکیب های یونی یافت می شوند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۶- اگر در واکنش مربوط به استخراج آهن در شرکت فولاد آمریکا، ۴/۲ تن آهن تولید شود و جرم سنگ معدن مصرف شده، ۱۵ برابر جرم مصرفی واکنش دهنده دیگر باشد، درصد خلوص آهن (III) اکسید در سنگ معدن کدام است؟



۱) ۵۹/۲۵ (۱) ۲) ۴۷/۱۲ (۲) ۳) ۶۸/۳۴ (۳) ۴) ۷۴/۲۱ (۴)

۱۰۷- از تجزیه کامل ۳۰۰ گرم پتاسیم پرمنگنات طبق واکنش موازنه نشده زیر، ۲۸۴ گرم ماده جامد در ظرف باقی می ماند. درصد خلوص واکنش دهنده کدام است؟ ( $\text{K} = 39, \text{Mn} = 55, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

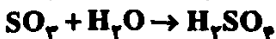
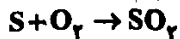


۱) ۴۷/۴ (۱) ۲) ۵۲/۶ (۲) ۳) ۲۸/۹ (۳) ۴) ۶۳/۱ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰۸- با توجه به واکنش‌های متوالی زیر می‌توان از گوگرد، سولفوریک اسید تولید کرد. برای تهیه ۲ لیتر محلول ۶ مولار سولفوریک اسید به چند

گرم گوگرد با خلوص ۸۰٪ نیاز است؟ (بازده مرحله اول ۸۰٪ بوده و بازده هر مرحله، ۷۵٪ بازده مرحله قبل است.) ( $S = 32 \text{g.mol}^{-1}$ )



۴۴۴۴ (۴)

۳۳۳۳ (۳)

۲۲۲۲ (۲)

۱۱۱۱ (۱)

۱۰۹- از تخمیر بی‌هوازی ۶/۲۵ تن گلوکز با خلوص ۷۲٪، مقدار ۹۲۰ کیلوگرم سوخت سبز به دست آمده است. بازده واکنش چند درصد بوده

است؟ ( $C = 12, H = 1, O = 16 \text{g.mol}^{-1}$ )



۴۰ (۴)

۶۰ (۳)

۸۰ (۲)

۳۰ (۱)

۱۱۰- نمونه‌ای به جرم ۴۰ گرم آهن (III) اکسید ناخالص با مقدار کافی گاز کربن مونوکسید به طور کامل واکنش می‌دهد. اگر پس از پایان واکنش،

جرم نمونه به ۳۲/۸ گرم کاهش یابد، درصد خلوص آهن (III) اکسید کدام است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند.)



۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۶۶/۷ (۲)

۶۰ (۱)

۱۱۱- رادیو ایزوتوپ‌های A و B به ترتیب پایدارترین و ناپایدارترین رادیو ایزوتوپ‌های هیدروژن هستند. نسبت شمار نوترون‌های هسته A به

شمار نوترون‌های هسته B کدام است؟

۴/۳ (۴)

۳/۴ (۳)

۲/۳ (۲)

۱/۳ (۱)

۱۱۲- نمی‌توان مقادیر زیادی از تکنسیم - ۹۹ را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد، زیرا .....

(۱) نیم عمر آن کم است.

(۲) تولید آن صرفه اقتصادی ندارد.

(۳) با مواد موجود در هواکره واکنش می‌دهد.

(۴) خاصیت انفجاری دارد.

۱۱۳- مفهوم «غنی‌سازی ایزوتوپی» در کدام گزینه درست‌تر آمده است؟

(۱) افزایش درصد ایزوتوپ سنگین‌تر در مخلوط ایزوتوپ‌های یک عنصر (۲) تبدیل ایزوتوپ‌های پایدار به ایزوتوپ‌های ناپایدار یک عنصر

(۳) تبدیل ایزوتوپ‌های ناپایدار به ایزوتوپ‌های پایدار یک عنصر (۴) افزایش درصد یک ایزوتوپ خاص در مخلوط ایزوتوپ‌های یک عنصر

۱۱۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

• منظور از گلوکز نشان‌دار، گلوکزی است که حاوی اتم پرتوزا می‌باشد.

• از رادیوایزوتوپ‌ها می‌توان برای تشخیص توده‌های سرطانی استفاده کرد.

• توده‌های سرطانی، یاخته‌هایی هستند که رشد آن‌ها متوقف و یا کند شده است.

• اگر در بدن فردی، توده سرطانی وجود داشته باشد، با تزریق گلوکز نشان‌دار، به جای گلوکز مواد غذایی، گلوکز نشان‌دار در توده تجمع می‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۵- اگر جرم مولی عنصر X،  $\frac{3}{5}$  برابر جرم مولی عنصر A باشد، چند درصد جرم ترکیب  $X_4A_3$  را عنصر X تشکیل می‌دهد؟

۷۰ (۴)

۸۴ (۳)

۶۲ (۲)

۵۴ (۱)

۱۱۶- مقایسه میان طول موج رنگ‌های مورد نظر به کدام صورت درست است؟

(a) شعلة فلز مس

(b) نور حاصل از رشته‌های سدیم در لامپ‌های بزرگراه‌ها

(c) پرتوی منتشر شده در اثر انتقال الکترون از لایه سوم به دوم در اتم هیدروژن

 $b > a > c$  (۴) $c > b > a$  (۳) $a > b > c$  (۲) $c > a > b$  (۱)

۱۱۷- در نمونه‌ای از گلوکز به جرم m گرم، شمار اتم‌های هیدروژن به تقریب برابر با  $10^{21} \times 4m$  است. m کدام است؟ (فرمول گلوکز:  $C_6H_{12}O_6$ )

 $(C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1})$ 

۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۱۰ (۲)

۱ (۱)

۱۱۸- عنصر X دارای چهار ایزوتوپ با جرم‌های m،  $m+2$ ،  $m+2$ ،  $m+4$  و  $m+4$  در مقیاس amu بوده که فراوانی ایزوتوپ‌های اول، دوم و سوم به ترتیب ۸، ۶ و ۵ برابر فراوانی ایزوتوپ آخر است. اگر جرم اتمی میانگین عنصر X برابر  $27/55 amu$  باشد، m کدام است؟

۲۶/۵ (۴)

۲۶ (۳)

۲۵/۵ (۲)

۲۵ (۱)

۱۱۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ ( ${}^1_1H$ ,  ${}^{16}_8O$ )

• نمی‌توان با هیچ دستگاهی و حتی با شمردن تک تک اتم‌ها، شمار آن‌ها را به دست آورد.

• عدد آووگادرو دارای یکا بوده و یکای آن  $mol^{-1}$  است.

• نقش  $N_A$  در شیمی مانند نقش شانه در شمارش تخم‌مرغ‌ها است.

• جرم هر مولکول آب برابر ۱۸ گرم است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۲۰- ورقه‌ای از جنس قلع به ابعاد ۵۸mm در  $37/5mm$  و ضخامت ۴mm را در نظر بگیرید که درون آن، سوراخ گردی به قطر ۳۰mm ایجاد شده است. چند اتم قلع در این قطعه وجود دارد؟

 $(Sn=120.g.mol^{-1}, d_{Sn}=6.g.cm^{-3}, \pi=3)$  $3/01 \times 10^{23}$  (۴) $3/01 \times 10^{22}$  (۳) $1/806 \times 10^{23}$  (۲) $1/806 \times 10^{22}$  (۱)

۱۲۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• انرژی ریزموج‌ها بیشتر از امواج رادیویی است.

• بخش بیرونی یا بالایی رنگین‌کمان، قرمز و بخش درونی یا پایینی آن، بنفش است.

• دمای حاصل از سوختن کامل گاز شهری بیشتر از شعلة شمع است.

• نور خورشید با عبور از قطره‌های آب در هوا، گستره‌ای پیوسته شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون ایجاد می‌کند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۲۲- اگر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون‌های  ${}^{209}A^{3+}$  و  ${}^{126}X^{2-}$  به ترتیب برابر ۴۶ و ۲۰ باشد، مجموع عدد اتمی دو عنصر A و X کدام است؟

۱۳۹ (۴)

۱۳۷ (۳)

۱۳۳ (۲)

۱۳۵ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) درصد فراوانی  $^{235}\text{U}$  در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های اورانیم، بیشتر از فراوانی  $^2\text{H}$  در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های هیدروژن است.
  - (۲) جرم  $1500$  الکترون کمتر از جرم یک پروتون یا یک نوترون است.
  - (۳) تفاوت جرم نوترون و پروتون بیشتر از  $0.0018\text{amu}$  است.
  - (۴) علت استفاده از نخستین عنصر ساخت بشر در تصویربرداری غده تیروئید این است که یون حاوی آن با یون یدید جرم مشابهی دارد.
- ۱- شمار اتم‌های موجود در  $22$  گرم  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  با اتم‌های موجود در کدام یک از نمونه‌های زیر برابر است؟

( $\text{Fe}=56, \text{C}=12, \text{O}=16, \text{H}=1:\text{g.mol}^{-1}$ )

(۱)  $21$  گرم  $\text{CO}$

(۲)  $3/01 \times 10^{23}$  مولکول آب

(۳)  $7/25$  گرم استون ( $\text{CH}_3\text{COCH}_3$ )

(۴)  $0/005$  لیتر هگزان ( $\text{C}_6\text{H}_{14}$ ) با چگالی  $0/86\text{g.mL}^{-1}$

- ۱- نمونه‌ای از عنصر هلیوم که شامل مخلوطی از سه ایزوتوپ  $^2\text{He}$ ،  $^3\text{He}$  و  $^4\text{He}$  است را در نظر بگیرید. اگر جرم ایزوتوپ‌ها با هم برابر باشد، پس از گذشت  $240$  میلی ثانیه، فراوانی  $^3\text{He}$  در مخلوط نهایی، به تقریب چند درصد تغییر می‌کند؟ (از نظر عددی جرم اتمی هر ایزوتوپ (با یکای  $\text{amu}$ ) را برابر با عدد جرمی در نظر بگیرید و نیم‌عمر ایزوتوپ‌های  $^3\text{He}$  و  $^4\text{He}$  به ترتیب برابر  $80$  و  $120$  میلی ثانیه است.)

(۱)  $12/9$

(۲)  $25/4$

(۳)  $18/4$

(۴)  $23/8$

وجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵ درس شیمی (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۱- دلیل این‌که لکه عسل به راحتی با آب شسته و در آن پخش می‌شود در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) عسل یک ماده ناخالص و حاوی شمار زیادی ترکیب یونی است.
  - (۲) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود، هر کدام یک یا دو گروه هیدروکسیل دارند.
  - (۳) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل دارند.
  - (۴) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود تعدادی گروه کربوکسیل دارند.
- در یک صابون مایع، درصد جرمی کربن،  $6$  برابر درصد جرمی اکسیژن است. اگر در ساختار هر واحد از این صابون، دو پیوند دوگانه وجود داشته باشد، درصد جرمی هیدروژن، چند برابر درصد جرمی نیتروژن است؟ ( $\text{C}=12, \text{H}=1, \text{O}=16, \text{N}=14:\text{g.mol}^{-1}$ )

(۱)  $2/07$

(۲)  $2/25$

(۳)  $2/21$

(۴)  $1/93$

وره و اتیلن گلیکول در چه تعداد از موارد زیر یکسانند؟

نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن

قائم‌لول بودن در هگزان

اسکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب

شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی

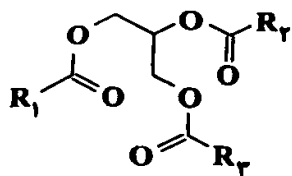
۴

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۱۲۹- اگر ساختار زیر مربوط به روغن زیتون باشد، تفاوت مجموع شمار اتم‌های کربن و مجموع شمار اتم‌های هیدروژن در گروه‌های  $R_1$ ،  $R_2$  و  $R_3$  کدام است؟



و  $R_3$  کدام است؟

۴۸ (۱)

۴۹ (۲)

۴۵ (۳)

۴۴ (۴)

۱۳۰- اگر نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در بنزین و وازلین را به ترتیب با  $a$  و  $b$  نشان دهیم، حاصل  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

۰/۷۹ (۴)

۱/۲۱ (۳)

۱/۰۸ (۲)

۰/۹۲ (۱)

۱۳۱- اگر جرم ۰/۰۶ مول از یک صابون جامد خالص برابر ۱۷/۴ گرم باشد، نسبت شمار پیوندهای کربن - هیدروژن به کربن - کربن در اسید چرب مربوط به صابون کدام است؟

( $C=12, H=1, O=16, Na=23: g.mol^{-1}$ )

$\frac{31}{16}$  (۴)

$\frac{31}{15}$  (۳)

$\frac{33}{16}$  (۲)

$\frac{33}{17}$  (۱)

۱۳۲- در ساختار یک صابون مایع که فاقد عنصر فلزی است، ۳۳ اتم هیدروژن وجود دارد. اگر در این صابون یک پیوند دوگانه کربن - کربن وجود داشته باشد و سایر پیوندهای کربن - کربن از نوع یگانه باشد، جرم مولی اسید چرب سازنده صابون چند گرم است؟

( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )

۲۴۲ (۴)

۲۸۲ (۳)

۲۵۴ (۲)

۲۷۰ (۱)

۱۳۳- کدام عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری وبا، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

(ب) شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد که انسان‌ها حداقل چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.

(پ) امروزه امید به زندگی برای بیش‌تر مردم دنیا بین ۶۰ تا ۷۰ سال است.

(ت) با گذشت زمان امید به زندگی در سطح جهان افزایش یافته است.

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «آ» و «ت»

(۱) «آ» و «پ»

۱۳۴- چه تعداد از ماده‌های زیر در هگزان محلول هستند؟

«اتیلن گلیکول / نمک خوراکی / بنزین / اوره / روغن زیتون / وازلین»

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۳۵- با توجه به شکل‌های (۱) و (۲) کدام یک از مطالب پیشنهاد شده نادرست هستند؟



(۱)



(۲)

(۱) شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب فرمول‌های ساختاری اسید چرب و استر بلند زنجیر را نشان می‌دهند.

(۲) شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۲)، سه برابر شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۱) است.

(۳) شمار پیوندهای دوگانه‌ی کربن - اکسیژن مولکول شکل (۲)، سه برابر شمار همین پیوند در مولکول شکل (۱) است.

(۴) نیروی بین مولکولی غالب در دو مولکول از یک نوع است.

تعیین محاسبات

تاریخ آزمون

جمعه ۰۵/۰۵/۱۴۰۳

# پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۳) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۶۰ دقیقه	تعداد سؤال: ۱۳۵

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی		تعداد سؤالات			عنوان	گروه
۷۰ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان (۱)	ریاضیات	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضی (۱)		
	۲۵	۲۱	۵	هندسه (۲)		
	۳۰	۲۶	۵	هندسه (۱)		
	۳۵	۳۱	۵	آمار و احتمال		
	۴۵	۳۶	۱۰	حسابان (۲)		
۵۰ دقیقه	۵۵	۴۶	۱۰	هندسه (۳)	فیزیک	۲
	۷۰	۵۶	۱۵	فیزیک (۲)		
	۸۵	۷۱	۱۵	فیزیک (۱)		
	۹۵	۸۶	۱۰	فیزیک (۳)	شیمی	۳
	۱۱۰	۹۶	۱۵	شیمی (۲)		

فاصله نقطه  $A(2, 1)$  از خط  $2x - y + 2 = 0$  برابر است با

طول ضلع مربع

$$d = \frac{|2(2) - 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = d^2 = \frac{25}{5}$$

$$A = \sqrt{(2)^2 + (\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2)^2 + (\sqrt{5})^2} - 2\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{9} + \sqrt{9} - 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow A = |2 + \sqrt{5}| + |2 - \sqrt{5}| = 2 + \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = 4$$

$$S_p = \frac{p}{r}(ra_1 + \delta d) = \frac{r_1 p}{r \delta} \Rightarrow \frac{ra_1 + \delta d}{ra_1 + \delta d} = \frac{p}{\delta}$$

$$\Rightarrow 1 \cdot a_1 + 2 \delta d = 1 \cdot a_1 + 2 \delta d \Rightarrow d = ra_1$$

$$\Rightarrow \frac{a_p}{a_\delta} = \frac{a_1 + \delta d}{a_1 + \delta d} = \frac{d = ra_1}{ra_1} = \frac{11}{9}$$

ریشه معادله را در خود معادله صدق می دهیم:

$$(r)^2 - (r)^2 - (r) - m = 0 \Rightarrow m = 27 - 9 - 3 = 15$$

حال برای محاسبه ریشه های دیگر، عبارت را بر  $x - 3$  تقسیم می کنیم:

$$\begin{array}{r|l} x^2 - x^2 - x - 15 & x - 3 \\ -x^2 + 3x^2 & \\ \hline 2x^2 - x - 15 & \\ -2x^2 + 6x & \\ \hline 5x - 15 & \\ -5x + 15 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

برای یافتن ریشه های دیگر، معادله  $x^2 + 2x + 5 = 0$  را حل می کنیم که این معادله به دلیل دلتای منفی، ریشه حقیقی ندارد.

با فرض  $x^2 + x = u$  معادله  $f(x) = 0$  را حل می کنیم:

$$x^2 + x = u \Rightarrow u^2 - 18u + 72 = 0 \Rightarrow (u - 6)(u - 12) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = 6 \Rightarrow x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -1 \\ u = 12 \Rightarrow x^2 + x = 12 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

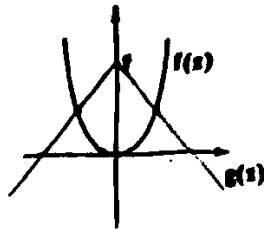
پس مجموع ریشه ها ۲- است. ضمناً توجه داشته باشید که دو معادله فوق ریشه مشترک ندارند.

$$\frac{1}{n} < -\frac{1}{r} \leq \frac{n-1}{n} \Rightarrow \frac{n-1}{n} > -\frac{1}{r} \Rightarrow n-1 > -\frac{n}{r} \Rightarrow n < r$$

$$(1) \Rightarrow -\frac{n}{r} > -1 \Rightarrow \frac{x(-r)}{r} > n < r$$

$$(2) \Rightarrow \dots \Rightarrow \dots \Rightarrow \dots \Rightarrow \dots$$

$$x^2 + |x| - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 - |x|$$



بنابراین طریقی دو ریشه حقیقی است.

فاصله فاصله دو خط موازی  $ax + by + c_1 = 0$

$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

بعنا معادله خط  $d_1$  را به صورت زیر می نویسیم:

$$d_1: 22y = 9 - 10x \Rightarrow 10x + 22y - 9 = 0 \Rightarrow 5x + 11y - \frac{9}{2} = 0$$

بنابراین دو خط  $d_1$  و  $d_2$  با یکدیگر موازی اند و فاصله این دو خط موازی برابر قطر دایره است.

$$\text{قطر دایره} = \frac{|2 - (-\frac{9}{2})|}{\sqrt{5^2 + 11^2}} = \frac{17/2}{13} = \frac{17}{26} \Rightarrow \text{شعاع} = \frac{17}{52}$$

$$S = \pi r^2 = \pi \times (\frac{17}{52})^2 = \frac{\pi}{16}$$

فرض می کنیم که  $a = \sqrt{14 + \sqrt{x}}$  و  $b = \sqrt{14 - \sqrt{x}}$  باشد:

$$a + b = 2, a^2 + b^2 = 28$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab(a + b) \Rightarrow 4 = 28 + 2ab(2)$$

$$ab = \frac{4 - 28}{4} = -6 \Rightarrow \sqrt{(14 + \sqrt{x})(14 - \sqrt{x})} = -6$$

$$196 - x = 36 \Rightarrow x = 160 \Rightarrow (\frac{x}{160} + 2)^2 = 9$$

$$\Delta, x, 10 \Rightarrow x^2 = 50 \Rightarrow x = \pm 5\sqrt{2}$$

چون دنباله افزایشی است  $x = 5\sqrt{2}$  قابل قبول است. بنابراین قدرنسبت دنباله برابر  $\sqrt{2}$  است.

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow S_n = \frac{5((\sqrt{2})^n - 1)}{\sqrt{2} - 1} = 155(\sqrt{2} + 1)$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 7$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 1$$

$$\alpha' = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = \alpha'^2$$

$$\Rightarrow 7 + 2 = \alpha'^2 \Rightarrow \begin{cases} \alpha' = 3 \text{ ق ق} \\ \alpha' = -3 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\beta' = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta' = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \Rightarrow \beta' = \frac{7}{1} = 7$$

$$S' = \alpha' + \beta' = 7 + 7 = 14 \Rightarrow x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 14x + 1 = 0$$

1

$$t_n = an^r + bn - a \begin{cases} t_r = \delta \rightarrow \delta = a(r^r) + b(r) - a \\ t_r = -2r \rightarrow -2r = a(r^r) + b(r) - a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9a + 2b - a = \delta \Rightarrow 8a + 2b = \delta \\ \xrightarrow{x(-2)} -28a - 18b = -20 \quad (1) \\ 49a + 7b - a = -27 \Rightarrow 48a + 7b = -27 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)+(2)} -18b + 7b = -20 - 27 \Rightarrow -11b = -47 \Rightarrow b = 4$$

$$\xrightarrow{8a+2b=\delta} 8a + 2(4) = \delta \Rightarrow 8a = \delta - 8 \Rightarrow 8a = -16$$

$$\Rightarrow a = -2$$

$$t_r = a + b - a = b = 4$$

$$2x + 2, 6, x - 2, y, \dots$$

1

بنا به خاصیت دنباله‌های هندسی داریم:

$$6^r = (2x + 2)(x - 2) \Rightarrow 26 = 2x^2 - 4x + 2x - 4$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x - 4 = 0 \Rightarrow (2x)^2 - 2(2x) - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 8)(2x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \\ 2x = -4 \Rightarrow x = -2 \text{ (غرضی)} \end{cases}$$

به همین ترتیب داریم:

$$(x - 2)^2 = 6y \Rightarrow (4 - 2)^2 = 6y \Rightarrow 4 = 6y \Rightarrow y = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2

شماره شکل	1	2	3	...	n
کل مربع‌ها	1x2	2x2	2x4	...	n(n+1)
رنگی‌ها	0	1=1^2	4=2^2	...	(n-1)^2

بنابراین در شکل 10 ام داریم:

$$\frac{\text{رنگی}}{\text{کل}} = \frac{(10-1)^2}{10 \times 11} = \frac{81}{110}$$

1

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 22 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 128 \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 22 \\ a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d + a_1 + 7d = 128 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 6d = 22 \\ 4a_1 + 22d = 128 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}} 4a_1 + 22d - 4a_1 - 6d = 128 - 22$$

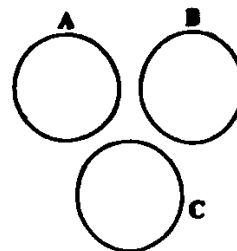
$$\Rightarrow 16d = 106 \Rightarrow d = \frac{106}{16} = \frac{53}{8}$$

$$\Rightarrow 4a_1 = 22 - 26 \Rightarrow a_1 = -1$$

1 بین هر دو عدد گویا (یا گنگ) متمایز، نامتناهی عدد گویا و

نامتناهی عدد گنگ وجود دارد.

2 سه مجموعه A, B, C دو به دو مجزا هستند زیرا:



$$\begin{cases} \text{مجزا } A, B \Rightarrow A \cap B = \emptyset \\ B - C = B \Rightarrow B \cap C = \emptyset \\ A \cap C = \emptyset \end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 18 \\ n(B \cup C) = n(B) + n(C) = 18 \times \frac{2}{3} = 12 \\ n(A \cup C) = n(A) + n(C) = 18 \times \frac{1}{3} = 6 \end{cases}$$

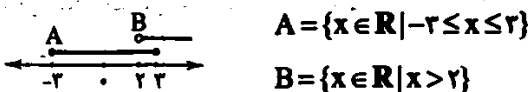
$$2n(A) + 2n(B) + 2n(C) = 18 + 12 + 6$$

$$\Rightarrow 2(n(A) + n(B) + n(C)) = 36 \Rightarrow n(A) + n(B) + n(C) = 18$$

$$\Rightarrow n(C) = 1 \begin{cases} n(A) + n(C) = 6 \Rightarrow n(A) = 5 \\ n(B) + n(C) = 12 \Rightarrow n(B) = 11 \end{cases}$$

پس اختلاف تعداد اعضای B و C برابر با 11-1=10 می‌باشد.

1



AUB شامل تمام اعضای A و اعضای B است. لذا:

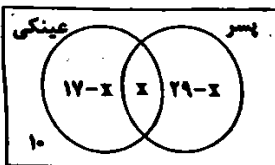
$$\begin{aligned} A \cup B &= [-2, +\infty) \\ C &= \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\} = (-\infty, 0) \end{aligned}$$

(AUB) ∩ C شامل تمام اعضای مشترک AUB و C است. بنابراین:

$$(A \cup B) \cap C = [-2, 0)$$

2

روش اول: اگر x تعداد پسرهای عینکی باشد، آن‌گاه:



$$10 + 17 - x + x + 29 - x = 50 \Rightarrow 56 - x = 50 \Rightarrow x = 6$$

$$n(S) = 50$$

$$\text{عینکی} = A \Rightarrow n(A) = 17$$

روش دوم:

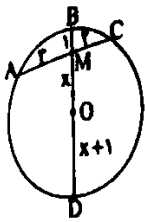
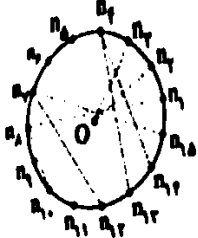
$$\text{پسر} = B \Rightarrow n(B) = 29$$

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(S) - n(A \cup B)$$

$$\Rightarrow 10 = 50 - n(A \cup B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 40 \Rightarrow n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 40$$





BO را امتداد می دهیم تا قطر BD به سمت آید و MO را برابر x در نظر می گیریم. حال داریم:

$$MA \times MC = MB \times MD$$

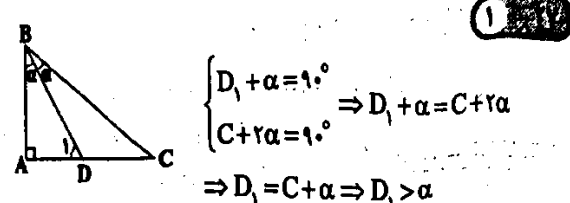
$$\Rightarrow 2 \times 2 = 1 \times (2x + 1) \Rightarrow 2x + 1 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow R = x + 1 = \frac{5}{2} = 2.5$$

برای این که سه پاره خط به طول های a, b و c ضلع های یک مثلث باشند باید مجموع هر دو تای آن ها از سومی بزرگ تر باشد.

$$\left. \begin{aligned} 4x + x + 8 &> 6x + 6 \Rightarrow x < 2 \\ 4x + 6x + 6 &> x + 8 \Rightarrow x > \frac{2}{9} \\ x + 8 + 6x + 6 &> 4x \Rightarrow x > \frac{-14}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2}{9} < x < 2$$

چون طول اضلاع اعداد طبیعی است پس فقط  $x=1$  می تواند باشد. در نتیجه طول اضلاع مثلث برابر ۹، ۱۲ و ۴ و محیط آن  $4+9+12=25$  است.



$$\begin{cases} D_1 + \alpha = 90^\circ \\ C + 2\alpha = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow D_1 + \alpha = C + 2\alpha \Rightarrow D_1 = C + \alpha \Rightarrow D_1 > \alpha$$

در مثلث ABD داریم:  $\hat{D}_1 > \hat{\alpha} \Rightarrow AB > AD$

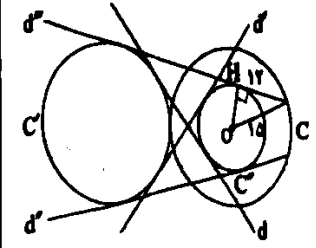
اگر مثلث، دارای زاویه منفرجه باشد، نقطه همرسی عمودمنصف های آن خارج مثلث قرار دارد. نقطه همرسی میانه ها و نیمسازهای داخلی هر مثلث همواره درون آن قرار دارد.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} BO \text{ نیمساز زاویه } B &\Rightarrow \hat{D}BO = \hat{C}BO \\ BC \parallel DE &\Rightarrow \hat{D}OB = \hat{C}BO \end{aligned} \right. \\ \Rightarrow \hat{D}BO = \hat{D}OB \Rightarrow DO = DB \quad (1) \\ \left\{ \begin{aligned} CO \text{ نیمساز زاویه } C &\Rightarrow \hat{E}CO = \hat{B}CO \\ BC \parallel DE &\Rightarrow \hat{E}OC = \hat{B}CO \end{aligned} \right. \\ \Rightarrow \hat{E}CO = \hat{E}OC \Rightarrow EO = EC \quad (2) \\ \text{بنابراین داریم:} \\ \text{محیط مثلث ADE} = AD + DO + OE + AE \\ = \underbrace{AD + DB}_{AB} + \underbrace{EC + AE}_{AC} = AB + AC = 16 + 24 = 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1, a_2, a_3 \text{ جمله های یک دنباله حسابی} &\Rightarrow a_2 = a_1 + d \\ a_3 = a_2 + (a_1 - 1)d &\Rightarrow (a_1 + 2d) = (a_1 + d)(a_1 + d) \\ \Rightarrow a_1^2 + 4a_1d + 4d^2 &= a_1^2 + 2a_1d + d^2 \\ \Rightarrow 16d^2 - 4d^2 = 2a_1d - 2a_1d &\Rightarrow 12d^2 = 2a_1d \\ \Rightarrow 6d = a_1 &\Rightarrow a_1 = \frac{6}{5}d \quad (*) \end{aligned}$$

حال فرض است دایره متناهی را می کشیم  
 $a_2$  و  $a_3$  هر جمله متناهی دایره متناهی اند پس  
 $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + d} \Rightarrow r = \frac{\frac{6}{5}d + 2d}{\frac{6}{5}d + d} = \frac{\frac{16}{5}d}{\frac{11}{5}d} = \frac{16}{11}$

OH در طرأ C طوق فنیه فیظفوس برابر ۹ است و خط مورد نظر طرأ C و طرأ C' به شعاع ۹ OH مماس است و چون دو دایره C و C' متضلع هستند ۹ مماس مشترک می تواند با این شرایط داشته باشند.



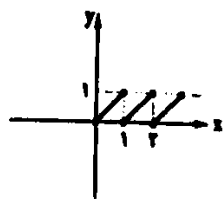
$$\begin{aligned} M &= \frac{BC - AC}{2} \Rightarrow \alpha = \widehat{BC} - \alpha \\ \Rightarrow \widehat{BC} &= 2\alpha \Rightarrow \widehat{BCA} = 9\alpha \end{aligned}$$

از آنجا که  $\widehat{BCA} = \frac{1}{5}$  محیط دایره است پس داریم:

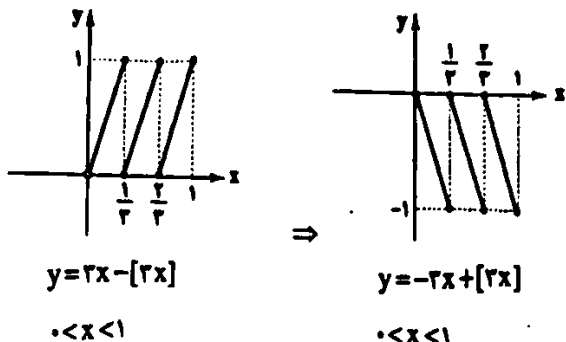
$$\begin{aligned} 6\alpha &= \frac{1}{5} \times 360^\circ \Rightarrow \alpha = 48^\circ \\ |R - R'| &= 2, d = \sqrt{5} \\ \sqrt{5} < 2 &\Rightarrow d < |R - R'| \Rightarrow \text{دو دایره متداخل هستند} \\ \text{با توجه به این که دایره به 15 قسمت مساوی تقسیم شده و هر} & \text{قسمت برابر } \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ \text{ است و داریم:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{زاویه محاطی: } \widehat{a_1 a_2 a_3} &= \frac{a_1 a_2 a_3}{2} = \frac{6 \times 24}{2} = 72^\circ \\ \text{زاویه محاطی: } \widehat{a_2 a_3 a_4} &= \frac{a_2 a_3 a_4}{2} = \frac{24}{2} = 12^\circ \\ \text{زاویه محاطی: } \widehat{a_3 a_4 a_5} &= \frac{a_3 a_4 a_5}{2} = \frac{2 \times 24}{2} = 24^\circ \\ \text{زاویه مرکزی: } \widehat{a_1 O a_2} &= a_1 a_2 = 24^\circ \\ \Rightarrow \text{عبارت حاصل} &= \frac{72^\circ - 12^\circ}{24^\circ - 24^\circ} = \frac{6^\circ}{12^\circ} = 5^\circ \end{aligned}$$

1 نمودار تابع  $f(x) = x - [x]$  به صورت زیر است



حال اگر نمودار  $y = ax - [ax]$  در بازه  $(0, 1)$  سه پارامتر داشته باشد و هم چنین زیر محور  $x$  ها باشد باید  $a = 2$  باشد فرایند رسم را ببینید:



$y = 2x - [2x]$

$0 < x < 1$

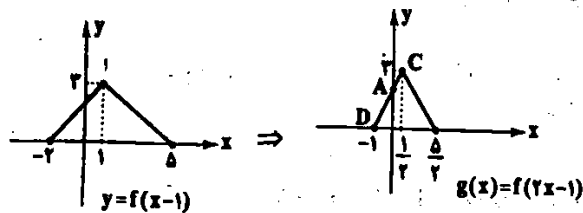
$y = -2x + [2x]$

$0 < x < 1$

پس  $a + a^2$  برابر ۱۲ می شود

2 مراحل رسم به صورت زیر است:

$f(x) \rightarrow f(x-1) \rightarrow f(2x-1)$



برای به دست آوردن مختصات نقطه  $A$  باید معادله  $DC$  را بنویسیم و آن را با محور عرض ها قطع دهیم.

$DC: y - 0 = \frac{2-0}{1-0}(x+1) \Rightarrow y = 2x + 2 - \frac{x}{2} \Rightarrow y = 2$

پس مختصات  $A$  به صورت  $A(0, 2)$  خواهد بود

$|AB| = \sqrt{(0+1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$

4 طول نقاط تابع  $f(\frac{x}{2})$  دو برابر طول نقاط تابع  $f(x)$  است.

اگر نقاط برخورد تابع  $y = f(\frac{x}{2})$  با محور  $x$  را  $a'$  و  $b'$  و  $c'$  در نظر بگیریم:

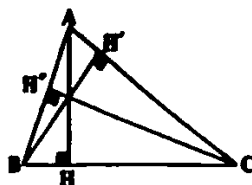
$\left. \begin{matrix} a' = 2a \\ b' = 2b \\ c' = 2c \end{matrix} \right\} \Rightarrow a' + b' + c' = 2(a+b+c) = 2 \times 2 = 4$

$f(x) = \sqrt[3]{|\cos x|} \xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{واحد انتقال افقی } \pi} \sqrt[3]{|\cos(x+\pi)|} = \sqrt[3]{|\cos x|}$

$\xrightarrow[\text{پایین}]{\text{واحد انتقال عمودی } 4} y = \sqrt[3]{|\cos x|} - 4$

$\sqrt[3]{|\cos x|} - 4 = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{|\cos x|} = 4$

2



$\hat{A} > \hat{B} \Rightarrow BC > AC$   
 $\hat{A} > \hat{C} \Rightarrow BC > AB$   
 BC بزرگ ترین ضلع است.

$AH \times BC = BH' \times AC \Rightarrow \frac{AH}{BH'} = \frac{AC}{BC}$

$AC < BC \Rightarrow AH < BH'$

به طور مشابه  $AH < CH'$  و در نتیجه  $AH$  کوچک ترین ارتفاع مثلث است. اما در مورد میانه  $AM$  نمی توان نظر داد و همواره  $BC < AB + AC$  است.

$x \subseteq A \cap B \Leftrightarrow x \subseteq A \wedge x \subseteq B$

2 می دانیم:

پس گزینه (2) صحیح است

عبارت  $\equiv ((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \Rightarrow p$

$\equiv \sim((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \vee p$

$\equiv (p \wedge \sim q) \vee q \vee p$

$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)$

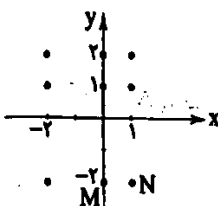
$\equiv (p \vee (p \vee q)) \wedge (\sim q \vee (p \vee q))$

$\equiv (p \vee q) \wedge T$

$\equiv p \vee q$

$A \times B = \{(0, 1), (0, 2), (0, -2), (1, 1), (1, 2), (1, -2), (-2, 1), (-2, 2), (-2, -2)\}$

$|MN| = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$   
 $= \sqrt{(1-0)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{1} = 1$



$2^{n-2} = 2^{n-6} + 48 \Rightarrow 2^{n-2} - 2^{n-6} = 48$

$\Rightarrow 2^{n-6} \times 2^2 - 2^{n-6} = 48 \Rightarrow 2^{n-6} (2^2 - 1) = 48$

$\Rightarrow 2^{n-6} = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow 2^{n-6} = 2^4 \Rightarrow n = 10$

2 می دانیم که:

$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$  قانون جذب

$(A \cap B) \cap (A' \cup B) = A \cap B, A \cup (A - B) = A$

$X = (A \cap B) \cap A = A \cap B$

در روی مختصات رأس در تابع  $y = 2f(\frac{x}{2})$  مختصات رأس تابع  $y = f(x)$

سهی مختصات رأس تابع  $y = -2f(2-x) + 1$  را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$S_{-2}^1 \in 2f(\frac{x}{2}) \Rightarrow S_{-\frac{2}{2}}^{\frac{1}{2}} \in f(x)$$

$$\Rightarrow S_{-\frac{1-2}{-1}}^{\frac{1-2}{2}} = \frac{2}{2} \in -2f(2-x) + 1$$

ابتدا نمودار  $f$  نسبت به محور  $x$ ها قرینه شده است و سهی 6 واحد به بالا انتقال یافته است.

عناصر قطر اصلی دو ماتریس را تشکیل داده و با هم جمع می کنیم.

$$c_{11} = a_{11} + b_{11} = (1^2 - 1) + (1^2 + 1) = 2$$

$$c_{22} = a_{22} + b_{22} = (2^2 - 2) + (2^2 + 2) = 16$$

$$c_{33} = a_{33} + b_{33} = (3^2 - 3) + (3^2 + 3) = 54$$

$$\text{جمع درایه های قطر اصلی} = 54 + 16 + 2 = 72$$

از تساوی دو ماتریس نتیجه می گیریم:

$$a + b = 4, ab = 2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2(ab)(a+b) = 4^2 - 2(2)(4) = 16 - 16 = 0$$

$$= 64 - 24 = 40$$

یک ماتریس مربعی زمانی قطری است که درایه های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر باشد، پس:

$$\begin{cases} 2a - b = 0 \Rightarrow b = 2a \\ b - 2a - 2 = 0 \Rightarrow 2a - 2a = 2 \Rightarrow a = 2, b = 6 \end{cases}$$

بنابراین ماتریس  $A$  به صورت  $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  است.

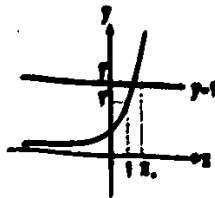
$$\Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 9$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a-1 & b \\ 2c & 2d^2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 = a-1 \Rightarrow a = 0 \\ b = -4 \\ 1 = 2c \Rightarrow c = \frac{1}{2} \\ 2d^2 = -2 \Rightarrow d = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+d}{b+c} = \frac{0-1}{-4+\frac{1}{2}} = \frac{-1}{-\frac{7}{2}} = \frac{2}{7}$$

نمودار دو تابع  $g(x) = 2^x$  و  $h(x) = 4$  را ببینید.



ملاحظه می کنید که دو تابع در نقطه  $x > 1$  متقاطع اند.

$$| \cos x | = 2 \Rightarrow | \cos x | = x, x > 1 \Rightarrow \text{فاقد جواب حقیقی}$$

$$g(x) = f(x+2) + 1 = (x+2)^2 + x + 2 + 1 + 1 = x^2 + 6x + 8$$

$$(f+g)(x) \geq x^2 \Rightarrow x^2 + 6x + 8 + x^2 + x + 1 \geq x^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 7x + 9 \geq 0 \Rightarrow (x+2)^2 \geq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$f(2) = 2$$

$$x+1=2 \Rightarrow x=2$$

$$g(2) = 2 - 2f(2) = 2 - 2 \times 2 = -2$$

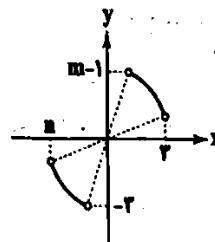
$$\Rightarrow (2, -2) \in g \Rightarrow B(2, -2)$$

$$\begin{cases} a+b=2 \\ a-b=-2 \end{cases} \xrightarrow{+} 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

برد تابع  $g(x)$  از  $\frac{2}{3}$  برابر شدن برد  $f(x)$  به دست آمده است پس:

$$\frac{k}{k+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3k = 2k + 2 \Rightarrow k = 2$$

برای رسم تابع  $f(x)$ ، نمودار  $f(x) + 1$  را یک واحد به سمت پایین منتقل می کنیم.



نمودار تابع  $f(-x)$  قرینه تابع  $f(x)$  نسبت به مبدأ مختصات است.

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m-1 = +2 \Rightarrow m = 3 \\ n = -2 \end{cases} \Rightarrow m+n = 1$$

ابتدا ضابطه سهمی مربوط به تابع  $y = 2f(\frac{x}{2})$  را می نویسیم:

$$y = a(x+1)(x-2) \xrightarrow{(0, -2)} -2 = a(1)(-2) \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow y = (x+1)(x-2) = x^2 - 2x - 2$$

مختصات رأس سهمی به صورت زیر است:

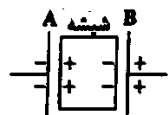
$$\begin{cases} x_S = 1 \\ y_S = f(1) = -4 \end{cases}$$

درایه‌های واقع در ستون سوم ماتریس  $X$  برابر  $\begin{bmatrix} -\frac{7}{2} \\ -\frac{11}{2} \\ -5 \end{bmatrix}$  است

$$-\frac{7}{2}x - \frac{11}{2}x(-5) = -\frac{385}{2} = -192.5$$

البته برای صرفه در زمان می‌توانید فقط ستون سوم را حساب کنید.

چون در ابتدا ورقه‌های الکتروسکوپ، باز هستند الزاماً الکتروسکوپ، باردار است که بار ورقه‌ها و کلاهک الکتروسکوپ و صفحه  $B$  همنام و بار صفحه  $A$  با آن‌ها غیرهمنام است که در شکل زیر بار صفحه  $B$  را مثبت و بار صفحه  $A$  را منفی فرض کرده‌ایم. هنگامی که قطعه شیشه‌ای وارد فضای بین دو صفحه  $A$  و  $B$  می‌شود، روی آن بار الکتریکی القا می‌شود و قسمتی که طرف صفحه  $B$  است، به طور نسبی دارای بار منفی و سمت صفحه  $A$  دارای بار مثبت می‌شود که بارهای منفی سمت صفحه  $B$  باعث جذب بار بیشتری روی صفحه  $B$  می‌شوند، لذا از بار ورقه‌های الکتروسکوپ کاسته می‌شود و زاویه بین آن‌ها کاهش می‌یابد.



نوع نیروی بین کره‌ها ابتدا جاذبه بوده، یعنی بارها ناهمنام بوده‌اند ( $q_A$  مثبت، پس  $q_B$  منفی بوده است). و بعد از تماس، نوع نیروی بین کره‌ها دافعه است، پس بار کره‌ها همنام شده است.

**بررسی گزینه‌ها:**

- چون بار کره  $A$  مثبت است با تماس با کره  $B$  که بار منفی دارد، مقداری از بارش خنثی می‌شود. (✓)
- چون کره  $B$  بار منفی و کره  $A$  بار مثبت دارد، پس الکترون‌ها از کره  $B$  به کره  $A$  می‌روند. (✓)
- چون پس از تماس کره‌ها، مقداری از بار کره‌ها خنثی می‌شود و بار نهایی کره‌ها عددی کوچک‌تر از حالت اولیه است، بنابراین اندازه نیروی بین آن‌ها ممکن است کاهش یابد. (\*)
- طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مجموع بار کره‌ها همواره مقداری ثابت است. (✓)

ابتدا قانون کولن را در حالت اول می‌نویسیم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad |q_1|=|q_2|=q \rightarrow F = k \frac{q^2}{r^2}$$

دوباره قانون کولن را می‌نویسیم ولی این بار برای بارهای جدید:

$$F' = k \frac{|q'_1||q'_2|}{r^2} \quad |q'_1| = \frac{1}{2}q, |q'_2| = \frac{5}{4}q \rightarrow F' = k \frac{\frac{1}{2}q \times \frac{5}{4}q}{r^2} = \frac{5}{4}k \frac{q^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F' = \frac{5}{4}F = \frac{5}{4} \times 96 = 120 \text{ N}$$

$$F' - F = 120 - 96 = 24 \text{ N}$$

بنابراین:

چون  $A$  ماتریس اسکالر است پس تمامی درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابرند و سایر درایه‌ها صفر هستند. پس در این صورت:

$$\begin{cases} x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \\ x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases} \end{cases} \rightarrow x = -1, 0$$

$x = -1$  غیرقابل قبول است، چون درایه  $a_{11}$  به صورت  $\frac{1}{x+1}$  است و برای  $x = -1$  بی‌معنا می‌شود. پس  $x = 0$  قابل قبول است و ماتریس اسکالر  $A$  به صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{y}{-2} \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{y}{-2} = 1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow A = I$$

چون درایه  $a_{22}$  در ستون دوم قرار دارد و هم‌چنین:

$$a_{22} = (2)^2 - (2)^2 = 0$$

$$a_{12} \times a_{22} \times a_{22} \times \dots \times a_{22} = 0$$

پس:

$$B = [i+j]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1+2 \times 1 & 1+2 \times 2 \\ 2+2 \times 1 & 2+2 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$2C + A - 2B = I \Rightarrow 2C + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 8 & 12 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow 2C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & -11 \\ -8 & -11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{11}{2} \\ \frac{4}{2} & \frac{12}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها} = \frac{1}{3}(5+11+8+12) = \frac{36}{3} = 12$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow 2 \times 2 \times 5 \times 6 = 120$$

در این ماتریس درایه‌ها از رابطه  $a_{ij} = mi^2 - j^2$  محاسبه می‌شوند.

$$a_{22} = 2m \Rightarrow m(2)^2 - (2)^2 = 2m \Rightarrow m = 8 \Rightarrow a_{ij} = 8i^2 - j^2$$

$$a_{11} = 8 - 1 = 7, a_{12} = 8 - 4 = 4, a_{21} = 32 - 1 = 31, a_{22} = 32$$

$$a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} = 7 + 4 + 31 + 32 = 74$$

ماتریس  $B$  را تشکیل می‌دهیم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 \times 1 + 1 & 2 \times 1 + 2 & 2 \times 1 + 3 \\ 2 \times 2 + 1 & 2 \times 2 + 2 & 2 \times 2 + 3 \\ 2 \times 3 + 1 & 2 \times 3 + 2 & 2 \times 3 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

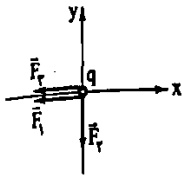
$$2X = -(A+B) = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -7 \\ -4 & -6 & -11 \\ -8 & -9 & -10 \end{bmatrix}$$

تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های

از آن جا که جسم خنثی است، تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های آن برابر است. بنابراین با توجه به رابطه  $q = ne$  داریم:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{64 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 4 \times 10^{12}$$

ابتدا جهت نیروهای وارد بر بار  $q$  را مشخص می‌کنیم:



با توجه به این که اندازه بارهای  $q_1$  و  $q_2$  و  $q_3$  یکسان است، داریم:

$$|F_1| = |F_2| = |F_3| = k \frac{|q_1||q|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 4 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-2}} = 120 \text{ N}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -F_1 \vec{i} - F_2 \vec{i} - F_3 \vec{j} \Rightarrow \vec{F}_T = -(F_1 + F_2) \vec{i} - F_3 \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T = -240 \vec{i} - 120 \vec{j} \text{ (N)}$$

دو بار ناهمنام‌اند و مقدار یکسانی دارند، پس تفاوتی نمی‌کند از کدام بار،  $\frac{1}{3}$  آن را برداریم.

$$q_1 = 6 \mu\text{C} \Rightarrow q'_1 = 6 - (\frac{1}{3} \times 6) = 4 \mu\text{C} \Rightarrow q'_2 = -6 + 2 = -4 \mu\text{C}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \times (\frac{r}{r'})^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{4 \times 4}{6 \times 6} \times (\frac{r}{\frac{1}{3}r})^2$$

$$= \frac{16}{36} \times 9 = 4 \Rightarrow F' = 4F$$

ابتدا نیروی  $F$  را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (I)$$

حال نیرویی که بارهای  $18q_1$  و  $-3q_1$  برهم وارد می‌کنند را محاسبه می‌کنیم:

$$F' = k \frac{|q'_1||q'_2|}{r'^2} = k \frac{|-3q_1| \times |18q_1|}{9r'^2} = +54 \frac{k|q_1||q_1|}{9r'^2}$$

$$= +6 \frac{k|q_1||q_1|}{r^2} \quad (II)$$

$$\frac{(I), (II)}{F} \Rightarrow \frac{F'}{F} = 6F$$

دو بار  $q_1$  و  $q_2$  یک‌دیگر را می‌ریابند، پس ناهمنام هستند. در نتیجه دو بار  $18q_1$  و  $-3q_1$  همنام هستند و یک‌دیگر را دفع می‌کنند.

از تعریف میدان الکتریکی داریم:

$$E = \frac{F}{|q|} \Rightarrow E = \frac{10/5 \times 10^{-5}}{2/5 \times 10^{-6}} = 3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

برای بار  $q'$  داریم:

$$F = E|q'| = 3 \times 7/5 \times 10^{-6} = 2/25 \times 10^{-5} \text{ N}$$

الف) الیزبک

ابتدا باید فاصله بارهای  $q_1$  و  $q_2$  و  $q_3$  تا بار  $q$  را به دست آوریم.

فاصله بار  $q_1$  تا بار  $q$  برابر با نصف وتر در مثلث قائم‌الزاویه  $(A)$  می‌باشد. (وضع رو به رو به زاویه  $30^\circ$  درجه نصف وتر است.)



حال در مثلث  $A$  با داشتن طول دو ضلع، اندازه طول ضلع دیگر را به دست می‌آوریم:

$$r^2 = r_1^2 + (r_{12})^2 \Rightarrow r_{12}^2 = 16 - 4 = 12$$

$$\Rightarrow r_{12} = r_{13} = 12 \text{ cm}$$

بنابراین طبق قانون کولن داریم:

$$F_{12} = F_{13} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}$$

$$\Rightarrow F_{12} = F_{13} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-2}} = 25 \text{ N}$$

بردارهای  $\vec{F}_{12}$  و  $\vec{F}_{13}$  هم جهت هستند  $\rightarrow F = F_{12} + F_{13} = 25 + 25 = 50 \text{ N}$

همچنین نیرویی که بار  $q_1$  به بار  $q$  وارد می‌کند، برابر است با:

$$F_{1q} = k \frac{|q_1||q|}{r_{1q}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-2}} = 90 \text{ N}$$

$$\vec{F}_1 = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2} = 90 \sqrt{2} \text{ N}$$

با توجه به رابطه  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$  داریم:

$$\vec{E} = \frac{6\vec{i} - 4\vec{j}}{-2} \Rightarrow \vec{E} = -3\vec{i} + 2\vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)$$

اندازه میدان الکتریکی یک ذره باردار از رابطه  $E = \frac{k|q|}{r^2}$

دست می‌آید بنابراین:

$$\frac{E_y}{E_x} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \quad E_x = 25 \frac{\text{N}}{\text{C}} \text{ و } E_y = 4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \rightarrow \frac{4}{25} = \left(\frac{r}{r+2}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{2}{5} = \frac{r}{r+2} \Rightarrow 2r+4 = 5r \Rightarrow r = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

دو صفحه با هم موازی هستند و در فاصله کم از یک‌دیگر قرار

گرفته‌اند پس هنگامی که دو صفحه با بار برابر و ناهمنام باردار شوند، میدان الکتریکی بین دو صفحه یکنواخت است و شدت میدان در بین دو صفحه (به دور از لبه‌ها) ثابت است.

میله پلاستیکی مالش داده‌شده با پارچه پشمی دارای بار

منفی و میله شیشه‌ای مالش داده‌شده با پارچه لبریشمی دارای بار مثبت است و می‌دانیم که بارهای غیرهمنام یک‌دیگر را جذب می‌کنند. از طرف دیگر با اندکی دقت متوجه می‌شویم که جهت چرخش میله شیشه‌ای به دلیل جذب شدن از لبه‌ها پلاستیکی به کدام سمت است.

حل مساحت سطح حوض را بر حسب  $cm^2$  می‌نویسیم:

$$20 \times 22 m^2 = 20 \times 22 m^2 \times \frac{10^{-2} cm^2}{1 m^2} = 44 \times 10^8 cm^2$$

حل با تقسیم آهنگ تغییر حجم بر مساحت، آهنگ تغییر ارتفاع را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{10^8}{44 \times 10^8} = \frac{1 cm}{44 s}$$

۲) کمیت‌هایی مانند نیرو، سرعت، سرعت متوسط، جبهه جایی و

شتاب، برداری هستند و کمیت‌هایی مانند جرم، طول، زمان، دما و تندی،

تردای هستند.

۴) هر یک از جمله‌های زیر را بر حسب میلی‌متر مربع می‌نویسیم:

$$2 cm^2 \times 10^2 + 6 \times 10^8 \mu m^2 \times (10^{-3})^2 + 8 \times 10^{-7} dm^2 \times (10^2)^2$$

$$= 400 + 6 + 80 = 486 mm^2$$

۱) برای انجام اندازه‌گیری‌های درست و قابل اطمینان به یکاهای

اندازه‌گیری‌ای نیاز داریم که تغییر نکنند و قابل بازتولید باشند.

۴) سال نوری برابر مسافتی است که نور در طی یک سال

می‌پیماید، پس:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \times \Delta t$$

$$\frac{\Delta x = ly}{ly = \text{سال نوری}} \rightarrow ly = 3 \times 10^8 \times 265 \times 24 \times 60 \times 60 \times m$$

$$\Rightarrow ly = ly \times \frac{3 \times 10^8 \times 265 \times 24 \times 60 \times 60 \times m}{ly} \times \frac{1 AU}{1.5 \times 10^{11} m}$$

$$= 63.072 AU$$

۳) با استفاده از روش تبدیل زنجیرهای داریم:

$$40 cm^2 = 40 cm^2 \times \left(\frac{10^{-2} m}{1 cm}\right)^2 \times \left(\frac{1 pm}{10^{-12} m}\right)^2$$

$$= 40 cm^2 \times \frac{10^{-2} m^2}{1 cm^2} \times \frac{1 pm^2}{10^{-24} m^2} = 4 \times 10^{21} pm^2$$

۳) دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد

از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند، بنابراین:

$$\frac{A \text{ دقت اندازه‌گیری ترازی A}}{B \text{ دقت اندازه‌گیری ترازی B}} = \frac{0.01}{0.001} = 10$$

۳) رقمی یا مدرج بودن ابزار، تأثیری در دقت اندازه‌گیری آن ندارد.

۲) ابتدا حجم کره را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{4}{3} \pi (r_{\text{داخلی}}^3 - r_{\text{خارجی}}^3) \Rightarrow V = 4 \times (512 - 216) = 1184 cm^3$$

اکنون با توجه به رابطه محاسبه چگالی برای محاسبه جرم می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{1184} \Rightarrow m = 5120 g = 5.12 kg$$

۲) با توجه به شکل زیر، برای معلق داشتن بار باید نیروی وزن آن

عکس شود. نیروی  $F_E$  که از طرف میدان به فرود می‌شود،  $mg$  را خنثی می‌کند.



$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow |q| = \frac{mg}{E}$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{0.006 \times 10}{2 \times 10^4} = 1.5 \times 10^{-7} = 1.5 \mu C$$

چون جهت نیروی وارد بر بار از طرف میدان، هم جهت با جهت میدان

الکتریکی است. بنابراین بار  $q$  مثبت است. بنابراین:

۲) چون  $q < 0$  است و جهت  $\vec{E}$

رو به پایین است، بنابراین جهت نیروی وارد شده

از طرف میدان الکتریکی به بادکنک در خلاف

جهت  $\vec{E}$  و در خلاف جهت نیروی وزن ( $m\vec{g}$ )

و در امتداد قائم رو به بالاست. هم چنین جهت

نیروی شناوری وارد از طرف هوا بر

بادکنک ( $\vec{F}_b$ ) هم رو به بالاست.

بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بادکنک برابر است با:

$$F_E = |q|E = 400 \times 10^{-9} \times 1000 = 0.4 N$$

بادکنک به صورت معلق قرار گرفته است، بنابراین بر ایند نیروهای وارد بر

بادکنک برابر صفر است:

$$F_E + F_b = mg \Rightarrow 0.4 + 0.22 = m \times 10$$

$$\Rightarrow m = 0.026 kg = 26 g$$

۱) به ترتیب از راست به چپ، یورنیل سیاره‌های را به عنوان مدل

اتمی پیشنهاد کرد و رادرفورد مدل هسته‌ای را ارائه نمود.

۴) تمام عبارتهای داده شده، صحیح هستند.

۲) از نیروی جاذبه و وزن، به دلیل این که اثر مهم و

تعیین کننده‌ای دارند در هیچ کدام از پرتاب‌های ذکر شده نمی‌توان صرف نظر کرد.

در پرتاب توپ بهمینتون، به دلیل وزن کم، وزش باد اثر مهم و تعیین کننده‌ای

روی آن ندارد و نمی‌توان از آن صرف نظر کرد. اما از اندازه و شکل توپ می‌توان

در هر دو پرتاب صرف نظر کرد.

۲) علت حرکت یخ در مسیر AB، نیروی وزن می‌باشد، بنابراین

گزینه‌های (۱) و (۲) نمی‌توانند صحیح باشند.

اگر نیروی اصطکاک نبود، یخ در پایان مسیر (نقطه C) متوقف نمی‌گردید،

بنابراین گزینه (۳) هم صحیح نیست.

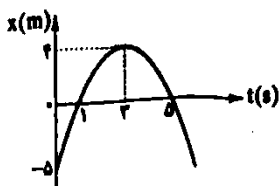
۲) ابتدا آهنگ خروج آب از شلنگ را بر حسب  $\frac{cm^3}{s}$  محاسبه

می‌کنیم:

$$6000 \frac{L}{min} \times \frac{1000 cm^3}{1 L} \times \frac{1 min}{60 s} = 10^8 \frac{cm^3}{s}$$

بنابراین نقطه  $M$  رأس سهمی مستند با توجه به این که طبق معادله ریشه‌های

معادله هم  $t=1$  و  $t=5$  هستند، با رسم نمودار ممکن - زمان داریم:



متحرک در بازه زمانی مورد نظر از مکان  $x=0$  تا مکان  $x=+4m$  رفته و بازگشته است بنابراین در این بازه زمانی مسافت  $8m$  را طی کرده است و داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{8}{5-1} = 2 \frac{m}{s}$$

متحرک از مکان  $x=4m$  شروع به حرکت کرده و در

مکان  $x=-4m$  حرکت آن به پایان رسیده است، پس جابه‌جایی آن برابر  $-8m$  است. برای محاسبه مسافت طی شده داریم:

$$l = 4 + 8 + 4 = 16m$$

بنابراین:

$$\frac{l}{|\Delta x|} = \frac{16}{8} = 2$$

مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$4 \times 4 = 16km$$

$$2 \cdot \frac{m}{s} = 10.8 \frac{km}{h}$$

$$l = s \Delta t \Rightarrow 216 = 10.8 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 2h = 120min$$

سرعت متوسط از رابطه  $\bar{v}_{av} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$  به دست می‌آید. بردار

مکان متحرک در لحظه  $t_1 + 8i$  و  $2$  ثانیه بعد  $(\Delta t = 2s)$  به صورت  $-4i$  است، بنابراین می‌توان نوشت:

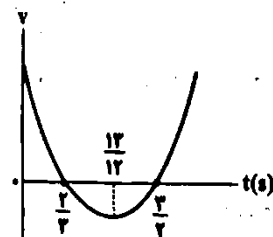
$$\bar{v}_{av} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\Delta t} = \frac{-4i - 8i}{2} = \frac{-12i}{2} = -6i \frac{m}{s}$$

می‌دانیم سرعت مثبت به معنی حرکت در جهت محور  $x$ ها و

سرعت منفی به معنی حرکت در خلاف جهت محور  $x$ ها است. با توجه به معادله سرعت - زمان که یک تابع درجه دو است (تابع سهمی) داریم:

$$v = 6t^2 - 12t + 6 = (2t-3)(2t-2)$$

بنابراین تنها گزینه (3) درست است.



حجم کل استوانه برابر است با:

$$V = \pi R^2 h \xrightarrow{h=2R} V = 2\pi R^3$$

حجم حفره برابر است با:

$$V' = \frac{1}{3} \pi R^2 = \frac{1}{3} \pi \times \frac{R^2}{A} = \frac{1}{9} \pi R^3$$

حجم استوانه با حفره برابر است با:

$$V'' = V - V' = 2\pi R^3 - \frac{1}{9} \pi R^3 = \frac{17}{9} \pi R^3$$

چگالی استوانه با حفره برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_0 V''}{V} = \frac{17 \pi R^3 \rho_0}{2\pi R^3} \Rightarrow \rho = \frac{17}{18} \rho_0$$

ابتدا حجم قسمت توپر را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{توپر}} = V - V_{\text{حفره}} = \frac{1}{3} \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \frac{1}{3} \pi (r^3 - r^3) = \frac{1}{3} \pi (27 - 8) = 2\pi (27 - 8) = 2\pi (19) = 38\pi \text{ cm}^3$$

از رابطه چگالی داریم:

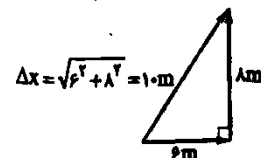
$$m = \rho V = 5 \times 38\pi = 200g$$

ابتدا جابه‌جایی در هر بازه زمانی و سپس جابه‌جایی کل را

محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 = 2 \times 2 = 4m \text{ به طرف شرق}$$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 = 1 \times 8 = 8m \text{ به طرف شمال}$$



برای محاسبه اختلاف اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط خواهیم داشت:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{10}{8+2} = 1 \frac{m}{s}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{6+8}{8+2} = 1.4 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow s_{av} - |v_{av}| = 1.4 - 1 = 0.4 \frac{m}{s}$$

تغییر جهت متحرک هنگامی رخ می‌دهد که سرعت متحرک

صفر شده و علامت سرعت عوض شود، در حالی که در نمودار صورت سؤال، شیب همواره مثبت است، بنابراین در بازه زمانی داده‌شده متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

می‌دانیم تندی متوسط از رابطه  $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$  قابل محاسبه

است. برای محاسبه مقدار مسافت طی شده (l) در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 5s$  در گام اول با استفاده از رأس سهمی، نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

$$t_{\text{رأس سهمی}} = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t_{\text{رأس سهمی}} = \frac{-6}{2(-1)} = 3s$$

$$x(t_{\text{رأس سهمی}}) = -(3)^2 + 6(3) - 5 \Rightarrow x(t_{\text{رأس سهمی}}) = 4m$$

۲) با توجه به این که نمودار سهمی است پس معادله مکان - زمان

ان یک تابع مرتبه دوم است.

از آن جایی که نمودار، در مبدأ زمان از  $x=0$  رسم شده است بنابراین صورت

کلی معادله به شکل  $x = At^2 + Bt$  است. با استفاده از داده‌های سؤال

خواهیم یافت:

$$x = At^2 + Bt \Rightarrow \begin{cases} t=2s; x=12m \rightarrow 12 = 4A + 2B \\ t=6s; x=12m \rightarrow 12 = 36A + 6B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2A + B = 6 \\ 6A + B = 2 \end{cases} \Rightarrow A = -1, B = 8$$

پس معادله مکان - زمان این متحرک به صورت  $x = -t^2 + 8t$  خواهد بود.

با توجه به نمودار سهمی می‌توان گفت که متحرک در لحظه  $t=2s$  تغییر

جهت داده است. متحرک در این لحظه در مکان  $x = -(2)^2 + 8(2) = 16m$

قرار دارد. پس متحرک از لحظه  $t=0$  تا لحظه  $t=2s$  در جهت محور

مثبت  $x$  حرکت کرده است. بنابراین متحرک در  $t=6s$  تا  $t=2s$  متر خلاف جهت محور

مثبت  $x$  حرکت کرده است. بنابراین متحرک در  $t=6s$  تا  $t=2s$  متر خلاف جهت محور

مثبت  $x$  حرکت کرده است. پس تندی متوسط متحرک در  $t=6s$  تا  $t=2s$  متر خلاف جهت محور

برابر است با:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \frac{m}{s}$$

۱) نمودار داده شده یک نمودار مکان - زمان است که محور

عمودی آن معرف مکان متحرک در زمان‌های متفاوت است. مسافت طی شده

در  $t=2s$  تا  $t=6s$  برابر با مجموع تمام مسافت‌های طی شده است. از طرفی

جابه‌جایی از رابطه  $\vec{d} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$  به دست می‌آید. بنابراین:

$$\text{مسافت} = l = 20 + 20 + 20 + 20 = 90m$$

$$\vec{d} = \vec{x}_{t=6s} - \vec{x}_{t=2s} = 0 - 20 = -20 \Rightarrow d = 20m$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{l}{d} = \frac{90}{20} = \frac{9}{2} = 4.5$$

۲) مسافت طی شده برابر محیط دو نیم‌دایره طی شده توسط

متحرک می‌باشد. بنابراین: محیط نیم‌دایره (۲) + محیط نیم‌دایره (۱)

$$\Rightarrow l = \frac{2\pi r_1}{2} + \frac{2\pi r_2}{2} = \pi \times 2 + \pi \times 2 = 2\pi (m)$$

جابه‌جایی یک متحرک، فاصله نقطه ابتدا و انتهای مسیر می‌باشد. با اتصال دو

نقطه A و B متوجه می‌شویم که جابه‌جایی برابر مجموع قطرهای دو نیم‌دایره

می‌باشد. بنابراین:

$$d = 2r_1 + 2r_2 = 2 \times 2 + 2 \times 2 = 10m$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{l}{d} = \frac{2\pi}{10} = 0.2\pi$$

۲) در دوره سوم جدول دورهای لفظ  $Si$  قدر به تشکیل یون

تک‌اتمی نبوده و در واکنش با دیگر اتم‌ها تنها الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۲) در دمای  $200K$  یا همان  $27^\circ C$ ، گازهای  $F_2$  و  $Cl_2$  با گاز

همپروژن واکنش می‌دهند.

۴) هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

۲) طلا با بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی، جان فضاوردان را در

برابر تغییر دمای شدید محافظت می‌کند. به همین علت در ساخت کلاه

فضاوردان از فلز طلا استفاده می‌شود.

۳) به جز عبارت نخست، سایر عبارتها درست هستند.

عنصر A همان سدیم ( $Na$ ) است و آرایش الکترونی اتم عنصر X

به  $2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$  ختم می‌شود. بنابراین عنصر X در گروه چهاردهم و دوره ششم

جدول جای دارد و همان سرب ( $Pb$ ) است.

• A و X با همان  $Na$  و  $Pb$  در گروه‌های ۱ و ۱۴ جدول دورهای جای دارند

و تفاوت شمار گروه‌های آن‌ها برابر با ۱۳ است.

• هر دو عنصر A و X فلز بوده و رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارند.

• تفاوت عدد اتمی  $Na$  و  $Pb$  برابر با  $82 - 11 = 71$  بوده و ۷۱ عدد

اتمی نخستین عنصر دسته d دوره ششم جدول است.

• عنصر هم‌گروه و بالایی سرب همان فلز قلع و عنصر هم‌دوره و بعدی سدیم

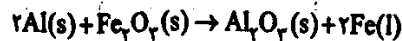
همان فلز منیزیم است. هر دو عنصر مورد نظر همانند سایر فلزها خاصیت

چکش‌خواری دارند.

۴) هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

یکی از واکنش‌هایی که در صنعت جوشکاری از آن استفاده می‌شود واکنش

ترمیم است:



از آهن مذاب تولید شده در واکنش ترمیم برای جوش دادن خطوط راه‌آهن

استفاده می‌شود.

۳) آهن (III) کلرید در آب محلول است و حالت

فیزیکی  $FeCl_3$  باید به صورت (aq) باشد.

۳) به جز مورد دوم، سایر موارد برای پر کردن عبارت مورد نظر،

مناسب هستند. در دوره سوم با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری فلزها کاهش

و واکنش‌پذیری نافلزها (تا هالوژن‌ها) افزایش می‌یابد.

۲) هر چه واکنش‌پذیری فلزی کم‌تر باشد، استخراج آن فلز

راحت‌تر است. در بین فلزهای داده شده، مس واکنش‌پذیری کم‌تری دارد.

۲) عبارتهای اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

• عنصرهای دسته d شامل ۴۰ عنصر بوده و به تقریب  $23/89\%$  عنصرهای

جدول دورهای را تشکیل می‌دهند:

$$\frac{40}{118} \times 100 = 23/89$$

• آرایش الکترونی اتم عنصرهای دسته d به زیرلایه s ختم می‌شود.



۱ از آن جا که نیمه عمر  $^{99}Tc$  کم است و نسی توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد. بسته به نیاز، آن را با یک مواد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند.

۲ اگر مقدار یک ایزوتوپ خاص در مخلوط ایزوتوپ‌های یک عنصر را افزایش دهند به این کار غنی‌سازی ایزوتوپی گفته می‌شود.

۲ عبارتهای لول و دوم درست هستند. توده‌های سرطانی باخته‌هایی هستند که رشد غیرعادی و سریع‌تری دارند. در این توده‌ها هم گلکز معمولی و هم گلکز نشان‌دار (حاوی اتم پروتوزا) تجمع می‌کنند.

۲

$$X = \frac{\text{جرم عنصر } X}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100 = \frac{2(2/5M)}{2(2/5M) + 2M} \times 100 = 70\%$$

۲ a و b و c به ترتیب رنگ‌های سبزه، زرد و سرخ هستند که مقایسه میان طول موج آن‌ها به صورت زیر است:

سبز > زرد > سرخ  
λ: (c) (b) (a)

۲

$$? \text{ atom H} = m \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{12 \text{ atom H}}{1 \text{ molecule } C_6H_{12}O_6}$$

$$= 6/02 \times 10^{23} \text{ molecule } C_6H_{12}O_6 \times \frac{12 \text{ atom H}}{1 \text{ molecule } C_6H_{12}O_6} = 0.72m \times 10^{23}$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$0.72m \times 10^{23} = 4m^2 \times 10^{21} \Rightarrow m = 10$$

۳ مطابق داده‌های سؤال برای فراوانی ایزوتوپ‌های اول تا آخر می‌توان نوشت (f فراوانی ایزوتوپ آخر است):

$$8f + 6f + 5f + f = 100 \Rightarrow f = 5$$

$$\bar{X} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1) + \frac{F_4}{100}(M_4 - M_1)$$

$$27/55 = m + \frac{6(5)}{100}(2) + \frac{5(5)}{100}(2) + \frac{5}{100}(4)$$

$$27/55 = m + 0.6 + 0.75 + 0.2 \Rightarrow m = 26$$

۲ به جز عبارت آخر، سایر عبارتهای درست هستند. جرم هر مول آب برابر ۱۸ گرم است.

۲

$$\text{ضخامت} \times \text{مساحت دایره} - [\text{ضخامت} \times \text{عرض} \times \text{طول}] = \text{حجم ورقه}$$

$$\text{حجم ورقه} = [58 \times 27/5 \times 4] - [\pi \times (\frac{20}{2})^2 \times 4] = 6000 \text{ mm}^3$$

$$= 6000 \times (10^{-1} \text{ cm})^3 = 6 \text{ cm}^3$$

$$? \text{ atom} = 6 \text{ cm}^3 \times \frac{6 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} \times \frac{1 \text{ mol}}{12 \text{ g}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol}}$$

$$= 78.06 \times 10^{23} \text{ atom}$$



$$\frac{15 \text{ mg } Fe_2O_3 \times \frac{P}{100}}{2 \times 160} = \frac{m \text{ g } C}{2 \times 12} = \frac{2/2 \times 10^3 \text{ g } Fe}{2 \times 56}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 6/75 \times 10^3 \text{ g} \\ P = 159/75 \end{cases}$$

وینج است که می‌توان از دو کسر لیل و بدون محاسبه مقدار m، درصد خلوص را به دست آورد.

۲ مطابق قانون پایستگی جرم، تفاوت جرم واکنش‌دهنده و مواد جدید همین ظرفه برابر با جرم گاز اکسیژن تولید شده است.

$$7 \text{ g } O_2 = 200 - 282 = 16 \text{ g } O_2$$

$$2KMnO_4 \rightarrow K_2MnO_4 + MnO_2 + O_2$$

$$\frac{200 \text{ g } KMnO_4 \times \frac{P}{100}}{2 \times 158} = \frac{16 \text{ g } O_2}{32} \Rightarrow P = 75/16$$

۲ از آن جا که در هر سمت هر کدام از واکنش‌های داده‌شده فقط در یک ماده گوگرد وجود دارد می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:

S - H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>

$$\frac{\text{جرم مولی گوگرد} \times \text{ضریب}}{100} \times \frac{P}{100} \times \frac{R_1}{100} \times \frac{R_2}{100} \times \frac{R_3}{100}$$

غلظت مولی × حجم سولفوریک اسید (L)  
ضریب سولفوریک اسید

$$x \text{ g S} \times (\frac{A^\circ}{100}) \times (\frac{A^\circ}{100}) \times (\frac{76}{100} \times \frac{A^\circ}{100}) \times (\frac{76}{100} \times \frac{76}{100} \times \frac{A^\circ}{100})$$

$$= \frac{2L \times 6M H_2SO_4}{1} \Rightarrow x = 2772 \text{ g S}$$

۲ سوخت سبز همان اتنول (C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH) است.

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2$$

$$\frac{625 \text{ kg } C_6H_{12}O_6 \times \frac{72}{100} \times \frac{R}{100}}{1 \times 180} = \frac{12 \text{ kg } C_2H_5OH}{2 \times 44}$$

$$\Rightarrow \%R = 74$$



با تبدیل Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> به Fe، اتمهای اکسیژن از آهن (III) اکسید خارج شده و جرم نمونه اولیه کاهش می‌یابد. به‌علاوه مصرف یک مول آهن (III) اکسید (160g Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)، ۲۰ مول اتم اکسیژن معادل ۶۴g از آن خارج شده و جرم نمونه به ۱۱۲g می‌رسد.

$$24 \text{ g} = \text{کاهش جرم } \frac{160 \text{ g } Fe_2O_3}{64 \text{ g}} \times \text{کاهش جرم } (40 - 22/8) \text{ g}$$

$$Fe_2O_3 \text{ درصد خلوص} = \frac{24 \text{ g}}{40 \text{ g}} \times 100 = 60\%$$

۱ رادیوایزوتوپ‌های A و B به ترتیب <sup>2</sup>H و <sup>1</sup>H هستند. شمار نوترون‌های <sup>1</sup>H و <sup>2</sup>H به ترتیب برابر با ۲ و ۱ است.

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

بنظر این مخلوط نهایی شامل  $^4\text{He}$ ،  $^3\text{He}$  و  $^2\text{He}$  است.

$$\% \text{He} = \frac{2}{(2+4+4)} \times 100 = 26.7\%$$

ظرفیت دو عدد  $2.307\%$  و  $7.619\%$  برابر با  $2.3218\%$  است.

دلیل این که لکه وصل به راحتی با آب بسته و در آن پخش

می‌شود این است که عمل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل دارند.

فرمول کلی صابون مورد نظر به صورت  $\text{C}_x\text{H}_y\text{COONH}_4$

است مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{\%C}{\%O} = 6 \Rightarrow \frac{(x+1) \times 12}{2 \times 16} = 6 \Rightarrow x = 15$$

فرمول صابون:  $\text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COONH}_4$

مطابق متن سؤال، دو پیوند دوگانه در ساختار صابون وجود دارد که یکی  $\text{C}=\text{O}$  و آن یکی  $\text{C}=\text{C}$  خواهد بود. در نتیجه شمار اتم‌های هیدروژن زنجیر کربنی برابر است با:

$$2(15) - 1 = 29$$

فرمول صابون:  $\text{C}_{15}\text{H}_{29}\text{COONH}_4$

$$\frac{\%H}{\%N} = \frac{(29+4) \times 1}{1 \times 14} = 2.25$$

فرمول شیمیایی اوره و اتمین گلیکول به ترتیب به

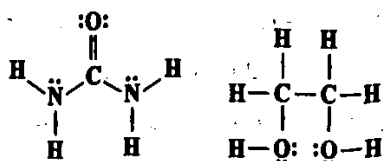
صورت  $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$  و  $\text{C}_2\text{H}_4(\text{OH})_2$  است.

• در هر دو ترکیب نسبت شمار اتم‌های C به O برابر با 1 است.

• هر دو ترکیب در هگزان نامحلول هستند.

• به دلیل وجود پیوندهای N-H و O-H در ساختار آن‌ها، هر دو ترکیب می‌توانند با مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

• در ساختار هر کدام از این دو ترکیب، 4 جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد:



فرمول روغن زیتون به صورت  $\text{C}_a\text{H}_b\text{O}_c$  است. در

ساختار داده شده در سؤال به جز گروه‌های R، 6 اتم کربن، 6 اتم اکسیژن و 5 اتم هیدروژن وجود دارد. بنابراین در مجموع سه گروه R، 51 اتم کربن و 99 اتم هیدروژن وجود دارد.  $99 - 51 = 48$

$$\text{بنزین: } \text{C}_8\text{H}_{18} \Rightarrow a = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

$$\text{وازلین: } \text{C}_{25}\text{H}_{52} \Rightarrow b = \frac{52}{25}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{52}{25}} = \frac{9}{4} \times \frac{25}{52} = \frac{225}{208} = 1.08$$

در چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

$${}^{24}\text{A}^{2+} \begin{cases} p+n=24 \\ p-e=2 \Rightarrow p=12, e=10, n=12 \\ n-e=2 \end{cases}$$

$${}^{12}\text{X}^{2-} \begin{cases} p+n=12 \\ e-p=2 \Rightarrow p=5, e=7, n=7 \\ n-e=2 \end{cases}$$

مجموع اعداد اتمی دو عنصر A و X برابر است با:

$$12 + 24 = 36$$

از نخستین عنصر ساخت بشر ( ${}^{99}\text{Tc}$ ) برای تصویربرداری

فنا تیرئید استفاده می‌شود. زیرا یون پدید با یون حاوی  ${}^{99}\text{Tc}$ ، انرژی‌های مشابه دارد.

برای سادگی در محاسبات به جای مقدار عدد آووگادرو فقط از

نماد  $N_A$  استفاده می‌کنیم:

$$? \text{ atom} = 22 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{\Delta N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = N_A \text{ atom}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$1) 21 \text{ g CO} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{28 \text{ g CO}} \times \frac{2 N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol CO}} = 1.5 N_A \text{ atom}$$

$$2) 2/01 \times 10^{22} \text{ molecule H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule H}_2\text{O}} = \frac{2}{301} N_A \text{ atom}$$

$$3) \frac{2 N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 2 N_A \text{ atom}$$

$$4) 7/25 \text{ g CH}_3\text{COCH}_3 \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{COCH}_3}{58 \text{ g CH}_3\text{COCH}_3}$$

$$\times \frac{10 \cdot N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol CH}_3\text{COCH}_3} = 1.22 N_A \text{ atom}$$

$$5) 0.005 \text{ L C}_2\text{H}_2 \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L C}_2\text{H}_2} \times \frac{0.86 \text{ g C}_2\text{H}_2}{1 \text{ mL C}_2\text{H}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2}{26 \text{ g C}_2\text{H}_2}$$

$$\times \frac{2 \cdot N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2} = N_A \text{ atom}$$

فرض می‌کنیم جرم هر کدام از ایزوتوپ‌ها در مخلوط اولیه

برابر  $24 \text{ amu}$  است. در این صورت نمونه اولیه شامل 6 اتم  ${}^4\text{He}$  (پایدار)، 4

اتم  ${}^3\text{He}$  و 2 اتم  ${}^2\text{He}$  خواهد بود.

$$\% \text{He} = \frac{4}{(6+4+2)} \times 100 = 33.3\%$$

2 میلی‌ثانیه معادل 2 نیم‌عمر  ${}^3\text{He}$  و 2 نیم‌عمر  ${}^4\text{He}$  است.



$$\text{جرم مولی مولین} = \frac{171g}{.1mol} = 21g \cdot mol^{-1}$$

$$RCOONa: 21g \cdot mol^{-1} \Rightarrow R + 12 + 2(16) + 23 = 21$$

$$\Rightarrow R = 222g \cdot mol^{-1} \Rightarrow R: C_{16}H_{31}$$

$$\frac{21}{16} = \frac{\text{شمار پیوندهای کربن - هیدروژن}}{\text{شمار پیوندهای کربن - کربن}} \Rightarrow C_{16}H_{31}COOH: \text{اسید چرب}$$

۲) مطابق داده‌های سؤال فرمول مولین به

صورت  $RCOONH_4$  است که R دارای ۲۹ اتم هیدروژن خواهد بود.

با توجه به یک پیوند دوگانه  $C=C$  در R، فرمول آن را می‌توان به صورت  $C_nH_{2n-1}$  در نظر گرفت:

$$2n - 1 = 29 \Rightarrow n = 15$$

فرمول اسید چرب:  $C_{15}H_{29}COOH$

$$\text{جرم مولی اسید چرب} = 12(15+1) + (29+1) + 2(16) = 252g \cdot mol^{-1}$$

۲) عبارتهای «آ» و «ب» درست هستند.

پرسی عبارتهای «آ» و «ب» درست است.

ب) شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.

پ) امروزه امید به زندگی برای بیش‌تر مردم دنیا بین ۷۰ تا ۸۰ سال است.

۲) سه ماده بنزین، روغن زیتون و وازلین در هگزن محلول هستند.

۱) بررسی گزینه‌ها.

۱) شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب مدل فضاپرکن اسید چرب و استر بلند تجزیر را نشان می‌دهند.

۲) شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۲) برابر با ۶ و شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۱) برابر با ۲ است.

۳) در مولکول شکل (۱) یک پیوند  $C=O$  وجود دارد. در صورتی‌که مولکول شکل (۲) دارای ۲ پیوند  $C=O$  است.

۴) نیروی بین مولکولی غالب در دو مولکول از نوع وان‌دروالسی است.