



# دفترچه پاسخ

## آزمون ۷ مهر ۱۴۰۲

### اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

#### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	امیر حسین ابومحبوب-محمد رضا توجه-عادل حسینی-طاہر دادستانی-میلاد سجادی-لاریجانی-حبیب شفیعی-علی شہرابی-رضا طاری حمید علیزاده-مرضیہ گودرزی-جہانبخش نیکنام-بنیامین یعقوبی
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-جواد حاتمی-فرزانه خاکپاش-امیر هوشنگ خمسه-کیوان دارابی-سوگند روشنی محمد صحت کار-رضا عباسی اصل-فرشاد فرامرز-محمد ابراهیم گیتی زاده-سینا محمدپور-محمد هجری
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-رضا پور حسینی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علی سعیدی زاد فرشاد فرامرز-احمد رضا فلاح-نیلوفر مهدوی-محمد هجری
فیزیک	مهران اسماعیلی-زهره آقامحمدی-مهدی براتی-امیر حسین برداران-لاله بهادری-علیرضا جباری-امیر علی حاتم خانی-معصومه شریعت ناصری مریم شیخ مو-شیراز شیرزادی-سیاوش فارسی-مصطفی کیانی-مهدی میراب زاده-امیر احمد میر سعید-سیده ملیحه میر صالحی-مجتبی نکوئیان
شیمی	هدی بهاری پور-امیر حاتمیان-ارژنگ خانلری-حمید ذبیحی-امید رضوانی-روزبه رضوانی-امیر حسین طیبی-سود کلایی-رسول عابدینی زواره محمد عظیمیان زواره-روح الهه علیزاده-حسین ناصری ثانی

#### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی مهدی ملارمضانی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی
بازبینی نهایی (رتبه برتر)	بنیامین یعقوبی	کیارش صانعی	کیارش صانعی	ماهان زواری	ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین نژاد
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

#### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

#### گروه آزمون

#### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱، ۶۴۶۳



## حسابان ۱

## گزینه «۴» -۱

(بنیامین یعقوبی)

سه نقطه روی یک خط قرار دارند، پس:

$$m_{AB} = m_{BC} = m_{AC}$$

$$\frac{3}{3} = \frac{m-2}{m-2} = \frac{m+1}{m+1}$$

پس به ازای تمامی مقادیر  $m$  برقرار است.

(حسابان ۱- چپر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

## گزینه «۳» -۲

(عارل مسینی)

بدیهی است که  $a$  و  $\sqrt{a}$  مثبت‌اند، پس این سه عدد می‌توانند به حالت‌های
 $a, \sqrt{a}, 0$  یا  $a, \sqrt{a}, a$ ، تشکیل دنباله حسابی دهند. برای هر کدام داریم:

$$\begin{aligned} 0, \sqrt{a}, a &\Rightarrow 0+a=2\sqrt{a} \Rightarrow a-2\sqrt{a}=\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)=0 \\ \Rightarrow \sqrt{a}=0 &\Rightarrow a=0 \\ \sqrt{a}=2 &\Rightarrow a=4 \end{aligned}$$

دقت کنید که به ازای  $a=0$  دنباله ثابت تولید می‌شود.

$$0, a, \sqrt{a} \Rightarrow 0+\sqrt{a}=2a \Rightarrow 2a-\sqrt{a}=\sqrt{a}(2\sqrt{a}-1)=0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a}=0 &\Rightarrow a=0 \\ \sqrt{a}=\frac{1}{2} &\Rightarrow a=\frac{1}{4} \end{aligned}$$

در نهایت مجموع مقادیر ممکن برای  $a$  برابر  $\frac{17}{4} = 4 + \frac{1}{4}$  است.

(حسابان ۱- چپر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۳ و ۱۹ و ۲۰)

## گزینه «۲» -۳

(عارل مسینی)

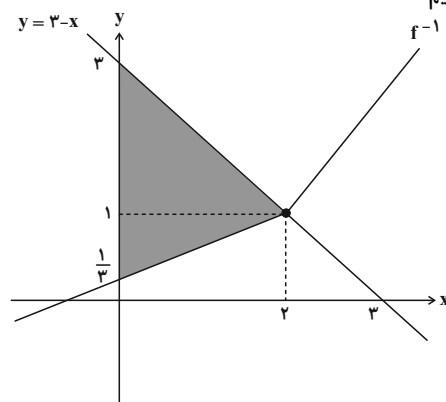
ابتدا ضابطه تابع وارون تابع  $f$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x < 1, y < 2 \\ \frac{x+3}{2} & ; x \geq 1, y \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{3} & ; x < 2 \\ 2x-3 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

نمودار تابع  $f^{-1}$  را به همراه خط  $y = -x + 3$  در یک دستگاه مختصات

رسم می‌کنیم:



مساحت قسمت سایه خورده در شکل ستون قبل، سطح مورد نظر است که مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \left( 3 - \frac{1}{3} \right) (2) = \frac{8}{3}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

## گزینه «۱» -۴

(عارل مسینی)

دامنه‌های دو تابع  $f$  و  $g$  به ترتیب  $D_f = [-2, 2]$  و $D_g = [-3, +\infty)$  است و دامنه تابع  $f \circ g$  را از رابطه زیر حساب می‌کنیم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

پس داریم:

$$\begin{aligned} D_{f \circ g} &= \{x \geq -3 \mid -2 \leq -\sqrt{x+3} \leq 2\} \\ &= \{x \geq -3 \mid \sqrt{x+3} \leq 2\} = \{x \geq -3 \mid x \leq 1\} \\ \Rightarrow D_{f \circ g} &= [-3, 1] \end{aligned}$$

این بازه شامل ۵ عدد صحیح است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

## گزینه «۴» -۵

(محمدرضا توبه)

می‌دانیم اگر جرم یک ماده رادیواکتیو  $m_0$  و نیم‌عمر آن  $T$  باشد، جرم مادهباقی‌مانده ( $m$ ) پس از طی شدن زمان  $t$  از رابطه  $m(t) = \frac{m_0}{2^{t/T}}$  به دست

می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$m(t) = m_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{t/T} \Rightarrow m(60) = \frac{m_0}{2^{60/210}} = \frac{m_0}{2^{2/7}}$$

جرم ماده باقی‌مانده  $\frac{1}{64}$  جرم ماده اولیه است، یعنی جرم ماده‌ای که بهانرژی تبدیل شده است،  $\frac{63}{64}$  جرم ماده اولیه است.

$$\Rightarrow m_{\text{انرژی}} = m_0 - \frac{m_0}{64} = \frac{63}{64} m_0 \approx 0.98 m_0$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه ۷۶)

## گزینه «۴» -۶

(عارل مسینی)

ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log(2^x - 1) + \log 1000 = \log 8^x + \log 32$$

$$\Rightarrow \log 1000(2^x - 1) = \log(32 \times 8^x)$$

$$\Rightarrow 1000(2^x - 1) = 32 \times 8^x \xrightarrow{+8} 125(2^x - 1) = 4 \times 8^x = 4(2^x)^3$$

حال با تغییر متغیر  $t = 2^x$  داریم:

$$125(t-1) = 4t^3 \Rightarrow 4t^3 - 125t + 125 = 0$$

اگر معادله را به صورت  $\frac{t-1}{t^3} = \frac{4}{125}$  بنویسیم، می‌بینیم که  $t = 5$  جواب

معادله بالا است. پس آن را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:



(میلاد سبازی لاریبانی)

۹- گزینه «۴»

با توجه به مقادیر حاصل حد در گزینه‌ها و هم چنین اینکه مقدار عبارت  
مخرج کسر موردنظر به ازای  $x=1$  صفر است، نتیجه می‌گیریم که حد مورد  
نظر، مبهم  $\frac{0}{0}$  است. یعنی مقدار عبارت صورت نیز به ازای  $x=1$  باید صفر  
باشد.

$$\Rightarrow \sqrt{f(1)} - 2 = 0 \Rightarrow f(1) = 4 \Rightarrow (1, 4) \in f$$

پس تابع خطی  $f$  از نقاط  $(1, 4)$  و  $(-1, 2)$  می‌گذرد.

$$\text{شیب خط: } m = \frac{4-2}{1-(-1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow y - 2 = 1(x + 1) \Rightarrow f(x) = x + 3$$

حال حاصل حد را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$$

با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج عبارت صورت داریم:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1} \right) \left( \frac{\sqrt{x+3} + 2}{\sqrt{x+3} + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{8}$$

(مسایان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(عارل فسینی)

۱۰- گزینه «۳»

تابع  $f$  در عدد صحیح  $x=n$  حد دارد (که  $n$  برابر  $k$  است). پس باید  
حدود چپ و راست تابع در  $x=n$  برابر باشند:

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow n^-} f(x) = 2(n)(n-1) - k^2(-n)$$

$$= 2n^2 + (k^2 - 2)n$$

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow n^+} f(x) = 2n(n) - k^2(-n-1)$$

$$= 2n^2 + k^2n + k^2$$

با مساوی قرار دادن دو مقدار بالا داریم:

$$2n^2 + (k^2 - 2)n = 2n^2 + k^2n + k^2 \Rightarrow k^2 = -2n$$

حال  $n=k$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$k^2 = -2k \Rightarrow k^2 + 2k = k(k+2) = 0$$

$$\Rightarrow k=0, k=-2$$

مجموع مقادیر برابر ۲- است.

(مسایان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

$$4t^3 - 125t + 125 = (t-5)(4t^2 + 20t - 25) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 = 2^{x_1} \Rightarrow x_1 = \log_2 5 \\ t_2 = \frac{-20 + 20\sqrt{2}}{4} = 2^{x_2} \Rightarrow x_2 = \log_2 \frac{5}{2}(\sqrt{2} - 1) \end{cases}$$

با توجه به صعودی بودن تابع  $y = \log_2 x$ ، جواب بزرگ‌تر معادله  
 $x_1 = \log_2 5$  است.

$$\Rightarrow 2 < \log_2 5 < 3 \Rightarrow [\log_2 5] = 2$$

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(مرضیه کوردزی)

۷- گزینه «۱»

$$\begin{cases} \sin 20^\circ = \sin(18^\circ + 2^\circ) = -\sin 2^\circ \\ \cos 29^\circ = \cos(36^\circ - 7^\circ) = \cos 7^\circ = \sin 2^\circ \\ \sin 16^\circ = \sin(18^\circ - 2^\circ) = \sin 2^\circ \\ \cos 7^\circ = \sin 2^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-2\sin 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ + 2\sin 20^\circ} = -\frac{1}{3}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(عارل فسینی)

۸- گزینه «۱»

$$2 \sin(x + \frac{2\pi}{14}) = \sin(2x + \frac{\pi}{14}) = k$$

$$\text{با توجه به این که } 2x + \frac{\pi}{14} \text{ یا همان } 2x + \frac{8\pi}{14} \text{ یا } 2x + \frac{4\pi}{7} \text{ یا } \frac{7\pi}{14}$$

$$\text{همان } \frac{\pi}{2} \text{ اختلاف دارند، می‌توانیم } \sin(2x + \frac{\pi}{14}) \text{ را به شکل زیر}$$

بازنویسی کنیم:

$$\sin(2x + \frac{\pi}{14}) = -\sin(-2x - \frac{\pi}{14})$$

$$= -\sin[\frac{\pi}{2} - (2x + \frac{4\pi}{7})] = -\cos 2(x + \frac{2\pi}{7})$$

$$= -(1 - 2\sin^2(x + \frac{2\pi}{7}))$$

$$\sin(x + \frac{2\pi}{7}) \text{ را } \frac{k}{2} \text{ گرفته‌ایم، پس باید معادله } \frac{k}{2} \text{ یا } 2(\frac{k}{2})^2 - 1 = k$$

حل کنیم:

$$\Rightarrow \frac{k^2}{2} - 1 = k \Rightarrow k^2 - 2k - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{-1 < k < 1} k = 1 - \sqrt{3}$$

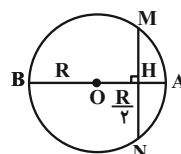
(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)



## هندسه ۲

## ۱۱- گزینه «۳»

(فرزانه شالکپاش)



بلندترین وتر گذرنده از هر نقطه در دایره، قطر دایره و کوتاه‌ترین وتر گذرنده از هر نقطه، وتری است که در آن نقطه بر قطر دایره عمود است.

از طرفی می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین با فرض  $x = MH = NH$  و طبق روابط طولی وترهای متقاطع در دایره داریم:

$$MH \times NH = AH \times BH \Rightarrow x \times x = \frac{R}{2} \times \frac{2R}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{2R^2}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} R$$

$$\frac{MN}{AB} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} R}{2R} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۸)

## ۱۲- گزینه «۱»

(فرشاد فرامرزی)

اگر  $R$  و  $R'$  شعاع‌های دو دایره و  $d$  طول خط‌المرکزین آنها باشد، آنگاه داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow 12 = \sqrt{d^2 - (3 - 8)^2} \Rightarrow d^2 = 169 \Rightarrow d = 13$$

چون  $d > R + R'$ ، پس دو دایره متخارج هستند و در نتیجه داریم:

$$\text{فاصله دو دایره بیشترین} = d + R + R' = 13 + 3 + 8 = 24$$

$$\text{فاصله دو دایره کمترین} = d - (R + R') = 13 - (3 + 8) = 2$$

بنابراین نسبت مورد نظر برابر  $12 = \frac{24}{2}$  است.

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

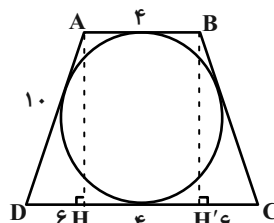
## ۱۳- گزینه «۴»

(فرزانه شالکپاش)

در یک چهارضلعی محیطی، مجموع طول‌های هر دو ضلع مقابل برابر مجموع طول‌های دو ضلع مقابل دیگر است، بنابراین داریم:

$$AB + CD = AD + BC$$

$$\xrightarrow{AD=BC} 4 + 16 = 2AD \Rightarrow AD = 10$$



مطابق شکل اگر از نقاط A و B، عمودهای AH و BH' را بر ضلع CD

$$DH = CH' = \frac{CD - AB}{2} = \frac{16 - 4}{2} = 6$$

رسم کنیم، آنگاه:

$$\Delta AHD: AD^2 = AH^2 + DH^2 \Rightarrow 10^2 = AH^2 + 6^2$$

$$\Rightarrow AH^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow AH = 8$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD) = \frac{1}{2} \times 8(4 + 16) = 80$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

## ۱۴- گزینه «۳»

(فرشاد فرامرزی)

روش اول:

اگر S مساحت و P نصف محیط مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۶ باشند، آنگاه داریم:

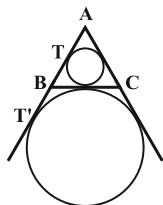
$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}$$

$$P = \frac{1}{2} (3 \times 6) = 9$$

شعاع دایره‌های محاطی داخلی و خارجی این مثلث از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3}$$

$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{9\sqrt{3}}{9 - 6} = 3\sqrt{3}$$



مطابق شکل دایره‌های محاطی داخلی و خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع، مماس خارج هستند، بنابراین طول مماس مشترک خارجی آنها برابر است با:

$$TT' = 2\sqrt{r \times r_a} = 2\sqrt{\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}} = 2 \times 3 = 6$$

روش دوم:

$$AT' = P = 9, AT = P - a = 9 - 6 = 3$$

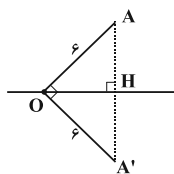
$$TT' = AT' - AT = 9 - 3 = 6$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۶)

## ۱۵- گزینه «۴»

(امیر هوشنگ فمسه)

واضح است که زاویه AOH برابر  $45^\circ$  است، در نتیجه زاویه  $AOA'$  برابر  $90^\circ$  خواهد بود. همچنین بازتاب تبدیلی طولی است، بنابراین  $OA' = OA = 6$  است و در نتیجه داریم:



$$S_{\Delta OAA'} = \frac{6 \times 6}{2} = 18$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربرد: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)



طبق قضیه کسینوسها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} = 36 + 16 - 2 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 28$$

طبق قضیه میانهها در این مثلث داریم:

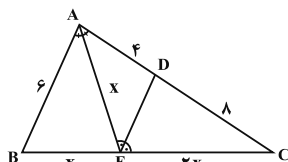
$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 36 + 16 = 2m_a^2 + 14$$

$$\Rightarrow 2m_a^2 = 38 \Rightarrow m_a^2 = 19 \Rightarrow m_a = \sqrt{19}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۲» - ۱۹



مطابق شکل اگر  $AE = x$  فرض شود، آنگاه بنا به قضیه نیمساز زاویه‌های داخلی داریم:

$$\Delta AEC: \text{نیمساز } DE \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow \frac{x}{2x} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow EC = 2x$$

$$\Delta ABC: \text{نیمساز } AE \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{EC} \Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{BE}{2x} \Rightarrow BE = x$$

حال با توجه به رابطه طول نیمساز زاویه داخلی داریم:

$$AE^2 = AB \cdot AC - BE \cdot EC \Rightarrow x^2 = 6 \times 12 - x \times 2x \Rightarrow 3x^2 = 72$$

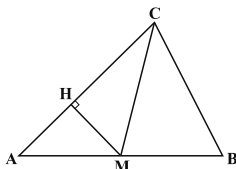
$$\Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۲» - ۲۰

فرض کنیم  $AB = 6$ ،  $AC = 7$  و  $BC = 5$  باشد، با استفاده از قضیه هرون برای مثلث ABC داریم:



$$P = \frac{5+6+7}{2} = 9$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{9 \times (9-5)(9-7)(9-6)} = 6\sqrt{6}$$

میانه CM مساحت مثلث ABC را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند:

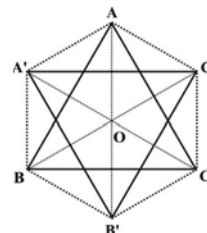
$$S_{\Delta AMC} = \frac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$$

$$S_{\Delta AMC} = \frac{1}{2} MH \cdot AC \Rightarrow 3\sqrt{6} = \frac{1}{2} MH \times 7 \Rightarrow MH = \frac{6\sqrt{6}}{7}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۴» - ۱۶



فرض کنیم O نقطه هم‌رسمی میانه‌های مثلث ABC باشد. در مثلث متساوی‌الاضلاع، میانه‌ها برابر یکدیگرند، پس  $\frac{2}{3}$  طول آنها نیز با هم برابر است. از طرفی دوران تبدیلی طولی است، بنابراین داریم:

$$OA = OB = OC = OA' = OB' = OC'$$

$$\widehat{AOA'} = \widehat{A'OB} = \widehat{BOB'} = \widehat{B'OC} = \widehat{COC'} = \widehat{C'OA} = 60^\circ$$

پس شش ضلعی  $AA'BB'CC'$  منتظم است و مثلث  $AOA'$  متساوی‌الاضلاع است، چون زاویه  $AOA'$ ،  $60^\circ$  درجه بوده و دو ضلع OA و  $OA'$  برابرند، پس  $AA' = AO$  می‌باشد. از طرفی طول AO،  $\frac{2}{3}$  طول

ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC است. پس داریم:

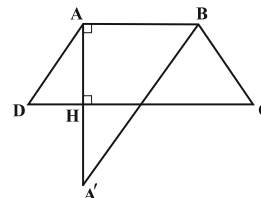
$$AO = \frac{2}{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} \right) = 6$$

$$AA' = AO = 6 \Rightarrow \text{محیط شش ضلعی} = 6 \times 6 = 36$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۲» - ۱۷



برای پیدا کردن کمترین مقدار  $MA + MB$  به گونه‌ای که M روی قاعده CD باشد، کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به ضلع CD یافته و آن را  $A'$  بنامیم و سپس مقدار  $A'B$  را به دست آوریم (این مقدار دقیقاً برابر با کمترین مقدار  $MA + MB$  است).

با توجه به مفروضات سؤال داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH (AB + CD) \Rightarrow 39 = \frac{1}{2} AH (5 + 8) \Rightarrow AH = 6$$

$$\Rightarrow AA' = 12$$

$$\Delta A'AB: A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow A'B = 13$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۳)

(پرواز فاطمی)

گزینه «۳» - ۱۸

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A}$$

$$\Rightarrow \cos(\hat{B} + \hat{C}) = \cos(180^\circ - \hat{A}) = -\cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2}$$



**آمار و احتمال**

۲۱- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge q] \vee p \equiv [(\sim p \vee q) \wedge q] \vee p \equiv q \vee p \equiv p \vee q$$

قانون جذب

نقیض  $\rightarrow \sim p \wedge \sim q$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۲- گزینه «۴»

(امد رضا فلاح)

گزینه «۱»: در معادله درجه دوم  $-2x^2 + 2x - 7 = 0$ ،  $\Delta = -52 < 0$  و

ضریب  $x^2$  منفی است، پس عبارت موردنظر همواره منفی است.

گزینه «۲»:

$$\left. \begin{array}{l} u > 0 \Rightarrow u + \frac{1}{u} \geq 2 \\ u < 0 \Rightarrow u + \frac{1}{u} \leq -2 \end{array} \right\} \xrightarrow{u \neq 0} \left| u + \frac{1}{u} \right| \geq 2$$

$$\xrightarrow{u=3x} \left| 3x + \frac{1}{3x} \right| \geq 2$$

گزینه «۳»: در معادله درجه دوم  $-5x^2 - 6x + 7 = 0$ ،  $\Delta = 176 > 0$ ،

پس معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز می‌باشد. چون ضریب  $x^2$

منفی است، پس عبارت موردنظر به ازای مقادیر بزرگتر از هر دو ریشه و

مقادیر کوچکتر از هر دو ریشه منفی است.

گزینه «۴»: هیچ عدد حقیقی‌ای وجود ندارد که مجموع آن با تمام اعداد

صحیح برابر صفر شود، پس این گزاره سوری نادرست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۳- گزینه «۱»

(فرزانه شاکپاش)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$[(A \cup B)' - B] \cup [(B - A) \cup A']$$

$$= [(A \cup B') \cap B'] \cup [(B \cap A') \cup A'] = B' \cup A'$$

حال طبق قانون دمورگان داریم:

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۴- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی باشند، آنگاه رابطه  $A \times B = B \times A$  تنها

در صورتی برقرار است که  $A = B$  باشد. همچنین دو مجموعه  $A$  و  $B$  در

صورتی برابر یکدیگرند که اعضای آنها نظیر به نظیر برابر باشند. با توجه به

مجموعه‌های  $A$  و  $B$ ، دو حالت زیر امکان‌پذیر است.

$$\begin{cases} x - 2 = 5 \Rightarrow x = 7 \\ 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \\ z - 1 = -2 \Rightarrow z = -1 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 8$$

حالت اول:

$$\begin{cases} x - 2 = 5 \Rightarrow x = 7 \\ 2y = -2 \Rightarrow y = -1 \\ z - 1 = 4 \Rightarrow z = 5 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 11$$

حالت دوم:

بنابراین بیشترین مقدار  $x + y + z$ ، برابر ۱۱ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۲۵- گزینه «۱»

(رضا پورحسینی)

فرض کنید پیشامدهای  $A$  و  $B$  به ترتیب به صورت «عدد تاس دوم

بزرگ‌تر باشد» و «حداقل یکی از تاس‌ها ۵ ظاهر شود» تعریف شوند. در

این صورت داریم:

$$B = \{(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (6,5)\}$$

$$A \cap B = \{(5,6), (1,5), (2,5), (3,5), (4,5)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{5}{11}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۶- گزینه «۱»

(فرشاد خرامرزی)

$$\left. \begin{array}{l} P(1) = P(3) = P(5) = x \\ P(2) = P(4) = P(6) = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow P(\{2, 4, 6\}) = 2P(\{1, 3, 5\})$$



$$CV_1 = \Delta CV_2 \Rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x} - 4} = \frac{\Delta \sigma}{\bar{x} + 4} \Rightarrow \bar{x} + 4 = \Delta \bar{x} - 20$$

$$\Rightarrow 4\bar{x} = 24 \Rightarrow \bar{x} = 6$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = 6 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 60$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۵ و ۹۳ تا ۹۷)

### ۲۹- گزینه «۳»

(نیلوفر مهری)

ابتدا داده‌ها را مرتب کرده و میانه، چارک اول و چارک سوم داده‌ها را به

$$\begin{array}{ccccccc} 1, & 1, & 6, & 8, & 8, & 9, & 12, 13, 15, 23, 25 \\ & \downarrow & & & & \downarrow & \downarrow \\ & Q_1 & & & & Q_2 & Q_3 \end{array}$$

دست می‌آوریم.

بنابراین داده‌های ۸، ۸، ۹، ۱۲، ۱۳ داخل جعبه قرار دارند و در نتیجه داریم:

$$\bar{x} = \frac{8+8+9+12+13}{5} = 10$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(8-10)^2 + (8-10)^2 + (9-10)^2 + (12-10)^2 + (13-10)^2}{5} \\ &= \frac{4+4+1+4+9}{5} = 4/4 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

### ۳۰- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

اختلاف بین شماره‌های اولین و چهارمین دانش‌آموز انتخاب شده، سه برابر

تعداد اعضای هر طبقه است. بنابراین داریم:

$$42 - 6 = 12 = \frac{42 - 6}{3} = 12$$

تعداد اعضای هر طبقه

$$240 = \frac{240}{12} = 20$$

تعداد طبقات

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

بنابراین احتمال آمدن اعداد زوج و فرد در پرتاب این تاس به ترتیب  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{1}{3}$  است.

اگر تاس زوج بیاید، سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم. در این صورت فضای نمونه

دارای ۴ حالت بوده و پیشامد آنکه تعداد رو بیشتر باشد، به صورت  $\{(r, r)\}$  و

احتمال آن برابر  $\frac{1}{4}$  است. اگر تاس فرد بیاید، سکه را سه بار پرتاب می‌کنیم.

در این صورت فضای نمونه دارای ۸ حالت بوده و پیشامد آنکه تعداد رو بیشتر

باشد، به صورت  $\{(r, r, p), (r, p, r), (p, r, r), (r, r, r)\}$  و احتمال آن

برابر  $\frac{4}{8}$  است. اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ و ۵۸ تا ۶۰)

### ۲۷- گزینه «۳»

(مهمرب هیری)

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند. در نتیجه پیشامدهای A و B و

پیشامدهای A' و B' نیز مستقل از هم هستند. در نتیجه داریم:

$$P(B|A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B') = \frac{2}{3}$$

$$P(A - B) = P(A \cap B') = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A)P(B') = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}P(A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(A') = \frac{1}{2}$$

$$P(A'|B') = P(A') = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

### ۲۸- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  به ترتیب برابر  $\bar{x}$  و

$\sigma$  باشد، میانگین و انحراف معیار داده‌های

$ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$  با فرض  $a > 0$  به ترتیب برابر  $a\bar{x} + b$  و

$a\sigma$  است. بنابراین داریم:



## فیزیک ۲

## گزینه ۳» ۳۱-

(شیلا شیرزادی)

ابتدا با استفاده از قانون کولن اندازه هر یک از بارهای الکتریکی را می‌یابیم. دقت کنید، اگر یکای بار الکتریکی برحسب  $\mu C$  و یکای فاصله برحسب  $cm$  باشد، رابطه  $F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F = \frac{90 |q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{F=0.9N, r=30cm, |q_1|=|q_2|=q} F = \frac{90 \times q^2}{900} \Rightarrow q^2 = 9 \Rightarrow q = 3\mu C$$

$$0.9 = \frac{90 \times q^2}{900} \Rightarrow q^2 = 9 \Rightarrow q = 3\mu C$$

اکنون، اندازه بار الکتریکی را پس از تغییر آن‌ها پیدا می‌کنیم. در اینجا فرض می‌کنیم بارها مثبت باشند.

$$q'_1 = q - 2 = 3\mu C \Rightarrow q'_1 = 3 - 2 = 1\mu C$$

$$q'_2 = q + 2 = 3 + 2 \Rightarrow q'_2 = 5\mu C$$

در آخر، نیروی بین دو بار  $q'_1$  و  $q'_2$  را می‌یابیم:

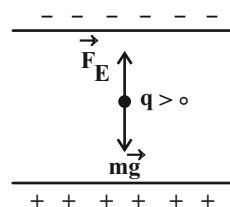
$$F' = \frac{90 |q'_1| |q'_2|}{r^2} = \frac{90 \times 1 \times 5}{900} = 0.5N$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

## گزینه ۱» ۳۲-

(مجتبی نکلوتیان)

مطابق شکل زیر، برای ذره باردار در حالت تعادل می‌توان نوشت:



$$F_E = mg \quad (1) \quad ; \quad F_E = |q| E \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} |q| E = mg \quad (I)$$

با اعمال تغییرات در اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات خازن و فاصله

صفحات خازن و با استفاده از رابطه  $E = \frac{|\Delta V|}{d}$  داریم:

$$\frac{E'}{E} = \frac{|\Delta V'|}{|\Delta V|} \times \frac{d}{d'} \xrightarrow{|\Delta V'| = 2|\Delta V|, d' = \frac{2}{3}d}$$

$$\frac{E'}{E} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \quad (II)$$

با توجه به افزایش اندازه میدان الکتریکی و در نتیجه افزایش اندازه نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار، می‌توان گفت که ذره باردار به سمت صفحه بالایی حرکت می‌کند و طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow W_{E'} + W_{mg} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\xrightarrow{v_i=0} E' |q| d - mg d = \frac{1}{2} m v_f^2 \quad (III)$$

$$\xrightarrow{(III) \text{ در } (II) \text{ و } (I)} \frac{4}{3} mg d - mg d = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$\Rightarrow v_f^2 = \frac{2}{3} g d \xrightarrow{g=10 \frac{N}{kg}, d=0.6m} v_f^2 = 4 \Rightarrow v_f = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۲۵ و ۲۶)

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

## گزینه ۴» ۳۳-

(امیرعلی هاتم‌فانی)

ابتدا ظرفیت خازن را محاسبه می‌کنیم:

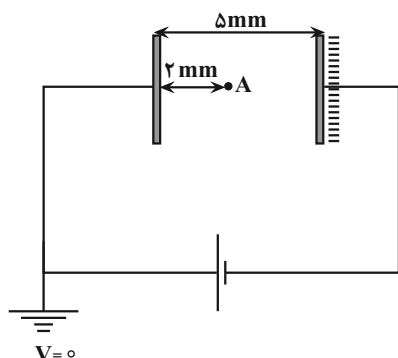
$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa=1, A=25 \times 10^{-4} m^2, d=5mm=5 \times 10^{-3} m} C = \frac{1 \times 9 \times 10^{-12} \times 25 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-3}} F$$

$$\Rightarrow C = 45 \times 10^{-13} F$$

اکنون با استفاده از رابطه انرژی ذخیره شده در خازن، اختلاف پتانسیل بین صفحات آن را می‌یابیم:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \xrightarrow{U=36pJ=36 \times 10^{-12} J, C=45 \times 10^{-13} F} V = 4V$$

$$36 \times 10^{-12} = \frac{1}{2} \times 45 \times 10^{-13} \times V^2 \Rightarrow V = 4V$$



در آخر با استفاده از رابطه  $E = \frac{\Delta V}{d}$  و با توجه به ثابت بودن  $E$ ، به صورت

زیر  $V_A$  را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، چون صفحه مثبت خازن به زمین متصل است، پتانسیل آن صفر می‌باشد.





$$V_p = \varepsilon_p + r_p I \xrightarrow{\varepsilon_p = 8V, r_p = 1\Omega} V_p = 8 + (1 \times 1) = 9V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۴)

۳۶- گزینه «۱» (معدری میراب زاده)

وقتی کلید k باز باشد، مقاومت معادل دو مقاومت  $2\Omega$  و  $6\Omega$  اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد. در این حالت مقاومت معادل مدار برابر  $R_{eq} = 3\Omega$  می‌شود. بنابراین، با محاسبه جریان مدار، توان مقاومت را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq} = 3\Omega, r = 1\Omega, \varepsilon = 6V} I = \frac{6}{3+1} = \frac{3}{2} A$$

$$P = R_{eq} I^2 = 3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4} W$$

وقتی کلید k بسته شود، هر سه مقاومت در مدار باقی می‌مانند و با هم موازی‌اند. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{R'_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3+1+2}{6} \Rightarrow R'_{eq} = 1\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{6}{1+1} = 3A$$

$$P' = R'_{eq} I'^2 = 1 \times 9 = 9W$$

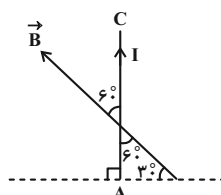
در آخر، نسبت توان در حالت دوم به توان در حالت اول برابر است با:

$$\frac{P'}{P} = \frac{9}{\frac{27}{4}} = \frac{4 \times 9}{27} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۷۹)

۳۷- گزینه «۱» (معصومه شریعت ناصری)

با توجه به شکل زیر، زاویه بین جهت جریان سیم و میدان مغناطیسی برابر  $60^\circ$  درجه است. بنابراین با استفاده از رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی می‌توان نوشت:



$$F = I l B \sin \theta \xrightarrow{\theta = 60^\circ, l = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, B = 400 \text{ G} = 400 \times 10^{-7} \text{ T}, I = 2 \text{ A}} \rightarrow$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{\Delta V'}{d'} \xrightarrow{\Delta V = 4V, d' = 2 \text{ mm}} \frac{4}{5} = \frac{\Delta V'}{2} \Rightarrow \Delta V' = 1.6V$$

$$\Delta V' = V_{\text{مثبت}} - V_A \Rightarrow 1.6 = 0 - V_A \Rightarrow V_A = -1.6V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

۳۴- گزینه «۳» (معدری براتی)

ابتدا نسبت  $\frac{R_B}{R_A}$  را می‌یابیم. با توجه به نمودار به ازای اختلاف پتانسیل یکسان V، جریان الکتریکی مقاومت A برابر  $I_A = 2A$  و جریان الکتریکی مقاومت B برابر  $I_B = 4A$  است. بنابراین، با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B = V \Rightarrow R_A I_A = R_B I_B \Rightarrow R_A \times 2 = R_B \times 4$$

$$\Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

اکنون با استفاده از رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  و با توجه به این که  $A = \pi \frac{D^2}{4}$  است، می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi \frac{D^2}{4}} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \xrightarrow{\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{L_A}{L_B}} \Rightarrow \frac{1}{2} = 1 \times \frac{L_B}{4L_A} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{D_A}{D_B} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۳۵- گزینه «۳» (لاله بوارری)

ابتدا جریان الکتریکی مدار را می‌یابیم. در اینجا چون  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  است، جریان مدار در جهت جریان باتری  $\varepsilon_1$  و پادساعتگرد می‌باشد. بنابراین داریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} \xrightarrow{\varepsilon_1 = 12V, \varepsilon_2 = 8V, R_{eq} = 0.5 + 0.5 = 1\Omega, r_1 + r_2 = 2 + 1 = 3\Omega} \rightarrow$$

$$I = \frac{12 - 8}{1 + 3} = 1A$$

اکنون اختلاف پتانسیل دو سر باتری  $\varepsilon_2$  را می‌یابیم. دقت کنید، چون جریان به پایانه مثبت باتری  $\varepsilon_2$  وارد می‌شود، این باتری از مدار انرژی می‌گیرد. یعنی ضدمحرکه است.



$$\Phi_1 = AB_1 \cos \theta \xrightarrow{A=100 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \theta=0} B_1=400 \times 10^{-4} \text{ T}$$

$$\Phi_1 = 100 \times 10^{-4} \times 400 \times 10^{-4} \times \cos(0^\circ)$$

$$\Rightarrow \Phi_1 = 4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

در حالت دوم که پیچه از میدان مغناطیسی خارج می‌شود،  $B_2 = 0$  است،

لذا،  $\Phi_2 = AB_2 \cos \theta = 0$  خواهد شد. بنابراین، در این حالت، نیروی

حرکت القایی را پیدا می‌کنیم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{N=50, \Delta t=0.2 \text{ s}} \varepsilon_{av} = -50 \times \frac{0 - 4 \times 10^{-4}}{0.2} = 0.1 \text{ V}$$

در آخر جریان القایی در پیچه را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \xrightarrow{R=5 \Omega} I = \frac{0.1}{5} = 0.02 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۷)

و جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ و ۵۰)

۴۰- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا با قرار دادن  $t = \frac{1}{120} \text{ s}$  و  $I = 2 \text{ A}$  در معادله جریان متناوب،

جریان بیشینه در سیمولوله را محاسبه می‌کنیم:

$$I = I_m \sin 100\pi t \Rightarrow 2 = I_m \sin 100\pi \times \frac{1}{120}$$

$$\Rightarrow 2 = I_m \sin \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}} 2 = I_m \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I_m = 4 \text{ A}$$

اکنون جریان عبوری از سیمولوله را در لحظه  $t = \frac{1}{300} \text{ s}$  می‌یابیم:

$$I = 4 \sin 100\pi t \xrightarrow{t=\frac{1}{300} \text{ s}} I = 4 \sin 100\pi \times \frac{1}{300} = 4 \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\xrightarrow{\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}} I = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ A}$$

در آخر انرژی ذخیره شده در سیمولوله را در لحظه  $t = \frac{1}{300} \text{ s}$  می‌یابیم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{L=\text{ثابت}} \frac{U}{U_m} = \left(\frac{I}{I_m}\right)^2$$

$$\xrightarrow{U_m=0.16 \text{ J}, I_m=4 \text{ A}, I=2\sqrt{3} \text{ A}} \frac{U}{0.16} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{U}{0.16} = \frac{3}{4} \Rightarrow U = 0.12 \text{ J}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

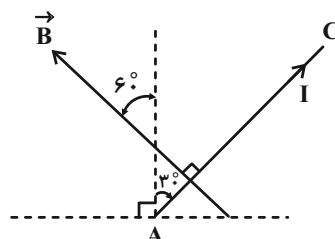
$$F = 2 \times 0.1 \times 400 \times 10^{-4} \times \sin 60^\circ \xrightarrow{\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$F = 2 \times 0.1 \times 0.4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.04\sqrt{3} \text{ N}$$

برای آن که نیروی وارد بر سیم AC بیشینه گردد، باید راستای سیم بر

خطوط میدان مغناطیسی عمود باشد. بنابراین، مطابق شکل زیر، باید سیم را به

اندازه  $30^\circ$  درجه در جهت ساعتگرد بچرخانیم.



(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۳۸- گزینه «۲»

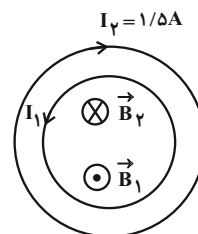
(معمومه شریعت ناصری)

با توجه به قاعده دست راست میدان مغناطیسی ناشی از حلقه با جریان  $I_1$

در مرکز حلقه‌ها درون‌سو است. بنابراین، میدان مغناطیسی حلقه با جریان  $I_1$

باید برونسو و هم‌اندازه میدان مغناطیسی  $\vec{B}_2$  باشد تا میدان خالص صفر

شود. بنابراین باید جریان  $I_1$  پادساعتگرد باشد و اندازه آن برابر است با:



$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{\mu_0 N_1 I_1}{R_1} = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{R_2}$$

$$\xrightarrow{N_1=N_2=1} \frac{I_1}{R_1} = \frac{I_2}{R_2} \xrightarrow{R_1=4 \text{ cm}, R_2=6 \text{ cm}}$$

$$\frac{I_1}{40} = \frac{1/5}{60} \Rightarrow I_1 = 1 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۳۹- گزینه «۲»

(سیاوش فارسی)

ابتدا شار مغناطیسی عبوری از حلقه را قبل از خروج از میدان مغناطیسی می‌یابیم،

دقت کنید چون پیچه بر میدان مغناطیسی عمود است،  $\theta = 0$  می‌باشد.



شیمی ۲

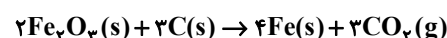
گزینه «۴»

(روح اله علیزاده)

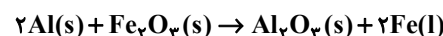
همه عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) هر چه فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و ترکیب‌هایش پایدارتر از خودش است. هر دو فلز سدیم و پتاسیم فعالیت شیمیایی و واکنش‌پذیری قابل توجهی دارند؛ بنابراین ترکیب این فلزها پایدارتر از خود فلز است؛ از طرفی چون پتاسیم فعالیت شیمیایی بیشتری نسبت به سدیم دارد، پایداری ترکیب‌هایش بیشتر از ترکیب‌های سدیم است. ب) در فولاد مبارکه اصفهان برای استخراج آهن از واکنش آهن (III) اکسید با کربن استفاده می‌شود:



ب) مقدار عملی، مقدار فراورده‌ای است که در عمل به دست می‌آید؛ در حالی که کمیتی که کارایی یک واکنش را نشان می‌دهد، بازده درصدی واکنش است. ت) در واکنش ترمیت که در صنعت جوشکاری استفاده می‌شود، فعالیت شیمیایی و واکنش‌پذیری فلز واسطه حاضر در واکنش (Fe) کمتر از فعالیت شیمیایی و واکنش‌دهنده فلزی (Al) است:



توجه: پایداری با واکنش‌پذیری رابطه عکس دارد؛ بنابراین پایداری Fe بیشتر از Al است.

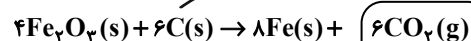
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

گزینه «۲»

(امیرمسین طبیی سورکلایی)

واکنش‌ها را نوشته و پس از موازنه، ضریب ماده مشترک را در دو واکنش برابر می‌کنیم. در این مسئله، دو واکنش انجام شده که مقدار یک فراورده مشترک در دو واکنش برابر است. در نتیجه از این ماده (کربن دی‌اکسید) به عنوان پل ارتباطی دو واکنش استفاده می‌کنیم.

واکنش استخراج آهن از هماتیت به وسیله کربن:



تخمیر بی‌هوازی گلوکز:



محلول  $2 \text{ ton Fe}_2\text{O}_3$  :  $? \text{ m}^3$

$$\times \frac{10^6 \text{ g}}{1 \text{ ton}} \times \frac{70}{100} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}$$

$$\times \frac{6 \text{ mol CO}_2}{4 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{64}{100} \times \frac{6 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{6 \text{ mol CO}_2}$$

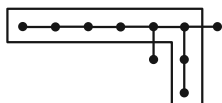
$$\times \frac{1 \text{ L محلول}}{4/2 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} = 2 \text{ m}^3 \text{ محلول}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

گزینه «۴»

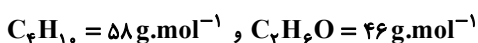
(مهمر عظیمیان زواره)

نام درست آن ۳، ۴- دی‌متیل اوکتان است.



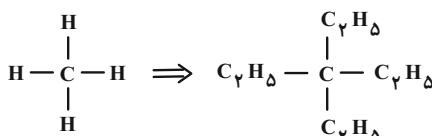
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گاز موجود در فندک بوتان ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ) است.



بنابراین اختلاف جرم مولی آن‌ها برابر با ۱۲ گرم بر مول است.

۲، ۳- دی اتیل پنتان



۳) فرمول‌های تقریبی گریس و وازلین به ترتیب  $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$  و  $\text{C}_{18}\text{H}_{38}$  می‌باشد؛ بنابراین تفاوت شمار اتم‌های کربن در فرمول تقریبی آن‌ها برابر با ۷ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) با توجه به جدول صفحه ۵۸ کتاب درسی شیمی یازدهم، مقایسه درست ظرفیت گرمایی ویژه این سه فلز به صورت « $\text{Al} > \text{Ag} > \text{Au}$ » است. نکته: ظرفیت گرمایی مولی فلزات تقریباً ثابت است؛ بنابراین هر چه جرم مولی فلزی بیشتر باشد، ظرفیت گرمایی ویژه آن کمتر خواهد بود.

۲) ظرفیت گرمایی مولی از حاصل ضرب ظرفیت گرمایی ویژه در جرم مولی به دست می‌آید. پس ممکن است ظرفیت گرمایی ویژه ماده‌ای کمتر باشد ولی به دلیل برخورداری از جرم مولی بیشتر، ظرفیت گرمایی مولی بزرگ‌تری داشته باشد.

۳) جرم مولی گاز هیدروژن ( $\text{H}_2$ ) دو برابر جرم مولی اتم هیدروژن است؛ به همین دلیل ظرفیت گرمایی یک مول هیدروژن دو برابر گرمای ویژه آن است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

گزینه «۳»

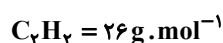
(مهمر عظیمیان زواره)

با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، آلکن‌ها، آلکین‌ها و ... اندازه گرمای سوختن افزایش می‌یابد:

آلکین > آلکن > آلکان ؛ | سوختن  $\Delta H$  |

اتین > اتانول > اتان ؛ | سوختن  $\Delta H$  |

ساده‌ترین آلکین، اتین می‌باشد:



$$50 \text{ kJ} = 1 \text{ g C}_2\text{H}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2}{26 \text{ g C}_2\text{H}_2} \times \frac{? \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2}$$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}} = -1300 \text{ kJ} \quad (\text{آنتالپی سوختن عددی منفی است.})$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)



$$\frac{-\Delta n(\text{HCl})}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{Cl}_2)}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{H}_2\text{O})}{\Delta t} \times 4 \rightarrow$$

$$\frac{-\Delta n(\text{HCl})}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{Cl}_2)}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{H}_2\text{O})}{\Delta t}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

(رسول عابدینی زواره)

گزینه «۴» ۴۸-

بررسی عبارت‌ها؛

الف) درست؛ فرمول مولکولی این ترکیب  $\text{C}_7\text{H}_8\text{O}_7$  است که با فرمول مولکولی استیک اسید ( $\text{CH}_3\text{COOH}$ ) یکسان است، پس با هم ایزومرنند.

ب) نادرست؛

$$\left. \begin{array}{l} \text{CH}_3\text{OH} = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \\ \text{HCOOH} = 46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \end{array} \right\} \Rightarrow 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = \text{تفاوت جرم مولی}$$

پ) نادرست؛ الکل سازنده استر موجود در انگور، اتانول ( $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ ) است. ت) درست؛ از آبکافت آن متانول تولید می‌شود و متانول به هر نسبتی در آب حل می‌شود. پس نمی‌توان از آن محلول سیر شده در آب تولید کرد.

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۶ و ۱۱۷)

(ارژنگ خانلری)

گزینه «۱» ۴۹-

فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌ها؛

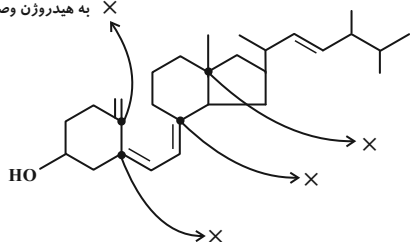
عبارت اول؛ هر دو ترکیب ناقطبی و دارای گروه عاملی هیدروکسیل ( $-\text{OH}$ ) هستند.

عبارت دوم؛ در ساختار این مولکول، حلقهٔ بنزنی یافت نمی‌شود؛ بنابراین این ترکیب آروماتیک نیست.

عبارت سوم؛ فرمول مولکولی این ترکیب به صورت « $\text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O}$ » است. همچنین از آنجایی که ویتامین D محلول در چربی است، پس مصرف زیاد آن باعث افزایش غلظت آن در بدن شده و برای بدن مضر است.

عبارت چهارم؛

به هیدروژن وصل نیست

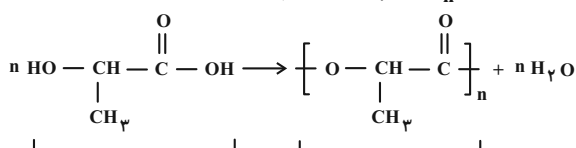


(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰، ۹۴، ۱۱۱ و ۱۱۲)

(ممید زینی)

گزینه «۳» ۵۰-

جرم مولی لاکتیک اسید ( $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3$ ) برابر ۹۰ گرم بر مول و جرم مولی پلی لاکتیک اسید ( $(\text{C}_3\text{H}_4\text{O}_2)_n$ ) برابر ۷۲n گرم بر مول است.



$$? \text{ g A} = 192 \text{ g B} \times \frac{1 \text{ mol B}}{72 \text{ ng B}} \times \frac{n \text{ mol A}}{1 \text{ mol B}} \times \frac{90 \text{ g A}}{1 \text{ mol A}}$$

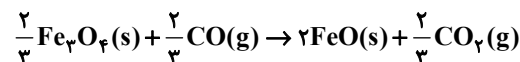
$$= 240 \text{ g A}$$

$$d_A = \frac{m}{V} = \frac{240}{200} = 1.2 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$$

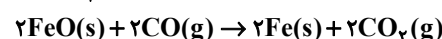
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۱۳ تا ۱۱۴ و ۱۱۹)

گزینه «۲» ۴۶-

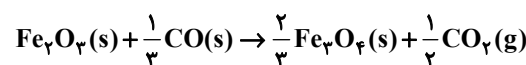
(ارژنگ خانلری)



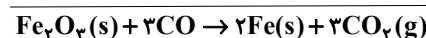
$$\Delta H = \frac{2}{3} a \text{ kJ}$$



$$\Delta H = -2b \text{ kJ}$$



$$\Delta H = \frac{1}{3} c \text{ kJ}$$



$$\Delta H = \frac{2}{3} a - 2b + \frac{1}{3} c$$

چون در این واکنش ۲ مول آهن تولید شده است، پس برای تولید  $\frac{2}{3}$  مول آهن داریم:

$$\frac{1}{3} \times \left( \frac{2}{3} a - 2b + \frac{1}{3} c \right) = \frac{2a}{9} - \frac{2}{3} b + \frac{c}{9}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

گزینه «۱» ۴۷-

معادله موازنه شدهٔ واکنش به صورت زیر است؛



بنابراین عبارت‌های (الف) و (ث) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها؛

الف) در معادله موازنه شده، ضریب  $\text{HCl}$  چهار برابر ضریب  $\text{Cl}_2$  است؛ بنابراین شیب نمودار مول-زمان و سرعت مصرف  $\text{HCl}$ ، چهار برابر سرعت تولید  $\text{Cl}_2$  است.

ب) نمودارهای A و B مربوط به فراورده‌ها و نمودار C مربوط به یک واکنش‌دهنده است.

ضرایب استوکیومتری A، B و C به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \text{A: } 0/8 - 0 = 0/8 \xrightarrow{+0/8} 1 \\ \text{B: } 1/6 - 0 = 1/6 \xrightarrow{+0/8} 2 \\ \text{C: } 4 - 0/8 = 3/2 \xrightarrow{+0/8} 4 \end{cases}$$

اندازهٔ تغییر مول مواد

بنابراین با توجه به معادله موازنه شدهٔ واکنش و ضرایب استوکیومتری متناظر با مواد A، B و C، می‌توانند به ترتیب  $\text{MnCl}_2$  (یا  $\text{Cl}_2$ )،  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{HCl}$  باشند.

پ) با گذشت زمان سرعت تولید، سرعت مصرف و سرعت واکنش کاهش می‌یابد؛ بنابراین سرعت تولید یا مصرف مواد در بازهٔ زمانی  $\Delta t_1$  بیشتر از  $\Delta t_2$  است.

ت) سرعت متوسط واکنش را با استفاده از سرعت یکی از مواد موجود در نمودار به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\bar{R}_A}{1} = \frac{(0/8 - 0) \text{ mol}}{2 \text{ s}} \times \frac{6 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 2/4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

ث) می‌دانیم سرعت متوسط هر ماده تقسیم بر ضریب استوکیومتری آن برابر سرعت متوسط واکنش است؛



## ریاضی ۱

## ۵۱- گزینه «۳»

(بنیامین یعقوبی)

دنباله به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{3}, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, 9$$

حال با توجه به جمله عمومی داریم:

$$a_n = a_1 \times q^{n-1} \Rightarrow a_7 = \frac{1}{3} \times q^6 = 9 \Rightarrow q = \sqrt{3}$$

$$a_4 = \frac{1}{3} q^3 = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

دقت کنید که تعداد جملات برابر ۷ است و چهارمین جمله، جمله وسط است.

پس تفاوتی نمی‌کند  $\frac{1}{3}$  را جمله اول بگیریم یا ۹.

(ریاضی ۱- میمعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

## ۵۲- گزینه «۱»

(ظاهر دارستانی)

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2 - 2ab} = \frac{6ab + 2ab}{6ab - 2ab} = \frac{8ab}{4ab} = 2$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های فیبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

## ۵۳- گزینه «۳»

(رضا طاری)

معادله خطی که در نمودار رسم شده است، برابر  $y = x + a$  است. این خطهمان خط  $y = bx + 3$  است. در نتیجه داریم:

$$b = 1, a = 3 \Rightarrow f(x) = x + 3 \Rightarrow f(a+b) = f(4) = 7$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)

## ۵۴- گزینه «۲»

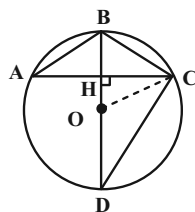
(عارل مسینی)

مثلث AOC متساوی‌الاضلاع است.  $\hat{AOC} = 60^\circ$  و در نتیجه

$$\hat{BOC} = 30^\circ \text{ است. در مثلث } COH, OC = R, HC = \frac{R}{2}$$

$$OH = R \cos 30^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2} \text{ پس } HB \text{ برابر}$$

$$HB = R - R \frac{\sqrt{3}}{2} = R(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ است.}$$



حال نسبت مساحت دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} BD \cdot CH}{\frac{1}{2} BH \cdot AC} = \frac{\frac{1}{2} (2R) (\frac{1}{2} R)}{\frac{1}{2} (R(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})) (R)}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} = 2(2 + \sqrt{3}) = 4 + 2\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

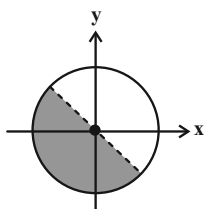
## ۵۵- گزینه «۱»

(عارل مسینی)

$$\sin \theta - \tan \theta = \tan \theta (\cos \theta - 1) > 0$$

عبارت  $\cos \theta - 1$  همواره نامثبت است. پس برای برقراری نامساوی بالا،لازم است که  $\tan \theta$  منفی باشد. به عبارت دیگر انتهای کمان  $\theta$  باید در

ربع‌های دوم یا چهارم قرار بگیرد. از طرفی در محدوده مشخص شده شکل

زیر،  $\sin \theta + \cos \theta$  منفی است.

در شکل بالا، اگر بخش‌های مربوط به ربع‌های دوم و چهارم را در نظر

بگیریم، شکل گزینه «۱» حاصل می‌شود.

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

## ۵۶- گزینه «۴»

(عارل مسینی)

عرض از مبدأ سهمی برابر  $c = -2$  است، پس معادله آن را

$$y = ax^2 + bx - 2 \text{ در نظر می‌گیریم. در این سهمی } x = 1 \text{ ریشه است،}$$

پس داریم:

$$0 = a(1)^2 + b(1) - 2 \Rightarrow a + b = 2 \quad (1)$$

$$\text{از طرفی } \frac{1}{4} \text{ عرض رأس سهمی است. حال از رابطه } y_S = -\frac{\Delta}{4a} \text{ استفاده}$$

می‌کنیم:



(میلاد سبازی لاریجانی)

۵۸- گزینه «۲»

$$y = |x+1| \rightarrow \text{قرینه نسبت به محور } x \rightarrow -|x+1|$$

$$\text{واحد به سمت راست} \rightarrow y = -|x-1|$$

$$\text{تقاطع با نیمساز ناحیه چهارم} \rightarrow -|x-1| = -x$$

$$\Rightarrow |x-1| = x \Rightarrow x-1 = -x \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{y=-x}{y} \rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

(امیرحسین ابومحبوب)

۵۹- گزینه «۲»

مجموع ارقام یک عدد سه رقمی زمانی فرد است که یا هر سه رقم فرد و یا یک رقم فرد و دو رقم دیگر زوج باشند. همچنین با انتخاب هر سه رقم، به تعداد ۳! عدد سه رقمی متمایز می‌توان نوشت. تعداد کل اعداد سه رقمی با شرایط مورد نظر برابر است با:

$$\left[ \binom{5}{3} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{2} \right] \times 3! = (10 + 5 \times 6) \times 6 = 240$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۰)

(امیرحسین ابومحبوب)

۶۰- گزینه «۴»

پیشامد تصادفی مورد نظر شامل ۲ حالت است، یکی خروج ۲ مهره آبی و یک مهره سفید و در نتیجه خروج ۳ مهره قرمز و دیگری خروج ۴ مهره آبی و دو مهره سفید. اگر پیشامد مورد نظر را با A نمایش دهیم، آنگاه احتمال آن برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{4}{3} + \binom{4}{4} \binom{2}{2}}{\binom{10}{6}} = \frac{48+1}{210} = \frac{49}{210} = \frac{7}{30}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

$$y_S = -\frac{b^2 + 8a}{4a} = \frac{1}{4} \Rightarrow b^2 + 8a = -a \Rightarrow b^2 + 9a = 0 \quad (2)$$

با جای گذاری  $a = 2 - b$  در معادله (۲) داریم:

$$b^2 + 9(2-b) = b^2 - 9b + 18 = (b-3)(b-6) = 0$$

$$\Rightarrow b = 3 \quad \text{یا} \quad b = 6$$

به ازای  $b = 3$ ،  $a = -1$  و به ازای  $b = 6$ ،  $a = -4$  به دست می‌آید.اما در حالت  $(a, b) = (-4, 6)$  سهمی  $y = -4x^2 + 6x - 2$  راداریم که ریشه‌های آن  $x = 1$  و  $x = \frac{1}{2}$  است و این با نمودار صورت سؤالهمخوانی ندارد. در نتیجه  $b = 3$  قابل قبول است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

(عادل مسینی)

۵۷- گزینه «۱»

با توجه به عبارت  $x-1$  داخل قدرمطلق، نامعادله را در دو حالت  $x < 1$  و  $x \geq 1$  بررسی می‌کنیم.

 $x < 1$ :

$$1 < \frac{2x-3}{-x-3} < 2 \Rightarrow -2 < \frac{2x-3}{x+3} < -1 \Rightarrow -2 < 2 - \frac{9}{x+3} < -1$$

$$\Rightarrow -4 < -\frac{9}{x+3} < -3 \Rightarrow 3 < \frac{9}{x+3} < 4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{x+3}{9} < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} < x+3 < 3 \Rightarrow -\frac{3}{4} < x < 0$$

 $x \geq 1$ :

$$1 < \frac{2x-3}{x-5} < 2 \Rightarrow 1 < 2 + \frac{7}{x-5} < 2 \Rightarrow -1 < \frac{7}{x-5} < 0$$

$$\frac{x-5}{7} < -1 \Rightarrow x-5 < -7 \Rightarrow x < -2$$

با توجه به شرط  $x \geq 1$ ، این جواب قابل قبول نیست.در نتیجه مجموعه جواب‌های نامعادله  $(-\frac{3}{4}, 0)$  خواهد بود. این یعنی

$$a = -\frac{3}{4} \quad \text{و} \quad b = 0 \quad \text{و در نتیجه} \quad b - a = \frac{3}{4} \quad \text{است.}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۳)



## فیزیک ۱

## گزینه «۴» - ۶۱

(زهره آقاممدری)

دقت خط کش مدرج و کولیس رقمی را به  $m$  و  $cm$  تبدیل می کنیم.

$$d_{\text{خط کش}} = 1mm = 0.1cm = 0.001m$$

$$d_{\text{کولیس}} = 0.1mm = 0.01cm = 0.0001m$$

با توجه به نتیجه های به دست آمده خط کش اندازه های  $0.1cm$  و  $0.001m$  و کولیس  $0.01cm$  و  $0.0001m$  را می تواند اندازه گیری کند.

بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۴ و ۱۵)

## گزینه «۳» - ۶۲

(معمومه شریعت ناصری)

با توجه به این که حجم مایع ۲۵ درصد از حجم ظرف کمتر است، می توان نوشت:

$$V_{\text{ظرف}} = V_{\text{مایع}} + V_{\text{ظرف}} - 0.25V_{\text{ظرف}} = 0.75V_{\text{ظرف}}$$

$$V_{\text{ظرف}} = 400cm^3 \rightarrow V_{\text{مایع}} = 0.75 \times 400 = 300cm^3$$

با توجه به معلوم بودن چگالی مایع، در این قسمت جرم مایع را به دست می آوریم:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} \times V_{\text{مایع}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} = 1/4 \frac{g}{cm^3}}{V_{\text{مایع}} = 300cm^3} \rightarrow$$

$$m_{\text{مایع}} = 1/4 \times 300 = 75g$$

از طرف دیگر، با غوطه ور کردن جسم درون مایع، ۱۵ درصد از حجم ظرف خالی می ماند. در این حالت داریم:  $V_{\text{ظرف}} - 0.15V_{\text{ظرف}} = V_{\text{جسم}} + V_{\text{مایع}}$

$$\Rightarrow V_{\text{جسم}} = 0.15V_{\text{ظرف}} = 0.15 \times 400 = 60cm^3$$

$$\rho_{\text{جسم}} = \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{جسم}}} = \frac{420}{60} = 7 \frac{g}{cm^3}$$

$$\times 1000 \rightarrow \rho_{\text{جسم}} = 7000 \frac{kg}{m^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

## گزینه «۲» - ۶۳

(مبشیر نگوینان)

چون فشار پیمانه ای بر حسب سانتی متر جیوه خواسته شده است، باید فشار ستون مایعات  $\rho_1$  و  $\rho_2$  را بر حسب سانتی متر جیوه به دست آوریم. بنابراین:

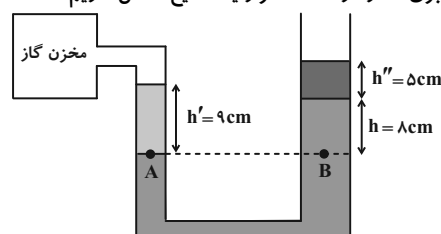
$$\rho_2 h_2 = \rho_{\text{جیوه}} h'_2 \Rightarrow (10/2) \times (12) = (13/6) h'_2$$

$$\Rightarrow h'_2 = 9cm$$

$$\rho_3 h_3 = \rho_{\text{جیوه}} h''_3 \Rightarrow (6/8) \times (10) = (13/6) h''_3$$

$$\Rightarrow h''_3 = 5cm$$

فشار پیمانه ای، برابر با اختلاف فشار گاز مخزن و فشار هوای محیط است. با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن داریم:

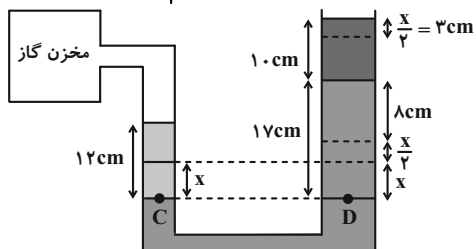


$$P_A = P_B \Rightarrow P'_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = P_{\text{جیوه}} + P''_{\text{جیوه}} + P.$$

$$\Rightarrow P_{g_1} = P_{g_2} - P_0 = 8 + 5 - 9 = 4cmHg$$

با افزایش فشار گاز درون مخزن، ارتفاع مایع در شاخه سمت چپ کاهش یافته و ارتفاع مایع در شاخه سمت راست افزایش می یابد. برای سرریز نشدن مایع از شاخه سمت راست، مایع در این شاخه باید حداکثر  $4cm$  بالا رود.

با توجه به این که حجم جیوه جابه جا شده در دو طرف لوله با هم برابر است، می توان گفت که ارتفاع جیوه پایین آمده در شاخه سمت چپ ( $x$ )، دو برابر

ارتفاع جیوه بالا آمده در شاخه سمت راست  $(\frac{x}{2})$  است. پس:

$$\frac{x}{2} = 4cm \Rightarrow x = 8cm$$

فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن با هم برابر است. بنابراین داریم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P'_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = P_{\text{جیوه}} + P''_{\text{جیوه}} + P.$$

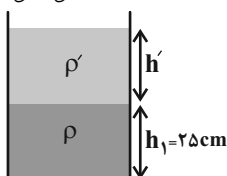
$$\Rightarrow P_{g_2} = P_{g_1} - P_0 = P_{\text{جیوه}} + P''_{\text{جیوه}} - P'_{\text{جیوه}}$$

$$P_{g_2} = 12 + 5 - 9 = 8cmHg \Rightarrow P_{g_2} - P_{g_1} = 4cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

## گزینه «۲» - ۶۴

(مصطفی کیانی)



ابتدا فشار کل وارد بر کف ظرف در حالت اول را می یابیم:

$$P_1 = P_0 + \rho_1 g h_1 = 10^5 Pa + 1000 \times 10 \times 0.25 = 125000 Pa$$

$$P_1 = 10^5 + 4 \times 10^3 \times 10 \times 0.25 = 100000 + 10000 = 110000 Pa$$

اکنون، ارتفاع مایع اضافه شده را حساب می کنیم و فشار ناشی از آن، که در واقع همان افزایش فشار وارد بر کف ظرف می باشد را می یابیم:

$$V = Ah' \Rightarrow \frac{V = 55cm^3}{A = 5cm^2} \Rightarrow h' = 11cm$$

$$\Delta P = \rho' g h' = 2000 \times 10 \times 0.11 = 2200 Pa$$

$$\Delta P = 2000 \times 10 \times 0.11 = 2200 Pa$$

در آخر درصد افزایش فشار کل را حساب می کنیم.

$$\text{درصد افزایش فشار کل} = \frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{2200}{110000} \times 100 = 2\%$$

 $\Rightarrow$  درصد افزایش فشار کل  $2\%$ .

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۴ و ۳۵)





اکنون مقیاس دمای سلسیوس را به کلون تبدیل می‌کنیم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta = 10^\circ C} T = 10 + 273 = 283 K$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

(امیراحمد میرسعید)

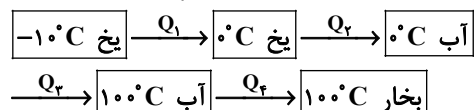
گزینه «۳» ۶۸-

ابتدا مقدار انرژی گرمایی را که گرمکن به یخ  $10^\circ C$  می‌دهد تا به بخار آب  $100^\circ C$  تبدیل شود، می‌یابیم:

$$P = \frac{Q}{t} \xrightarrow{P=1011W, t=2min=2 \times 60=120s} 1011 = \frac{Q}{120}$$

$$\Rightarrow Q = 121320 J$$

اکنون با توجه به طرح‌واره زیر، جرم یخ را پیدا می‌کنیم:



$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta\theta + mL_V$$

$$\Rightarrow 121320 = m \times 2100 \times 10 + m \times 336000$$

$$+ m \times 4200 \times 100 + m \times 2256000$$

$$\Rightarrow 121320 = 3033000 m \Rightarrow m = 0.04 kg = 40 g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۸)

(مهران اسماعیلی)

گزینه «۴» ۶۹-

چون در هر دو مسیر AC و ABC، گاز منبسط شده است، کار محیط روی گاز منفی است. با توجه به این که تغییر انرژی درونی به مسیر فرایند وابسته نیست، تغییر انرژی درونی گاز در هر دو مسیر AC و ABC برابر است. از طرف دیگر، چون مساحت بین نمودار  $P-V$  و محور  $V$  برابر اندازه کار انجام شده بر روی گاز می‌باشد، داریم:

$$\Delta U_{AC} = \Delta U_{ABC} \xrightarrow{\Delta U = Q + W} \Delta U_{AC} = Q_{ABC} + W_{ABC}$$

$$\xrightarrow{W_{ABC} = -S_{\text{دو زنقه}}} \Delta U_{AC} = Q_{ABC} + S_{\text{دو زنقه}}$$

$$\xrightarrow{\Delta U_{AC} = 3600 J}$$

$$3600 = Q_{ABC} + \left( -\frac{2 \times 10^5 + 4 \times 10^5}{2} \times (8 - 4) \times 10^{-3} \right)$$

$$\Rightarrow 3600 = Q_{ABC} - 1200 \Rightarrow Q_{ABC} = 4800 J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۸ و ۱۴۹)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۲» ۷۰-

ابتدا کار انجام شده را می‌یابیم:

$$Q_H = |Q_C| + |W| \xrightarrow{\frac{Q_H = 1000 J}{|Q_C| = 600 J}} 1000 = 600 + |W|$$

$$\Rightarrow |W| = 400 J$$

اکنون توان خروجی ماشین را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} \xrightarrow{\frac{\Delta t = 0.8 s}{|W| = 400 J}} P = \frac{400}{0.8} = 500 W$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۴۷ و کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(علیرضا بیاری)

گزینه «۱» ۶۵-

انرژی جنبشی یک جسم از رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  به دست می‌آید. بنابراین با استفاده از رابطه انرژی جنبشی برای دو حالت مختلف می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\xrightarrow{K_2 = 16K_1, m_2 = m_1} \frac{16K_1}{K_1} = \frac{m_1}{m_1} \times \left( \frac{v + \Delta}{\frac{2}{3}v} \right)^2$$

$$\xrightarrow{v_2 = v + \Delta, v_1 = \frac{2}{3}v} 16 = \left( \frac{v + \Delta}{\frac{2}{3}v} \right)^2 \Rightarrow \pm 4 = \frac{v + \Delta}{\frac{2}{3}v}$$

$$\xrightarrow{v > 0} 4 = \frac{v + \Delta}{\frac{2}{3}v} \Rightarrow v + \Delta = \frac{8}{3}v \Rightarrow \frac{\Delta}{3}v = \Delta \Rightarrow v = 3 \frac{m}{s}$$

دقت کنید، چون تندی همواره مثبت است، بنابراین هنگام جذر گرفتن از عدد ۱۶ جواب ۴- قابل قبول نیست.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

(سیده ملیحه میرصالحی)

گزینه «۴» ۶۶-

اگر حداکثر مسافتی را که جسم بر روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود،  $d$  فرض کنیم، ارتفاع جسم در بالاترین قسمت سطح شیب‌دار به اندازه  $\frac{d}{2}$  است (ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$ ). با توجه به این که تغییرات انرژی مکانیکی در طول مسیر حرکت جسم برابر کار نیروی اصطکاک است، با در نظر گرفتن پایین سطح شیب‌دار به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$E_2 - E_1 = W_f$$

$$(U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = f_k d \cos 180^\circ$$

$$\xrightarrow{\cos 180^\circ = -1, f_k = 15 N} mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -f_k d$$

$$\xrightarrow{m = 1/5 kg, v_1 = 4 \frac{m}{s}} \frac{1}{5} \times 10 \times \frac{d}{2} - \frac{1}{2} \times 16 = -15d$$

$$\Rightarrow 1/5 \times 10 \times \frac{d}{2} - \frac{1}{2} \times 16 = -15d \Rightarrow 22/5 d = 12$$

$$\Rightarrow d = \frac{12}{22/5} = \frac{24}{44} = \frac{6}{11} m$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۱» ۶۷-

ابتدا دمای جسم را از درجه فارنهایت به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F = 50^\circ F} 50 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow 18 = \frac{9}{5}\theta \Rightarrow \theta = 10^\circ C$$





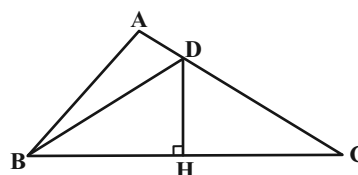
## هندسه ۱

## گزینه «۲» - ۷۱

(امیرحسین ابومحبوب)

مطابق شکل نقطه D روی عمود منصف ضلع BC قرار دارد. در نتیجه دو

مثلث BHD و CHD هم نهشت هستند و در نتیجه داریم:



$$\hat{D}\hat{B}\hat{C} = \hat{C} = 30^\circ$$

 $\hat{A}\hat{D}\hat{B} = \hat{A}\hat{D}\hat{C} \Rightarrow \hat{A}\hat{D}\hat{B} = \hat{D}\hat{B}\hat{C} + \hat{C}$ 

$$\Rightarrow \hat{A}\hat{D}\hat{B} = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هنرسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

## گزینه «۲» - ۷۲

(محمدرابراهیم کیتی زاده)

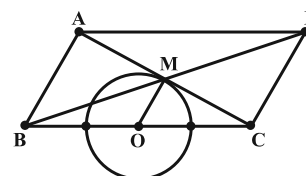
مطابق شکل فرض کنید O نقطه وسط ضلع BC و M محل تلاقی قطرهای

متوازی الاضلاع ABCD باشد. در متوازی الاضلاع، قطرها منصف یکدیگرند،

بنابراین در مثلث CAB، پاره خط OM وسط‌های دو ضلع CA و CB را به

هم وصل کرده است، پس با ضلع BA موازی و طول آن نصف طول این ضلع

است.



$$OM = \frac{BA}{2} = \frac{a}{2}$$

چون طول OM ثابت و O نیز نقطه ثابتی است، نقطه M، روی دایره‌ای به

مرکز O و به شعاع  $\frac{a}{2}$  است. نقاط برخورد این دایره با ضلع BC قابل قبول

نیست.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هنرسی و استرلال: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

و قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

## گزینه «۲» - ۷۳

(اساقی اسفندیار)

مثلث ABC، قائم‌الزاویه است. مساحت آن برابر  $\frac{5 \times 12}{2} = 30$  است و

کوچکترین ارتفاع آن، ارتفاع وارد بر بزرگترین ضلع است.

$$S = \frac{1}{2} \times h \times 13 \xrightarrow{S=30} h = \frac{2 \times 30}{13} = \frac{60}{13}$$

نسبت تشابه دو مثلث برابر است با:

$$k = \frac{h}{h'} = \frac{13}{20} = \frac{60}{13}$$

$$\frac{\Delta_{\text{محیط } ABC}}{\Delta_{\text{محیط } A'B'C'}} = k \Rightarrow \frac{5+12+13}{\Delta_{\text{محیط } A'B'C'}} = 3 \Rightarrow \Delta_{\text{محیط } A'B'C'} = 10$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

## گزینه «۴» - ۷۴

(سینا مومندپور)

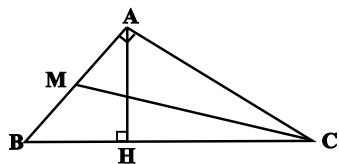
طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 12 = 2 \times BC \Rightarrow BC = 6$$

$$\Delta_{ABC} : BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 36 = 12 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = 24$$

CM میانه وارد بر ضلع AB است، پس  $AM = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$  است و در

نتیجه طبق قضیه فیثاغورس در مثلث AMC داریم:



$$CM^2 = AM^2 + AC^2$$

$$= 3 + 24 = 27$$

$$\Rightarrow CM = 3\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

## گزینه «۲» - ۷۵

(رضا عباسی اصل)

فرض کنید  $S_{\Delta ADE} = S$  باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} \\ \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع متناظر آن زاویه و تساوی یک زاویه}} \Delta ADE \sim \Delta ABC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{S+12} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4S = S+12 \Rightarrow 3S = 12 \Rightarrow S = 4$$

$$S_{\Delta ABC} = S+12 = 4+12 = 16$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

## گزینه «۱» - ۷۶

(محمدرهبری)

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  نصف طول وتراست، پس  $AC = 6$  می‌باشد. اگر طول هر ضلع لوزی ADEF را برابر x

در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$DC = AC - AD = 6 - x$$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4 = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه ا- پنر ضلعی ها؛ صفحه ۶۸)

۷۹- گزینه «۴»

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

فرض کنید صفحه Q موازی با صفحه P و شامل خط d باشد. می دانیم اگر خطی یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می کند، پس خط d' صفحه Q را در نقطه ای مانند A قطع می کند.

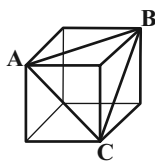
اگر نقطه A روی خط d باشد (d و d' متقاطع باشند)، آنگاه هر خط گذرنده از نقطه A که در صفحه Q واقع باشد، لزوماً موازی با صفحه P بوده و در نتیجه جواب مسئله است.

اگر نقطه A روی خط d نباشد، آنگاه کلیه خطوط واقع در صفحه Q که نقطه A را به یکی از نقاط واقع بر خط d وصل می کنند، جواب مسئله هستند. بنابراین در هر صورت بی شمار خط وجود دارند که d و d' را قطع کرده و با صفحه P موازی باشند.

(هنر سه ا- تبسم فضایی؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

۸۰- گزینه «۱»

(فرزانه شاکباش)



مطابق شکل پاره خط های AB، AC و BC، هر سه قطر وجه های مکعب هستند، پس طول آنها برابر یکدیگر است و در نتیجه مثلث ABC (سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه گذرنده از A، B و C با مکعب)، یک مثلث متساوی الاضلاع است که طول هر ضلع آن برابر طول قطر وجه مکعب است. اگر طول هر یال این مکعب را a، مساحت کل مکعب را با S و مساحت مثلث ABC را با S' نمایش دهیم، داریم:

$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} (a\sqrt{2})^2}{6a^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{6a^2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

(هنر سه ا- تبسم فضایی؛ صفحه های ۹۲ تا ۹۴)

از طرفی  $DE \parallel AB$  است، پس  $\widehat{DEC} = 90^\circ$  و در نتیجه مثلث DEC قائم الزاویه است. در مثلث قائم الزاویه، طول ضلع روبه رو به زاویه  $30^\circ$ ، نصف

$$\frac{DE}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{6-x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2$$

طول وتر است، بنابراین داریم: در مثلث ADF،  $AD = AF = 2$  و  $\hat{A} = 60^\circ$  است، پس این مثلث متساوی الاضلاع بوده و  $DF = 2$  است، بنابراین طول قطر کوچکتر لوزی برابر ۲ می باشد.

(هنر سه ا- پنر ضلعی ها؛ صفحه های ۶۱ و ۶۳)

۷۷- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

MN و CP میانه های نظیر اضلاع BC و BM در مثلث MBC هستند و در نتیجه O نقطه برخورد میانه ها در این مثلث است، پس داریم:

$$S_{\Delta ONC} = \frac{1}{6} S_{\Delta MBC} \Rightarrow 3 = \frac{1}{6} S_{\Delta MBC} \Rightarrow S_{\Delta MBC} = 18$$

مثلث MBC و متوازی الاضلاع ABCD در قاعده BC مشترک هستند و طول ارتفاع وارد بر این قاعده در آنها یکسان است، بنابراین داریم:

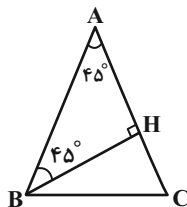
$$S_{ABCD} = 2S_{MBC} = 2 \times 18 = 36$$

(هنر سه ا- پنر ضلعی ها؛ صفحه ۶۷)

۷۸- گزینه «۲»

(فرزانه شاکباش)

مجموع فواصل هر نقطه دلخواه واقع بر قاعده یک مثلث متساوی الساقین از دو ساق مثلث برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است.



اگر ارتفاع وارد بر ساق AC را مطابق شکل رسم کنیم، آنگاه مثلث ABH،

مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین است و در نتیجه داریم:

$$\Delta ABH : AB^2 = AH^2 + BH^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 16$$

$$\Rightarrow AB = AC = 4$$



## شیمی ۱

## ۸۱- گزینه «۳»

(امیر رضوانی)

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) یون یدید با یونی که حاوی تکنسیم است اندازه مشابهی دارد.

ب) نماد شیمیایی درست ایزوتوپ تکنسیم به صورت « $^{99}\text{Tc}$ » است.

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی: صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

## ۸۲- گزینه «۲»

(امیر رضوانی)

با توجه به رابطه زیر، جرم اتمی میانگین یک اتم با بیش از یک ایزوتوپ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \times \frac{f_2}{100} + (M_3 - M_1) \times \frac{f_3}{100} + \dots$$

$$\bar{M}(\text{X}) = 35 + 0.18 \times 2 = 36.6 \text{ amu}$$

$$A X_3 = A + 3 \times 36.6 = 156.6 \Rightarrow A = 46.6 \text{ amu}$$

$$\bar{M}(\text{A}) = 45 + 2 \times \frac{x}{100} = 46.6 \Rightarrow x = 9.0\%$$

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

## ۸۳- گزینه «۴»

(امیر مسین طیبی سورکلایی)

با توجه به شکل طیف نشری خطی اتم هیدروژن در صفحه ۲۷ کتاب درسی شیمی دهم، با حرکت از نوار قرمز ( $\lambda = 656 \text{ nm}$ ) به سمت نوار بنفش ( $\lambda = 410 \text{ nm}$ )، اختلاف بین طول موج‌ها کاهش می‌یابد:

$$3: \lambda = 656 \text{ nm}$$

$$4: \lambda = 486 \text{ nm}$$

$$5: \lambda = 434 \text{ nm}$$

$$6: \lambda = 410 \text{ nm}$$

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی: صفحه‌های ۱۹ تا ۳۱)

## ۸۴- گزینه «۳»

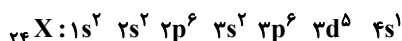
(مسین ناصری ثانی)

به جز عبارت اول، بقیه عبارت‌ها درست هستند.

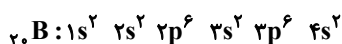
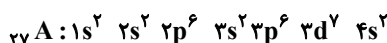
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: بین پایداری و آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم‌ها رابطه وجود دارد. هر چه اتم عنصری آسان‌تر به آرایش الکترونی گاز نجیب برسد واکنش‌پذیری بیشتری خواهد داشت و رابطه بین واکنش‌پذیری اتم‌ها و تعداد الکترون‌های ظرفیت به تمایل اتم برای از دست دادن یا گرفتن الکترون بستگی دارد. یعنی ممکن است اتمی دارای الکترون ظرفیت بیشتری باشد اما آسان‌تر به آرایش پایدار گاز نجیب برسد؛ بنابراین الزاما با کاهش شمار الکترون‌های ظرفیت، واکنش‌پذیری افزایش نمی‌یابد.

عبارت دوم: با توجه به آرایش الکترونی اتم

(d)  $I = 2$  و  $I = 0$  الکترون با ۵ الکترون با ۲می‌باشد، پس نسبت شمار الکترون‌های s به d برابر  $(\frac{1}{4} = \frac{1}{5})$  است.

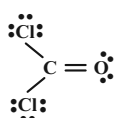
عبارت سوم: آرایش الکترونی اتم‌های A و B به صورت زیر است:



در نتیجه آرایش الکترونی لایه آخر اتم A و آرایش الکترونی لایه

ظرفیت اتم B، هر دو به صورت  $4s^2$  است.

عبارت چهارم: با توجه به ساختار لوویس زیر، این مولکول دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی و ۴ جفت الکترون پیوندی است.



(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی: صفحه‌های ۲۷ تا ۴۱)

## ۸۵- گزینه «۲»

(امیر مسین طیبی سورکلایی)

عبارت‌های (آ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دمای هوا به‌طور پیوسته کاهش نمی‌یابد و همین امر دلیلی بر اثبات لایه‌ای بودن هواکره است.

(ب) در دمای  $-78^\circ\text{C}$  کربن دی‌اکسید به حالت جامد درمی‌آید که این دما برحسب کلوین به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 = -78 + 273 = 195 \text{ K}$$

(پ) سومین گاز از نظر درصد حجمی در هواکره همان گاز آرگون (Ar)

است که به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری و برش فلزات به کار می‌رود.

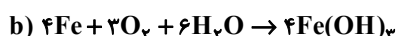
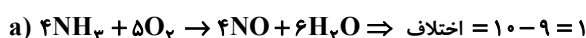
(ت) منابع زمینی هلیوم برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی، نسبت به هواکره مناسب‌تر است.

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

## ۸۶- گزینه «۱»

(امیر مسین طیبی سورکلایی)

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



$$\Rightarrow 13 - 4 = 9$$





$$S = a\theta + b, \quad a = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{80 - 72}{10 - 0} = 0.8, \quad b = 72$$

$$S = 0.8\theta + 72 \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 35^\circ\text{C} \Rightarrow S_1 = 0.8 \times 35 + 72 = 100 \\ \theta_2 = 15^\circ\text{C} \Rightarrow S_2 = 0.8 \times 15 + 72 = 84 \end{cases}$$

$$\text{رسوب } 200\text{ g } (35^\circ\text{C}) \times \frac{(100 - 84)\text{ g}}{400\text{ g } (25^\circ\text{C})} = \text{رسوب } 8\text{ g}$$

$$= 32\text{ g رسوب}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(رسول عابدینی زواره)

۹۰- گزینه «۴»

با توجه به این که گشتاور دوقطبی  $\text{XO}_2$  بزرگ‌تر از صفر است، پس

مولکول  $\text{XO}_2$  از نوع قطبی است؛ همچنین X باید از گروه ۱۶ جدول

باشد که می‌توانند S یا Se در نظر گرفته شوند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) مولکول‌های  $\text{SO}_2$  و  $\text{SeO}_2$ ، مولکول‌های قطبی هستند (S، Se و

O هم گروه‌اند).

ب) عدد اتمی C برابر ۶ است و  $\text{CO}_2$  مولکول ناقطبی است.

پ) ساختار  $\text{SO}_2$  و  $\text{SeO}_2$  به صورت زیر است:



$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد } e^- = 6e^- \text{ پیوندی} \\ \text{تعداد } e^- = 12e^- \text{ ناپیوندی} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{6} = 2$$

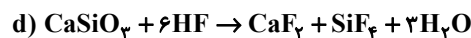
ت) خصلت نافلزی اکسیژن از گوگرد (S) و سلنیم (Se)، بیشتر است؛

بنابراین سر منفی مولکول را تشکیل داده و سمت صفحه با بار مثبت

جهت گیری می‌کند.

(شیمی ۱- ترکیبی، صفحه‌های ۵۰، ۵۱، ۵۲ تا ۵۴ و ۱۰۳ تا ۱۰۷)

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 8 - 7 = 1$$

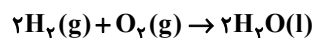
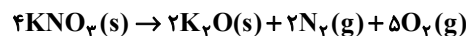


$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 7 - 5 = 2$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(مهمر عظیمیان زواره)

۸۷- گزینه «۲»



کاهش جرم مخلوط واکنش به دلیل خروج گازهای  $\text{N}_2$  و  $\text{O}_2$  حاصل از این

مخلوط می‌باشد. به ازای  $216\text{ g}$  (مجموع جرم‌های مولی  $2\text{N}_2$  و  $5\text{O}_2$ )

کاهش جرم، مقدار  $2\text{ mol}$   $\text{N}_2$  و  $5\text{ mol}$   $\text{O}_2$  تولید می‌شود؛ بنابراین می‌توان

نوشت:

$$\text{کاهش جرم } 216\text{ g} \times \frac{2\text{ mol } \text{N}_2}{43/2\text{ g کاهش جرم}} = 10\text{ L } \text{N}_2$$

$$\times \frac{22/4\text{ L } \text{N}_2}{1\text{ mol } \text{N}_2} = 8/96\text{ L } \text{N}_2$$

$$\text{کاهش جرم } 216\text{ g} \times \frac{5\text{ mol } \text{O}_2}{43/2\text{ g کاهش جرم}} = 10\text{ mol } \text{O}_2$$

$$= 1\text{ mol } \text{O}_2$$

$$\text{? g } \text{H}_2\text{O} = 1\text{ mol } \text{O}_2 \times \frac{2\text{ mol } \text{H}_2\text{O}}{1\text{ mol } \text{O}_2} \times \frac{18\text{ g } \text{H}_2\text{O}}{1\text{ mol } \text{H}_2\text{O}}$$

$$= 36\text{ g } \text{H}_2\text{O}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

(هدری بهاری پور)

۸۸- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (پ): کلسیم سولفات کم محلول است.

عبارت (ت): باریم سولفات اصلاً در آب نامحلول است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

(سمیر زبئی)

۸۹- گزینه «۳»

ابتدا معادله انحلال‌پذیری - دما را برای  $\text{NaNO}_3$  به دست می‌آوریم:



## حسابان ۲

گزینه «۴» ۹۱

(رضا طاری)

ابتدا ضابطه تابع  $f$  را به فرم مربع کامل می‌نویسیم:

$$f(x) = (x-2)^2 + 3$$

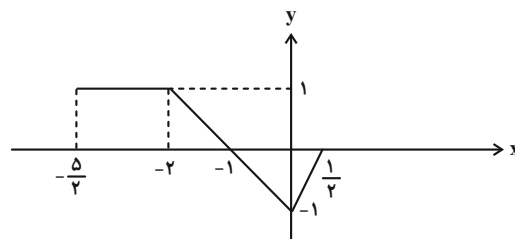
پس برای این که از نمودار تابع  $f$  به نمودار تابع  $g$  برسیم، لازم است که آن را ۲ واحد به چپ و ۴ واحد به پایین منتقل کنیم.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۴» ۹۲

(عمیر علیزاده)

برای رسم نمودار  $y = -f(1+x)$  از روی نمودار  $y = f(1-\frac{x}{2})$  کافی است عرض نقاط را در ۱- ضرب و طول نقاط را بر ۲- تقسیم کنیم. در نتیجه نمودار تابع  $y = -f(x+1)$  به صورت زیر است:



سطح بین نمودار حاصل و محور  $x$  ها از یک دوزنقه و یک مثلث تشکیل شده است که مساحت آن‌ها به ترتیب برابر است با:

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{\frac{3}{2} \times 1}{2} = \frac{3}{4} \quad \text{و} \quad S_{\text{دوزنقه}} = \left(\frac{\frac{3}{2} + 1}{2}\right) \times (1) = 1$$

در نتیجه مساحت سطح محصور برابر  $\frac{7}{4}$  است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۲» ۹۳

(میلاد سبازی لاریجانی)

$$f(x) = |2x| - |x-1| = \begin{cases} -x-1 & ; x < 0 \\ 3x-1 & ; 0 \leq x < 1 \\ x+1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

تابع  $f$  در  $(-\infty, 0]$  اکیداً نزولی است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} x^3 - 2x^2 - 2x + 1 &= -x - 1 \\ \Rightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 &= (x^2 - 1)(x - 2) = 0 \xrightarrow{x \leq 0} x = -1 \end{aligned}$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

گزینه «۳» ۹۴

(میلاد سبازی لاریجانی)

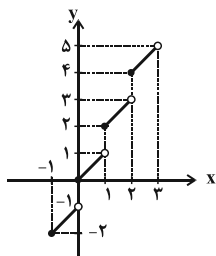
گزینه «۱»: واضح است که این تابع غیریکنواست.

$$y = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

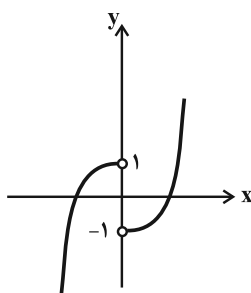
گزینه «۲»: این تابع صعودی است اما اکیداً صعودی نیست.

$$y = \begin{cases} 1 & ; x < 1 \\ 2x-1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

گزینه «۳»: این تابع اکیداً صعودی است.



گزینه «۴»: این تابع غیریکنواست.



(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۳» ۹۵

(عارل حسینی)

رابطه تقسیم را برای تقسیم چندجمله‌ای  $x^9 - 5x^4 - 1$  بر  $x+1$  می‌نویسیم:

$$x^9 - 5x^4 - 1 = (x+1)q(x) + r$$

با جای گذاری  $x = -1$ ، مقدار  $r$  به دست می‌آید:

$$r = (-1)^9 - 5(-1)^4 - 1 = -7$$

پس داریم:

$$x^9 - 5x^4 - 1 = (x+1)q(x) - 7 \Rightarrow q(x) = \frac{x^9 - 5x^4 + 6}{x+1}$$

باقی‌مانده تقسیم  $q(x)$  بر  $x+1$  برابر  $q(-1)$  است. راه ساده‌تر این است که مقدار  $q(-1)$  را حد صفر صفرم حساب کنیم.

$$q(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^9 - 5x^4 + 6}{x+1} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{9x^8 - 20x^3}{1} = 29$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه «۳» ۹۶

(جهانبخش نیکنام)

در توابعی به فرم  $y = a \sin bx + c$  و  $y = a \cos bx + c$ ، فاصله افقی دو نقطه ماکزیمم و مینیمم متوالی‌اش برابر نصف دوره تناوب تابع است. بنابراین

$$\Rightarrow T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \quad \text{است.} \quad \frac{T}{4} = 2\pi$$



بنابراین معادله به صورت زیر در می آید:

$$\tan 2x = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{3x}{2} = k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

با توجه به شرط  $x \neq k\pi$ ، جواب‌های قابل قبول بازه  $[0, 2\pi]$ ،  $\frac{2\pi}{3}$  و  $\frac{4\pi}{3}$  هستند.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(عادل حسینی)

۱۰۰- گزینه «۱»

باید معادله  $\tan x = \sin x + 1$  را حل کنیم.

$$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \sin x + 1 \Rightarrow \sin x = \sin x \cos x + \cos x$$

$$\Rightarrow \sin x - \cos x = \sin x \cos x$$

$$\text{از اتحادهای } \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2} \sin(\theta - \frac{\pi}{4}) \text{ و}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \text{ استفاده می‌کنیم:}$$

$$\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow 2\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \sin 2x$$

حال  $\sin 2x$  را براساس زاویه  $x - \frac{\pi}{4}$  بازنویسی می‌کنیم:

$$2\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \sin[\frac{\pi}{2} + 2(x - \frac{\pi}{4})] = \cos 2(x - \frac{\pi}{4})$$

در اینجا از اتحاد  $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$  استفاده می‌کنیم:

$$2\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 1 - 2\sin^2(x - \frac{\pi}{4})$$

با تغییر متغیر  $P = \sin(x - \frac{\pi}{4})$  معادله درجه دوم زیر را خواهیم داشت:

$$2\sqrt{2}P = 1 - 2P^2 \Rightarrow 2P^2 + 2\sqrt{2}P - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{-1 < P < 1} P = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\sin 2x$  برابر  $2\sqrt{2}P$  است، در نتیجه داریم:

$$\sin 2x = 2\sqrt{2} - 2$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

$$\text{هم‌چنین داریم: } c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} \Rightarrow c = \frac{1 + (-\frac{5}{2})}{2} = -1$$

از طرفی برای به دست آوردن  $a$  نیز می‌توانیم بنویسیم:

$$y_{\max} = |a| + c = |a| - 1 \xrightarrow{y_{\max} = \frac{1}{2}} |a| = \frac{3}{2}$$

حال با توجه به اینکه در همسایگی  $x = 0$ ، تابع  $f$  نزولی است، باید  $ab$  مقداری منفی داشته باشد. بنابراین ضابطه تابع  $f$  را می‌توان به صورت زیر

$$f(x) = -\frac{3}{2} \sin \frac{x}{2} - 1 \quad \text{نوشت:}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \sin \frac{\pi}{6} - 1 = -\frac{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right) - 1 = -\frac{7}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹۷- گزینه «۱» (علی شهبازی)

$\beta$ ، اولین جواب مثبت معادله  $\tan 2x = 0$  است:  $(k \in \mathbb{Z})$

$$2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{k=1} \beta = \frac{\pi}{2}$$

$\alpha$ ، دومین جواب منفی معادله  $\tan 2x = 1$  است:

$$2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{جواب‌های منفی}} \frac{-3\pi}{4}, \frac{-7\pi}{4}, \dots \Rightarrow \alpha = \frac{-7\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \beta - \alpha = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{-7\pi}{4}\right) = \frac{11\pi}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲ و ۴۱ تا ۴۲)

۹۸- گزینه «۳» (سید شفیعی)

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \cos \frac{5\pi}{3} \Rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x$$

$$= \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 1 - 2\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 2x = 1$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 2x = \cos^2 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۹۹- گزینه «۳» (میلاد سبازی لاریجانی)

ابتدا عبارت سمت چپ تساوی را ساده می‌کنیم:

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2} \quad ; x \neq k\pi$$



## هندسه ۳

## ۱۰۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

در یک ماتریس اسکالر، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی همگی صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی برابر یکدیگرند. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m-2=0 \Rightarrow m=2 \\ n+1=0 \Rightarrow n=-1 \\ p+2=2p-1 \Rightarrow p=3 \end{cases}$$

با جای گذاری این مقادیر در ماتریس B و با استفاده از دستور ساروس داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = (0-3-2) - (0+2+4) = -11$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۲۹)

## ۱۰۲- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

با توجه به تعریف درایه‌های دو ماتریس A و B داریم:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 6 & -6 \\ -10 & 10 & -10 \\ -15 & 15 & -15 \end{bmatrix}$$

با توجه به این که درایه‌های دو ستون اول و دوم قرینه یکدیگرند، مجموع درایه‌های ماتریس BA برابر مجموع درایه‌های ستون سوم آن، یعنی برابر (۳۱-) است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

## ۱۰۳- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)

دستگاه معادلات خطی  $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$  در صورتی بی‌شمار جواب دارد

که شرط  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  برقرار باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{m-1}{n+2} = \frac{2}{4} = \frac{n}{m}$$

$$\begin{cases} \frac{m-1}{n+2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2m-2 = n+2 \Rightarrow n = 2m-4 \\ \frac{n}{m} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = 2n \Rightarrow m = 2(2m-4) \Rightarrow m = \frac{4}{3}, n = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$m+n = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

## ۱۰۴- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

از طرفین رابطه داده شده، دترمینان می‌گیریم:

$$|A| = (-2|A|)(-3|A|)(|A|) \Rightarrow 6|A|^3 - |A| = 0$$

$$\Rightarrow |A|(6|A|^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A|^2 = \frac{1}{6} \end{cases}$$

چون ماتریس A وارون‌پذیر است، پس  $|A| \neq 0$  و تنها جواب

$$|A|^2 = \frac{1}{6}$$

$$\|A\| = |A| = |A|^2 \times |A| = |A|^4 = (|A|^2)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

## ۱۰۵- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

سعی می‌کنیم توانی از ماتریس‌های A و B را پیدا کنیم که برابر ماتریس

I یا مضربی از آن باشند.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$



(معمم صحت کار)

۱۰۸- گزینه «۲»

در ماتریس  $AB$  سطرها مضرب یکدیگرند (مثلاً سطر اول  $m$  برابر سطر

دوم است). پس دترمینان آن صفر است. از طرفی:

$$BA = [-m + m - 1] \Rightarrow |BA| = |-1| = -1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(علی ایمانی)

۱۰۹- گزینه «۳»

$$|2A| = |A^{-1}| + 2 \Rightarrow 4|A| = \frac{1}{|A|} + 2$$

$$\xrightarrow{\times |A|} 4|A|^2 - 2|A| - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A^{-1}| = 1 \\ |A^{-1}| = -4 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4} |4A^{-1}| = \frac{1}{4} \times 4^2 |A^{-1}| = 4 |A^{-1}|$$

$$\Rightarrow 4 |A^{-1}| = \begin{cases} 4 \\ -16 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(کیوان دارابی)

۱۱۰- گزینه «۱»

$$2(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$$

$$\Rightarrow 2(A+B)^{-1}(A+B) = (A^{-1} + B^{-1})(A+B)$$

$$\Rightarrow 2I = \underbrace{A^{-1}A}_I + A^{-1}B + B^{-1}A + \underbrace{B^{-1}B}_I$$

$$\Rightarrow A^{-1}B + B^{-1}A = \bar{O}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$B^2 = B^2 \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A^{19} + B^{100} = (A^2)^{49} \times A + (B^2)^{50} \times B = I^{49} \times A + (-I)^{50} \times B$$

$$= A - B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(امیرحسین ابومفیوب)

۱۰۶- گزینه «۱»

می‌دانیم اگر  $BA = C$  و  $B$  ماتریسی وارون‌پذیر باشد، آن‌گاه $A = B^{-1}C$  است. بنابراین داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{5 \times 3 - 2 \times 7} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = B^{-1}C \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix}$$

$$A \text{ مجموع درایه‌های } = -7 + 4 + 17 - 9 = 5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(کیوان دارابی)

۱۰۷- گزینه «۳»

$$A^2 B^2 \text{ ستون سوم} \times B^2 \text{ سطر دوم} = A^2 \text{ درایه سطر دوم ستون سوم}$$

از طرفی:

$$A^2 \text{ سطر دوم} = A \text{ سطر دوم} \times A = [3 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [9 \quad -2 \quad 9]$$

$$B^2 \text{ ستون سوم} = B \times B \text{ ستون سوم} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$[9 \quad -2 \quad 9] \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix} = -63 + 10 + 27 = -26$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)





## ریاضیات گسسته

## ۱۱۱- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

می‌دانیم مربع و مکعب هر عدد فرد، عدد فرد است.

همچنین مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است. لذا مجموع مربع و مکعب

یک عدد فرد، عددی زوج خواهد بود.

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها به صورت زیر است:

$$\text{گزینه «۱»}: 2k + 3 = 13 \neq 2k$$

گزینه «۲»: عدد ۲ را نمی‌توان به صورت  $6k + 1$  یا  $6k + 5$  نوشت.

گزینه «۳»: حاصل ضرب عدد گویای صفر در هر عدد گنگ، برابر صفر است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

## ۱۱۲- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق اثبات به روش بازگشتی داریم:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 2x(y - z - \frac{x}{y})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 2xy - 2xz - x^2$$

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 + 2xz + z^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 + (x + z)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر بدیهی (همواره درست) است و تمام روابط برگشت پذیر هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

## ۱۱۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا فاصله ۱۲ اردیبهشت تا اول دی را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccccc} 19 & + & 4 \times 31 & + & 3 \times 30 & + & 1 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{دی} & & \text{مهر تا آذر} & & \text{خرداد تا شهریور} & & \text{اردیبهشت} \end{array}$$

$$234 = 33 \times 7 + 3 \Rightarrow 234 \equiv 3$$

بنابراین اول دی سه روز در هفته جلوتر از شنبه یعنی روز سه‌شنبه است. با

توجه به ۳۰ روزه بودن ماه‌های دی و بهمن، اول بهمن روز پنج‌شنبه و اول

اسفند روز شنبه خواهد بود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

## ۱۱۴- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق ویژگی‌های رابطه عاد کردن داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a \mid 15k + 17 \\ a \mid 15k + 7 \end{array} \right\} \Rightarrow a \mid (15k + 17) - (15k + 7)$$

$$\Rightarrow a \mid 10 \xrightarrow{a \text{ عدد طبیعی}} a = 1, 2, 5, 10$$

از طرفی هیچ کدام از دو عدد  $15k + 7$  و  $15k + 17$  نمی‌توانند مضرب ۵باشند، پس  $a$  نمی‌تواند ۵ یا ۱۰ باشد و در نتیجه تنها مقادیر  $a = 1$  و $a = 2$  قابل قبول هستند که مجموع آن‌ها برابر ۳ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

## ۱۱۵- گزینه «۴»

(فرزانه کاکاپاش)

ابتدا باقی‌مانده تقسیم  $1402$  بر  $15$  را تعیین می‌کنیم:

$$1402 \equiv 7 \pmod{15} \Rightarrow 1402 = 93 \times 15 + 7$$

پس کافی است باقی‌مانده تقسیم عدد  $1402$  را بر  $15$  تعیین کنیم:

$$7^2 = 49 = 3 \times 15 + 4 \Rightarrow 7^2 \equiv 4 \pmod{15} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 7^4 \equiv 16 \equiv 1 \pmod{15}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۳۵۰}} 7^{1400} \equiv 1 \pmod{15} \xrightarrow{\times 7^2} 7^{1402} \equiv 49 \equiv 4 \pmod{15}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

## ۱۱۶- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

چون دو عدد داده شده رقم‌های یک‌نوا هستند، پس به پیمانه ۱۰

هم‌نهشت هستند.



$$5 | a \Rightarrow 5 | a^2 \Rightarrow 5 | a^2 - 1$$

از طرفی:

$$(a^2 - 1, 8 \times 5) = (a^2 - 1, 8) = (8k, 8) = 8$$

بنابراین:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

(علی سعیدی زار)

۱۱۹ - گزینه «۴»

طبق قضیه تقسیم و با توجه به فرض مسئله داریم:

$$r + q = 15 \Rightarrow q = 15 - r$$

$$a = 11q + r = 11(15 - r) + r, 0 \leq r < 11 \quad (r \text{ مقدار برای } 11)$$

$$\Rightarrow a = 165 - 10r \Rightarrow a - 5 = 160 - 10r \equiv 0 \Rightarrow 10r \equiv 160$$

$$\xrightarrow{+10} r \equiv 16 \Rightarrow r \equiv 0 \pmod{(10, 16)=2}$$

$$\Rightarrow r \in \{0, 4, 8\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{11}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۴ و ۱۵)

(امیرحسین ابومصوب)

۱۲۰ - گزینه «۱»

$$2a^2b \equiv 2 + a + 3 + b \equiv 4 \Rightarrow a + b + 5 \equiv 4$$

$$\Rightarrow a + b \equiv -1 \equiv 8 \Rightarrow a + b = 8 \text{ یا } 17$$

$$4a^2b \equiv 1 - b + 3 - a + 4 \equiv 8 - (a + b)$$

$$4a^2b \equiv 1 - b + 3 - a + 4 \equiv 8 - (a + b) \Rightarrow a + b = 8 \Rightarrow 4a^2b \equiv 8 - 8 \equiv 0$$

$$4a^2b \equiv 1 - b + 3 - a + 4 \equiv 8 - (a + b) \Rightarrow a + b = 17 \Rightarrow 4a^2b \equiv 8 - 17 \equiv -9 \equiv 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

$$a^2 + 9 \equiv 4a + 16 \Rightarrow a^2 - 4a - 7 \equiv 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 10a - 7 \equiv 0 \Rightarrow a^2 + 6a - 7 \equiv 0$$

$$\Rightarrow (a - 1)(a + 7) \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 1 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 1 \Rightarrow a^4 \equiv 1 \\ a + 7 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -7 \equiv 3 \Rightarrow a^4 \equiv 3^4 \equiv 1 \end{cases}$$

پس همواره  $a^4 \in [1]_1$ 

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

(سولگر روشنی)

۱۱۷ - گزینه «۲»

ابتدا معادله سیاله را به یک معادله هم نهشتی تبدیل می کنیم:

$$(1! + 2! + 3! + \dots + 14 \cdot 2!)x \equiv 15$$

به ازای  $n \geq 7$ ,  $n! \equiv 0$ , پس داریم:

$$(1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720 + 5040 + \dots + 14 \cdot 2!)x \equiv 15$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $9 \quad 3 \quad 15 \quad 6 \quad \text{صفر}$

$$\Rightarrow 12x \equiv 15 \xrightarrow{+3} 4x \equiv 5 \xrightarrow{+4} x \equiv 3 \pmod{(3, 21)=3}$$

$$\Rightarrow x = 7k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بیشترین مقدار سه رقمی  $x$  به ازای  $k = 142$  حاصل می شود:

$$x = 7 \times 142 + 3 = 997 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 25$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۳ تا ۲۹)

(کیوان دارابی)

۱۱۸ - گزینه «۳»

$$(a, 1000) = 125 \Rightarrow (a, 2^3 \times 5^3) = 5^3 \Rightarrow a \text{ فرد است}$$

$$\Rightarrow a^2 = 8k + 1 \Rightarrow 8 | a^2 - 1$$



$$x_A - x_B = 300 \Rightarrow 20t - (-30t + 1000) = 300$$

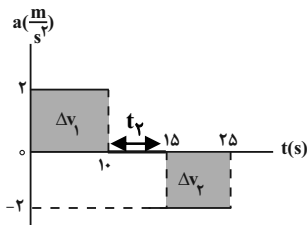
$$\Rightarrow 50t = 1300 \Rightarrow t = 26s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(مصفی کیانی)

۱۲۴- گزینه «۳»

می‌دانیم سطح محصور بین نمودار  $a-t$  و محور  $t$  برابر  $\Delta v$  است. بنابراین، با محاسبه  $\Delta v$  در بازه‌های زمانی مختلف، سرعت در لحظه‌های  $10s$ ،  $15s$  و  $25s$  را می‌یابیم و سپس با رسم نمودار  $v-t$  و محاسبه سطح زیر نمودار آن، مسافت طی شده را می‌یابیم:



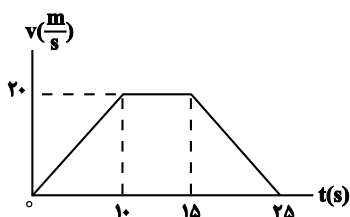
$$\Delta v_1 = 2 \times 10 = 20 \frac{m}{s}, \Delta v_2 = -2 \times 10 = -20 \frac{m}{s}$$

$$v(t=10s) = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow{v_0=0} v(t=10s) = 0 + 20 = 20 \frac{m}{s}$$

چون در بازه زمانی  $10s$  تا  $15s$  شتاب صفر است، داریم:

$$v(t=15s) = v(t=10s) \Rightarrow v(t=15s) = 20 \frac{m}{s}$$

$$v(t=25s) = v(t=15s) + \Delta v_2 = 20 + (-20) = 0$$



اکنون مساحت زیر نمودار  $v-t$  را که برابر مسافت طی شده است، به دست می‌آوریم:

$$\ell = |\text{مساحت دوزنقه}| = \frac{(5+25)}{2} \times 20 = 300m$$

در آخر تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=25-0=25s} s_{av} = \frac{300}{25} = 12 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۵ تا ۲۱)

(امیرامیر میرسعید)

۱۲۵- گزینه «۳»

ابتدا لحظه برخورد گلوله به زمین را به دست می‌آوریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{y=-180m} -180 = -5t^2 \Rightarrow t^2 = 36 \Rightarrow t = 6s$$

اکنون لحظه‌ای را که تندی گلوله نصف تندی برخورد آن به زمین می‌شود را می‌یابیم:

$$v_2 = \frac{1}{2}v_1 \xrightarrow{v=-gt} -gt = -\frac{1}{2}gt \xrightarrow{t=6s} t' = \frac{1}{2} \times 6 = 3s$$

در آخر مسافتی را که گلوله پس از  $3s$  طی می‌کند، پیدا می‌کنیم:

$$y = -\frac{1}{2}gt'^2 \xrightarrow{t'=3s} y' = -\frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = -45m$$

$$\Rightarrow |y'| = |-45| = 45m$$

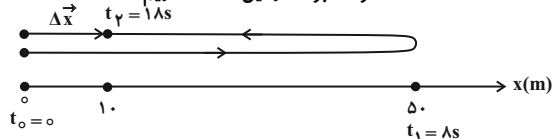
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

### فیزیک ۳

۱۲۱- گزینه «۳»

(شیلا شیرزادی)

مطابق شکل زیر، فرض می‌کنیم متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان و پس از  $8s$  مسافت  $50m$  را طی می‌کند و در مکان  $x_1 = 50m$  قرار می‌گیرد و پس از  $10s$  بعد از آن که مسافت  $40m$  را در خلاف جهت اولیه طی می‌کند در مکان  $x_2 = 10m$  قرار دارد. بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر  $\ell = 50 + 40 = 90m$  و جابه‌جایی آن برابر  $\Delta x = 10 - 0 = 10m$  خواهد بود. در این حالت داریم:



$$\begin{cases} s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \\ |v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \end{cases} \xrightarrow{\Delta t \text{ یکسان است.}} \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{90}{10} = 9$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ و ۴)

(امیرسعید برادران)

۱۲۲- گزینه «۳»

بررسی گزاره‌ها:

(آ درست)

(ب درست، با توجه به رابطه سرعت متوسط، بردار سرعت متوسط و بردار

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \text{ (همواره مثبت است)}$$

(ب درست، اگر تندی لحظه‌ای متحرک در یک بازه زمانی صفر نشود، در این بازه جهت حرکت متحرک تغییر نکرده و بنابراین بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابرند و مطابق رابطه تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط این دو کمیت نیز با یکدیگر برابرند.

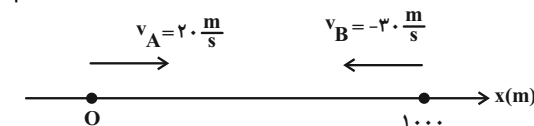
(ت نادرست - بردار سرعت لحظه‌ای به جهت حرکت متحرک بستگی دارد و الزاماً هم‌جهت با بردار مکان نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۳- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

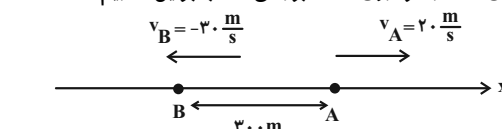
مطابق شکل زیر فرض می‌کنیم که خودروی A در لحظه  $t = 0$  در مبدأ محور (نقطه O) و به طرف راست در حرکت باشد. یعنی سرعت آن مثبت است. بنابراین خودروی B به طرف چپ در حرکت بوده و سرعت آن منفی است. با توجه به این که، معادله مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت به صورت  $x = vt + x_0$  است، معادله مکان-زمان هر یک از دو خودرو را می‌نویسیم:



$$x_A = v_A t + x_{A0} \xrightarrow{v_A=20 \frac{m}{s}, x_{A0}=0} x_A = 20t + 0 = 20t$$

$$x_B = v_B t + x_{B0} \xrightarrow{v_B=-30 \frac{m}{s}, x_{B0}=100m} x_B = -30t + 100$$

برای اولین بار خودروی B به خودروی A نرسیده است، اما، برای دومین بار خودروی B از خودروی A عبور می‌کند. بنابراین، داریم:





$$F'_{net,y} = 0 \Rightarrow F'_e - mg = 0$$

$$\frac{F'_e = kx'}{kx' = mg}$$

$$\Rightarrow 200x' = 0.6 \times 10 \Rightarrow x' = 0.03m = 3cm$$

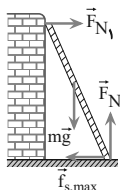
می بینیم طول فنر از  $x = 15cm$  به  $x' = 3cm$  کاهش یافته است. بنابراین، درصد تغییر طول فنر برابر است با:

$$\text{درصد تغییر طول فنر} = \frac{\Delta x}{x} \times 100 = \frac{3-15}{15} \times 100 = -80\%$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۵ و ۴۳)

(کتاب آبی کتلور ریاضی)

۱۲۹- گزینه «۲»



مطابق شکل نیروهای وارد بر نردبان را رسم کرده‌ایم. چون دستگاه در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر نردبان در راستای  $X$  و  $Y$  صفر است. بنابراین داریم:

$$F_{N1} = f_{s,max} \Rightarrow F_{N1} = \mu_s F_{N2}$$

$$\frac{F_{N2}}{F_{N1}} = \frac{F_{N2}}{\mu_s F_{N2}} = \frac{1}{\mu_s}$$

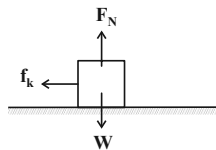
بنابراین:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)

(اعسان ایرانی)

۱۳۰- گزینه «۱»

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم:



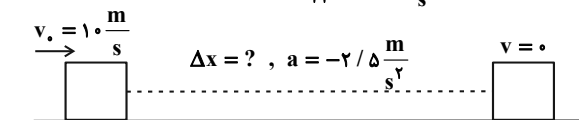
با توجه به شکل مشخص می‌شود که نیروهای  $\vec{F}_k$  و  $\vec{F}_N$ ، مؤلفه‌های نیروی وارد شده از سطح به جسم هستند. یعنی:

$$\vec{R} = -f_k \vec{i} + F_N \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} f_k = 30N \\ F_N = 120N \end{cases}$$

$$F_N = mg \Rightarrow 120 = m \times 10 \Rightarrow m = 12kg$$

در پرتاب جسم روی سطح افقی، تنها نیروی مؤثر بر جسم نیروی اصطکاک است:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow a = \frac{-30}{12} = -2.5 \frac{m}{s^2}$$



برای به دست آوردن مسافت طی شده تا لحظه توقف، از معادله سرعت-جابه‌جایی (مستقل از زمان) داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \frac{0 - 10^2}{2 \times (-2.5)} = \Delta x \Rightarrow \Delta x = 20m$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{-10^2}{2 \times (-2.5)} = \frac{-100}{-5} = 20m$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۴۳)

۱۲۶- گزینه «۳»

(سیاوش فارسی)

ابتدا برآیند نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  را می‌یابیم و سپس بزرگی برآیند نیروها را حساب می‌کنیم:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + (-3\vec{F}_1) = -2\vec{F}_1$$

$$\vec{F}_1 = (1/\sqrt{5}N)\vec{i} - (2N)\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_{net} = -2((1/\sqrt{5}N)\vec{i} - (2N)\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{net} = (-2/\sqrt{5}N)\vec{i} + (4N)\vec{j}$$

$$\Rightarrow F_{net} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}N$$

اکنون بزرگی شتاب حرکت جسم را با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌یابیم:

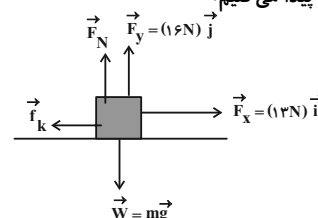
$$F_{net} = ma \Rightarrow \frac{m=2kg}{F_{net}=2\sqrt{5}N} \Rightarrow a = 2/\sqrt{5} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۲۷- گزینه «۱»

(سیرمه‌لیه میرضایی)

مطابق شکل زیر، مؤلفه افقی نیروی  $\vec{F}$  به جسم شتاب می‌دهد و مؤلفه عمودی آن در نیروی عمودی تکیه‌گاه تأثیر دارد. بنابراین، ابتدا نیروی عمودی تکیه‌گاه ( $F_N$ ) را پیدا می‌کنیم:



$$\vec{F} = (12N)\vec{i} + (16N)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} F_x = 12N \\ F_y = 16N \end{cases}$$

$$F_{net,y} = ma_y \xrightarrow{a_y=0} F_N + F_y - mg = 0$$

$$\frac{m=2kg}{F_y=16N} \Rightarrow F_N + 16 - 2 \times 10 = 0 \Rightarrow F_N = 4N$$

$$F_{net,x} = ma_x \Rightarrow F_x - f_k = ma$$

$$\frac{F_x=12N}{a=5 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow 12 - f_k = 2 \times 5 \Rightarrow f_k = 2N$$

اکنون با داشتن  $f_k$  و  $F_N$  به صورت زیر، بزرگی نیروی سطح افقی را پیدا می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۴)

۱۲۸- گزینه «۱»

(معمومه شریعت ناصری)

مطابق شکل، نیروهای وزن جسم و کشش نخ رو به پایین و نیروی کشسانی فنر رو به بالا بر جسم وارد می‌شود. چون جسم در حال تعادل است، داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_e - mg - T = 0$$

$$\frac{F_e = kx}{kx = mg + T}$$

$$\frac{k=200 \frac{N}{m}, T=24N}{m=0.6kg} \Rightarrow 200x = 0.6 \times 10 + 24$$

$$\Rightarrow 200x = 30 \Rightarrow x = 0.15m = 15cm$$

پس از پاره شدن نخ، نیروی وزن جسم رو به پایین و نیروی کشسانی فنر رو به بالا بر جسم وارد می‌شود. پس از تعادل جسم در این حالت داریم:



## شیمی ۳

## ۱۳۱- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) هر دو مخلوط، نور را پخش می‌کنند.

(ب) آب سخت دارای مقادیر قابل توجهی از یون‌های کلسیم و منیزیم است.

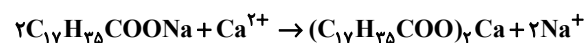
(پ) افزودن ماده شیمیایی کلردار نه کلر!

(ت) پاک‌کننده‌های خورنده با آلاینده‌ها هم واکنش شیمیایی می‌دهند و هم برهم کنش بین ذره‌ای برقرار می‌کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

## ۱۳۲- گزینه «۳»

(رسول عابرنی زواره)



روش اول (ضرب تبدیل):

$$? \text{ g صابون} = 121/2 \text{ g رسوب} \times \frac{1 \text{ mol رسوب}}{606 \text{ g رسوب}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol رسوب}} \times \frac{306 \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}} = 122/4 \text{ g صابون}$$

$$\frac{80}{100} \times m = 122/4 \text{ g} \Rightarrow m = 153 \text{ g} \quad m: \text{جرم صابون اولیه}$$

روش دوم (کسر تناسب):

$$\frac{m \times \frac{80}{100}}{2 \times 306} = \frac{121/2}{1 \times 606} \Rightarrow m = 153$$

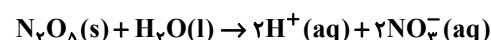
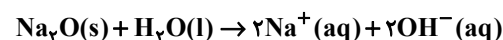
$$\frac{20}{100} \times 153 = 30/6 \text{ g صابون واکنش نداده}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۳ تا ۶ و ۸ تا ۱۰)

## ۱۳۳- گزینه «۴»

(مهمرب عظیمیان زواره)

سدیم اکسید و دی‌نیتروژن پنتا اکسید در واکنش با آب، به ترتیب باز قوی و اسید قوی تولید می‌کنند:



بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) مولکول آن یونش یافته، بنابراین  $\alpha$  برابر ۰/۰۱۸ است. (از ۳۶ یونتولید شده، ۱۸ یون  $H^+$  و ۱۸ یون  $CN^-$  است.)

(۲) باران اسیدی شامل نیتریک اسید و سولفوریک اسید است.

(۳) فلز آلومینیم با محلول هیدروکلریک اسید واکنش داده و با مصرف یون  $H^+$ ، pH محلول را افزایش می‌دهد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹ و ۲۳ تا ۲۵)

## ۱۳۴- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{\alpha \ll 1} K_a = M\alpha^2$$

$$K_a = M\alpha^2 \Rightarrow 18 \times 10^{-6} = M \times (3 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow M = 0.02 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = M\alpha = 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2} = 6 \times 10^{-4}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH = 4 - \log 6 = 4 - (\log 2 + \log 3)$$

$$pH = 4 - (0.3 + 0.5) = 3.2$$

$$? \text{ mL } CH_3COOH = 500 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}$$

$$\times \frac{2 \times 10^{-2} \text{ mol } CH_3COOH}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{60 \text{ g } CH_3COOH}{1 \text{ mol } CH_3COOH}$$

$$\times \frac{1 \text{ mL } CH_3COOH}{1/25 \text{ g } CH_3COOH} \times \frac{100}{80}$$

$$= 0.6 \text{ mL } CH_3COOH$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

## ۱۳۵- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

به کمک نظریه آرنیوس فقط می‌توان تشخیص داد که یک ماده اسید است یا باز. براساس این نظریه نمی‌توان در مورد میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول (غلظت یون‌های هیدرونیوم یا هیدروکسید تولید شده و pH محلول) اظهار نظر کرد، پس فقط عبارت اول درست است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۸)

## ۱۳۶- گزینه «۳»

(رسول عابرنی زواره)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ با توجه به بزرگ بودن مقدار عددی ثابت یونش اسیدی برای b می‌توان نتیجه گرفت که b یک اسید قوی است و به‌طور کامل یونیده می‌شود (فرایند یونش یک‌طرفه است).

(ب) درست؛ در محلول a مقدار  $[H^+]$  برابر با  $10^{-8}$  مول بر لیتر است:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{10^{-8}} = 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$



ت) نادرست؛ نام علمی جوش شیرین، سدیم هیدروژن کربنات است که به تنهایی می‌تواند به عنوان ماده موثر در ضد اسیدها مورد استفاده قرار گیرد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۳۲)

۱۳۹- گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)



$$\alpha = \frac{\text{درصد یونش}}{100} = \frac{0.07}{100} = 7 \times 10^{-4}$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow 4/9 \times 10^{-10} = \frac{M \times (7 \times 10^{-4})^2}{1 - 7 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow M = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = M \cdot n \cdot \alpha = 10^{-3} \times 1 \times 7 \times 10^{-4} = 7 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{7 \times 10^{-7}} \approx 1/7 \times 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{OH}^- \text{ شمار یون‌های } = 0/2 \text{ L} \times 1/7 \times 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$= 2/8 \times 10^{-9} \text{ mol OH}^-$$

$$\text{pH} = \log[\text{H}^+] = -\log(7 \times 10^{-7}) = 7 - \log 7$$

$$= 7 - 0/85 = 6/15$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۴۰- گزینه «۱»

(عمید زینی)

فرمول عمومی پاک‌کننده صابونی:  $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{O}_2\text{Na}$

تعداد C بدون اتصال به H در پاک‌کننده غیرصابونی، ۲

بار سطحی قطره چربی در هر دو پاک‌کننده، منفی

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

$$\Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-6}}{10^{-8}} = 100$$

پ) درست؛ محلول c یک باز است و در بازها همواره رابطه  $[\text{H}^+] < [\text{OH}^-]$  برقرار است.

ت) نادرست؛ محلول d یک باز ضعیف است، یعنی نوعی الکترولیت ضعیف می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۳۷- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی سورکلایی)

طبق صورت سؤال، مقداری باز به یک محلول اسیدی اضافه شده، بخشی از آن را خنثی کرده و مقداری محلول اسیدی باقی مانده است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/7} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+]_{\text{محلول نهایی}} = \frac{M_a \cdot V_a \cdot n_a - M_b \cdot V_b \cdot n_b}{V_a + V_b}$$

$$2 \times 10^{-2} = \frac{0/1 \times V \times 1 - 0/2 \times 400 \times 1}{(400 + V)}$$

$$8 + 0/2V = 0/1V - 8 \Rightarrow 0/8V = 16$$

$$\Rightarrow V = 200 \text{ mL}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۳۱)

۱۳۸- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

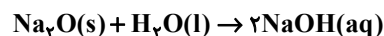
عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ چون در اسیدهای ضعیف تعداد کمی از مولکول‌ها یونیده می‌شوند؛ بنابراین مقدار اندک یون‌های حاصل از یونش اسیدهای ضعیف با تعداد زیادی از مولکول‌های یونیده نشده در تعادل هستند.

ب) نادرست؛ ثابت یونش اسیدهای قوی بسیار بزرگ و ثابت یونش اسیدهای ضعیف بسیار کوچک است.

پ) درست؛



$$? \text{ mol NaOH} = 0/05 \text{ mol Na}_2\text{O} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol Na}_2\text{O}}$$

$$= 0/1 \text{ mol NaOH}$$

$$M = \frac{0/1 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = M n \alpha = 0/1 \times 1 \times 1 = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{10^{-1}} = 10^{-13}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log 10^{-13} = 13$$