



آزمون ۳ آذر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-امیرمحمد باقری نصرآبادی-مسعود برملا-شاهین پروازی-عادل حسینی-محمدرضا راسخ-یاسین سپهر حسین شفیع زاده-علی شهبازی-فرشاد صدیقی-فر-کامیار علییون-مهرداد کیوان-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-سوگند روشنی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جواد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-فرید غلامی-احمدرضا فلاح-هادی فولادی مریم مرسلی-مهرداد ملوندی
فیزیک	کامران ابراهیمی-عبدالرضا امینی نسب-امیرحسین برادران-پژمان بردبار-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمدجواد سورچی عطاله شادآباد-شیرازادی-پدرام قلعه شاخانی-مهدی کیوانلو-غلامرضا محبی-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم مصطفی وانقی-آرش یوسفی
شیمی	هدی بهاری پور-محمدرضا پورچاوید-مسعود جعفری-امیرحاتمیان-ایمان حسین نژاد-پیمان خواجوی مجد-حسن رحمتی کوکند فرزند رضایی-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی-امیرحسین طیبی-پارسا عیوض پور-علیرضا کیانی دوست-هادی مهدی زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسین شفیع زاده	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	امیرحسین برادران	امیرحاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی دانیال راستی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	علی رضایی سهیل تقی زاده مهدی بحر کاظمی	مهدی خالقی	مهدی خالقی	نیما امینی	امیررضا واشقانی ماهان زواری احسان پنجه شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

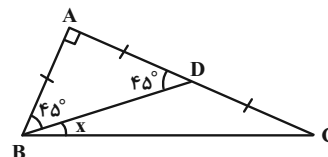


حسابان ۲

گزینه «۱» -۱

(یاسین سپهر)

مثلث ABD قائم الزاویه متساوی الساقین است. پس دو زاویه ABD و ADB هر دو برابر 45° هستند.



$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = 2$$

از طرفی $\tan \hat{B} = 2$ است؛ زیرا:

پس داریم:

$$\tan \hat{B} = \tan(x + 45^\circ) = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = 2 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{3}$$

(مسابان ۲- صفحه ۴۲)

گزینه «۳» -۲

(شاهین پروازی)

ابتدا $\tan 2x$ را می‌یابیم:

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2(\frac{1}{3})}{1 - (\frac{1}{3})^2} = \frac{4}{3}$$

حال $\tan y$ را می‌یابیم:

$$\tan(2x + y) = \frac{\tan 2x + \tan y}{1 - \tan 2x \tan y} = -2$$

$$\frac{\tan 2x = \frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{3} \tan y} = -2 \Rightarrow \tan y = 2$$

و در نهایت $\tan 2y$ را حساب می‌کنیم:

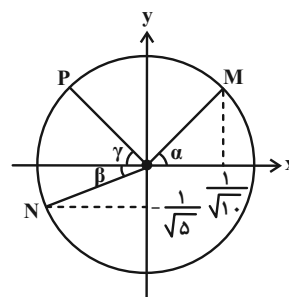
$$\tan 2y = \frac{2 \tan y}{1 - \tan^2 y} = \frac{4}{1 - 4} = -\frac{4}{3}$$

(مسابان ۲- صفحه ۴۲)

گزینه «۲» -۳

(کامیار علییون)

با توجه به شکل داریم:



$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

و طبق فرض سؤال $\alpha = \beta + \gamma$ یا $\gamma = \alpha - \beta$ است. عرض نقطه P برابر $\sin \gamma$ است:

$$y_P = \sin \gamma = \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow y_P = \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

گزینه «۱» -۴

(کاظم ایلانی)

ابتدا رابطه داده شده را باز می‌کنیم تا رابطه بین $\tan \beta$ و $\tan \alpha$ را پیدا کنیم:

$$3 \sin(\alpha + \beta) = 2 \sin(\alpha - \beta) \Rightarrow 3 \sin \alpha \cos \beta + 3 \sin \beta \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos \beta - 2 \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \cos \beta = -5 \sin \beta \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5 \sin \beta}{\cos \beta}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -5 \tan \beta \quad (*)$$

حال از اتحاد $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{20}{29} \Rightarrow 29 \tan \alpha = 10 + 10 \tan^2 \alpha$$

$$10 \tan^2 \alpha - 29 \tan \alpha + 10 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{2}{5} \xrightarrow{(*)} \tan \beta = -\frac{2}{25} \\ \tan \alpha = \frac{5}{2} \xrightarrow{(*)} \tan \beta = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

گزینه «۲» -۵

(عادل مسینی)

روش اول: می‌توانیم از خود گزینه‌ها استفاده کنیم. مثلاً اگر $\alpha = 90^\circ$ را جایگذاری کنیم، داریم:

$$A = \frac{\sqrt{2}}{4} + \sin 36^\circ \sin 90^\circ + \sin 18^\circ \cos 18^\circ$$

$$B = \cos 36^\circ \cos 90^\circ + \cos 18^\circ \sin 18^\circ - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

که از تساوی $A = B$ داریم:

$$\frac{\sqrt{2}}{4} + \sin 36^\circ \sin 90^\circ = \cos 36^\circ \cos 90^\circ - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 36^\circ \cos 90^\circ - \sin 36^\circ \sin 90^\circ = \cos(36^\circ + 90^\circ)$$

$$= \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

که تساوی را برقرار می‌کند.



روش دوم:

$$۱۸^\circ = \frac{\pi}{10} \text{ rad} \quad , \quad ۳۶^\circ = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2}}{4} + \sin \frac{\pi}{5} \sin \alpha + \sin \frac{\pi}{10} \cos 2\alpha \\ &= \cos \frac{\pi}{5} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{10} \sin 2\alpha - \frac{\sqrt{2}}{4} \\ & \Rightarrow \underbrace{\cos \frac{\pi}{5} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{5} \sin \alpha}_{\cos(\frac{\pi}{5} + \alpha)} + \underbrace{\cos \frac{\pi}{10} \sin 2\alpha - \sin \frac{\pi}{10} \cos 2\alpha}_{\sin(2\alpha - \frac{\pi}{10})} - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0 \\ & \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) + \sin(2(\frac{\pi}{5} + \alpha) - \frac{\pi}{5}) - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0 \\ & \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) - \cos 2(\frac{\pi}{5} + \alpha) - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0 \\ & \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) - 2 \cos^2(\frac{\pi}{5} + \alpha) + 1 - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0 \\ & \Rightarrow 2 \cos^2(\frac{\pi}{5} + \alpha) - \cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) + \frac{\sqrt{2}}{4} - 1 = 0 \end{aligned}$$

$\cos(\frac{\pi}{5} + \alpha)$ را متغیر جدید T در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} & 2T^2 - T + \frac{\sqrt{2}}{4} - 1 = 0 \\ & \Rightarrow T = \frac{1 \pm \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}}{4} = \frac{1 \pm (2\sqrt{2} - 1)}{4} = \frac{1 - \sqrt{2}}{4} \quad \text{یا} \quad \frac{\sqrt{2}}{4} \\ & \text{اما فقط } \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ برای ما آشناست و داریم:} \end{aligned}$$

$$\cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{4} = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{5} + \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{4} = k \times ۳۶^\circ + ۹^\circ \\ \text{یا} \\ \alpha = 2k\pi - \frac{9\pi}{4} = k \times ۳۶^\circ - ۸۱^\circ \end{cases}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲) (مسئله ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۶- گزینه «۴»

(معمرداد کیوان)

ابتدا ضابطه تابع را به صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$f(x) = 4 \left(\frac{1 - \cos 2(\frac{\pi x}{3})}{2} \right) = 2 - 2 \cos \frac{2\pi x}{3}$$

و سپس معادله $f(x) = ۱$ را حل می‌کنیم:

$$2 - 2 \cos \frac{2\pi x}{3} = 1 \Rightarrow \cos \frac{2\pi x}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi x}{3} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{6k \pm 1}{2} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های مثبت معادله عبارتند از: $\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \dots$

که دومین جواب مثبت طول نقطه A ، سومین جواب طول نقطه B و

چهارمین جواب طول نقطه C است.

$$\Rightarrow x_A = \frac{5}{2}, \quad x_B = \frac{7}{2}, \quad x_C = \frac{11}{2} \Rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{\frac{11}{2} - \frac{7}{2}}{\frac{7}{2} - \frac{5}{2}} = 2$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۷- گزینه «۲»

(مسیر شفیق زاده)

در ابتدا باید بگوییم که $\cos x \geq 0$ است، پس با توجه به محدوده تعیین

شده صورت سؤال، بازه $(0, \frac{\pi}{2}]$ مورد نظر ماست. حال طرفین تساوی را به

توان 2 می‌رسانیم:

$$\cos^2 x = \sin 2x + \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \cos^2 x = 2 \sin 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = 2 \sin 2x \Rightarrow \cos 2x = 2 \sin 2x$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \frac{1}{2}$$

x در بازه $(0, \frac{\pi}{2}]$ و به تبع آن $2x$ در بازه $(0, \pi]$ قرار می‌گیرد، و در

این بازه فقط یک کمان می‌توان یافت که تانژانت آن برابر $\frac{1}{2}$ باشد، در

نتیجه فقط یک مقدار برای x وجود دارد.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)



۸- گزینه «۴»

(مسیر شفیغ زاده)

معادله را ساده تر می نویسیم:

$$\sin(\pi - 4x) = \sin 4x$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \tan 2x$$

$$\Rightarrow \sin 4x + \tan 2x = 0$$

از اتحاد $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ استفاده می کنیم و داریم:

$$2 \sin 2x \cos 2x + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 0 \Rightarrow \sin 2x \left(\frac{2 \cos^2 2x + 1}{\cos 2x} \right) = 0$$

$$\xrightarrow{2 \cos^2 2x + 1 \neq 0} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب های بازه $(0, \frac{3\pi}{2})$ عبارتند از $\frac{\pi}{2}$ و π که مجموع آنها برابر

$$\cos \frac{\theta}{9} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \theta = \frac{3\pi}{2} \text{ است. پس داریم:}$$

(حسابان ۲- صفحه های ۳۵ تا ۴۴)

۹- گزینه «۳»

(مهرداد کیوان)

جواب معادله در خود معادله صدق می کند، پس $x = \frac{\pi}{6}$ را جای گذاری

می کنیم و باید تساوی برقرار باشد:

$$\tan\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{7\pi}{12}\right) \tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

 $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ هم برابر $-\cot \frac{\pi}{12} = -\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right)$ است که آن را بهصورت $-\frac{1}{\tan \frac{\pi}{12}}$ می نویسیم:

$$\Rightarrow -\frac{1}{\tan \frac{\pi}{12}} \tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\Rightarrow m - \frac{\pi}{6} = k\pi - \frac{\pi}{12} \Rightarrow m = k\pi + \frac{\pi}{12}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

حال اگر $k = -1$ را به دلخواه جای گذاری کنیم، $m = -\frac{11\pi}{12}$ به دست

می آید.

(حسابان ۲- صفحه های ۳۵ تا ۴۴)

۱۰- گزینه «۳»

(مسیر شفیغ زاده)

ابتدا معادله را ساده می کنیم:

$$1 - \sin^2 x + \sin nx \cos^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 x + \sin nx \cos^2 x = 0 \Rightarrow \cos^2 x (1 + \sin nx) = 0$$

$$\begin{cases} \cos^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin nx = -1 \Rightarrow nx = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4k-1}{2n}\pi \quad (2)$$

دسته جواب (۱) در بازه $(0, 2\pi)$ دو جواب $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ را دارد، پس بایددسته جواب (۲) نیز دو جواب متمایز از $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ داشته باشد، داریم:

$$0 < x = \frac{4k-1}{2n}\pi < 2\pi \Rightarrow 0 < \frac{4k-1}{2n} < 2 \Rightarrow \frac{1}{4} < k < n + \frac{1}{4}$$

در بازه داده شده، $k=1$ صدق می کند، پس باید $k=2$ نیز صدق کند ومقدار دیگری برای k نتوانیم پیدا کنیم. برای این منظور $n + \frac{1}{4}$ باید بیندو عدد صحیح ۲ و ۳ باشد، پس n باید برابر ۲ باشد.از طرفی اگر $n=3$ باشد، دسته جواب (۲) سه مقدار در بازه $(0, 2\pi)$ دارد که یکی از آنها $x = \frac{\pi}{2}$ (به ازای $k=1$) است، این یعنی به ازای $n=3$ نیز معادله ۴ جواب متمایز دارد.

(حسابان ۲- صفحه های ۳۵ تا ۴۴)



ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x = \frac{x^2}{4} - x + 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} - 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

اما فقط $x = 4 + 2\sqrt{3}$ در معادله صدق می‌کند. با در نظر گرفتن مقدارتقریبی $\sqrt{3} \approx 1/7$ ، مقدار تقریبی جواب $7/4$ است که در بازه $(5/7, 7/5)$ قرار می‌گیرد.

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱۲- گزینه «۴»

(مسعود برملا)

عدد موردنظر را x درنظر می‌گیریم و طبق سؤال باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$\frac{x^2}{2} > \frac{4}{x}$$

بدیهی است که به ازای تمام x ‌های منفی نامعادله بالا درست است؛ زیرا سمت چپ مثبت و سمت راست منفی است. حال محدوده قابل قبول در x ‌های مثبت را پیدا می‌کنیم:

$$x > 0 \Rightarrow x^3 > 8 \Rightarrow x > 2$$

پس مجموعه جواب‌های نامعادله $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ یا $\mathbb{R} - [0, 2]$ است.

$$\Rightarrow a = 0, b = 2 \Rightarrow b - a = 2$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۳- گزینه «۲»

(غرشاد صریقی‌فر)

ابتدا توجه کنید که اگر $|x| = x$ باشد، مخرج صفر می‌شود، پس $x < 0$ است. حال سراغ حل نامعادله می‌رویم:

$$\frac{(x-1)(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x-1)(x+1)(x^2+1)}{2x} \leq 0$$

$$= \frac{(x-1)^3(x+1)^2(x^2+x+1)(x^2+1)}{2x} \leq 0$$

عبارات $x^2 + x + 1$ و $x^2 + 1$ همواره مثبت هستند و تأثیری در تعیین علامت‌ها ندارند:

	-۱	۰	۱
$(x-1)^3$	-	-	-
$(x+1)^2$	+	+	+
$2x$	-	-	+
	+	+	-

بازه قابل قبول $\{0, 1\} \cup \{-1\}$ است که با توجه به شرط $x < 0$ ، جواب نامعادله $\{-1\}$ است.

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۱۴- گزینه «۴»

(مسین شفیعی‌زاده)

بین a ، b و ۱ براساس ویژگی‌های جملات متوالی دنباله حسابی رابطه $a = 2b - 1$ برقرار است.در این شرایط $b > \frac{1}{4}$ است؛ زیرا جملات دنباله مثبت هستند. حال معادله را

$$(2b-1)x^2 + bx + 1 = 0$$

به صورت روبه‌ور می‌نویسیم:

این معادله باید دو جواب داشته باشد، پس Δ ی آن مثبت است:

$$\Delta = b^2 - 4(2b-1) > 0 \Rightarrow b^2 - 8b + 4 > 0 \Rightarrow \begin{cases} b < 4 - 2\sqrt{3} \\ b > 4 + 2\sqrt{3} \end{cases}$$

با توجه به شرط $b > \frac{1}{4}$ محدوده قابل قبول برای b مجموعه

$$\left(\frac{1}{4}, 4 - 2\sqrt{3}\right) \cup (4 + 2\sqrt{3}, +\infty)$$

است. حال اگر α و β را

جواب‌های معادله ساخته‌شده در نظر بگیریم، مجموع معکوس‌های آن‌ها برابر

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} = \frac{-b}{2b-1} = -b$$

است با:

در نتیجه محدوده $-b$ مجموعه

$$\left(-\infty, -4 - 2\sqrt{3}\right) \cup \left(-4 + 2\sqrt{3}, -\frac{1}{4}\right)$$

گزینه‌ها فقط -8 است که در این مجموعه قرار می‌گیرد.

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)



۱۵- گزینه «۲»

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

قاعده مثلث هاشورخورده اختلاف صفرهای تابع و ارتفاع آن برابر ۴ است.

$$|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{16 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{12}}{|a|} = \frac{2\sqrt{3}}{|a|}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sqrt{3}}{|a|} \right) (4) = 8\sqrt{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

دهانه‌های سهمی رو به پایین است، پس $a = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ و در نتیجه $c = -2$.پس معادله سهمی داده شده $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}x^2 + 4x - 2$ است که مجموع

$$\text{صفرهای آن برابر } 8 = \frac{4}{-\frac{1}{\sqrt{3}}} \text{ است.}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۱۶- گزینه «۲»

(علی شهرابی)

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 8 = 0$ را حساب

$$\begin{cases} S = -\frac{b}{a} = 3 \\ P = \frac{c}{a} = -8 \end{cases} \quad \text{می‌کنیم؛}$$

 $x_1 = \alpha^2\beta$ و $x_2 = \alpha\beta^2$ ریشه‌های معادله بالا بودند، پس داریم:

$$x_1 x_2 = (\alpha^2\beta)(\alpha\beta^2) = (\alpha\beta)^3 = -8 \Rightarrow \alpha\beta = -2$$

$$x_1 + x_2 = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = 3 \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{3}{\alpha\beta} = \frac{3}{2}$$

با توجه به این که $\alpha + \beta = -\frac{3}{2}$ است، $3\alpha + 2\beta$ برابر است با:

$$3\alpha + 2\beta = \alpha + 2(\alpha + \beta) = \alpha - 3$$

پس ریشه‌های معادله، دو عدد $\alpha - 3$ و $\beta - 3$ هستند.

S و P معادله جدید را حساب می‌کنیم:

$$S_{\text{ج}} = (\alpha - 3) + (\beta - 3) = \alpha + \beta - 6 = -\frac{3}{2} - 6 = -\frac{15}{2}$$

$$P_{\text{ج}} = (\alpha - 3)(\beta - 3) = \alpha\beta - 3(\alpha + \beta) + 9$$

$$= -2 - 3\left(-\frac{3}{2}\right) + 9 = -2 + \frac{9}{2} + 9 = \frac{23}{2}$$

پس معادله جدید به صورت زیر است:

$$x^2 - S_{\text{ج}}x + P_{\text{ج}} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{15}{2}x + \frac{23}{2} = 0$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2x^2 + 15x + 23 = 0$$

در نهایت مطلوب سؤال برابر است با:

$$c - b = 23 - 15 = 8$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۷- گزینه «۱»

(مهمربضا راسخ)

روش زیبای حل این سؤال این است که فرض کنیم

$$a(x) = 4x^2 + 15x + 17 \quad \text{و} \quad b(x) = x^2 + 4x + 12$$

 $c(x) = x^2 + x + 1$ باشد، در این صورت معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{a(x)}{b(x)} = \frac{a(x) + c(x)}{b(x) + c(x)}$$

$$\Rightarrow a(x)b(x) + a(x)c(x) = a(x)b(x) + b(x)c(x)$$

$$\Rightarrow a(x)c(x) = b(x)c(x)$$

حال چون $c(x) \neq 0$ است، نتیجه می‌گیریم که $a(x) = b(x)$ است:

$$4x^2 + 15x + 17 = x^2 + 4x + 12 \Rightarrow 3x^2 + 11x + 5 = 0$$

این معادله دو جواب حقیقی دارد که مجموع آن‌ها برابر $-\frac{11}{3}$ است.

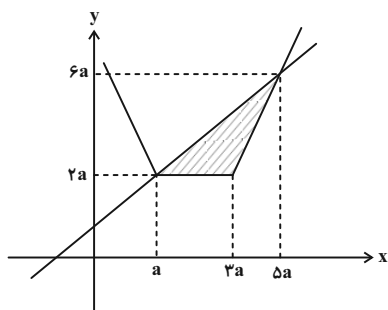
(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۸- گزینه «۲»

(مسیر شفیق زاده)

برای این که سطحی بین خط و نمودار تابع گلدانی ایجاد شود، لازم است که

a مثبت باشد. حال با این فرض شکل زیر را داریم:





پس مساحت مثلث هاشورخورده برابر ۳۶ است:

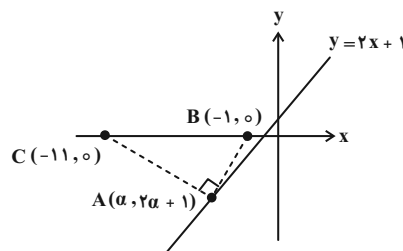
$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}(2a)(4a) = 4a^2 = 36 \Rightarrow a = 3$$

(مسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۱۹- گزینه «۲»

(جوابش نیکنام)

شکل زیر را در نظر می‌گیریم:



مطابق شکل شیب خطوط AB و AC قرینه و معکوس یکدیگرند:

$$m_{AB} = \frac{2\alpha + 1}{\alpha + 1}, \quad m_{AC} = \frac{2\alpha + 1}{\alpha + 11}$$

$$\frac{m_{AB} \cdot m_{AC} = -1}{\frac{(2\alpha + 1)^2}{(\alpha + 1)(\alpha + 11)} = -1}$$

$$\Rightarrow 4\alpha^2 + 4\alpha + 1 = -\alpha^2 - 12\alpha - 11$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2 + 16\alpha + 12 = (\alpha + 2)(5\alpha + 6) = 0 \Rightarrow \alpha = -2 \text{ یا } -\frac{6}{5}$$

در این صورت مختصات نقطه A به صورت $A(-2, -3)$ یا

$A(-\frac{6}{5}, -\frac{7}{5})$ خواهد بود که کمترین فاصله از مبدأ مختصات برابر

$$\sqrt{\left(-\frac{6}{5}\right)^2 + \left(-\frac{7}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{85}}{5} \text{ است.}$$

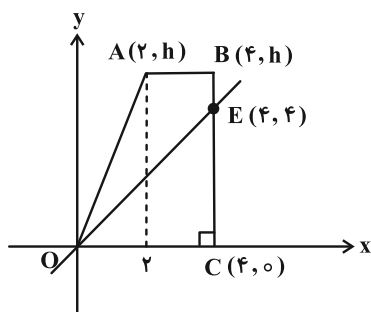
(مسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۲۰- گزینه «۴»

(لازم اجلائی)

ارتفاع دوزنقه را که مطلوب مسئله است، h در نظر می‌گیریم. در نتیجه

مختصات رأس‌های دوزنقه مطابق شکل زیر است:



همچنین محل برخورد خط $y = x$ با ضلع BC نقطه $E(4, 4)$ است.

حال باید مساحت مثلث OCE و چهارضلعی $OABE$ باید برابر باشند.

مساحت مثلث OCE برابر $\frac{4 \times 4}{2} = 8$ است، پس مساحت چهارضلعی

$OABE$ را نیز باید برابر ۸ قرار دهیم.

می‌توانیم چهارضلعی $OABE$ را متشکل از دو مثلث OAE و ABE

در نظر بگیریم و مجموع مساحت آن‌ها را برابر ۸ قرار دهیم، اما راه ساده‌تر

این است که مساحت چهارضلعی را مستقیم حساب کنیم:

$$S_{OABE} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 4 & h \\ 2 & h \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |8h - (2h + 16)| = \frac{|6h - 16|}{2}$$

$$\Rightarrow S_{OABE} = |3h - 8| = 8 \xrightarrow{h > 4} 3h - 8 = 8$$

$$\Rightarrow h = \frac{16}{3}$$

(مسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)



$$\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a \times a & b \times b & c \times c \\ a \times 1 & b \times 1 & c \times 1 \\ a \times \frac{1}{a} & b \times \frac{1}{b} & c \times \frac{1}{c} \end{vmatrix} = k$$

از مقادیر a ، b و c به ترتیب در ستون‌های اول، دوم و سوم فاکتور می‌گیریم.

$$\Rightarrow abc \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \end{vmatrix} = k$$

سپس مقدار abc را در سطر سوم ضرب می‌کنیم.

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{abc}{a} & \frac{abc}{b} & \frac{abc}{c} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \end{vmatrix} = k$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(سوکنر روشنی)

۲۴- گزینه «۴»

دترمینان را محاسبه کرده و برابر صفر قرار می‌دهیم؛ (نسبت به سطر دوم بسط می‌دهیم)

$$0 + 1(8-1) - x(2x+2+3) = 0$$

$$7 - 2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = -\frac{5}{2} \\ P = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{S}{P} = \frac{-\frac{5}{2}}{-\frac{7}{2}} = \frac{5}{7}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(مهردار ملونری)

۲۵- گزینه «۳»

تساوی داده شده را به صورت $BAC = -2I$ می‌نویسیم، در این صورت $|-2I| = |B||A||C|$. دترمینان ماتریس‌های B و C به صورت زیر هستند:

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۲»

(امد رضا فلاح)

فرض:

$$A^3 = 2I$$

$$A^3 + A = 2I + A \Rightarrow A(A^2 + I) = 2I + A$$

از طرفین دترمینان می‌گیریم:

$$|A| |A^2 + I| = |2I + A| \Rightarrow \frac{|2I + A|}{|A^2 + I|} = |A|$$

از طرفی داریم:

$$A^3 = 2I \xrightarrow{\text{دترمینان}} |A^3| = |2I| = 2^3 |I| = 8$$

$$\Rightarrow |A|^3 = 8 \Rightarrow |A| = 2$$

بنابراین جواب سؤال برابر ۲ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(مهردار ملونری)

۲۲- گزینه «۲»

ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = A^2 + A + I = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$|B| \xrightarrow{\text{ساروس}} \begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = (1+36+6) - (6+6+6) = 25$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(امیرحسین ابومضوب)

۲۳- گزینه «۱»

می‌دانیم اگر سطری (ستونی) از ماتریس در عدد حقیقی m ضرب شود، دترمینان ماتریس m برابر می‌شود، بنابراین داریم:



هیچ مقداری برای m وجود ندارد که $|AB| = 0$ باشد. (مورد الف): نادرست

$$|BA| \stackrel{\text{ساروس}}{=} (\Delta(m^2 + 1) + (2m + 1) + (2m + 1))$$

$$-((2m + 1)^2 + \Delta + (m^2 + 1)) = 0$$

به ازای تمام مقادیر حقیقی m رابطه $|BA| = 0$ برقرار است. (مورد ب): نادرست

مورد (پ) درست است، زیرا $|AB| \neq 0$ و $|BA| = 0$ و به ازای هیچ مقدار m ، رابطه $|AB| = |BA|$ برقرار نیست.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(امیررضا خلاح)

۲۸- گزینه «۱»

$$|I - AB| = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = -6 + 5 = -1$$

$$|I - AB| = |AA^{-1} - AB| = |A(A^{-1} - B)| = |A| |A^{-1} - B|$$

$$= |A^{-1} - B| |A|$$

$$= |(A^{-1} - B)A| = |A^{-1}A - BA| = |I - BA| = -1$$

$$|BA - I| = |-(I - BA)| = (-1)^2 |I - BA| = |I - BA| = -1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(امیرحسین ابومصوب)

۲۹- گزینه «۴»

ابتدا درمیان ماتریس A را با استفاده از بسط برحسب ستون دوم به دست می‌آوریم:

$$|A| = (-1) \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

با جایگذاری ماتریس B برحسب ماتریس A در رابطه داریم:

$$|A^3 B^2| = |A^3 \times (-2A)^2| = |A^3 \times 4A^2| = |4A^5|$$

$$= 4^3 \times |A^5| = 4^3 \times |A|^5 = 2^6 \times (-2)^5 = -2^{11}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(سوکنر روشنی)

۳۰- گزینه «۱»

$$|A + B| = \frac{1}{|(A + B)^{-1}|} = 6, \quad |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{3}$$

$$|I + BA^{-1}| = |AA^{-1} + BA^{-1}| = |(A + B)A^{-1}|$$

$$= |A + B| |A^{-1}| = 6 \times \frac{1}{3} = 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{حاصلضرب درایه‌های قطر اصلی}} 1 \times 1 \times 2 = 2$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{منفی حاصلضرب درایه‌های قطر فرعی}} -(-1) \times 1 \times 2 = 2$$

$$|-2I| = (-2)^3 |I| = -8$$

همچنین داریم:

در نتیجه:

$$|B| |A| |C| = |-2I| \Rightarrow |A| = \frac{-8}{2 \times 2} = -2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(سوکنر روشنی)

۲۶- گزینه «۲»

اگر از طرفین رابطه داده شده درمیان بگیریم، خواهیم داشت:

$$|A| |A| = \begin{vmatrix} |A| & 3 & 0 \\ 0 & -1 & |A| \\ 0 & 0 & -3|A| \end{vmatrix}$$

$$|A|^4 = |A| (3|A|) = 3|A|^3 \Rightarrow |A|^4 - 3|A|^3 = 0$$

$$\Rightarrow |A|^3 (|A| - 3) = 0$$

چون A وارون پذیر است، $|A| \neq 0$ و در نتیجه $|A|^3 = 3$ است.

$$|kA^2| = k^3 |A|^2 = 24 \Rightarrow k^3 = 8 \Rightarrow k = 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(مهرادر ملونری)

۲۷- گزینه «۳»

ماتریس B را نوشته و ماتریس‌های AB و BA را تشکیل می‌دهیم:

$$B = \begin{bmatrix} m & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} m^2 + 4 & -m - 2 \\ -m - 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad BA = \begin{bmatrix} m^2 + 1 & -1 & 2m + 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2m + 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |AB| = 3(m^2 + 4) - (m + 2)^2 = \underbrace{2m^2 - 4m + 8}_{(\Delta = -48)} \neq 0$$



ریاضیات گسسته

گزینه «۲» - ۳۱

(افشین فاضله‌فان)

اگر عضو دلخواهی از مجموعه A را با x نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$4x \equiv 17 \pmod{5} \Rightarrow 4x \equiv 12 \pmod{5} \xrightarrow{+4} x \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow x \in [3]_5$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

گزینه «۴» - ۳۲

(امیرمسین ابومحبوب)

ابتدا با محاسبه فاصله یازدهم تیرماه تا اول دی ماه، مشخص می‌کنیم اول دی ماه آن سال چه روزی از هفته است.

$$\begin{array}{ccccccc} 20 & + & 2 \times 31 & + & 3 \times 30 & + & 1 = 173 \\ \downarrow & & \text{مرداد و شهریور} & & \text{مهر تا آذر} & & \downarrow \\ \text{تیر} & & & & \text{دی} & & \end{array}$$

$$173 = 24 \times 7 + 5$$

بنابراین اول دی ماه پنج روز بعد از سه‌شنبه، یعنی یکشنبه است. در نتیجه اولین چهارشنبه دی ماه روز چهارم و سومین چهارشنبه، روز هجدهم دی ماه است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۴)

گزینه «۲» - ۳۳

(امیرمسین ابومحبوب)

معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ در صورتی در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است که $(a, m) \mid b$. بنابراین داریم:

$$(a, 90) \mid 24 \Rightarrow (a, 2 \times 3^2 \times 5) \mid 2^3 \times 3$$

در نتیجه a فاقد عامل ۵ است و حداکثر یک عامل ۳ دارد. همچنین a می‌تواند عامل ۲ داشته باشد یا فاقد آن باشد. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: شرط وجود جواب معادله آن است که $(a, 6) \mid 2$. در صورتی که a مضرب ۳ باشد، معادله جواب ندارد.

گزینه «۲»: شرط وجود جواب معادله آن است که $(a, 9) \mid 3$. با توجه به این‌که $9 = 3^2$ و a حداکثر یک عامل ۳ دارد، رابطه عاد کردن برقرار است و معادله در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد.

گزینه «۳»: شرط وجود جواب معادله آن است که $(a, 8) \mid 4$. اگر a مضرب ۸ باشد، معادله جواب ندارد.

گزینه «۴»: شرط وجود جواب معادله آن است که $(a, 15) \mid 5$. اگر a مضرب ۳ باشد، معادله جواب ندارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

گزینه «۲» - ۳۴

(غرزاد پیواری)

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$32x^2 - 19x + 1 \equiv 0 \pmod{32} \Rightarrow -19x + 1 \equiv 0 \pmod{32}$$

$$\Rightarrow 19x \equiv 1 \pmod{32} \Rightarrow 19x \equiv 3 \pmod{32} \Rightarrow 3x \equiv 1 \pmod{32} \xrightarrow{+3} x \equiv 3 \pmod{32}$$

$$\Rightarrow x = 32k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

می‌خواهیم x دو رقمی باشد، پس داریم:

$$10 \leq 32k + 3 < 100 \Rightarrow 7 \leq 32k < 97 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 1 \leq k \leq 12$$

پس ۱۲ مقدار برای k و در نتیجه ۱۲ عدد طبیعی دو رقمی x پیدا می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

گزینه «۳» - ۳۵

(امیررضا فلاح)

$$\left. \begin{array}{l} A \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow A \equiv -14 \pmod{11} \\ A \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow A \equiv -14 \pmod{11} \end{array} \right\} \Rightarrow A \equiv -14 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow baba \equiv -14 \pmod{11} \Rightarrow (a+10b) + 100(a+10b) \equiv -14 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{100 \equiv 1} 2(a+10b) \equiv -14 \pmod{11} \Rightarrow a+10b \equiv -7 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow ba \equiv -7 \pmod{11} \Rightarrow \begin{cases} b=9 \\ a=2 \end{cases} \Rightarrow a.b = 18$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۱» - ۳۶

(امیرمسین ابومحبوب)

فرض کنیم $d \mid (n^2 + 3n + 1, 8n + 5)$ باشد، در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d \mid n^2 + 3n + 1 \xrightarrow{\times 8} d \mid 8n^2 + 24n + 8 \\ d \mid 8n + 5 \xrightarrow{\times n} d \mid 8n^2 + 5n \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 19n + 8$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+3=4 & \text{غ ق ق} \\ 2a+3=13 \Rightarrow a=5 \end{cases}$$

$$5x \equiv 1 \pmod{10} \xrightarrow{+5} x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x = 3k+2$$

$$100 \leq 3k+2 \leq 999$$

$$98 \leq 3k \leq 997 \Rightarrow 33 \leq k \leq 332$$

$$k \text{ تعداد: } 332 - 33 + 1 = 300$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۳۹- گزینه «۳» (سوکلند روشنی)

عدد $n!$ به ازای $n \geq 4$ بر ۸ بخش پذیر است، پس اگر عبارت سمت چپ را باز کنیم خواهیم داشت:

$$0!+2!+4!+\dots \equiv 1+2+0+\dots \equiv 3$$

$$1402 \equiv 2 \pmod{8} \text{ از طرفی}$$

$$3x \equiv 2-8 \equiv -6 \xrightarrow{+3} x \equiv -2 \pmod{8}$$

$$\Rightarrow x = 8k-2 \xrightarrow{k=125} x = 998$$

$$\text{مجموع ارقام: } 9+9+8=26$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۴۰- گزینه «۳» (سوکلند روشنی)

$$(n+30, 2n-7) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid n+30 \xrightarrow{\times 2} d \mid 2n+60 \\ d \mid 2n-7 \longrightarrow d \mid 2n-7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \mid 67 \Rightarrow \begin{cases} d=1 & \text{غ ق ق} \\ d=67 \end{cases}$$

شرط وجود جواب این معادله هم‌نهشتی به صورت زیر است:

$$(n+30, 2n-7) \mid 2a+1 \Rightarrow 67 \mid 2a+1 \Rightarrow 2a+1 \equiv 0 \pmod{67}$$

$$\Rightarrow 2a \equiv -1+67=66 \Rightarrow a \equiv 33 \pmod{67} \Rightarrow a = 67k+33$$

$$100 \leq 67k+33 \leq 999$$

$$67 \leq 67k \leq 966$$

$$1 \leq k \leq 14$$

$$k \text{ تعداد} = 14$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

$$\left. \begin{aligned} d \mid 19n+8 &\xrightarrow{\times 8} d \mid 152n+64 \\ d \mid 8n+5 &\xrightarrow{\times 19} d \mid 152n+95 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 31 \xrightarrow{d \neq 1} d = 31$$

$$8n+5 \equiv 0 \pmod{31} \Rightarrow 8n \equiv -5 \equiv -5+31 \times 31$$

$$\Rightarrow 8n \equiv 88 \pmod{31} \xrightarrow{+8} n \equiv 11 \pmod{31} \Rightarrow n = 31k+11$$

به ازای $k=3$ ، کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی ممکن به دست می‌آید:

$$k=3 \Rightarrow n = 31 \times 3 + 11 = 104 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 5$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۷- گزینه «۴» (اسمدرضا فلاح)

می‌دانیم حاصل ضرب سه عدد صحیح متوالی، مضرب ۶ است، بنابراین داریم:

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = (x-1)x(x+1) = 6q \Rightarrow x^3 - x \equiv 0 \pmod{6}$$

$$x^3 + x + 2 \equiv 0 \pmod{6} \Rightarrow (x^3 - x) + (2x+2) \equiv 0 \pmod{6}$$

$$\Rightarrow 0+2x+2 \equiv 0 \pmod{6} \Rightarrow 2(x+1) \equiv 0 \pmod{6} \xrightarrow{+2} \xrightarrow{(2,6)=2}$$

$$x+1 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow x \equiv -1 \pmod{3} \Rightarrow x = 3k-1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x \text{ بزرگ‌ترین عدد دو رقمی} = 3(33)-1 = 98$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 9+8 = 17$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۸- گزینه «۲» (سوکلند روشنی)

اگر عددی بر ۹۹ بخش پذیر باشد بر ۹ و ۱۱ بخش پذیر است. در نتیجه:

$$8+a+b+6+a+a \equiv 0 \pmod{9}$$

$$2a+b \equiv 4 \pmod{9} \Rightarrow \begin{cases} 2a+b=4 \\ \text{یا} \\ 2a+b=13 \end{cases}$$

$$8b+aa \equiv a-a+6-b+8 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow b \equiv 14 \pmod{11} \Rightarrow b=3$$



آمار و احتمال

گزینه «۳» - ۴۱

(سوکنر روشنی)

در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به ازای $x=1$ ، هیچ y ای عضو اعداد طبیعی نمی‌توان یافت که در نامساوی صدق کند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

گزینه «۱» - ۴۲

(مریم مرسلی)

نقیض گزاره p نادرست است، پس گزاره p و در نتیجه گزاره $p \vee (q \wedge r)$ درست است. یک ترکیب دو شرطی تنها در صورتی درست است که دو گزاره سازنده آن دارای ارزش یکسان باشند، بنابراین گزاره $q \Rightarrow (\sim p \wedge r)$ باید درست باشد. از طرفی $\sim p$ و در نتیجه $\sim p \wedge r$ نادرست هستند، پس لزوماً q نیز باید نادرست باشد تا ترکیب شرطی به انتقای مقدم درست شود. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:

$$\sim (q \wedge r) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p) \equiv \underbrace{\sim (F \wedge r)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(r \Rightarrow T)}_T \equiv T$$

گزینه «۲»:

$$(p \Rightarrow r) \vee q \equiv \underbrace{(T \Rightarrow r)}_r \vee F \equiv r$$

گزینه «۳»:

$$(\sim r \Rightarrow q) \wedge p \equiv \underbrace{(\sim r \Rightarrow F)}_r \wedge T \equiv r$$

گزینه «۴»:

$$(r \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r) \equiv (r \Leftrightarrow T) \Leftrightarrow (F \Leftrightarrow r) \\ \equiv r \Leftrightarrow \sim r \equiv F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۴ تا ۱۲)

گزینه «۲» - ۴۳

(فرزانه شاکلباش)

حالت‌های ممکن برای این افراز عبارتند از:

(۱) یک زیرمجموعه ۴ عضوی و یک زیرمجموعه ۲ عضوی که تعداد اعضای

$$\binom{6}{2} = 15$$

این دسته برابر است با:

(۲) دو زیرمجموعه ۳ عضوی که تعداد اعضای این دسته برابر است با:

$$\binom{6}{3} = \frac{20}{2} = 10$$

(۳) سه زیرمجموعه ۲ عضوی که تعداد اعضای این دسته برابر است با:

$$\frac{\binom{6}{2}\binom{4}{2}}{3!} = \frac{15 \times 6}{6} = 15$$

بنابراین تعداد کل افرازاها برابر $15 + 10 + 15 = 40$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

گزینه «۱» - ۴۴

(امیرمسین ابومصوب)

با توجه به هم‌ارزی $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ و قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow p) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (\sim q \Rightarrow p) \\ \equiv (\sim p \vee q) \wedge [(\sim q \vee p) \wedge (q \vee p)] \\ \equiv (\sim p \vee q) \wedge \underbrace{[(\sim q \wedge q) \vee p]}_F \\ \equiv (\sim p \vee q) \wedge p \equiv \underbrace{(\sim p \wedge p)}_F \vee (q \wedge p) \\ \equiv p \wedge q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۴ تا ۱۳)

گزینه «۴» - ۴۵

(مریم مرسلی)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$M = (A \cap B) \cup [B' \cap (A \cap B)'] \\ = (A \cap B) \cup \underbrace{[B' \cap (A' \cup B)']}_{\text{قانون جذب}} \\ = (A \cap B) \cup (B')' = \underbrace{(A \cap B) \cup B}_{\text{قانون جذب}} = B \\ N = \underbrace{[A \cap (A \cup B)]}_{\text{قانون جذب}} - \underbrace{[A' \cup (A' \cap B)]}_{\text{قانون جذب}} \\ = A - A' = A \cap A = A \\ M - N = B - A$$

بنابراین همواره داریم:

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

گزینه «۴» - ۴۶

(امیرمسین ابومصوب)

می‌دانیم اگر $A \times B = B \times A$ و A و B دو مجموعه غیرتهی باشند، آن‌گاه $A = B$ است.

باتوجه به این‌که عدد ۱ در مجموعه B وجود دارد، حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

حالت اول: $a=1$ باشد. در این صورت داریم:

$$A=B \Rightarrow \{1, b, c, 2\} = \{3, b-1, 2c, 1\}$$

$$b=3 \Rightarrow \{1, 3, c, 2\} = \{3, 2, 2c, 1\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=4 \text{ یا } 5$$



$$n(A \cup B) = n(B) + \underbrace{n(A) - n(A \cap B)}_{n(A-B)}$$

$$\Rightarrow 7 = n(A-B) + 3 + n(A-B)$$

$$\Rightarrow 2n(A-B) = 4 \Rightarrow n(A-B) = 2$$

از طرفی $(A-B) \subseteq A$ ، پس مجموعه A حداقل ۲ عضو و در نتیجه

حداقل ۴ زیرمجموعه دارد. چون تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌ها است، پس

مجموعه A حداقل ۳ زیرمجموعه مانند C دارد به طوری که $C \not\subseteq B$.

دقت کنید که این دو عضو مجموعه A قطعاً به مجموعه B تعلق ندارند.

(چون اعضای مجموعه $A-B$ هستند.)

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۹- گزینه «۲» (هاری فولادی)

می‌دانیم اگر $A \subseteq B$ باشد، آن‌گاه $B' \subseteq A'$ ، پس داریم:

$$A' \subseteq B' \subseteq C' \Rightarrow (C')' \subseteq (B')' \subseteq (A')'$$

$$\Rightarrow C \subseteq B \subseteq A \Rightarrow \begin{cases} B \cup C = B \\ B \cap C = C \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq A \\ B' \subseteq C' \end{matrix} \right\} \Rightarrow (A \cap B') \subseteq (A \cap C') \Rightarrow (A-B) \subseteq (A-C)$$

پس عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$(A-B) \cap (A-C) = A-B$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۵۰- گزینه «۲» (فرید غلامی)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A \cup B) - (B - A') = \emptyset \Rightarrow (A \cup B) - (B \cap A) = \emptyset$$

$$\Rightarrow (A \cup B) \subseteq (A \cap B)$$

از طرفی $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$ ، بنابراین داریم:

$$A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B \Rightarrow \begin{cases} A - B = B - A = \emptyset \\ A \cap B = A = B \neq \emptyset \end{cases}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

توجه: به ازای ۳، $c=2$ ، دو مجموعه A و B مساوی نیستند.

حالت دوم: $b=1$ باشد. در این صورت داریم:

$$A = B \Rightarrow \{a, 1, c, 2\} = \{a+2, 0, 2c, 1\}$$

$$a=0 \Rightarrow \{0, 1, c, 2\} = \{2, 0, 2c, 1\} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=1 \text{ یا } 2$$

به ازای $c=0$ ، همان حالت $a=0$ به دست می‌آید که تکراری است.

$$\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow c=1 \text{ باشد. در این صورت یکی از دو حالت تکراری}$$

$$\text{یا } \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \text{ به دست می‌آید.}$$

بنابراین ۴ مقدار متفاوت برای $a+b+c$ وجود دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۷- گزینه «۳» (امیرمسین ابومصوب)

دو حالت متفاوت برای این زیرمجموعه‌ها وجود دارد.

اول، شامل عدد ۸ باشند. در این صورت حاصل ضرب اعضای چنین

مجموعه‌هایی قطعاً بر ۸ بخش پذیر است. با توجه به این که سایر اعداد طبیعی

یک رقمی می‌توانند در این زیرمجموعه‌ها باشند یا نباشند، تعداد این

زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$2^8 = 256$$

دوم، فاقد عدد ۸ باشند. در این صورت چنین زیرمجموعه‌ای حتماً باید شامل

عدد ۴ باشد و از میان دو عدد ۲ و ۶ نیز حداقل یکی را داشته باشد، یعنی

برای دو عدد ۲ و ۶، سه حالت متفاوت وجود دارد (یا هر دو در زیرمجموعه

هستند، یا فقط ۲ عضو زیرمجموعه است و یا فقط ۶ عضو زیرمجموعه است).

هر کدام از اعداد فرد نیز می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند، پس تعداد

این زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$3 \times 2^5 = 96$$

پس تعداد کل این زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$256 + 96 = 352$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۸- گزینه «۱» (امیرمسین ابومصوب)

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است، پس داریم:

$$\frac{2^{n(B)}}{2^{n(A-B)}} = 8 \Rightarrow 2^{n(B)-n(A-B)} = 2^3 \Rightarrow n(B) - n(A-B) = 3$$

$$\Rightarrow n(B) = n(A-B) + 3$$



آمار و احتمال

گزینه «۴» ۵۱

(افشین فاضله‌فان)

مجموع زوایا در نمودار دایره‌ای برابر 360° است، بنابراین:

$$\frac{9}{8}\alpha - 1^\circ + \frac{5}{4}\alpha + 5^\circ + \frac{7}{6}\alpha + 1^\circ + \frac{3}{2}\alpha - 8^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9}{8} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6} + \frac{3}{2}\right)\alpha - 3^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{121}{24}\alpha = 363^\circ \Rightarrow \alpha = 72^\circ$$

بنابراین زوایا مطابق جدول زیر خواهد بود:

کارشناسی‌ارشد	کارشناسی	کاردانی	دیپلم	مدرک
۱۰۰	۸۵	۹۵	۸۰	زاویه (درجه)

پس تعداد افراد دارای مدرک کارشناسی ارشد بیشتر از سایر گروه‌ها بوده و مد داده‌ها مربوط به این مدرک است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲ و ۸۸)

گزینه «۳» ۵۲

(مریم مرسلی)

ضریب تغییرات داده‌های y_1, y_2, \dots, y_m برابر صفر است، پس انحراف معیار این داده‌ها صفر است و در نتیجه این داده‌ها برابر یکدیگرند. از طرفی دامنه تغییرات داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر صفر است، پس این داده‌ها نیز همگی برابر یکدیگرند.

فرض کنید تمام x_i ها برابر a و تمام y_i ها برابر b باشند. در این صورت اگر داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، یکی از دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

$$1) \underbrace{a, a, \dots, a}_n, \underbrace{b, \dots, b}_m$$

$$2) \underbrace{b, b, \dots, b}_m, \underbrace{a, \dots, a}_n$$

چون $m > n$ ، مد داده‌ها در هر دو حالت برابر b است. اگر $m + n$ عددی فرد باشد، آنگاه داده وسط برابر میانه است که این داده قطعاً برابر b است. اگر $m + n$ عددی زوج باشد، میانه داده‌ها برابر میانگین دو داده وسط است که چون در این حالت تعداد داده‌های b حداقل ۲ واحد بیشتر از داده‌های a است، پس هر دو داده وسط و در نتیجه میانه برابر b است. بنابراین اختلاف مد و میانه همواره برابر صفر است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۸)

گزینه «۳» ۵۳

(سوگند روشنی)

$$\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{A}{80} \Rightarrow A = 10^\circ \Rightarrow x - 2 = 10^\circ \Rightarrow x = 12^\circ$$

$$2a + 15 + 10 + 3a = 80 \Rightarrow 5a = 55 \Rightarrow a = 11$$

$$\alpha = \frac{2a}{80} \times 360^\circ = \frac{22}{80} \times 360^\circ = 99^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۶ تا ۸۲)

گزینه «۱» ۵۴

(غرزاد جوادری)

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

ضریب تغییرات داده‌ها برابر است با:

می‌دانیم اگر به همه داده‌ها مقدار ثابتی اضافه شود به میانگین هم همان مقدار اضافه می‌شود اما انحراف معیار تغییر نمی‌کند. پس:

$$\sigma_{\text{جدید}} = \sigma_{\text{قدیم}} \quad \bar{x}_{\text{جدید}} = \bar{x} + 28$$

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3/2}{4} = 0/8$$

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3/2}{\bar{x} + 28} = \frac{3/2}{4 + 28} = \frac{3/2}{32} = 0/1$$

با مقایسه $CV_{\text{قدیم}}$ و $CV_{\text{جدید}}$ معلوم می‌شود که ضریب تغییرات

داده‌های جدید $\frac{1}{8}$ ضریب تغییرات داده‌های اولیه می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

گزینه «۲» ۵۵

(مهرزاد ملونری)

اگر فرض کنیم میانگین داده‌ها \bar{x} باشد، در این صورت عددی که بیشترین انحراف از \bar{x} را دارد، همان عددی است که با حذف آن، میانگین داده‌ها بیشترین تغییرات را دارد. این عدد یا \min داده‌ها یا \max داده‌هاست. با توجه به این که ۲۷ بزرگترین داده است، طبق فرض نتیجه می‌گیریم که ۱۵ کوچک‌ترین داده خواهد بود. از آنجا که $\frac{15+27}{2} = 21$ ، پس باید میانگین داده‌ها از ۲۱ بیشتر باشد تا با حذف عدد ۱۵، بیشترین تغییرات حاصل شود، یعنی:

$$\frac{15 + 20 + 23 + 27 + a}{5} > 21 \Rightarrow 85 + a > 105 \Rightarrow a > 20$$

از طرفی $a < 27$ و همچنین داده‌ها متمایز است، پس مقادیر صحیح قابل قبول برای a عبارتند از:

(پنج مقدار) ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۵، ۲۶

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶ و ۸۹ تا ۹۱)

گزینه «۴» ۵۶

(سوگند روشنی)

می‌دانیم اگر داده‌ها تشکیل دنباله حسابی بدهند:

$$\bar{x} = \frac{\text{داده آخر} + \text{داده اول}}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} \cdot d^2$$

واریانس



دقت کنید که میانگین ۳ داده ۱۰، ۱۳ و ۱۳، برابر ۱۲ است و با حذف این داده‌ها، میانگین کل داده‌ها تغییری نمی‌کند.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶ و ۹۳ تا ۹۶)

(مهردار ملونری)

گزینه «۲» - ۵۹

ابتدا میانگین محیط مربع‌ها را برابر ۲۶ واحد قرار می‌دهیم:

$$\frac{4 \times 3 + 4a + 4(a+2) + 4 \times 10}{4} = 26$$

$$\Rightarrow 3 + (2a+2) + 10 = 26 \Rightarrow a = \frac{11}{2}$$

میانگین مساحت‌ها برابر است با:

$$\frac{3^2 + (\frac{11}{2})^2 + (\frac{11}{2} + 2)^2 + 10^2}{4} = \frac{9 + \frac{121}{4} + \frac{225}{4} + 100}{4} = \frac{782}{16}$$

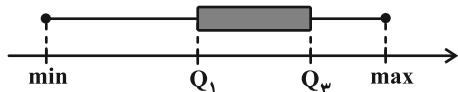
با توجه به $50 = \frac{800}{16}$ نتیجه می‌گیریم که میانگین مساحت مربع‌ها از ۵۰

واحد مربع، به اندازه $\frac{9}{16} = \frac{18}{32}$ ، کمتر است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

(غریزاد یواری)

گزینه «۳» - ۶۰



می‌دانیم منظور از دامنه میان چارکی همان اختلاف Q_3 از Q_1 است (یعنی طول جعبه مستطیلی) که آن را با IQR نشان می‌دهند.

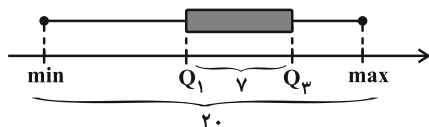
$$IQR = Q_3 - Q_1 = 7$$

همچنین می‌دانیم دامنه تغییرات داده‌ها، اختلاف max از min می‌باشد.

$$R = max - min = 20$$

یعنی:

پس شکل زیر را خواهیم داشت:



بنابراین مجموع طول دنباله‌های چپ و راست برابر است با: $20 - 7 = 13$

اگر طول دنباله سمت راست را x در نظر بگیریم، طول دنباله چپ، $3x$

می‌شود. پس:

$$3x + x = 13 \Rightarrow 4x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{4} = 3.25$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

$$4, 7, 10, \dots, 121 \Rightarrow n = \frac{121-4}{3} + 1 = 40$$

$$\sigma^2 = \frac{40^2 - 1}{12} \times 9 = 1199 / 25$$

$$\bar{x} = \frac{4+121}{2} = 62.5$$

$$\Rightarrow 1199 / 25 - 62.5 = 1136 / 25$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶ و ۹۳ تا ۹۵)

(سوکندر روشنی)

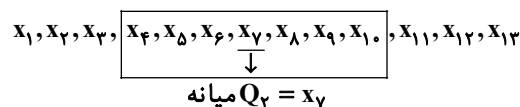
گزینه «۲» - ۵۷

در ۱۳ داده آماری، میانه، داده هفتم بوده و چارک‌های اول و سوم به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$Q_1 = \frac{x_3 + x_4}{2}$$

$$Q_3 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2}$$

در نتیجه نمودار جعبه‌ای به صورت زیر رسم می‌شود:



$$\bar{x} = \frac{3 \times \frac{7}{3} + 7 \times 5 + 3 \times 6}{13} = \frac{3 \times \frac{7}{3} + 7 \times 5 + 3 \times 6}{13}$$

$$\Rightarrow 13\bar{x} = 42 + 3\bar{x} \Rightarrow \bar{x} = 6$$

$$\Rightarrow 7\bar{x} = 42 \Rightarrow \bar{x} = 6$$

$$6 \times 13 = 78$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۱» - ۵۸

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2}{20} \Rightarrow (\sqrt{2})^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2}{20}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 160$$

$$\sum_{i=1}^{17} (x_i - \bar{x})^2$$

$$= 160 - [(13-12)^2 + (13-12)^2 + (10-12)^2] = 154$$

$$\Rightarrow \sigma_2^2 = \frac{154}{17} = 9.06$$



فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

نیروی که از طرف شخص به جعبه وارد می‌شود، به سمت غرب است و نیرویی که از طرف زمین به جعبه وارد می‌شود به سمت پایین است. بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون واکنش این دو نیرو از طرف جعبه به شخص در جهت شرق و از طرف جعبه به زمین به سمت بالا است.
(فیزیک ۳- صفحه ۳۴)

۶۲- گزینه «۲»

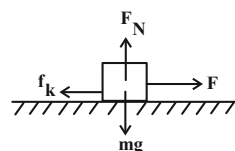
(مهدی کیوانلو)

در ابتدا با توجه به نیروی اصطکاک ایستایی، بررسی می‌کنیم که آیا جعبه شروع به حرکت می‌کند یا خیر.

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg, \mu_s = 0.5} f_{s, \max} = 100 \text{ N}$$

$$m = 20 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به این که فرد با نیروی 140 N جعبه را می‌کشد و حداکثر نیروی اصطکاک ایستایی 100 N است، پس جسم شروع به حرکت می‌کند (از اینجا به بعد نیروی اصطکاک جنبشی داریم)



$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = mg, \mu_k = 0.4} f_k = (0.4)(20)(10) = 80 \text{ N}$$

$$m = 20 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{\text{net}_x} = F - f_k = ma \xrightarrow{F = 140 \text{ N}, f_k = 80 \text{ N}} 140 - 80 = 20 \text{ a}$$

$$m = 20 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۶۳- گزینه «۲»

(پژمان بردبار)

گزاره‌های الف، ب و پ درست و گزاره‌های ت و ث نادرست‌اند.
بررسی گزاره‌ها:

الف) با توجه به قانون دوم نیوتون بزرگ نیروی خالص وارد بر متحرک با بزرگی شتاب حرکت متناسب است. بنابراین با افزایش بزرگی نیروی خالص، بزرگی شتاب جسم افزایش می‌یابد و بالعکس. (درست)

ب) با توجه به رابطه $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ، در حرکت با شتاب ثابت، بردار تغییرات سرعت با بردار شتاب هم‌جهت است. از طرفی چون طبق قانون دوم نیوتون $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$ ، بنابراین بردار نیروی خالص با بردار شتاب و بنابراین با بردار تغییرات سرعت هم‌جهت است. (درست).

پ) اگر اثر نیروهای وارد بر متحرک متوازن شوند، برابری نیروهای وارد بر آن برابر صفر می‌شود و مطابق قانون اول نیوتون حرکت جسم با سرعت ثابت است. (درست).

ت) اگر بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک کاهش یابد، بزرگی شتاب آن نیز کاهش می‌یابد در صورتی که حرکت متحرک تند شونده باشد و با کاهش بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک جهت آن تغییر نکند، در این صورت تندی متحرک افزایش می‌یابد. (نادرست)

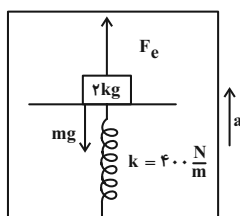
ث) این گزاره زمانی صحیح است که بردار نیروی خالص و بردار سرعت هم‌جهت باشند. در این صورت حرکت تند شونده است و با عکس شدن جهت نیروی خالص نوع حرکت کند شونده می‌شود. اما اگر در ابتدا بردار نیروی خالص و بردار سرعت خلاف جهت باشند، در این صورت با عکس شدن جهت نیروی خالص، نوع حرکت تند شونده شده و تندی متحرک افزایش می‌یابد. (نادرست)

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۶۴- گزینه «۱»

(محمدرضا سورشی)

نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. چون حرکت جسم شتاب‌دار است، از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم:



$$F_{\text{Net}} = ma \rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\xrightarrow{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, m = 2 \text{ kg}} F_e - 20 = 2 \times 2 \rightarrow F_e = 24 \text{ N}$$

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_e = kx$$

$$\xrightarrow{F_e = 24 \text{ N}, k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}} 24 = 400 \times \Delta x$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{100} \text{ m} = 6 \text{ cm}$$



چون نخ بدون جرم است بنابراین نیروی کشش نخ در سراسر طول آن یکسان است. از طرفی نیروی وارد بر نخ همواره در جهتی است که نخ در حال کشش باشد.

عکس‌العمل نیروی وارد بر نخ از طرف سقف، نیرویی است که نخ به سقف به طرف پایین وارد می‌کند. $\vec{F}_1 = (-2N)\vec{j}$

عکس‌العمل نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود، نیرویی است که از طرف جسم به فنر به سمت پایین وارد می‌شود. $\vec{F}_2 = (-18N)\vec{j}$
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(معمربوار سورشی)

۶۷- گزینه «۳»

با توجه به این که جهت شتاب گفته نشده بنابراین هر دو حالت (رو به بالا یا رو به پایین) را در نظر می‌گیریم.
بررسی موارد:

الف) نادرست؛ زیرا عدد ترازو ممکن است $160N$ یا بیشتر یا $160N$ کمتر از وزن شخص باشد.

$$F_N = m(g \pm a) \Rightarrow F_N = mg \pm ma \\ \Rightarrow F_N - mg = \pm ma = \pm 80(2) = \pm 160N$$

ب) درست؛ با توجه به مقدار شتاب، در هر ثانیه مقدار تندی $2 \frac{m}{s}$ کم یا زیاد می‌شود (تغییر می‌کند).

پ) نادرست؛ زیرا اگر جهت شتاب رو به بالا باشد، کابل آسانسور مقدار بیشتری از وزن اتاقک آسانسور و اجسام داخل آن را تحمل می‌کند.

ت) درست؛ اگر جهت شتاب رو به بالا باشد، نیروی شتاب $24N$ را نشان می‌دهد و اگر جهت شتاب رو به پایین باشد، نیروی شتاب $16N$ را نشان می‌دهد. پس در هر صورت، $4N$ با وزن جسم ($mg = 20N$) تفاوت دارد.

$$\vec{a} \Rightarrow F_{\text{نیرو شتاب}} = m(g+a) \xrightarrow{m=2kg, a=2\frac{m}{s^2}, g=10\frac{m}{s^2}} \vec{a} \Rightarrow \text{رو به بالا}$$

$$F_{\text{نیرو شتاب}} = 2 \times (10 + 2) = 24N$$

$$\vec{a} \Rightarrow F_{\text{نیرو شتاب}} = m(g-a) \xrightarrow{m=2kg, a=2\frac{m}{s^2}, g=10\frac{m}{s^2}} \vec{a} \Rightarrow \text{رو به پایین}$$

$$F_{\text{نیرو شتاب}} = 2 \times (10 - 2) = 16N$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(معمربوار سورشی)

۶۸- گزینه «۴»

نیروی مقاومت هوا، در خلاف جهت حرکت جسم است.

با توجه به جهت حرکت گوی‌ها داریم:

(چون گوی‌ها مشابه و تندی یکسان دارند، بزرگی نیروی f_D برای هر دو یکسان است.)

پس طول فنر $6cm$ کاهش می‌یابد:

$$L_2 - L_1 = -6 \xrightarrow{L_1 = 30cm} L_2 = 30 - 6 \\ L_2 = 24cm$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(پژمان برادر)

۶۵- گزینه «۲»

با توجه به این که گفته شده جسم در حالت تعادل است، داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \quad (1)$$

$$\vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 = ma \xrightarrow{\vec{F}'_1 = -\frac{1}{3}\vec{F}_1, \vec{F}'_2 = -\frac{1}{3}\vec{F}_2} \vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 = ma$$

$$\vec{F}'_{\text{net}} = -\frac{1}{3}\vec{F}_1 - \frac{1}{3}\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = ma$$

$$-\frac{1}{3}(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + \vec{F}_3 = ma \xrightarrow{(1)} -\frac{1}{3}(-\vec{F}_3) + \vec{F}_3 = ma$$

$$\frac{1}{3}\vec{F}_3 + \vec{F}_3 = ma \Rightarrow \frac{4\vec{F}_3}{3} = ma \xrightarrow{F_3 = 12N}$$

$$F'_{\text{net}} = \frac{4}{3} \times 12 = 16N$$

$$F'_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m=2kg, F'_{\text{net}}=16N} 16 = 2 \times a \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$

سرعت جسم پس از ۵ ثانیه برابر است با:

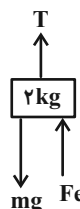
$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=8\frac{m}{s^2}, t=5s, v_0=0} v = 8 \times 5 = 40 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(آرش یوسفی)

۶۶- گزینه «۲»

چون فنر فشرده شده است، نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود به سمت بالا است. با مشخص کردن جهت نیروهای وارد بر جسم، نیروی کشش نخ را به دست می‌آوریم.



$$T + F_e = mg \xrightarrow{F_e = k|\Delta\ell|} T + k\Delta\ell = mg$$

$$k = 300 \frac{N}{m}, |\Delta\ell| = 40 - 34 = 6cm = 0.06m \\ \xrightarrow{g=10\frac{N}{kg}, m=2kg} T = 20 - 18 = 2N$$



$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_y = f_{s,\text{max}} + mg$$

$$\frac{g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{F_y=25\text{N}, m=1/5\text{kg}} \rightarrow 25 = f_{s,\text{max}} + (1/5)(10)$$

$$\Rightarrow f_{s,\text{max}} = 10\text{N}$$

در حالت دوم که نیروی F_y حذف می‌شود، چون $mg > f_{s,\text{max}}$ است، جسم با شتاب ثابت به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند. در این حالت اصطکاک از نوع جنبشی است ($f_k < f_{s,\text{max}}$). بنابراین نیروی سطح وارد بر جسم کاهش می‌یابد، زیرا:

$$R_1 = \sqrt{f_{s,\text{max}}^2 + F_1^2}$$

$$R_y = \sqrt{f_k^2 + F_1^2}$$

$$\frac{f_{s,\text{max}} > f_k}{\mu_s > \mu_k} \rightarrow R_1 > R_y$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(شیرازری)

۷۱- گزینه «۳»

چون جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است، مطابق قانون اول نیوتون برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. با نوشتن برآیند نیروهای وارد بر جسم در دو راستای x و y داریم:

(در اینجا طبق قانون سوم نیوتون اندازه نیروی \vec{F} با اندازه نیروی کشسانی \vec{F}_e برابر است.)

$$F_{\text{net}_y} = 0 \rightarrow F_N = mg \xrightarrow{m=5\text{kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} F_N = 50\text{N}$$

$$F_{\text{net}_x} = 0 \rightarrow F_e - f_k = 0 \rightarrow F_e = f_k$$

$$kx = \mu_k F_N \rightarrow k = \frac{\mu_k F_N}{x} = \frac{\mu_k = 0.2, F_N = 50\text{N}}{x=5\text{cm}} \rightarrow k = \frac{0.2 \times 50}{5} = 2 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

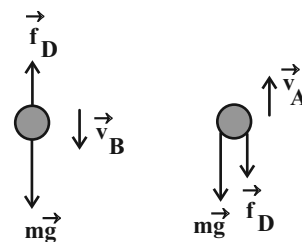
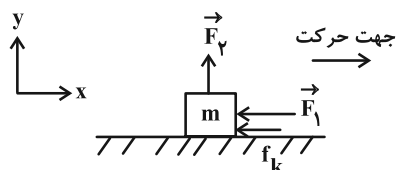
(امیرحسین برادران)

۷۲- گزینه «۲»

چون جسم با تندی ثابت روی خط راست در حال حرکت است، برآیند نیروهای وارد بر آن برابر صفر می‌باشد.

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_1 = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = F_y + mg, F_1 = F_y, mg = W} F_1 = \mu_k (F_1 + W)$$

$$F_1 = 0.4(F_1 + W) \Rightarrow F_1 = \frac{0.4}{0.6} W = \frac{2}{3} W$$



$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{F_{\text{net}B}}{F_{\text{net}A}} = \frac{a_B}{a_A} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{mg - f_D}{mg + f_D} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3mg - 2f_D = 2mg + 2f_D$$

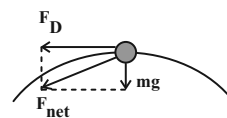
$$\Rightarrow mg = 4f_D \Rightarrow f_D = \frac{1}{4} mg$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۶۹- گزینه «۴»

(آرش یوسفی)

در نقطه اوج به گلوله دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. برآیند این نیروها F_{net} است. چون در نقطه اوج، جهت سرعت جسم، افقی است، جهت نیروی مقاومت هوا نیز، افقی است.



$$F_{\text{net}} = ma = 2 \times 13 = 26\text{N}$$

$$mg = 2 \times 10 = 20\text{N}$$

$$F_{\text{net}} = \sqrt{(F_D)^2 + (mg)^2}$$

$$F_{\text{net}}^2 = F_D^2 + mg^2 \xrightarrow{F_{\text{net}}=26\text{N}, m=2\text{kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow$$

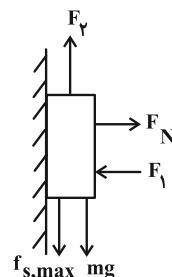
$$F_D = \sqrt{26^2 - 20^2} = \sqrt{276} = 2\sqrt{69}\text{N}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷۰- گزینه «۴»

(مجتبی نگوینان)

چون جسم در آستانه حرکت به سمت بالا است، بنابراین نیروی اصطکاک از نوع ایستایی پیشینه و به سمت پایین است. در این حالت برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است.





$$F_{\text{net}1} = ma \Rightarrow -mg - f_D = ma_1$$

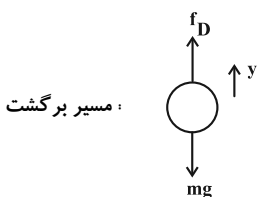
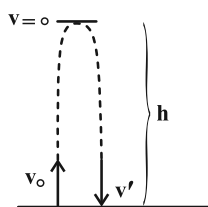
$$\frac{m=0.2\text{kg}}{g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}, a_1=-15\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \rightarrow -(0.2)(10) - f_D = (0.2)(-15)$$

$$\Rightarrow f_D = 1(\text{N})$$

با استفاده از معادله سرعت-جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت و در راستای قائم می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_1\Delta y_1 \quad \frac{v=0, v_0=3\frac{\text{m}}{\text{s}}}{a_1=-15\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \Delta y_1=h}$$

$$0 - 3^2 = 2(-15)h \Rightarrow h = 3\text{m}$$



$$F_{\text{net}2} = ma_2 \Rightarrow f_D - mg = ma_2$$

$$\frac{f_D=1\text{N}, m=0.2\text{kg}}{g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow 1 - (0.2)(10) = 0.2a_2$$

$$\Rightarrow a_2 = -5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

و در نهایت با استفاده از معادله سرعت-جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت و در راستای قائم داریم:

$$v'^2 - v^2 = 2a_2\Delta y_2 \quad \frac{v=0, a_2=-5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\Delta y_2=-h=-3\text{m}} \rightarrow v'^2 = 2(-5)(-3) = 30$$

$$\Rightarrow |v'| = 10\sqrt{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۸ و ۳۰ تا ۳۷)

(کامران ابراهیمی)

۷۵- گزینه «۱»

در بازه زمانی (۰,۴) ثانیه، نیروی عمودی سطح ($F_N = 720\text{N}$) از وزن شخص ($mg = 600\text{N}$) بیشتر است پس آسانسور در این بازه زمانی تند شونده روبه بالا در حرکت است و داریم:

$$F_{N1} - mg = ma_1 \rightarrow 720 - 600 = 60a_1 \rightarrow a_1 = 2\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

وقتی جهت نیروهای F_1 و F_2 عوض شود، حرکت جسم شتاب‌دار می‌شود. با نوشتن قانون دوم نیوتون در این حالت داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -F_1 - f_k' = ma \quad \frac{F_k = \mu_k F_N}{F_N = W - F_2} \rightarrow -F_1 - \mu_k(W - F_2) = ma$$

$$\frac{F_2 = F_1 = \frac{2}{3}W}{\mu_k = 0.4} \rightarrow -\frac{2}{3}W - 0.4(W - \frac{2}{3}W) = ma$$

$$W(-\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{4}{3}) = ma \Rightarrow mg(-\frac{10-6+4}{15}) = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{-12}{15}g = \frac{-4}{5}g = -\frac{4}{5}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در ابتدا جسم به سمت راست در حال حرکت است. بنابراین با نوشتن معادله سرعت-زمان داریم:

$$v = at + v_0 \quad \frac{a = -\frac{4}{5}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{v_0 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow v = -\frac{4}{5}t + 2 \quad \frac{t=2.5\text{s}}{v=0} \rightarrow v = \frac{4}{5}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

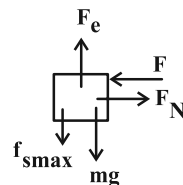
(محمدرضا سورچی)

۷۳- گزینه «۴»

ابتدا نیروی کشسانی فنر را بدست می‌آوریم:

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = 2 \times 10^3 \times (0.26 - 0.22) = 2 \times 10^3 \times 0.04 = 80\text{N}$$

برای اینکه با حداقل نیروی F ، وزنه در حال تعادل باشد، باید در آستانه لغزش به سمت بالا قرار بگیرد، لذا می‌توان نوشت:



$$F_{\text{net}_y} = 0 \rightarrow F_e = mg + f_{s,\text{max}} \quad \frac{F_e = 80\text{N}}{m=6\text{kg}, g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$80 = (6 \times 10) + f_{s,\text{max}} \Rightarrow f_{s,\text{max}} = 20\text{N} \quad (1)$$

$$F_{\text{net}_x} = 0 \rightarrow F = F_N \quad (2)$$

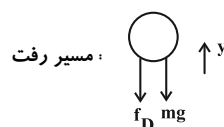
$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.4} 20 = 0.4 \times F_N \rightarrow F_N = 50\text{N} \xrightarrow{F = F_N} F = 50\text{N}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(مجتبی نگوئیان)

۷۴- گزینه «۱»

با توجه به نمودار شتاب-زمان و با فرض جهت مثبت حرکت به سمت بالا داریم:





اگر جهت رو به پایین را جهت مثبت محور y در نظر بگیریم، داریم:

$$\Delta y = v \Delta t \xrightarrow{v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{m}{s}} \Delta y = \Delta(6) = 30 \text{ m}$$

در لحظه $t = 6 \text{ s}$ ، با افزایش 10 نیوتونی نیروی F ، اندازه نیروی اصطکاک افزایش می‌یابد. پس:

$$F'_{\text{netx}} = 0 \Rightarrow F' = F'_N = 60 \text{ N}$$

$$f'_k = \mu_k F'_N \xrightarrow{\mu_k = 0.4, F'_N = 60 \text{ N}} f'_k = (0.4)(60) = 24 \text{ N}$$

$$F_{\text{nety}} = ma \Rightarrow mg - f'_k = ma \xrightarrow{m = 2 \text{ kg}, f'_k = 24 \text{ N}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow$$

$$20 - 24 = 2a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با استفاده از معادله سرعت-جابجایی در حرکت با شتاب ثابت، جابجایی جسم تا لحظه توقف را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y' \xrightarrow{v = 0, v_0 = \frac{m}{s}, a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} 0 - 25 = 2(-2)\Delta y'$$

$$\Rightarrow \Delta y' = 6.25 \text{ m}$$

پس کل مسافت طی شده متحرک از لحظه شروع حرکت تا توقف برابر است با:

$$L = \Delta y + \Delta y' = 30 + 6.25 = 36.25 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

(امیرمسین برادران)

۷۷- گزینه «۱»

در لحظه‌ای که نیروی مقاومت هوا با وزن چتر باز برابر می‌شود، چتر باز با

$$f_D = 5v^2 \text{ حدی} = W \quad \text{تندی حدی ادامه می‌دهد.}$$

در لحظه‌ای که تندی چتر باز ۳ برابر تندی حدی آن است، نیروی مقاومت هوا را بر حسب وزن چتر باز به دست می‌آوریم:

$$f_D = 5v^2 \Rightarrow \frac{f_D}{f'_D} = \left(\frac{v}{v'}\right)^2 \xrightarrow{v = v_{\text{حدی}}, f_D = W, v' = 3v_{\text{حدی}}} \rightarrow$$

$$\frac{W}{f'_D} = \left(\frac{v_{\text{حدی}}}{3v_{\text{حدی}}}\right)^2 \Rightarrow f'_D = 9W$$

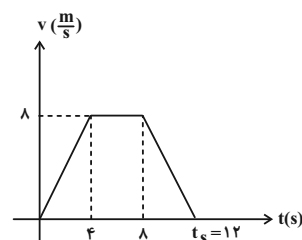
در بازه زمانی (۴،۸) ثانیه $F_N = mg$ بوده و آسانسور با سرعت ثابت v بالا می‌رود:

$$v = v_0 + a_1 t \xrightarrow{a_1 = \frac{v}{t} = \frac{m}{s^2}, t = 4 \text{ s}, v_0 = 0} v = 0 + (2)(4) \rightarrow v = 8 \left(\frac{m}{s}\right)$$

از لحظه $t = 8 \text{ s}$ به بعد، $F_{N_2} < mg$ بوده و حرکت آسانسور کند شونده روبه بالا است تا متوقف شود و داریم:

$$F_{N_2} - mg = ma_2 \rightarrow 480 - 600 = 60a_2 \rightarrow a_2 = -2 \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

با اطلاعات فوق نمودار سرعت-زمان حرکت آسانسور را رسم می‌کنیم. داریم:



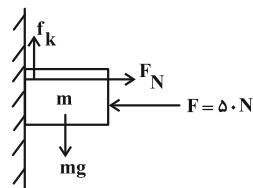
با توجه به اینکه از $t = 8 \text{ s}$ به بعد شیب نمودار -2 می‌باشد، پس $t_s = 12 \text{ s}$ خواهد بود یعنی آسانسور 12 s پس از شروع حرکت متوقف می‌شود مسافت طی شده توسط آسانسور در این مدت نیز برابر سطح زیر نمودار سرعت-زمان است:

$$L = S_{V-t \text{ نمودار}} = \frac{(4+12) \times 8}{2} = \boxed{L = 64 \text{ (m)}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۷۶- گزینه «۱» (میتبی نگوینان)

در بازه زمانی صفر تا 6 s ، حرکت جسم با سرعت ثابت به طرف پایین است. بنابراین مطابق با قانون اول نیوتون، برانید نیروهای وارد بر جسم صفر است.



$$F_{\text{netx}} = 0 \Rightarrow F = F_N = 50 \text{ N}$$

$$F_{\text{nety}} = 0 \Rightarrow mg = f_k = \mu_k F_N$$

$$\xrightarrow{m = 2 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, F_N = 50 \text{ N}} 20 = \mu_k (50) \Rightarrow \mu_k = 0.4$$



$$\left. \begin{aligned} F'_N &= f_s \\ \tan \theta &= \frac{F'_N}{f_s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \theta = \frac{F'_N}{F'_N} = \frac{F_N}{F'_N} = \frac{F_N}{mg} = \frac{F_N}{m=18\text{kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$\tan \theta = \frac{18^\circ}{F'_N} \Rightarrow F'_N = \frac{18^\circ}{\tan \theta}$$

برای معادله $\tan \theta$ داریم:

$$11^2 = 9^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ m}$$

$$\tan \theta = \frac{9}{x} = \frac{9}{2\sqrt{10}}$$

$$F'_N = \frac{18^\circ}{\tan \theta} = \frac{18^\circ \times 2\sqrt{10}}{9} = 40\sqrt{10} \text{ N}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(لنگور، شارح ریاضی - ۱۴۰۲)

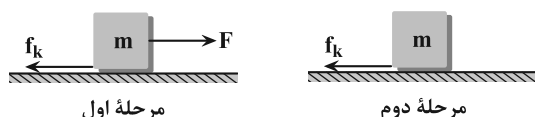
۸۰- گزینه «۴»

حرکت جسم شامل دو مرحله است. در مرحله اول، حرکت تندشونده است و دو نیروی F و f_k در راستای حرکت به جسم وارد می‌شوند. در مرحله دوم حرکت کندشونده است و تنها نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود. با توجه به اینکه جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده است با نوشتن رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، نسبت اندازه شتاب دو مرحله را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} v^2 - 0 &= 2a_1 \Delta x_1 \quad (*) \\ v^2 - v^2 &= 2a_2 \Delta x_2 \quad \Delta x_2 = 4\Delta x_1 \rightarrow \\ -v^2 &= 8a_2 \Delta x_1 \quad (**) \end{aligned} \right\}$$

$$(*), (**) \Rightarrow \frac{|a_2|}{|a_1|} = \frac{1}{4} \quad (I)$$

اکنون با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم در دو مرحله داریم:



$$\left\{ \begin{aligned} F - f_k &= m|a_1| \\ f_k &= m|a_2| \end{aligned} \right. \xrightarrow{(I)} \frac{F - f_k}{f_k} = 4 \Rightarrow F = 5f_k$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

با نوشتن قانون دوم نیوتون برای چترباز در این لحظه داریم: (با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت پایین)

$$F_{\text{net},y} = W - f'_D = ma \xrightarrow{f'_D = 9W} ma = W - 9W = -8W$$

$$\Rightarrow a = \frac{-8W}{m} \xrightarrow{W=mg} a = -\frac{8mg}{m} = -8g = -8 \cdot \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

۷۸- گزینه «۲» (امیرمسین برادران)

فنر نسبت به طول عادی آن فشرده شده است بنابراین نیرویی که فنر به شخص وارد می‌کند به سمت پایین است با توجه به جهت شتاب و نوشتن قانون دوم نیوتون برای شخص داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow$$

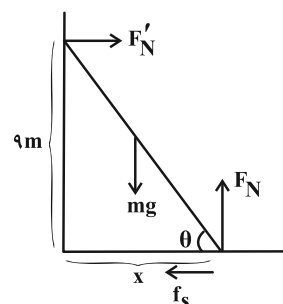
$$mg + F_e - F_N = ma \xrightarrow{\begin{aligned} |x| &= 45 - 20 = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}, k = 600 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ g &= 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, m = 70 \text{ kg}, F_e = k|x|, a = \frac{m}{s^2} \end{aligned}}$$

$$700 + 600 \times \frac{25}{100} - F_N = 70 \times 2 \Rightarrow F_N = 850 - 140 = 710 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۷۹- گزینه «۳» (امیرمسین برادران)

نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. نیروی سطح افقی وارد بر نردبان برابند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.



$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{F_N}{f_s}$$

چون نردبان در حال تعادل است برابند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم و افقی برابر صفر است.

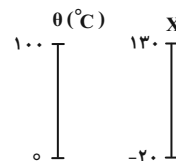


فیزیک ۱

۸۱- گزینه «۲»

(عطاله شادآباد)

رابطه مقیاس دمایی X را برحسب سلسیوس به دست می آوریم:



$$\frac{\theta_f - \theta_i}{\theta_1 - \theta_i} = \frac{X_f - X_i}{X_1 - X_i} \quad \theta_f = 0^\circ\text{C}, \theta_i = 100^\circ\text{C} \\ X_f = -20, X_i = 130$$

$$\frac{100 - 0}{0 - 100} = \frac{130 - (-20)}{-20 - X} \Rightarrow -1/\Delta\theta = -20 - X \Rightarrow X = 1/\Delta\theta - 20$$

$$\Delta X = 1/\Delta\theta \xrightarrow{\Delta X = 30} 30 = 1/\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 20^\circ\text{C}$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

$$\xrightarrow{\Delta\theta = 20^\circ\text{C}} \Delta F = \frac{9}{5} \times 20 = 36^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۴ و ۸۵)

۸۲- گزینه «۴»

(غلامرضا ممینی)

در ابتدا رابطه تعیین طول ثانویه برای هر یک را می نویسیم، سپس اختلاف آن ها را معادل $2/5 \text{ mm}$ قرار می دهیم:

$$\begin{cases} L_{\text{مس}} = L_0(1 + \alpha_{\text{مس}}\Delta\theta) \xrightarrow{L_0 = 1\text{m}} \\ \alpha_{\text{مس}} = 1/7 \times 10^{-5} \text{C}^{-1} \\ L_{\text{مس}} = 1(1 + 1/7 \times 10^{-5}\Delta\theta) \\ L_{\text{آهن}} = L_0(1 + \alpha_{\text{آهن}}\Delta\theta) \xrightarrow{L_0 = 1\text{m}} \\ \alpha_{\text{آهن}} = 1/23 \times 10^{-5} \text{C}^{-1} \\ L_{\text{آهن}} = 1(1 + 1/23 \times 10^{-5}\Delta\theta) \end{cases}$$

$$\Delta L = L_{\text{مس}} - L_{\text{آهن}} = 2/5 \times 10^{-3} \text{m} = 0/5 \times 10^{-5}\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 500^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۷ تا ۸۹)

۸۳- گزینه «۳»

(مصطفی واثقی)

ابتدا ضریب انبساط طولی را به دست می آوریم:

$$\Delta A = A_1(2\alpha)\Delta\theta$$

$$\text{درصد تغییر مساحت} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = (2\alpha)\Delta\theta \times 100 = 0/2$$

$$\xrightarrow{\Delta\theta = 70 - 10 = 60^\circ\text{C}} 2\alpha(60) = 2 \times 10^{-3} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{60} \times 10^{-3} \text{C}^{-1}$$

$$\text{درصد تغییر حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = (3\alpha)\Delta\theta \times 100 = 0/3$$

$$\alpha\Delta\theta = 10^{-3} \xrightarrow{\alpha = \frac{1}{60} \times 10^{-3} \text{C}^{-1}}$$

$$\frac{1}{60} \times 10^{-3}\Delta\theta = 10^{-3} \Rightarrow \Delta\theta = 60^\circ\text{C}$$

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \xrightarrow{\Delta\theta = 60^\circ\text{C}} 60 = \theta_f - 10 \Rightarrow \theta_f = 70^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۷ تا ۹۴)

۸۴- گزینه «۲»

(کامران ابراهیمی)

شرط آن که با افزایش دمای مجموعه و انبساط ظرف و مایع، مایع از ظرف بیرون نریزد آن است که مایع $v_2 \geq v_2$ باشد پس می توان نوشت:

$$v_1(\Delta\theta)(1 + \beta) \geq v_1(\Delta\theta)(1 + 3\alpha) \quad \text{ظرف } v_1$$

$$\xrightarrow{v_{1\text{ظرف}} = 100 \text{cm}^3, \beta_{\text{مایع}} = 0/01 \text{K}^{-1}} \\ v_{1\text{مایع}} = 80 \text{cm}^3, \Delta\theta = 50 \text{K}$$

$$100(1 + 150\alpha) \geq 80(1 + 0/01 \times 50)$$

$$\Rightarrow 1 + 150\alpha \geq 1/2 \Rightarrow \alpha \geq \frac{0/2}{150}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\text{ظرف min}} = \frac{1}{750} \text{K}^{-1}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۷ تا ۹۴)

۸۵- گزینه «۴»

(پدرام قلعه شافانی)

ابتدا تغییرات دما را برحسب سلسیوس به دست می آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta = \frac{9}{5}\Delta T \xrightarrow{\Delta F = 36^\circ} \Delta\theta_1 = 20^\circ\text{C}, \Delta\theta_f = \Delta T_f = 12^\circ\text{C}$$

$$Q = m_1 c_1 \Delta\theta_1 = m_f c_f \Delta\theta_f$$

$$\xrightarrow{m_1 = 2 \text{kg}, \Delta\theta_1 = 20^\circ\text{C}} (2)(20)c_1 = (2)(12)c_f \Rightarrow c_f = \frac{5}{3}c_1$$

$$2Q = m_1 c_1 \Delta\theta + m_f c_f \Delta\theta \xrightarrow{m_1 = 2 \text{kg}, m_f = 2 \text{kg}} \\ Q = (m_1 c_1)(20), c_f = \frac{5}{3}c_1$$

$$(2)(2)(20)c_1 = 2c_1\Delta\theta + 2 \times \frac{5}{3}c_1\Delta\theta \Rightarrow 120 = (3 + 5)\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 15^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta\theta = \theta_f - \theta_i \xrightarrow{\theta_i = 10^\circ\text{C}} \theta_f = 25^\circ\text{C}$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta = 25^\circ\text{C}} F = (\frac{9}{5})25 + 32 = 77^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۶ تا ۹۹)

۸۶- گزینه «۱»

(مجتبی نگوینیان)

براساس قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله شده در حالت تعادل گرمایی، برابر صفر است، پس:

$$Q_{30^\circ\text{C آب}} + Q_{50^\circ\text{C آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0$$

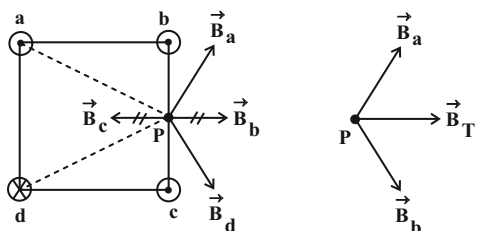
$$\Rightarrow m_{30^\circ\text{C آب}} \Delta\theta + m_{50^\circ\text{C آب}} \Delta\theta' + C_{\text{گرماسنج}} \Delta\theta = 0$$

$$\xrightarrow{m_{30^\circ\text{C آب}} = 500 - m, m_{50^\circ\text{C آب}} = 2m} \\ c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}, c_{\text{گرماسنج}} = 252 \frac{\text{J}}{\text{K}}, \Delta\theta = 5^\circ\text{C}, \Delta\theta' = -15^\circ\text{C}$$

$$(500 - m)(4/2)(5) + 2m(4/2)(-15) + 252(5) = 0$$

$$\Rightarrow 500 - m - 6m + 60 = 0 \Rightarrow 560 - 7m = 0 \Rightarrow m = 80 \text{g}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۶ تا ۱۰۳)



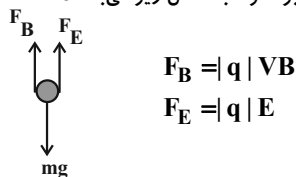
میدان‌های مغناطیسی \vec{B}_a و \vec{B}_d نیز نسبت به حالت قبل هیچ تغییری ندارند. پس میدان برآیند دوباره به سمت راست خواهد بود.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(کامران ابراهیمی)

۹۴- گزینه «۴»

با توجه به منفی بودن بار، نیروهای وارد بر گلوله به شکل زیر می‌باشند:



$$F_B = |q| V B$$

$$F_E = |q| E$$

شرط عدم انحراف ذره آن است که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، پس:

$$|q| E + |q| v B = mg \quad \begin{matrix} |q| = 10^{-3} C, E = 10^3 \frac{N}{C} \\ v_B = 10^3 \frac{m}{s}, m = 0.2 kg, g = 10 \frac{N}{kg} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 10^{-3} \times 10^3 + 10^{-3} \times 10^3 \times B = 0.2 \times 10$$

$$\Rightarrow 1 + B = 2 \Rightarrow B = 1 T$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۹ و ۱۰۵)

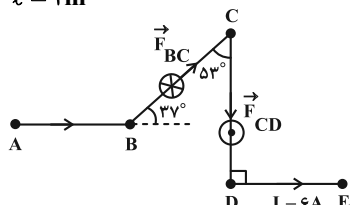
(علیرضا جباری)

۹۵- گزینه «۳»

باید نیروی وارد بر هر قطعه سیم را جداگانه به دست آوریم. سپس نیروی خالص وارد بر آن‌ها را حساب کنیم.

$$B = 400 G = 400 \times 10^{-4} T = 0.04 T$$

$$l = 2m$$



θ : زاویه بین جهت جریان سیم و میدان مغناطیسی است.

برای دو قطعه AB و DE زاویه $\theta = 0^\circ$ است. در نتیجه $\sin \theta = 0$ است و نیرویی به این دو قطعه سیم وارد نمی‌شود.

$$F_{AB} = F_{DE} = 0 \quad \text{درون سو} \quad \otimes$$

$$F_{BC} = 0.04 \times 6 \times 2 \times \sin 37^\circ = 0.288 N \quad \otimes$$

$$F_{CD} = 0.04 \times 6 \times 2 \times \sin 90^\circ = 0.48 N \quad \odot$$

جهت این نیروها با استفاده از قاعده دست راست تعیین شده است.

$$F_t = F_{CD} - F_{BC} = 0.48 - 0.288 = 0.192 N \quad \odot$$

چون $F_{CD} > F_{BC}$ است، پس نیروی خالص هم‌جهت با F_{CD} ، یعنی برون‌سو می‌باشد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(دانیال راستی)

۹۶- گزینه «۴»

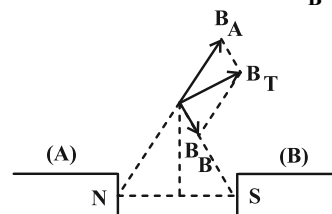
میدان برآیند (قبل از تغییر جهت جریان پیچۀ (۳) برابر است با:

فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

با رسم خطوط میدان مغناطیسی در نقطه M، می‌توان میدان مغناطیسی برآیند را رسم کرد. چون آهنربای A قوی‌تر است، شدت میدان حاصل از قطب N آن بیشتر از قطب S آهنربای B است. بنابراین بردار برآیند، به B_A نزدیک‌تر از B_B است.

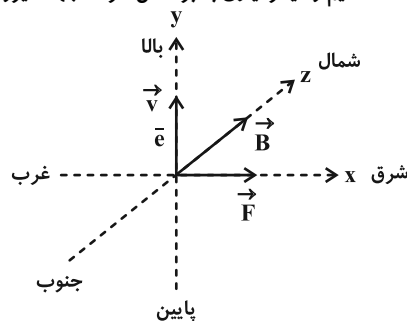


نکته: توجه کنید که میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود. (فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۹۲- گزینه «۱»

(شیدا شیرزادی)

اگر چهار انگشت دست راست را در جهت سرعت الکترون یعنی به سمت بالا بگیریم، به گونه‌ای که کف دست به طرف شمال یعنی در جهت میدان مغناطیسی باشد، در این صورت انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار الکتریکی مثبت را به سمت غرب نشان می‌دهد و چون بار منفی است، جهت نیرو برعکس خواهد بود. در نتیجه الکترون به سمت مشرق منحرف می‌شود. (البته چون بار منفی است، از همان ابتدا می‌توانستیم به جای دست راست، از دست چپ استفاده کنیم و دیگر نیازی به برعکس کردن جهت نیرو نبود.)

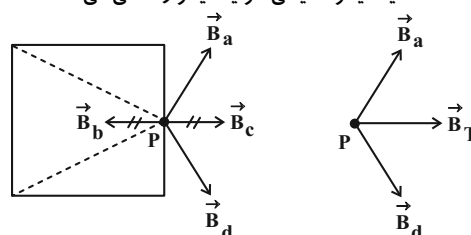


(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۹۳- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

گام اول: میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های b و c در نقطه P هم‌اندازه و در جهت مخالف یکدیگرند. یعنی اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند.



برآیند دو میدان \vec{B}_b و \vec{B}_a به سمت راست است.

گام دوم: اگر جریان سیم‌های b و c برون‌سو شوند، باز هم میدان مغناطیسی حاصل از آن‌ها در نقطه P، هم‌اندازه و خلاف جهت می‌شوند و اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند.



$$\Rightarrow 2\pi N \text{ پیچه } R = 2\pi N \text{ سیملوله } R \xrightarrow{R_{\text{پیچه}}=R} \frac{R}{R_{\text{سیملوله}}=\frac{R}{2}}$$

$$2\pi N \text{ پیچه } R = 2\pi N \text{ سیملوله } \frac{R}{2} \Rightarrow N \text{ سیملوله} = 2N \text{ پیچه}$$

با توجه به رابطه میدان سیملوله و میدان پیچه داریم:

$$B_{\text{پیچه}} = \frac{\mu_0 I_{\text{پیچه}} N_{\text{پیچه}}}{2R_{\text{پیچه}}}, B_{\text{سیملوله}} = \frac{\mu_0 I_{\text{سیملوله}} N_{\text{سیملوله}}}{l}$$

$$\frac{B_{\text{پیچه}}=R_{\text{سیملوله}}=R}{N_{\text{سیملوله}}=2N_{\text{پیچه}}, I_{\text{پیچه}}=6I} \Rightarrow \frac{\mu_0 (2N) (6I)}{2R} = \frac{\mu_0 (N) (I)}{l}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2R} = \frac{6 \times 2}{l} \xrightarrow{R=2R \text{ سیملوله}} \frac{1}{2R} = \frac{12}{l} \Rightarrow \frac{l}{2 \times 2R \text{ سیملوله}} = \frac{12}{l} = 48$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۷ و ۱۰۰)

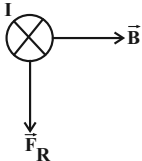
۹۹- گزینه «۱» (امیرمسین برادران)

فقط موارد (الف) و (ت) در مورد مواد پارامغناطیسی صحیح هستند.
مورد (ب) به مواد دیامغناطیسی اشاره می‌کند و برای ساختن آهنربای دائمی از مواد فرومغناطیسی سخت استفاده می‌شود.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۰۰- گزینه «۴» (امیرمسین برادران)

عددی که ترازو در هر حالت نشان می‌دهد، برابر برآیند نیروی وزن آهنربا و عکس العمل نیرویی است که از طرف آهنربا به سیم وارد می‌شود. چون با تغییر جهت جریان عبوری از سیم، عددی که ترازو نشان می‌دهد افزایش یافته است، بنابراین در حالت اول نیرویی که از طرف سیم به آهنربا وارد می‌شود به سمت بالا و در حالت دوم به سمت پایین است. بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون در حالت اول نیرویی که از طرف میدان به سیم وارد می‌شود به سمت پایین است. با توجه به قاعده دست راست و جهت میدان مغناطیسی، جریان عبوری از سیم در حالت اول درون سو است.



اکنون جریان عبوری از سیم را به دست می‌آوریم:

$$\text{سیم } F - \text{آهنربا} = W_{\text{ترازو}} \text{ (حالت اول)}$$

$$\text{سیم } F + \text{آهنربا} = W_{\text{ترازو}}' \text{ (حالت دوم)}$$

$$\frac{W_{\text{ترازو}}' - W_{\text{ترازو}} = 0.24N}{\Rightarrow 0.24 = 2F_{\text{سیم}}}$$

$$\Rightarrow F_{\text{سیم}} = 0.12N$$

اکنون با توجه به رابطه $F_B = BIL$ جریان عبوری از سیم را به دست می‌آوریم:

$$F_B = BIL \xrightarrow{B=40 \cdot 10^{-3} T, L=50 \text{ cm}=0.5 \text{ m}, F_{\text{سیم}}=F_B=0.12N} \rightarrow$$

$$0.12 = 4 \times 10^{-3} \times I \times 0.5 \Rightarrow I = 6A$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = 0 \Rightarrow \vec{B}_3 = -(\vec{B}_1 + \vec{B}_2) = -\vec{B}_{1,2}$$

$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I_1 N_1}{2r_1} \xrightarrow{I_1=5A, N_1=20, r_1=5 \text{ cm}} |\vec{B}_1| = \frac{12 \times 10^{-7} \times 5 \times 20}{2 \times 5 \times 10^{-2}} = 12 \times 10^{-4} = 12G \text{ درون سو}$$

$$|\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 I_2 N_2}{2r_2} \xrightarrow{I_2=20A, N_2=15, r_2=10 \text{ cm}} |\vec{B}_2| = \frac{12 \times 10^{-7} \times 20 \times 15}{2 \times 10 \times 10^{-2}} = 18 \times 10^{-4} = 18G \text{ برون سو}$$

چون اندازه میدان پیچه (۲) بیشتر از میدان پیچه (۱) است، جهت میدان برآیند (۱) و (۲) $(B_{1,2})$ ، برون سو است.

$$|\vec{B}_{1,2}| = |\vec{B}_2| - |\vec{B}_1| = 18 - 12 = 6G \text{ برون سو}$$

بنابراین داریم:

$$B_3 = -\vec{B}_{1,2} = 6G \text{ درون سو}$$

$$B_3' = 6G \text{ برون سو}$$

برآیند بعد از تغییر جهت برابر است با:

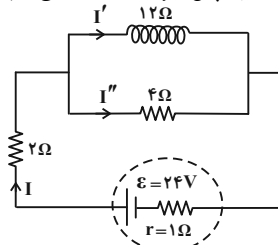
$$B_T' = B_1 + B_2 + B_3' = 12G \text{ برون سو}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۹۷- گزینه «۴»

(مجتبی نکل‌پایان)

ابتدا مقاومت معادل مدار و سپس جریان شاخه اصلی را به دست می‌آوریم:



$$\frac{(12)(4)}{12+4} = 3\Omega \Rightarrow R_{eq} = 3+2 = 5\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{5+1} = 4A$$

با توجه به این که در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان‌ها برابر با عکس نسبت مقاومت‌ها است، می‌توان نوشت:

$$\frac{I'}{I''} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, \quad I' + I'' = I = 4A \Rightarrow I' = 1A, \quad I'' = 3A$$

میدان مغناطیسی درون سیملوله‌ای که حلقه‌های آن بدون فاصله و در یک ردیف در کنار هم پیچیده شده باشند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I'}{L} \xrightarrow{L=ND} B = \frac{\mu_0 I'}{D}$$

(D: قطر مقطع سیم)

$$\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, \quad I' = 1A$$

$$\frac{D = 8 \text{ mm} = 8 \times 10^{-3} \text{ m}}{D = 8 \text{ mm} = 8 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$B = \frac{(12 \times 10^{-7})(1)}{8 \times 10^{-3}} = 1.5 \times 10^{-4} T = 1.5G$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۹۸- گزینه «۴»

(دانیال راستی)

چون طول سیم در هر دو حالت برابر است داریم:

$$L_{\text{سیملوله}} = L_{\text{پیچه}}$$



شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

موارد اول و پنجم نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول) برقکافت جزو قلمروی تولید مواد از دانش الکتروشیمی است.

مورد پنجم) در محل باتری با انجام یک فرایند شیمیایی، انرژی الکتریکی تولید می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۰۲- گزینه «۳»

(هاری معری زاده)

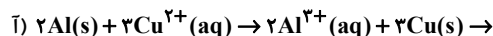
ماده‌ای که با گرفتن الکترون سبب اکسایش گونه دیگر می‌شود اکسنده نامیده می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

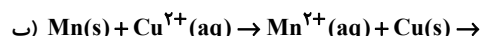
۱۰۳- گزینه «۲»

(فرزاد رضایی)

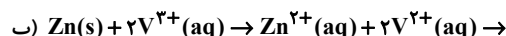
ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



(۶ مول الکترون مبادله شده)



(۲ مول الکترون مبادله شده)



(۲ مول الکترون مبادله شده)

$$\frac{\text{بیشترین مول الکترون‌های مبادله شده}}{\text{کمترین مول الکترون‌های مبادله شده}} = \frac{6}{2} = 3$$

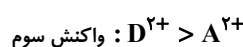
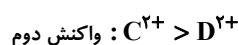
یون Cu^{2+} در واکنش (آ) با ضریب ۳ بالاترین ضریب را در بین گونه‌های اکسنده دارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱۰۴- گزینه «۲»

(محمدرضا پورماویری)

با توجه به واکنش‌های انجام شده، از مقایسه قدرت اکسندگی کاتیون‌های موجود در واکنش‌های داده شده خواهیم داشت:

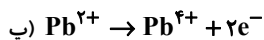
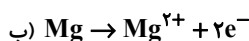
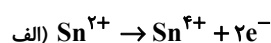


(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

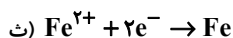
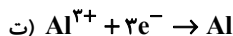
۱۰۵- گزینه «۳»

(هری بهاری پور)

الف، ب و پ: چون الکترون از دست داده‌اند پس واکنش اکسایش انجام گرفته است.



ولی موارد ت و ث همراه با گرفتن الکترون هستند پس کاهش یافته‌اند.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱۰۶- گزینه «۳»

(مسعود یعفری)

عبارت‌های اول، دوم، سوم و چهارم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اگر قدرت اکسندگی یون X^{2+} از یون Mn^{2+} بیش‌تر باشد، یعنی Mn نسبت به X کاهنده‌تر است و به همین دلیل فلز X نمی‌تواند با محلولی از نمک‌های منگنز وارد واکنش شود.

عبارت دوم: آهن قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به مس دارد و به همین علت اگر یک قطعه فلز مس را در محلول آهن (II) کلرید قرار بدهیم، هیچ واکنشی انجام نمی‌شود.

عبارت سوم: گاز اکسیژن در دما و فشار اتاق نمی‌تواند با پلاتین وارد واکنش شود.

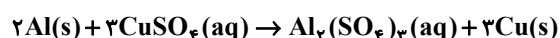
عبارت چهارم: معادله واکنش مورد نظر به صورت $\text{Zn(s)} + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + \text{Cu(s)}$ است. کاتیون فرآورده Zn^{2+} و اتم واکنش‌دهنده، Zn است. Zn نسبت به Zn^{2+} شعاع بزرگ‌تری دارد.عبارت پنجم: با توجه به اطلاعات بیان شده، در می‌یابیم که A نسبت به C قدرت کاهندگی بیش‌تری دارد و به همین دلیل واکنش $(\text{A} + \text{C}^{2+} \rightarrow \dots)$ در جهت طبیعی و به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۱۰۷- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

واکنش انجام شده به صورت زیر می‌باشد:

می‌توان نتیجه گرفت که به ازای مصرف ۳ مول Cu^{2+} ، ۲ مول Al^{3+} تولید می‌شود.



چون غلظت نصف شده پس می توانیم مقدار مول یون نقره در محلول پس از گذشت مدت زمانی از واکنش حساب کنیم:

$$\text{mol Ag}^+ = 0.2 \text{ L} \times \frac{0.1 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.02 \text{ mol}$$

باقی مانده

$$\text{Ag}^+ \text{ مصرفی} = 0.04 - 0.02 = 0.02 \text{ mol}$$

$$\text{Al} \text{ مصرف شده} = 0.02 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{1 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 0.18 \text{ g Al}$$

$$\text{مقدار Ag تولید شده} = 0.02 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{3 \text{ mol Ag}}{3 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 2.16 \text{ g Ag}$$

$$(\text{جرم مصرف شده Al}) - (\text{جرم Ag تولید شده}) = \frac{50}{100}$$

$$= \frac{50}{100} \times 2.16 - 0.18 = 0.9 \text{ g}$$

$$\text{تغییرات جرم} = \frac{0.9}{2.5} \times 100 = 36\%$$

جرم اولیه تیغه

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۴۲ تا ۴۴)

(ایمان حسین نژاد)

۱۱۰- گزینه «۲»

آرایش الکترونی فشرده اتم های روی و اکسیژن به ترتیب $[\text{Ar}]3d^1 4s^2$

و $[\text{He}]2s^2 2p^4$ است که پس از انجام واکنش به صورت $[\text{Ar}]3d^1$ و

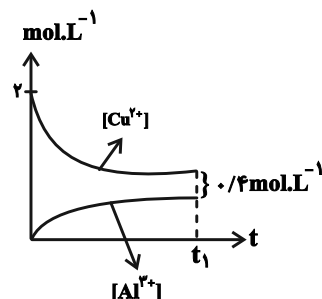
$[\text{He}]2s^2 2p^6$ تغییر می کند، پس دو الکترون از زیرلایه $4s$ کم شده

(مجموع n و l برابر ۸) و دو الکترون به زیرلایه $3p$ اضافه می شود

(مجموع n و l برابر ۶)؛ بنابراین مجموع n و l ذرات واکنش دهنده به

اندازه ۲ واحد تغییر می کند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۹ تا ۴۴)



غلظت اولیه: ۲

تغییرات غلظت: $-3x$ $+2x$

غلظت نهایی: $2-3x$ $2x$

$$\Rightarrow [\text{Cu}^{2+}] - [\text{Al}^{3+}] : 2 - 3x - (2x) = 2 - 5x = 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow 5x = 1.6 \Rightarrow x = 0.32 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow [\text{Al}^{3+}] = 2x = 2 \times 0.32 = 0.64 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

نیم واکنش اکسایش به صورت $\text{Al} \rightarrow \text{Al}^{3+} + 3e^-$ می باشد:

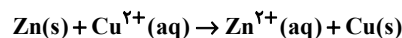
$$? \text{ mol } e^- : 1 \text{ L} \times \frac{0.64 \text{ mol Al}^{3+}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{3 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol Al}^{3+}} = 1.92 \text{ mol } e^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۴۲ تا ۴۴)

(مس رمشتی/کولنده)

۱۰۸- گزینه «۳»

فلز روی نسبت به مس تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون دارد و با قرار گرفتن تیغه روی درون محلول مس (II) سولفات واکنش شیمیایی زیر انجام می شود:



$$? \text{ g جرم تیغه} = 9.03 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{(-65 + 64) \text{ g}}{2 \text{ mole}^-} = -0.95 \text{ g}$$

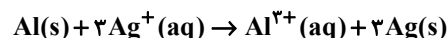
جرم تیغه ۰.۷۵گ کاهش می یابد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۴۲ و ۴۳)

(امیر هاتمیان)

۱۰۹- گزینه «۲»

معادله موازنه شده واکنش:



مول یون نقره در محلول اولیه در ابتدای واکنش:

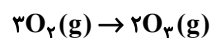
$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.2 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.04 \text{ mol Ag}^+$$



شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۲»

(پارسا عبوض پور)



$$? \text{ L O}_2 = 1000 \text{ m}^3 \text{ آب} \times \frac{100 \text{ g O}_2}{1 \text{ m}^3 \text{ آب}} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{48 \text{ g O}_2}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol O}_2} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 70000 \text{ L O}_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۸۱)

۱۱۲- گزینه «۱»

(مهمدرضا پورباویر)

در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی برای تبدیل گاز CO به مواد معدنی از منیزیم اکسید و کلسیم اکسید (و نه منیزیم (II) اکسید و کلسیم (II) اکسید) استفاده می‌کنند.

نکته: برای فلزاتی که فقط یک ظرفیت دارند در نام‌گذاری ترکیب‌های یونی حاصل از آن‌ها، بار کاتیون ذکر نمی‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۱۱۳- گزینه «۴»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

با استفاده از رابطه زیر می‌توان حجم ثانویه را محاسبه کرد:

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 \times (h \times A)}{T_1} = \frac{1/25 P_1 \times (h_2 \times A)}{T_1}$$

$$\Rightarrow h_2 = 0 / 25h$$

توجه ۱: در رابطه بالا حجم سیلندر استوانه‌ای شکل برابر با حاصل ضرب مساحت سطح مقطع (A) در ارتفاع پیستون (h) است.

توجه ۲: دقت کنید بر اساس صورت سؤال فشار ثانویه سیلندر برابر است با فشار اولیه + ۲۵٪ فشار اولیه یا به عبارتی ۱/۲۵ برابر فشار اولیه.

بر اساس معادلات بالا ارتفاع پیستون کم‌تر شده است پس پیستون به سمت پایین حرکت کرده.

برای محاسبه درصد تغییرات داریم:

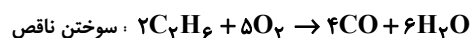
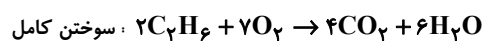
$$\text{درصد تغییرات} = \frac{-0 / 25h}{h} \times 100 = -25\%$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش حجم می‌باشد پس حجم جدید، ۸۰ درصد حجم اولیه است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۱۱۴- گزینه «۳»

(هاری معری زاده)



دقت شود که به ازای مصرف ۲ مول اتان در سوختن کامل نسبت به سوختن

ناقص، ۲ مول اکسیژن بیشتر مصرف شده است.

$$? \text{ L O}_2 = 45 \text{ g C}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{30 \text{ g C}_2\text{H}_6} \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol C}_2\text{H}_6} \times$$

$$\frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 33.6 \text{ L O}_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۱۵- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

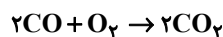
$$\text{CO}_2 = 0 / 125 \quad \text{Ar} = 0 / 2 \quad \text{O}_2 = 0 / 25 \quad \text{N}_2 = 0 / 25$$

مجموعاً ۰ / ۸۲۵

$$\text{CO} = 1 - 0 / 825 = 17 / 5\%$$

فرض بر اینکه مخلوط اولیه ۱۰۰ لیتر باشد:

$$25 \text{ L O}_2, 25 \text{ L N}_2, 20 \text{ L Ar}, 12 / 5 \text{ L CO}_2, 17 / 5 \text{ L CO}$$



$$2 \text{ L} \quad 1 \text{ L} \quad 2 \text{ L} \\ 17 / 5 \text{ L} \quad 8 / 25 \text{ L} \quad 17 / 5$$

$$\text{O}_2 \text{ باقی‌مانده} = 25 - 8 / 25 = 16 / 25 \text{ L}$$

$$\text{CO}_2 \text{ در مخلوط جدید} = 12 / 5 + 17 / 5 = 30 \text{ L}$$

$$\text{حجم گازها در مخلوط جدید} = 20 + 16 / 25 + 25 + 30 = 91 / 25 \text{ L}$$

$$\text{درصد حجمی CO}_2 \text{ در مخلوط حاصل} = \frac{\text{حجم CO}_2}{\text{حجم مخلوط}} \times 100$$

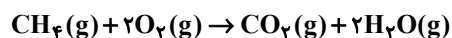
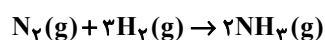
$$= \frac{30 \text{ L}}{91 / 25 \text{ L}} \times 100 = 33$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۱۱۶- گزینه «۳»

(پیمان فواجوی مهر)

مجموع ضرایب مواد در معادله‌های زیر با هم برابر است:





گزینه «۴»: واکنش نوشته شده باید برعکس باشد. ضمن آنکه AgNO_3 نمکی محلول در آب بوده و AgCl در آب نامحلول خواهد بود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

(امیر هاتمیان)

۱۱۹- گزینه «۳»

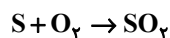
$$\begin{cases} V_{\text{گازوئیل}} = 50 \text{ L} \\ d_{\text{گازوئیل}} = 0.85 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = 850 \frac{\text{g}}{\text{L}} \Rightarrow m_{\text{گازوئیل}} = d \times V \end{cases}$$

$$= 850 \times 50 = 42500 \text{ g}$$

$$40 \text{ ppm} = \frac{x}{42500} \times 10^6 \Rightarrow x = \frac{42500 \times 400}{10^6} = 17 \text{ g}$$

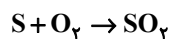
مقدار گوگردی که در طول یک ماه در خودروی دیزلی می‌سوزد برابر است با:

$$S = 30 \times 17 = 510 \text{ g S}$$



$$? \text{ g } SO_2 = 510 \text{ g S} \times \frac{1 \text{ mol S}}{32 \text{ g S}} \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{1 \text{ mol S}} \times \frac{64 \text{ g } SO_2}{1 \text{ mol } SO_2} = 1020 \text{ g } SO_2$$

$17 \text{ g} =$ مقدار S سوخته در یک روز



$$? \text{ LO}_2 = 17 \text{ g S} \times \frac{1 \text{ mol S}}{32 \text{ g S}} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol S}} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 11.2 \text{ L O}_2$$

$$\frac{11.2 \text{ L}}{? \text{ L}} = \frac{20\%}{100\%} \Rightarrow L = 56 \text{ L}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

و آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(ایمان حسین نژاد)

۱۲۰- گزینه «۳»

موارد اول و چهارم درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: مقایسه درصد جرمی آب در این سه محلول به صورت «دریای مدیترانه < دریای سرخ < دریای مرده» است.

مورد سوم: حلال جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل می‌کند و شمار مول‌های آن بیشتر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۸)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نیتروژن و هیدروژن در دمای اتاق حتی در حضور جرقه و کاتالیزگر هم با هم واکنش نمی‌دهند و نیازمند شرایط خاصی هستند.

گزینه «۲»: در واکنش هابر، همه واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نمی‌شوند و واکنش برگشت‌پذیر است.

گزینه «۴»: امروزه فراورده‌های صنعتی گوناگون از N_2 تهیه می‌شود که NH_3 یکی از آنهاست.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(امیرحسین طیبی)

۱۱۷- گزینه «۴»

نام یون	کلرید	سدیم	سولفات	منیزیم	کلسیم	پتاسیم	کربنات	برمید
نماد یون	Cl^-	Na^+	SO_4^{2-}	Mg^{2+}	Ca^{2+}	K^+	CO_3^{2-}	Br^-
میلی گرم یون در یک کیلوگرم آب دریا	۱۹۰۰۰	۱۰۵۰۰	۲۶۵۵	۱۳۵۰	۴۰۰	۳۸۰	۱۴۰	۶۵

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست - یون‌های Na^+ و Mg^{2+} هر دو ۱۰ الکترون در آرایش الکترونی خود دارند و هر دو به آرایش گاز نجیب Ne می‌رسند.

گزینه «۲»: درست - نقره کلرید ($AgCl$) یک ترکیب نامحلول در آب می‌باشد.

گزینه «۳»: درست - مطابق جدول بالا درست است.

گزینه «۴»: نادرست - نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در باریم سولفات

$$(\text{BaSO}_4) \text{ برابر با } 2 = \frac{1+1+4}{3} \text{ خواهد بود.}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۵ تا ۸۷)

(مهمربها پورباویر)

۱۱۸- گزینه «۳»

گزینه «۱»: لازم است نمک Na_3PO_4 محلول در آب بوده و نمک $Ca_3(PO_4)_2$ به صورت رسوب باشد.

گزینه «۲»: برای شناسایی یون Cl^- لازم است رسوب $AgCl$ در فراورده‌های واکنش موجود باشد.



سرعت متوسط تولید NO در ۱۰ ثانیه دوم برابر است با:

$$\bar{R}_{NO} = \frac{0.01 \text{ mol}}{\frac{1}{6} \text{ min}} = 0.06 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

سرعت متوسط تولید H_2SO_4 ، $\frac{9}{28}$ سرعت متوسط تولید NO است،

$$\frac{9}{28} \times \frac{6}{100} = 0.019 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

پس داریم:

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰ و ۹۱)

(پیمان فواوی میز)

۱۲۶- گزینه «۴»

معادله واکنش پس از موازنه به صورت زیر است:



حال داریم:

ماده	N_2O_5	NO_2	O_2
مول اولیه	۰/۸	۰	۰
مول نهایی	۰/۸-۲x	+۴x	+x

$$0.8 - 2x + 4x + x = 1.25 \Rightarrow x = 0.15$$

پس مقدار ۰/۳ مول از N_2O_5 تجزیه شده است:

$$\frac{0.3}{0.8} \times 100 = 37.5$$

سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط تولید O_2 برابر است زیرا ضریب یک دارد.

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{0.15 \text{ mol}}{2 \times 2 / 5 \text{ min}} = \frac{0.15}{5} = 0.03 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰ و ۹۱)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۲۷- گزینه «۲»

چون انحلال آمونیوم نیترات گرماگیر است انرژی توسط سامانه جذب می‌شود نه آزاد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: صحیح؛ از این واکنش برای سرد کردن محل آسیب دیدگی استفاده می‌شود.

گزینه «۳»: صحیح؛ هر دو واکنش انحلال کلسیم کلرید در آب و تولید اکسیژن از اوزون گرماده می‌باشند.

گزینه «۴»: فرض می‌کنیم ۱ مول از هر نمک در آب حل شده است. در این شرایط مطابق قانون هس گرمای مبادله شده بین سامانه و محیط برابر است با:

$$Q = (-83) + 26 = -57 \text{ kJ}$$

پس به طور کلی آنتالپی این فرایند منفی بوده و گرماده است و دمای آب بالا خواهد رفت.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۲۸- گزینه «۳»

عبارت دوم نادرست است. خاک باغچه حاوی کاتالیز گرهای مناسب است و به اثر سطح تماس مربوط نمی‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

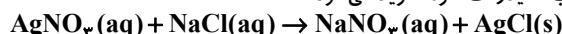
(پارسا عیوض پور)

۱۲۹- گزینه «۲»

فقط مورد اول درست است.

بررسی موارد نادرست:

ب) افزودن محلول نقره نیترات به محلول سدیم کلرید باعث تشکیل سریع رسوب سفید رنگ نقره کلرید می‌شود.



ج) ۳۰ درصد غذای جهان به زباله تبدیل می‌شود.

د) در واکنش ترمیت $\text{Fe}(\text{l})$ تشکیل می‌شود و مایعات رسوب نمی‌کنند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۲، ۸۳، ۹۱ و ۹۲)

(ایمان حسین نژاد)

۱۳۰- گزینه «۱»

همه موارد درست هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۲ و ۸۶ تا ۹۰)

شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۴»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: قاوت به دلیل سطح تماس بیش تر با هوا از مغز آن زودتر فاسد می‌شود.

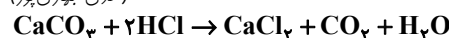
گزینه «۲»: روغن‌های مایع به جهت دور ماندن از نور در ظروف مات نگهداری می‌شوند.

گزینه «۳»: محیط‌های سرد، تاریک و خشک برای نگهداری مواد غذایی مناسب تر هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

(هری بهاری پور)

۱۲۲- گزینه «۲»



سرعت در ۲۰ تا ۳۰ ثانیه:

$$\bar{R} : \frac{0.030 - 0.025}{30 - 20} = \frac{0.005}{10} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol / s}$$

سرعت در ۱۰ تا ۵۰ ثانیه:

$$\bar{R} : \frac{0.035 - 0.005}{50 - 10} = \frac{0.03}{40} = 7.5 \times 10^{-4} \text{ mol / s}$$

مجموع سرعت در این دو بازه زمانی:

$$5 \times 10^{-4} + 7.5 \times 10^{-4} = 12.5 \times 10^{-4} \text{ mol / s}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸)

(مهمربها پور جاوید)

۱۲۳- گزینه «۴»

تمام عبارات‌های داده شده درست هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷ و ۸۳)

(میلاد شیخ الاسلامی)

۱۲۴- گزینه «۲»

در نمودارهای غلظت - زمان، منحنی (یا خط)‌های صعودی مربوط به فرآورده‌ها می‌باشند زیرا رفته رفته به غلظت آن‌ها افزوده می‌شود و منحنی (یا خط)‌های نزولی مربوط به واکنش دهنده‌ها می‌باشند زیرا با گذر زمان از غلظت آن‌ها کاسته می‌شود. نکته مهم در تشخیص نمودار صحیح این است که تغییرات غلظت مواد باید متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها باشد. برای مثال در واکنش صورت سؤال ضریب NO_2 دو برابر ضریب O_2 است پس در طول واکنش قدرمطلق تغییرات غلظت NO_2 ، ۲ برابر تغییرات غلظت O_2 خواهد بود.

با توجه به توضیحات بالا، به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: نادرست، در واکنش صورت سؤال یک واکنش دهنده داریم پس در نمودار باید فقط یک منحنی نزولی داشته باشیم. در این گزینه دو منحنی نزولی داریم.

گزینه «۲»: درست، یک منحنی نزولی مربوط به واکنش دهنده و دو منحنی صعودی مربوط به فرآورده‌ها داریم که تغییرات تمام مواد متناسب با ضریبشان است.

گزینه «۳»: نادرست، طبق صورت سؤال واکنش باید کامل باشد یعنی غلظت واکنش دهنده به صفر برسد. در نمودار این گزینه غلظت واکنش دهنده به صفر نرسیده است.

گزینه «۴»: نادرست، قبل از اتمام واکنش (زمان متناظر با خط چین) منحنی یکی از فرآورده‌ها (O_2) شروع به افقی شدن کرده که این موضوع به معنی ثابت بودن غلظت آن ماده است در حالی که غلظت هر دو فرآورده گازی این واکنش تا لحظه آخر رو به افزایش است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

(پیمان فواوی میز)

۱۲۵- گزینه «۱»

معادله واکنش پس از موازنه به صورت زیر درمی‌آید:

