



دفترچه پاسخ

آزمون هدیۀ ۱۴ مهر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه	علی ایمانی-شاهین پروازی-عادل حسینی-محمدرضا راسخ-میلاد سجادی-لاریجانی-علی سرآبادانی-علی شهرابی-حمید علیزاده-حمید مامقادی-جهانبخش نیکنام-بنیامین یعقوبی
هندسه و آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی-امیرآبادی-علی ایمانی-سعید جعفری-کافی-آباد-جواد حاتمی-عادل حسینی-محمدحسین حشمت‌الواعظین-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-یاسین سپهر-رضا عباسی-اصل علی فتح‌آبادی-مرتضی فهیم‌علوی-داريوش ناظمی-فرهاد وفايي
فیزیک	خسرو ارغوانی-فرد-اسماعیل امارم-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-محمد بهلولی-مجتبی خلیل-ارجمندی-محمدعلی راست‌پیمان-محمد ساکی-مهدی شریفی-پوریا علاقه‌مند-بهادر کامران-مصطفی کیانی-احسان محمدی-حسین مخدومی-مهرداد مردانی
شیمی	محمدرضا پورجاوید-امیر حاتمیان-ارژنگ خانلری-یاسر راش-سیدرضا رضوی-منصور سلیمانی-ملکان-رسول عابدینی-زواره محمد عظیمیان-زواره-محمد فلاح‌نژاد-سیدرحیم هاشمی-دهکردی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینه‌گر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی حسن‌شاه‌حیدری بنیامین یعقوبی	کیارش صانعی	کیارش صانعی حمید زرین‌کفش	ماهان زواری محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت‌نیا
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین‌نژاد
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا‌زاریان	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳۰۲۱



حسابان ۱

گزینه ۱

(معمدها را بسخ)

ریشه‌های معادله $x^2 + x - 4 = 0$ اعداد $\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$ هستند. می‌دانیم در معادله درجه دوم با ضرایب گویا اگر یکی از ریشه‌ها به صورت $m + \sqrt{n}$ باشد، ریشه دیگر به صورت $m - \sqrt{n}$ است. اگر x_1 را هر کدام از ریشه‌های به دست آمده فرض کنیم چون x_1 ریشه معادله دومی است، پس $x_3 = x_2$ در واقع معادله دومی ضریبی از معادله اول است.

$$x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow a = 2, \quad b = -8 \Rightarrow a - b = 10$$

حال در این معادله داریم:

$$S = x_1 + x_3 = -1, \quad P = x_1 x_3 = -4$$

ریشه‌های معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس داریم:

$$x_1^2 + x_1 = 4 \Rightarrow x_1 + 1 = \frac{4}{x_1}$$

$$x_3 + 1 = \frac{4}{x_3}$$

مشابهاً داریم:

پس می‌خواهیم معادله‌ای را پیدا کنیم که جواب‌های آن

$$\alpha = \frac{10}{\left(\frac{4}{x_1}\right)^3} = \frac{5}{32} x_1^3 \quad \text{و} \quad \beta = \frac{10}{\left(\frac{4}{x_3}\right)^3} = \frac{5}{32} x_3^3 \quad \text{باشد.}$$

$$S' = \alpha + \beta = \frac{5}{32} (x_1^3 + x_3^3) = \frac{5}{32} (S^3 - 3PS)$$

$$= \frac{5}{32} \times (-1)^3 = -\frac{5}{32}$$

$$P' = \alpha\beta = \frac{5x_1^3}{32} \times \frac{5x_3^3}{32} = \frac{25}{1024} (x_1 x_3)^3 = -\frac{25}{16}$$

در نتیجه معادله مورد نظر به صورت زیر است:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{32}x - \frac{25}{16} = 0 \Rightarrow 32x^2 + 5x - 50 = 0$$

(حسابان ۱- چیر و معادله: صفحه‌های ۷ و ۹)

گزینه ۲

(شاهین پروازی)

معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$\left| \sqrt{x} - \frac{1}{x} \right| = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\left| t - \frac{1}{t^2} \right| = \frac{1}{t}$$

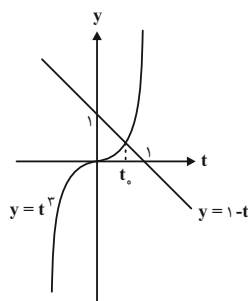
با تغییر متغیر $\sqrt{x} = t$ نیز داریم:

واضح است که $t > 0$ است. حال برای دو حالت $0 < t < 1$ و $t \geq 1$ مسئله را بررسی می‌کنیم:

$$\text{الف) } 0 < t < 1: t < \frac{1}{t^2} \Rightarrow \frac{1}{t^2} - t = \frac{1}{t}$$

$$\xrightarrow{\times t^2} 1 - t^3 = t \Rightarrow t^3 = 1 - t$$

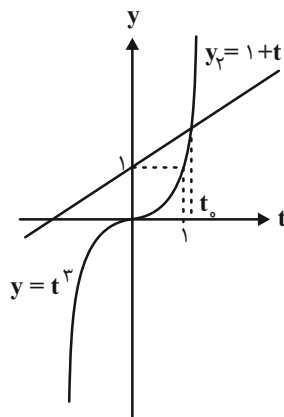
نمودارهای دو تابع $y_1 = t^3$ و $y_2 = 1 - t$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. طول نقطه برخورد اگر در بازه $(0, 1)$ باشد قابل قبول است. واضح است که $t_0 \in (0, 1)$ است.



$$\text{ب) } t \geq 1: t > \frac{1}{t^2} \Rightarrow t - \frac{1}{t^2} = \frac{1}{t} \xrightarrow{\times t^2} t^3 - 1 = t$$

$$\Rightarrow t^3 = t + 1$$

مشابه حالت قبلی، نمودارهای $y_1 = t^3$ و $y_2 = t + 1$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. طول نقطه برخورد باید بزرگتر از ۱ باشد. واضح است که $t_0 > 1$ است.



پس دو عدد حقیقی با شرایط مذکور موجود است.

(حسابان ۱- چیر و معادله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

گزینه ۱

(بنیامین یعقوبی)

مختصات نقطه A را به صورت $(a, 3a-1)$ در نظر می‌گیریم و مساحتمثلث برابر $S = \frac{1}{2} BC \cdot AH$ است که AH فاصله نقطه A از خط

شامل ضلع BC است. داریم:



۵- گزینه «۲»

(بنیامین یعقوبی)

دامنه هر دو تابع و در نتیجه دامنه تابع fog نیز \mathbb{R} است. برد تابع g را نیز می یابیم:

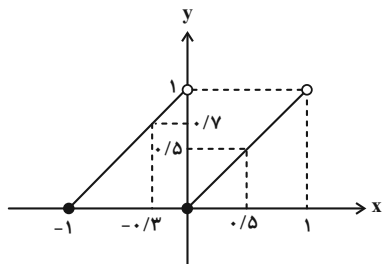
$$g(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{2(x^2 - x + \frac{3}{2})} = \frac{1}{2} - \frac{1}{x^2 - x + \frac{3}{2}}$$

برد سهمی $y = x^2 - x + \frac{3}{2}$ بازه $[\frac{5}{4}, +\infty)$ است. پس برد تابع

$$y = \frac{1}{x^2 - x + \frac{3}{2}} \text{ بازه } (0, \frac{4}{5}] \text{ است. در نتیجه برد تابع } g \text{ بازه}$$

$(0/5, -0/3]$ است. حال برای محاسبه برد تابع fog، برد تابع f را با

دامنه $R_g = [-0/3, 0/5]$ حساب می کنیم. نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است:



با توجه به شکل بالا، برد تابع fog مجموعه $[0, 0/5] \cup [0/7, 1)$

است که این مجموعه شامل عدد $0/57 \approx \frac{\sqrt{3}}{3}$ نیست.

(مسابقان ۱- تابع: صفحه های ۶۶ تا ۶۸)

(عارل مسینی)

۶- گزینه «۲»

$$\log_9 15 = \log_{3^2} 15 = \frac{1}{2} \log_3 (3 \times 5) = \frac{1}{2} (1 + \log_3 5)$$

$$\log_5 \sqrt{45} = \frac{1}{2} \log_5 (5 \times 9) = \frac{1}{2} (1 + 2 \log_5 3)$$

حال اگر $\log_3 5$ را x در نظر بگیریم، داریم:

$$T = \log_9 15 \times \log_5 \sqrt{45} = \frac{1}{4} (1+x) (1+\frac{2}{x})$$

$$= \frac{1}{4} (3 + x + \frac{2}{x}) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} (x + \frac{2}{x})$$

این را هم می دانیم که $x > 0$ است. پس طبق نامساوی $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ برای اعداد مثبت a و b، می توانیم بگوییم:

$$x + \frac{2}{x} > 2\sqrt{2} \Rightarrow T > \frac{3+2\sqrt{2}}{4}$$

$$BC = \sqrt{(2-(-3))^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{34}$$

$$S = 4 = \frac{1}{2} \sqrt{34} \cdot AH \Rightarrow AH = \frac{8}{\sqrt{34}}$$

معادله ضلع BC به صورت $3x + 5y = 1$ است. حال فاصله AH را می یابیم:

$$AH = \frac{|3a + 5 \times (3a-1) - 1|}{\sqrt{34}} = \frac{8}{\sqrt{34}}$$

$$\Rightarrow |18a - 6| = 8 \Rightarrow \begin{cases} 18a - 6 = 8 \Rightarrow a = \frac{7}{9} \\ 18a - 6 = -8 \Rightarrow a = -\frac{1}{9} \end{cases}$$

پس A می تواند نقطه $(\frac{7}{9}, \frac{4}{3})$ یا $(-\frac{1}{9}, -\frac{4}{3})$ باشد که مجموع

عرض دو نقطه برابر صفر است.

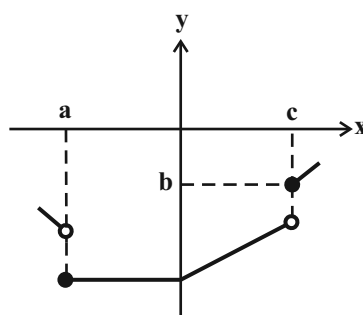
(مسابقان ۱- پیر و معارله: صفحه های ۲۹ تا ۳۶)

۴- گزینه «۳»

(عارل مسینی)

برای رسم نمودار تابع f، دامنه آن را به بازه هایی تقسیم می کنیم که عبارت $2x$ ، بین دو مقدار صحیح متوالی قرار بگیرد:

$$\begin{cases} -1 \leq 2x < 0 \Rightarrow [2x] = -1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x < 0; f(x) = \frac{x-1}{-x+1} = -1 \\ 0 \leq 2x < 1 \Rightarrow [2x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}; f(x) = \frac{x-1}{1} = x-1 \end{cases}$$



با توجه به ضابطه های بالا و نمودار f، مشخص است که $a = -\frac{1}{2}$ و $c = \frac{1}{2}$

است. هم چنین برای محاسبه b، باید f(c) را محاسبه کنیم:

$$b = f(c) = f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{2}-1}{|\frac{1}{2}|+1} = -\frac{1}{3} \Rightarrow ab = \frac{1}{6}$$

(مسابقان ۱- تابع: صفحه های ۴۹ تا ۵۲)



(میلاد سبازی لاریجانی)

۹- گزینه «۴»

روش اول: هویتال

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x+3}}}{\frac{1}{2\sqrt{x}-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}} = 0$$

روش دوم: صورت و مخرج کسر داده شده را در مزدوج صورت ضرب

می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{\sqrt{x}-1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{\sqrt{x}-1} \times \frac{2 + \sqrt{x+3}}{2 + \sqrt{x+3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{4\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(\sqrt{x}-1)^2}{4\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-\sqrt{x}-1}{4} = 0 \end{aligned}$$

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(دیوانیش نیکنام)

۱۰- گزینه «۱»

حد چپ را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 - \sin^2 x}{2 \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x + \sin^2 x)}{2(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 + \sin x + \sin^2 x}{2(1 + \sin x)} = \frac{3}{4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{1 + \sin x + \sin^2 x}{2(1 + \sin x)} = \frac{3}{4 \times 2} = \frac{3}{4}$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = a = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = \frac{1}{2}$$

و برای حد راست تابع f در $x = \frac{\pi}{2}$ با انتخاب $x = \frac{\pi}{2} - t$ داریم:

$$x = \frac{\pi}{2} - t$$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{b(1 - \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{t}{2}))}{t^2} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{b(1 - \cos \frac{t}{2})}{t^2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{b(2 \sin^2 \frac{t}{4})}{t^2} = 2b \lim_{t \rightarrow 0^+} \left(\frac{\sin \frac{t}{4}}{t}\right)^2 = 2b \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$= \frac{b}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow ab = 2$$

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

ذکر این نکته هم ضروری است که مقدار عبارت صورت سؤال با تقریب ۴

رقم اعشار برابر ۱/۴۵۷۵ و مقدار عبارت $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$ با همین تقریب

۱/۴۵۷۱ است.

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۷- گزینه «۳»

(علی شهرایی)

$$a \sin\left(2\pi + \frac{5\pi}{6}\right) + 4\sqrt{3} \tan\left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \sqrt{3} \cos\left(-2\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 4 \cot\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow a \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + 4\sqrt{3} \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + 4 \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow a\left(\frac{1}{2}\right) + 4\sqrt{3}(-\sqrt{3}) = \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 4(-1)$$

$$\xrightarrow{\times 2} a - 24 = 3 - 4 \Rightarrow a = 13$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

$$1 + \sin 2x = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x$$

$$= (\sin x + \cos x)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 + \sin 2x} = |\sin x + \cos x| \xrightarrow{\text{در ربع سوم}} -(\sin x + \cos x)$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x \cos x}{1 - (\sin x + \cos x)} = a + b(\sin x + \cos x)$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = [1 - (\sin x + \cos x)][a + b(\sin x + \cos x)]$$

$$= a + (b-a)(\sin x + \cos x) - b(\sin x + \cos x)^2$$

$$= -2b \sin x \cos x + (b-a)(\sin x + \cos x - 1)$$

با متحد قرار دادن طرفین تساوی به دست می‌آید که:

$$\begin{cases} -2b = 1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \\ b - a = 0 \Rightarrow a = b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = -1$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)



هندسه ۲

۱۱- گزینه «۳»

(داریوش ناظمی)

$$\widehat{E} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} - \widehat{BC} = 2x \quad (1)$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{DC} + \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{DC} + \widehat{BC} = 6x \xrightarrow{\widehat{DC}=2x} \widehat{BC} = 4x \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \widehat{AD} = 6x$$

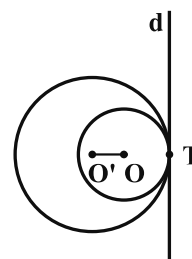
$$\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow 12x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 15^\circ$$

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۱۲- گزینه «۱»

(سعید یعقوبی کافی آباد)



فقط در حالتی دو دایره دارای یک مماس مشترک اند که مماس درون باشند.
در این حالت $d = |R - R'|$ است. بنابراین داریم:

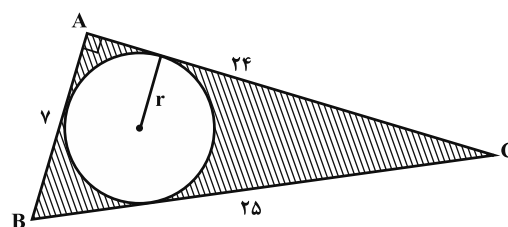
$$|(3a - 1) - (a + 5)| = 3a \Rightarrow |2a - 6| = 3a \Rightarrow 2a - 6 = 3a \Rightarrow a = -6$$

$$\begin{cases} 2a - 6 = 3a \Rightarrow a = -6 \\ 2a - 6 = -3a \Rightarrow 5a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{5} \end{cases}$$

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۳- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)



مثلث مفروض قائم‌الزاویه است، زیرا:

$$25^2 = 24^2 + 7^2$$

در مثلث ABC داریم:

$$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 24 = 84$$

$$P = \frac{7 + 24 + 25}{2} = 28$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{84}{28} = 3$$

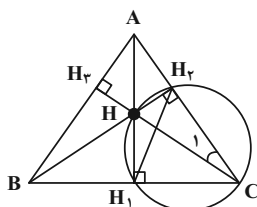
$$\text{مساحت محصور} = S_{\Delta ABC} - S_{\text{دایره}} = 84 - \pi \times 3^2 \xrightarrow{\pi=3} \dots$$

$$\text{مساحت محصور} = 57$$

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۴- گزینه «۱»

(مهمربین ششمت الواعظین)



مطابق شکل $\widehat{H_1} + \widehat{H_2} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ است. پس چهارضلعی HH_1CH_2 محاطی است و در نتیجه دایره‌ای از این چهار رأس عبور می‌کند.

$$\Delta ACH_2 : \widehat{H_2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C_1} = 90^\circ - \widehat{A}$$

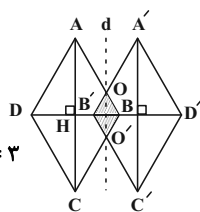
زوایای $HH_1H_2, \widehat{C_1}$ هر دو زاویه محاطی روبه‌رو به کمان $\widehat{HH_2}$ هستند. پس داریم:

$$\widehat{HH_1H_2} = \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{A}$$

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه ۲۷)

۱۵- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)



$$\Delta AHB : AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow 5^2 = 4^2 + BH^2 \Rightarrow BH^2 = 9 \Rightarrow BH = 3$$

بازتاب تبدیلی طولی است. از طرفی خط d (محور بازتاب) موازی قطر بزرگ لوزی ABCD است، بنابراین چهارضلعی $OBO'B'$ یک لوزی بوده که زوایای آن برابر زوایای لوزی ABCD است، پس این دو لوزی متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{OBO'B'}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{OB}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{\frac{1}{2} \times 8 \times 6} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{24} = \frac{1}{25} \Rightarrow S_{OBO'B'} = \frac{24}{25} = 0.96$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هنرسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \hat{C}$$

$$\Rightarrow 8\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \sin \hat{C} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 60^\circ \\ \hat{C} = 120^\circ \end{cases} \text{ غرق}$$

(اگر $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، آن گاه AB بزرگ ترین ضلع مثلث است.)

حال طبق قضیه کسینوس ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C}$$

$$= 8^2 + 4^2 - 2 \times 8 \times 4 \times \frac{1}{2} = 64 + 16 - 32 = 48$$

$$\Rightarrow AB = 4\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

۱۹- گزینه «۲» (افشین فاضله خان)

فرض کنید $3a = 4b = 6c = 12t$ باشد. در این صورت داریم:

$$a = 4t, b = 3t, c = 2t$$

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9t}{2} \quad \text{طبق قضیه هرون داریم:}$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{\frac{9t}{2} \times \frac{t}{2} \times \frac{3t}{2} \times \frac{5t}{2}} = \frac{3\sqrt{15}t^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{15}t^2}{4} = \frac{3\sqrt{15}}{4} \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = 1$$

بنابراین اندازه کوچک ترین ضلع مثلث، برابر $c = 2$ است.

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۲۰- گزینه «۱» (امیر حسین ابومصوب)

طبق قضیه هرون برای مثلث BDC داریم:

$$P = \frac{3+5+7}{2} = \frac{15}{2}$$

$$S_{BDC} = \sqrt{\frac{15}{2} \left(\frac{15}{2} - 3 \right) \left(\frac{15}{2} - 5 \right) \left(\frac{15}{2} - 7 \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{15}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

با توجه به این که ارتفاع رسم شده از رأس C در دو مثلث ABC و BDC یکسان است، پس نسبت مساحت های این دو مثلث برابر نسبت

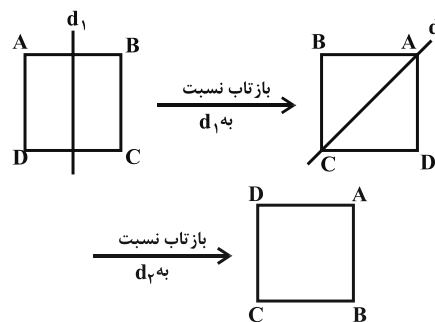
قاعده های آنها است. داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BDC}} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{\frac{15\sqrt{3}}{4}} = \frac{4}{3} \Rightarrow S_{ABC} = 5\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۷۳ تا ۷۶)

۱۶- گزینه «۳»

(رضا عباسی اصل)



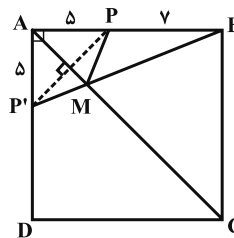
در واقع مربع نسبت به دو خط متقاطع بازتاب یافته است، پس مطابق شکل، مربع به اندازه دو برابر زاویه بین دو خط یعنی به اندازه 90° در جهت حرکت عقربه های ساعت دوران یافته است. در نتیجه تنها نقطه ثابت تبدیل، مرکز دوران (محل برخورد خطوط d_1 و d_2 یعنی مرکز مربع) است.

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۷ تا ۴۰ و ۴۵)

۱۷- گزینه «۳»

(مهم مراد)

اگر رأس دیگر مثلث را M فرض کنیم، برای یافتن نقطه M به طوری که محیط مثلث PBM حداقل باشد، باید کم ترین مقدار $PM + BM$ را پیدا کنیم. (مقدار $PB = 7$ مشخص است.) برای این کار از روش هرون کمک می گیریم. نقطه P را نسبت به AC بازتاب داده و P' می نامیم. نقطه M محل برخورد $P'B$ با AC است.



با توجه به شکل داریم:

$$PM + BM = P'M + BM = P'B$$

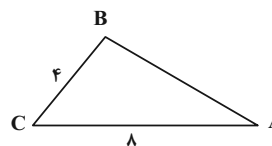
$$\Delta BAP': P'B^2 = \overbrace{AP'}^3^2 + \overbrace{AB}^{12}^2 \Rightarrow P'B = 13$$

$$PBM \text{ مثلث } = \frac{PM + BM}{13} + \frac{PB}{7} = 20$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۵۳ تا ۵۶)

۱۸- گزینه «۴»

(افشین فاضله خان)



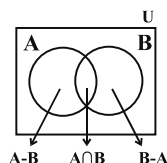
طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:



$$(A' - B') \cup (A - B) \cup [(A \cup B') \cap B]$$

بنابراین داریم:

$$= (B - A) \cup (A - B) \cup (A \cap B) = A \cup B$$



(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(عباس اسدی امیرآبادی)

گزینه «۴» - ۲۴

$$P(\{a, d\}) = {}^r P(\{c, b, e\}) = {}^e P(a)$$

$$P(\{a, d\}) + P(\{c, b, e\}) = 1 \Rightarrow {}^e P(a) + {}^r P(a) = 1$$

$$\Rightarrow P(a) = \frac{1}{8} \Rightarrow P(\{a, d\}) = \frac{6}{8}$$

$$P(d) = P(\{a, d\}) - P(a) = \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

(یاسین سپهر)

گزینه «۱» - ۲۵

پیشامد آن که محمد به هدف بزند را A و پیشامد آن که مرتضی به هدف بزند را B در نظر می‌گیریم. بنابراین پیشامد این که حداقل یک تیر به هدف اصابت کند $A \cup B$ خواهد بود. داریم:

$$P(A|A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)}$$

$$= \frac{0/6}{0/6 + 0/3 - 0/6 \times 0/3} = \frac{5}{6}$$

توجه داشته باشید که A و B مستقل از یکدیگر هستند.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶ و ۶۸)

(علی ایمانی)

گزینه «۳» - ۲۶

روش اول: اگر لامپ سالم را با حرف «س» و لامپ معیوب را با حرف «م» نمایش دهیم، پیشامد مطلوب به صورت زیر است:

آمار و احتمال

گزینه «۳» - ۲۱

(مرتضی فعیم‌علوی)

طبق جدول ارزش گزاره‌ها، اگر $r \equiv [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$ و

$s \equiv [(q \Rightarrow p) \Rightarrow q]$ باشند، آنگاه داریم:

p	q	$q \Rightarrow p$	r	s	$r \wedge s$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

همان‌طور که مشاهده می‌شود، گزاره مورد نظر هم‌ارز منطقی با گزاره q است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(عادل مسینی)

گزینه «۴» - ۲۲

از آنجایی که $n(A_i) = 2i + 1$ است، داریم:

$$n(A_3) = 7, n(A_7) = 15$$

مجموعه X لزوماً شامل تمام اعضای مجموعه A_3 است. همچنین مجموعه

X می‌تواند شامل اعضای از مجموعه A_7 باشد که در مجموعه A_3

وجود ندارند. بنابراین تعداد مجموعه‌های ممکن برای X ، برابر تعداد

زیرمجموعه‌های مجموعه $A_7 - A_3$ است. با توجه به این که $A_3 \subseteq A_7$ ،

پس $A_7 - A_3$ دارای ۸ عضو و در نتیجه $2^8 = 256$ زیرمجموعه است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

(فرهاد وفایی)

گزینه «۳» - ۲۳

$$A' - B' = A' \cap B = B \cap A' = B - A$$

$$(A \cup B') \cap B = (A \cap B) \cup (B' \cap B) = (A \cap B) \cup \emptyset = A \cap B$$



پس میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم،

برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{8+9+12+13+14}{5} = \frac{56}{5} = 11.2$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

(افشین فاضل‌شان)

۲۹- گزینه «۴»

$$\text{واریانس اولیه} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{24} - \bar{x})^2}{24} = 5$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{24} - \bar{x})^2 = 120$$

با افزودن داده‌ای برابر با میانگین به ۲۴ داده اولیه، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند.

$$\text{واریانس جدید} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{24} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{25}$$

$$= \frac{120 + 0}{25} = 4.8 \Rightarrow \frac{4.8}{5} = 0.96$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

(امیرحسین ابومحبوب)

۳۰- گزینه «۴»

برابری اندازه طبقات از ویژگی‌های نمونه‌گیری سیستماتیک است. در

نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه صرفاً به زیرجامعه‌های مجزا تقسیم می‌شود و از

هر طبقه، یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌گردد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

$$A = \{(م, م, س), (م, س, س), (س, س, م), (س, م, س)\}$$

$$P(A) = \frac{4}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{24}{120} + \frac{24}{120} + \frac{8}{120} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15}$$

روش دوم: چون از نوع لامپ اول خارج شده با خبر نیستیم، پیشامد اینکه

لامپ دوم و سوم هر دو سالم یا هر دو معیوب باشند، دقیقاً مانند آن است که

لامپ اول و دوم هر دو سالم یا هر دو معیوب باشند که در این صورت داریم:

$$P(A) = \frac{4}{6} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{12}{30} + \frac{2}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(افشین فاضل‌شان)

۲۷- گزینه «۴»

اگر پیشامد A سیاه بودن مهره سوم و پیشامدهای B_1 و B_2 به ترتیب

سفید بون و سیاه بودن دو مهره اول باشند، آنگاه طبق قانون احتمال کل

داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$$

$$= \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} \times \frac{4}{5} + \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{7} \times \frac{4}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{35}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(غره‌ار و فانی)

۲۸- گزینه «۳»

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، چون تعداد کل داده‌ها برابر

یازده است، پس میانه پنج داده اول برابر چارک اول و میانه پنج داده آخر

برابر چارک سوم است.

۳, ۵, ۶, ۸, ۹, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۲۳

چارک اول

چارک سوم



فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۱»

(مبتنی بر خلیل/اریمندی)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ در جدول سری الکتریسته مالشی، انتهای مثبت سری در بالا

قرار دارد و با حرکت به سمت پایین از آن دور می‌شویم.

(ب) نادرست؛ واژه الکتریسته از واژه یونانی الکترون گرفته شده است.

(پ) درست؛ دو کره بعد از تماس، دارای بار هم‌نام می‌شوند، پس نیروی

الکتریکی بین آن‌ها دافعه می‌شود. (فقط دقت کنید که بارها نباید قرینه

باشند.)

(ت) نادرست؛ زیرا:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1| |q'_2|}{|q_1| |q_2|} \left(\frac{r}{r'} \right)^2 = \frac{|q'_1|=3|q_1|, |q'_2|=3|q_2|}{r'=3r} = \frac{3|q_1| \times 3|q_2|}{|q_1| \times |q_2|} \frac{r^2}{9r^2} = 1$$

تغییری نمی‌کند.

(فیزیک ۲- الکتریسته ساکن؛ صفحه‌های ۲ تا ۸)

۳۲- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی/فرز)

وقتی دو گلوله را با هم تماس می‌دهیم، بعد از تماس بارهای آن‌ها هم‌علامت

می‌شود و اندازه هر یک برابر نصف مجموع بارهایی است که قبل از تماس

داشته‌اند. بنابراین بارهای بعد از تماس برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

$$\frac{q_1 = -12 \mu C}{q_2 = 24 \mu C} \rightarrow q'_1 = q'_2 = \frac{-12 + 24}{2} = 6 \mu C$$

اکنون نیروی بعد از تماس بین دو گلوله را پیدا می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2$$

$$\frac{r' = \frac{3\sqrt{2}}{2} m}{r = 3m} \rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{6}{12} \times \frac{6}{24} \times \left(\frac{3}{3\sqrt{2}} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{4} \Rightarrow F' = 0.25F$$

$$\Rightarrow \Delta F = F' - F = 0.25F - F = -0.75F \Rightarrow \Delta F = -0.75F$$

۷۵ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتریسته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۳۳- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

با توجه به ثابت بودن ظرفیت خازن، طبق رابطه $Q = CV$ اگر بار روی

صفحات خازن ۲۰ درصد افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن نیز ۲۰

درصد افزایش خواهد یافت. در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} \Delta V = V_2 - V_1 = 1/5 V \\ V_2 = V_1 + 0.2 V_1 = \frac{6}{5} V_1 \Rightarrow \frac{1}{5} V_1 = 1/5 \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 7/5 V \\ V_2 = 9 V \end{cases} \end{cases}$$

اکنون با توجه به رابطه انرژی خازن می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} C (V_2 - V_1)(V_2 + V_1) = \frac{\Delta U = 49/5 \text{ جول}}{V_1 = 7/5 V, V_2 = 9 V}$$

$$49/5 = \frac{1}{2} C (9 - 7/5)(9 + 7/5)$$

$$\Rightarrow 3 \times 16/5 = \frac{1}{2} C (1/5 \times 16/5) \Rightarrow C = \frac{6}{1/5} = 4 \mu F$$



$$R' = 12 + 8 = 20 \Omega$$

$$R'' = 20 + 10 = 30 \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R'R''}{R' + R''} = \frac{20 \times 30}{20 + 30} = 12 \Omega$$

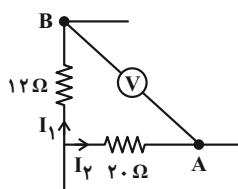
$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{28}{12 + 2} = 2 A$$

$$I R_{eq} = I_1 R' \Rightarrow 2 \times 12 = I_1 \times 20 \Rightarrow I_1 = 1.2 A$$

$$I R_{eq} = I_2 R'' \Rightarrow 2 \times 12 = I_2 \times 30 \Rightarrow I_2 = 0.8 A$$

اکنون از نقطه A به طرف نقطه B می‌رویم و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه

A و B را که ولت‌سنج نشان می‌دهد، حساب می‌کنیم:



$$V_A + 20 I_2 - 12 I_1 = V_B$$

$$\Rightarrow V_A + 20 \times 0.8 - 12 \times 1.2 = V_B$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = 16 - 14.4 = 1.6 V$$

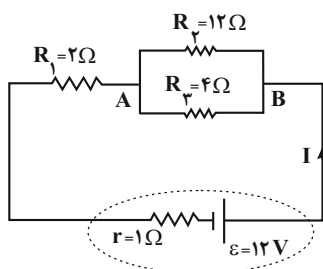
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۹۱ تا ۷۷)

(اسماعیل امامی)

گزینه ۲ - ۳۶

ابتدا مدار را به صورت ساده‌تر رسم می‌کنیم و سپس با محاسبه مقاومت

معادل مدار، جریان اصلی مدار را می‌یابیم:



اکنون بار نهایی خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_T = C V_T = 4 \times 9 = 36 \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

گزینه ۳ - ۳۴

(عبدالرضا امینی نسب)

بنابراین قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{100}{10} = 10 \Omega$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 10 = 4 \times 10^{-8} \frac{L}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{A} = 2.5 \times 10^8 \frac{1}{m} \quad (1)$$

از طرفی بنا به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4000 \frac{kg}{m^3}}{10^{-2} kg} = 400000 \frac{kg}{m^3}$$

$$\Rightarrow V = 2.5 \times 10^{-6} m^3$$

دقت کنید، کمیت‌های رابطه چگالی را بر حسب SI جای گذاری کرده‌ایم.

$$V = 2.5 \times 10^{-6} = A L \quad (2)$$

از رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} \frac{L}{A} = 2.5 \times 10^8 \\ L A = 2.5 \times 10^{-6} \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{\left(\frac{2.5 \times 10^{-6}}{L}\right)} = 2.5 \times 10^8$$

$$\Rightarrow L^2 = (2.5)^2 \times 10^2 \Rightarrow L = 2.5 \times 10 = 25 m$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

(محمدرعلی راست‌پیمان)

گزینه ۱ - ۳۵

از شاخه ولت‌سنج به علت مقاومت بسیار زیاد جریانی نمی‌گذرد. عددی که

ولت‌سنج نشان می‌دهد، تفاضل اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲ اهمی و

۲۰ اهمی است. ابتدا شدت جریان را محاسبه می‌کنیم:



$$\Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{I_2}{I_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{I_2=2I_1, d: \text{ثابت}} \frac{B_2}{B_1} = 2$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(مهری شریفی)

گزینه «۳» -۳۹

در حالتی که همه کلیدها بسته هستند، مقاومت معادل مدار برابر $\frac{R}{4}$ است،

ولی هنگامی که کلیدها تماماً باز شوند، مقاومت معادل برابر R می‌شود.

یعنی، مقاومت کل مدار افزایش یافته است. بنابه رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ با

افزایش مقاومت کل مدار جریان الکتریکی کاهش یافته و آمپرسنج عدد

کمتری را نشان می‌دهد. از طرفی بنابه رابطه $V = \mathcal{E} - Ir$ ، با کاهش

جریان الکتریکی مدار، افت پتانسیل (Ir) مولد کاهش یافته و ولت‌سنج

ایده‌آل که اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، عدد بیشتری را

نشان می‌دهد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۲» -۴۰

انرژی ذخیره شده در القاگر از رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ به دست می‌آید.

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 0.08 = \frac{1}{2} \times L \times (2)^2$$

$$\Rightarrow 0.08 = \frac{1}{2} \times L \times 4 \Rightarrow L = 0.04 \text{ H} = 40 \text{ mH}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

$$R_{2,3} = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{2,3} = 2 + 3 = 5 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{12}{5 + 1} = 2 \text{ A}$$

اکنون اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را می‌یابیم:

$$V_{AB} = R_{2,3} \cdot I = 3 \times 2 = 6 \text{ V}$$

در آخر با داشتن V_{AB} و R_3 توان مقاومت را حساب می‌کنیم:

$$P_3 = \frac{V_3^2}{R_3} \xrightarrow{V_3 = V_{AB} = 6 \text{ V}, R_3 = 4 \Omega} P_3 = \frac{36}{4} = 9 \text{ W}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(مهردار مردانی)

گزینه «۴» -۳۷

با توجه به جهت خطوط میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان و با کمک قاعده

دست راست مشخص می‌شود که جهت جریان هر دو سیم رو به پایین است و چون

جریان هر دو سیم در یک جهت است، لذا نیروی بین دو سیم رهایی است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

(پوادار کامران)

گزینه «۴» -۳۸

با استفاده از رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ و با توجه به این که، $\ell = N \times d$ (طول

سیملوله برابر است با تعداد حلقه‌ها در قطر مقطع سیم) می‌توان نوشت.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow{\begin{matrix} \text{قطر سیم} & \text{تعداد حلقه‌ها} & \text{طول سیملوله} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ N & \times & d \end{matrix}} = \frac{\mu_0 N^2 I}{d}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{Nd} = \frac{\mu_0 I}{d}$$



شیمی ۲

۴۱- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)

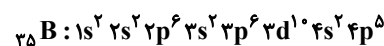
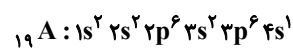
تنها عبارت (ت) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): عناصر A و B در یک دوره قرار دارند و شعاع اتمی از چپ به راست کاهش می‌یابد؛ بنابراین شعاع اتمی A بیشتر از شعاع اتمی B است.

عبارت (ب): اتم B با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب کریپتون (چهارمین گاز نجیب) می‌رسد.

عبارت (پ): از آنجا که عناصر A و B در یک دوره قرار دارند، شمار لایه‌های الکترونی آن‌ها برابر است.

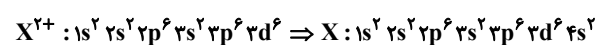


عبارت (ت): واکنش‌پذیری فلزات قلیایی از بالا به پایین افزایش می‌یابد. واکنش‌پذیری دو عنصر هم‌گروه A، یعنی لیتیم و سدیم از واکنش‌پذیری عنصر A (پتاسیم)، کمتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴۲- گزینه «۴»

(سیدرمیم هاشمی دهردری)



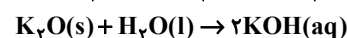
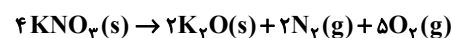
اتم X از دسته عناصر d (عناصر واسطه) است که در آن:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌ها در زیرلایه d}}{\text{شمار الکترون‌ها در زیرلایه‌های s}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴۳- گزینه «۱»

(محمدر عظیمیان زواره)



$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow n_{KOH} = 2 \times 0.5 = 1 \text{ mol KOH}$$

$$? \text{ mol } K_2O = 1 \text{ mol KOH} \times \frac{1 \text{ mol } K_2O}{2 \text{ mol KOH}} = 0.5 \text{ mol } K_2O$$

$$? \text{ g } KNO_3 = 0.5 \text{ mol } K_2O \times \frac{4 \text{ mol } KNO_3}{2 \text{ mol } K_2O} \times \frac{101 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} = 101 \text{ g } KNO_3$$

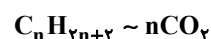
$$80\% = \frac{101}{126/25} \times 100 = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times 100 = \text{درصد خلوص}$$

$$? LN_2 = 0.5 \text{ mol } K_2O \times \frac{2 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol } K_2O} \times \frac{22.4 \text{ LN}_2}{1 \text{ mol } N_2} = 11.2 \text{ LN}_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۴۴- گزینه «۲»

(محمدر عظیمیان زواره)

از سوختن کامل هر مول آلکان (C_nH_{2n+2}) مقدار (n مول CO_2) $n \times 22.4 \text{ L}$ کربن‌دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود.

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 75 = \frac{33/6}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{مقدار نظری} = 44/8 \text{ L}$$

$$\frac{28}{8 \text{ g آلکان}} \times \frac{1 \text{ mol آلکان}}{(14n+2) \text{ g آلکان}} \times \frac{n \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol آلکان}} \times \frac{22.4 \text{ L } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 44/8 \text{ L } CO_2 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow C_5H_{12} \text{ پنتان}$$

بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست، تنها چهار آلکان نخست در دما و فشار اتاق گازی‌اند.

(ب) درست، با توجه به فرمول مولکولی نفتالن ($C_{10}H_8$) و پنتان (C_5H_{12})

درست است.



اختلاف نوع پیوندهای این دو ترکیب در یک پیوند C-C و یک پیوند C-H است و پیوندهای C=O، O-H، C=C و C-O در هر کدام منحصر به فرد است، پس اختلاف ΔH سوختن این دو ترکیب برابر است با:

$$|\Delta H_{\text{اختلاف}}| = |(\Delta H_{(C-C)} + \Delta H_{(C-H)} + \Delta H_{(C=O)})$$

$$-(\Delta H_{(O-H)} + \Delta H_{(C=C)} + \Delta H_{(C-O)})|$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} |\Delta H_{\text{اختلاف}}| = |(348 + 415 + 799) - (463 + 614 + 380)|$$

$$= 105 \text{ kJ}$$

این اختلاف آنتالپی سوختن به دست آمده به ازای یک مول از هر کدام از ترکیب‌های (I) و (II) است، پس ابتدا باید مول مصرفی هر کدام از ترکیب‌ها را به دست آوریم، سپس اختلاف آنتالپی را به ازای مول مصرفی از هر کدام به دست آوریم:

$$\text{mol(I)}, \text{mol(II)} = ?$$

$$\xrightarrow{\text{دو ترکیب ایزومرند}} \text{mol(I)} = \text{mol(II)} = \frac{25}{100} = 0.25 \text{ mol}$$

پس اختلاف آنتالپی سوختن دو ترکیب (I) و (II) به ازای ۰.۲۵ مول از هر یک از آن‌ها برابر خواهد بود با:

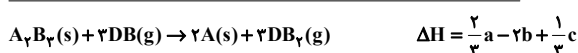
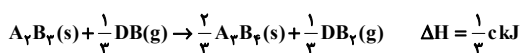
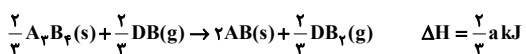
$$\Delta H_{\text{اختلاف}} \text{ سوختن } 25 \text{ گرم از ترکیب‌های (I) و (II)}$$

$$= 0.25 \times 105 = 26.25 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۳ تا ۷۲)

(ارزنگ فانلری)

۴۷- گزینه «۲»



پ) درست، در فرمول مولکولی گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) همانند پنتان، ۱۲ اتم H وجود دارد.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹ و ۴۲)

۴۵- گزینه «۳» (ممنوع عظیمیان/زواره)

عبارت‌های «پ»، «ت» و «ث» درست هستند.

بررسی برخی از عبارت‌ها:

آ) نادرست؛ هنگامی که بدن دچار کمبود آهن (نه هر عنصر واسطه‌ای) باشد، می‌توان با خوردن اسفناج و عدسی بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.

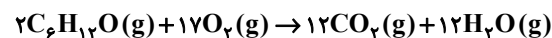
ب) نادرست؛ الکل جزو سوخت‌های فسیلی محسوب نمی‌شود.

ث) درست؛ به عنوان مثال گرمای ویژه فلزهایی مانند نقره یا طلا کمتر از گرمای ویژه اکسیژن یا کربن دی‌اکسید می‌باشد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۸)

۴۶- گزینه «۱» (یاسر راش)

دو ترکیب (I) و (II) با یکدیگر ایزومر هستند و فرمول مولکولی هر دوی آن‌ها به صورت $C_6H_{12}O$ است.



ترکیب (I) دارای ۵ پیوند (C-C)، ۱۲ پیوند (C-H) و یک پیوند (C=O) و ترکیب (II) دارای ۴ پیوند (C-C)،

۱۱ پیوند (C-H)، یک پیوند (C-O)، یک پیوند (O-H) و یک پیوند (C=C) است.



ریاضی ۱

۵۱- گزینه «۳»

(عمید علیزاده)

با فرض اینکه a جمله اول دنباله باشد، داریم:

$$a, b, \dots \text{ واسطه هندسی}$$

$$\left. \begin{aligned} a_3 = aq^2 = 2 &\Rightarrow \text{جمله سوم} = \text{دومین واسطه هندسی} \\ a_7 = aq^6 = 32 &\Rightarrow \text{جمله هفتم} = \text{ششمین واسطه هندسی} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{aq^6}{aq^2} = q^4 = 16 \xrightarrow{q>0} q = 2$$

$$a_3 = aq^2 = 2 \xrightarrow{q=2} a = \frac{1}{2}$$

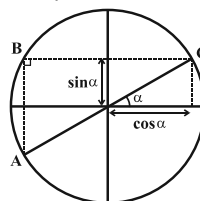
$$\Rightarrow a_4 = aq^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۲- گزینه «۳»

(علی شهبازی)

اضلاع مثلث ABC را برحسب نسبت‌های مثلثاتی زاویه α می‌نویسیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} BC = 2 \cos \alpha \\ BA = 2 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{BC \times BA}{2} \Rightarrow \frac{y}{9} = \frac{2 \cos \alpha \times 2 \sin \alpha}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{y}{9}$$

در نتیجه مختصات نقطه A به صورت زیر است:

$$A = (\cos(\pi + \alpha), \sin(\pi + \alpha)) = (-\cos \alpha, -\sin \alpha)$$

$$A \text{ مجموع طول و عرض نقطه } = -\sin \alpha - \cos \alpha = -(\sin \alpha + \cos \alpha)$$

حال با کمک اتحادها داریم:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1 + \underbrace{2 \sin \alpha \cos \alpha}_{\frac{y}{9}} = \frac{16}{9}$$

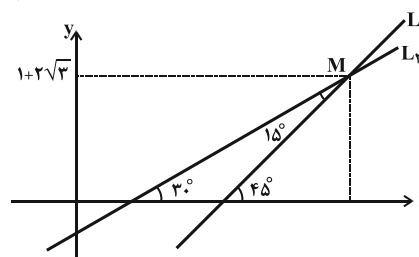
$$\xrightarrow{\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0} \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow A \text{ مجموع طول و عرض نقطه } = -(\sin \alpha + \cos \alpha) = -\frac{4}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۵۳- گزینه «۲»

(عارل حسینی)



شیب خط L_1 برابر یک است، بنابراین با قسمت مثبت محور x ها زاویه 45° می‌سازد، حال نقطه M روی هر دو خط L_1 و L_2 قرار دارد، عرض آن برابر $1+2\sqrt{3}$ و طول آن برابر $6+2\sqrt{3}$ است. از طرفی با توجه به شکل بالا، زاویه خط L_2 با قسمت مثبت محور x ها، 30° است، بنابراین شیب آن برابر است با $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$. حال با استفاده از

شیب خط و مختصات نقطه M برای معادله خط L_2 داریم:

$$y - (1+2\sqrt{3}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(x - 6 - 2\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow L_2: y = \frac{x}{\sqrt{3}} - 1 \Rightarrow x - \sqrt{3}y = \sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه ۴۰)

۵۴- گزینه «۱»

(عمید مامقاری)

داریم:

$$\begin{aligned} &(\alpha^2 + 2\beta^2 - 2\alpha\beta)(\alpha^2 + 2\beta^2 + 2\alpha\beta) \\ &= (\alpha^2 + 2\beta^2)^2 - 4(\alpha^2\beta^2) = \alpha^4 + 4\beta^4 + 4(\alpha^2\beta^2) - 4(\alpha^2\beta^2) \\ &= \alpha^4 + 4\beta^4 = 4\pi - 10 + 4(5 - \pi) = 10 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۵۵- گزینه «۴»

(عارل حسینی)

با توجه به بازه‌های دامنه و برد، می‌فهمیم که تابع f از نقاط $(-1, 5)$ و $(2, 0)$ می‌گذرد، پس ضابطه آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{شیب خط: } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-0}{-1-2} = -\frac{5}{3}$$

$$\text{معادله خط: } y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$\Rightarrow y - 0 = -\frac{5}{3}(x - 2) \Rightarrow y = f(x) = -\frac{5}{3}(x - 2)$$

$$\text{در نتیجه } f(1) = \frac{5}{3} \text{ است.}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)

۵۶- گزینه «۲»

(عارل حسینی)

ضابطه تابع خطی g را $g(x) = \alpha x + \beta$ در نظر می‌گیریم. همچنین ضابطه f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

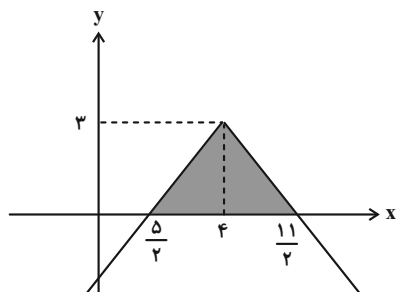
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 4 & ; x < 1 \\ x^2 - 4x + 4 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

برای پیدا کردن مقادیر α و β ، ضابطه g را با هر کدام از ضابطه‌های f برابر قرار می‌دهیم و چون در پی این کار به یک معادله درجه دوم می‌رسیم، لازم است Δ ی آن‌ها را برابر صفر قرار دهیم. داریم:

$$x^2 + 4x - 4 = \alpha x + \beta \Rightarrow x^2 - (\alpha - 4)x - (\beta + 4) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{شرط مماس بودن}} \Delta = (\alpha - 4)^2 + 4(\beta + 4) = 0 \quad (I)$$

$$x^2 - 4x + 4 = \alpha x + \beta \Rightarrow x^2 - (\alpha + 4)x - (\beta - 4) = 0$$



مساحت مثلث مشخص شده در شکل بالا برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} (3) (3) = \frac{9}{2}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها و تابع: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰ و ۱۱۳ تا ۱۱۷)

(عادل مسینی)

۵۹- گزینه «۳»

مجموعه حروف صدادار کلمه استیصال {آ، ی} و مجموعه حروف بی‌صدای آن {س، ت، ص، ل} است. برای اینکه حروف بی‌صدا و صدادار یک در میان کنار هم باشند دو حالت کلی زیر امکان‌پذیر است:

الف) حرف بی‌صدا و ۲ حرف صدادار باشد:

بی‌صدا صدادار بی‌صدا صدادار بی‌صدا

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{جایگشت حروف بی‌صدا} : \left(\begin{array}{c} 4 \\ 3 \end{array} \right) 3! = 4 \times 3 \times 2 = 24 \\ \text{حالت ۳: (آ، ی) و (آ، ی): جایگشت حروف صدادار} \end{array} \right\} 24 \times 3 = 72$$

ب) ۲ حرف بی‌صدا و ۳ حرف صدادار باشد:

صدادار بی‌صدا صدادار بی‌صدا صدادار

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{جایگشت حروف بی‌صدا} : \left(\begin{array}{c} 4 \\ 2 \end{array} \right) 2! = 4 \times 2 = 12 \\ \text{حالت ۳: (آ، ی) و (آ، ی): جایگشت حروف صدادار} \end{array} \right\} 12 \times 3 = 36$$

حال طبق اصل جمع، تعداد کل کلمات مطلوب برابر $72 + 36 = 108$ است.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

(عادل مسینی)

۶۰- گزینه «۳»

از خانواده‌ای با $2n$ فرزند، در $\left(\begin{array}{c} 2n \\ n \end{array} \right)$ حالت، تعداد فرزندان پسر و دختر برابرند.

پس در خانواده ۴ فرزندی، در $\left(\begin{array}{c} 4 \\ 2 \end{array} \right) = 6$ حالت، تعداد فرزندان پسر و دختر برابرند.

تعداد کل حالات برای فرزندان این خانواده نیز، برابر $2^4 = 16$ است. پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

$$\text{شرط مماس بودن} \rightarrow \Delta = (\alpha + 4)^2 + 4(\beta - 4) = 0 \quad (\text{II})$$

اگر معادله (I) را از معادله (II) کم کنیم:

$$(\alpha + 4)^2 - (\alpha - 4)^2 - 32 = 0 \Rightarrow 16\alpha = 32 \Rightarrow \alpha = 2$$

و در نتیجه $\beta = -5$ به دست می‌آید.

پس $g(x) = 2x - 5$ است و برای حاصل مطلوب مسئله داریم:

$$f(g(1)) = f(-3) = 9 - 16 = -7$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۹)

۵۷- گزینه «۲»

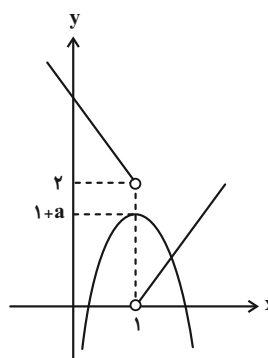
(شاهین پروازی)

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & ; x < 0 \\ x-1 & ; x > 0 \end{cases}$$

نمودار f را یک واحد به راست و یک واحد به بالا می‌بریم:

$$g(x) = f(x-1) + 1 = \begin{cases} 3-x & ; x < 1 \\ x-1 & ; x > 1 \end{cases}$$

نمودار تابع g و همچنین سهمی $y = 2x - x^2 + a$ در شکل زیر رسم شده است:



با توجه به شکل، برای این که سهمی و نمودار تابع g یک نقطه مشترک داشته باشند، لازم است که عرض رأس سهمی یعنی مقدار $1+a$ در بازه $[0, 2]$ تغییر کند.

$$\Rightarrow 0 < 1+a \leq 2 \Rightarrow -1 < a \leq 1$$

این بازه شامل ۲ عدد صحیح است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۵۸- گزینه «۱»

(علی سرآبادانی)

دامنه تابع f مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{x^2 - ax - 4}{x + 2} \geq 0$ است که با

توجه به مجموعه ذکر شده در صورت سؤال، درمی‌یابیم که -1 و c ریشه‌های عبارت صورت و b ریشه عبارت مخرج است. $\Rightarrow b = -2$

$$x^2 - ax - 4 = 0 \xrightarrow{x=-1} 1 + a - 4 = 0 \Rightarrow a = 3$$

ریشه دیگر این معادله $c = 4$ است. پس ضابطه تابع g به صورت

$g(x) = 3 - 2|x - 4|$ است و نمودار آن نیز در شکل زیر رسم شده است.

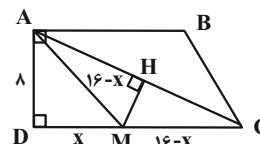


هندسه ۱

۶۱- گزینه ۲»

(پوار فاطمی)

نقطه M روی عمود منصف قطر AC قرار دارد، بنابراین فاصله آن از نقاط A و C برابر است. اگر $MD = x$ فرض شود، آن گاه $MA = MC = ۱۶ - x$ است و در نتیجه داریم:



$$\Delta ADM : AM^2 = AD^2 + MD^2$$

$$\Rightarrow (16-x)^2 = ۸^2 + x^2$$

$$\Rightarrow ۲۵۶ - ۳۲x + x^2 = ۶۴ + x^2$$

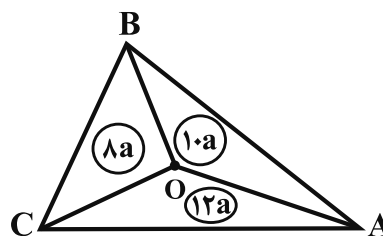
$$\Rightarrow ۳۲x = ۱۹۲ \Rightarrow x = ۶$$

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هنر سی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۶۲- گزینه ۴»

(رضا عباسی اصل)

نقطه تلاقی نیمسازهای داخلی از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. پس در مثلث‌های AOB، AOC و BOC، ارتفاع‌هایی که از O بر ضلع مقابل رسم می‌شوند، طول یکسانی دارند. در نتیجه نسبت مساحت‌های این سه مثلث با نسبت قاعده‌هایشان مساوی است.



حال:

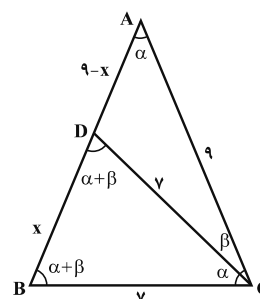
$$S_{AOB} = S \Rightarrow ۱۰a = S \Rightarrow a = \frac{1}{10}S$$

$$S_{ABC} = ۳۰a = ۳۰ \times \frac{1}{10}S = ۳S$$

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هنر سی و استرلال: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۶۳- گزینه ۱»

(رضا عباسی اصل)



فرض کنیم: $\widehat{ACD} = \beta$ و $\widehat{DAC} = \widehat{DCB} = \alpha$ داریم:

$$\widehat{BDC} = \widehat{A} + \widehat{ACD} = \alpha + \beta$$

$$AB = AC \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{B} = \alpha + \beta$$

پس مثلث BDC متساوی‌الساقین و $DC = ۷$ است.

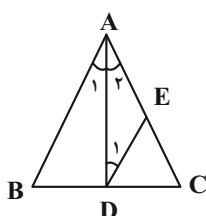
دو مثلث ABC و BCD به حالت تساوی دو زاویه، متشابه‌اند. داریم:

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{BD}{۷} = \frac{۷}{۹} \Rightarrow BD = \frac{۴۹}{۹} \Rightarrow AD = ۹ - \frac{۴۹}{۹} = \frac{۳۲}{۹}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۴- گزینه ۳»

(امیرسین ابومعرب)



$$AB \parallel DE, \text{ مورب } AD \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{D}_1 \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2}$$

$$\widehat{A}_2 = \widehat{D}_1 \Rightarrow \Delta ADE \Rightarrow AE = DE \quad (۱)$$

$$\Delta CAB : DE \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{AE}{AB} = \frac{CE}{AC} \Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{AC}{AB}$$

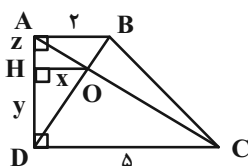
$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{CE}{AC} = \frac{AC}{AC + AB} \Rightarrow \frac{CE}{۲۵} = \frac{۴۵}{۴۵ + ۲۵}$$

$$\Rightarrow CE = \frac{۲۵ \times ۲۵}{۴۵} = \frac{۱۲۵}{۹}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۶۵- گزینه ۳»

(علی ایمانی)



مطابق شکل اگر فاصله تلاقی قطرهای از ساق قائم را با x و اندازه قطعات ایجاد شده روی این ساق را با y و z نمایش دهیم، داریم:

$$\Delta DAB : HO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{HO}{AB} = \frac{DH}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{y+z}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{x}{2-x} = \frac{y}{z} \quad (۱)$$



$$S' = \frac{b'}{y} + i' - 1 = \frac{2b}{y} + 2i - 1$$

$$\frac{2b}{y} + 2i - 1 > \frac{2b}{y} + 2i - 2 = 2\left(\frac{b}{y} + i - 1\right)$$

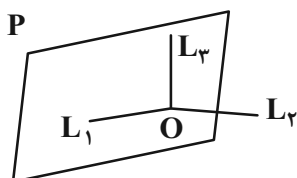
$$\Rightarrow S' > 2S$$

(هنر سه ا- پنر ضلعی ها؛ صفه های ۶۹ تا ۷۱)

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۱» - ۶۹

فرض کنید خط L_3 درون صفحه P نباشد. در این صورت بر دو خط متقاطع L_1 و L_3 ، صفحه ای مانند P' می گذرد.



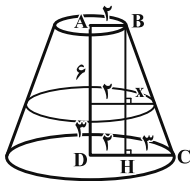
چون خط L_3 بر دو خط متقاطع از صفحه P' در محل تقاطع عمود است، پس $L_3 \perp P'$. از طرفی $L_3 \perp P$ ، پس $P \parallel P'$. با توجه به اینکه دو صفحه P و P' هر دو شامل خط L_1 هستند، پس نمی توانند موازی یکدیگر باشند و در نتیجه طبق برهان خلف، خط L_3 لزوماً درون صفحه P قرار دارد.

(هنر سه ا- تبسم فضایی؛ صفه های ۷۹ تا ۸۶)

(مهم فندان)

گزینه «۲» - ۷۰

از دوران دوزنقه قائم الزاویه حول ارتفاع، یک مخروط ناقص به وجود می آید. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه ای موازی با قاعده های دوزنقه قائم الزاویه با این مخروط ناقص، یک دایره است.



طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث BHC داریم:

$$\frac{x}{3} = \frac{6}{9} \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین مطابق شکل، شعاع دایره مورد نظر برابر ۴ است و در نتیجه مساحت

$$S = \pi(4)^2 = 16\pi$$

سطح مقطع برابر است با:

(هنر سه ا- تبسم فضایی؛ صفه های ۹۲ تا ۹۶)

$$\Delta ADC : HO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{HO}{DC} = \frac{AH}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{z}{y+z}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{x}{5-x} = \frac{z}{y} \Rightarrow \frac{5-x}{x} = \frac{y}{z} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{x}{2-x} = \frac{5-x}{x} \Rightarrow x^2 = 10 - 7x + x^2$$

$$\Rightarrow 7x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{7}$$

(هنر سه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفه های ۳۴ تا ۳۷)

(امیر حسین ابومصوب)

گزینه «۴» - ۶۶

چهارضلعی ای که فقط دو ضلع مقابل موازی دارد، لزوماً دوزنقه است و در صورتی که قطرهای آن برابر یکدیگر باشند، قطعاً دوزنقه متساوی الساقین است. چهارضلعی گزینه «۱» مربع است و در گزینه های «۲» و «۳»، مستطیل نیز از ویژگی های مشابه برخوردار است.

(هنر سه ا- پنر ضلعی ها؛ صفه های ۵۶ تا ۶۳)

(علی فتح آبادی)

گزینه «۴» - ۶۷

قطر AC را رسم می کنیم تا قطر BD را در نقطه O قطع نماید. در مثلث ABC، BO و AM میانه های نظیر اضلاع BC و AC هستند.

اگر نقاط C و E را به هم وصل کنیم، مساحت هر یک از دو مثلث EOC و EMC، $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ABC است.

$$S_{\Delta EOC} = S_{\Delta EMC} = \frac{1}{6} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{12} S_{ABCD} = \frac{1}{12} \times 30 = 2.5$$

از طرفی با رسم دو قطر یک متوازی الاضلاع، ۴ مثلث هم مساحت پدید

$$S_{\Delta DOC} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} \times 30 = 7.5$$

می آید، بنابراین داریم:

$$S_{\text{مناطق}} = S_{DOC} + S_{EOC} + S_{EMC} = 7.5 + 2.5 + 2.5 = 12.5$$

(هنر سه ا- پنر ضلعی ها؛ صفه های ۶۵ تا ۶۷)

(فرزانه شاکباش)

گزینه «۱» - ۶۸

با توجه به فرض، $b' = 2b$ و $i' = 2i$ است. طبق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی های شبکه ای داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$



فیزیک ۱

۷۱- گزینه «۳»

(پوریا علاقه مند)

کمیت‌های تندی- سرعت و بار الکتریکی فرعی هستند و بقیه اصلی هستند، بنابراین، تعداد ۳ کمیت فرعی است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه ۷)

۷۲- گزینه «۱»

(امسان مضمیری)

جرم انگشت برابری مجموع جرم‌های طلا و مس است. بنابراین داریم:

$$m_{Au} = \rho_{Au} V_{Au} \text{ و } m_{Cu} = \rho_{Cu} V_{Cu} \text{ و } 16 = m_{Au} + m_{Cu}$$

$$\Rightarrow 16 = 20 V_{Au} + 8 V_{Cu}$$

از طرفی حجم این انگشت نیز برابر حجم مقدار آبی است که از ظرف بیرون می‌ریزد. بنابراین داریم:

$$1/1 = V_{Au} + V_{Cu} \Rightarrow \begin{cases} 16 = 20 V_{Au} + 8 V_{Cu} \\ 1/1 = V_{Au} + V_{Cu} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 = 20 V_{Au} + 8 V_{Cu} \\ 22 = 20 V_{Au} + 20 V_{Cu} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{Cu} = 0.5 \text{ cm}^3 \\ V_{Au} = 0.6 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

و جرم هر کدام برابر است با:

$$m_{Cu} = \rho_{Cu} V_{Cu} = 8 \times 0.5 = 4 \text{ g}$$

$$m_{Au} = \rho_{Au} V_{Au} = 20 \times 0.6 = 12 \text{ g}$$

در آخر اختلاف جرم آن‌ها برابر است با:

$$\Delta m = 12 - 4 = 8 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۷۳- گزینه «۳»

(فسین مفرومی)

ابتدا ارتفاع مانع‌ها را می‌یابیم:

$$h_1 + h_2 = 50 \text{ cm}$$

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow 0.8 \times A \times h_1 = 1/2 \times A \times h_2$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{3}{2} h_2 \Rightarrow \frac{3}{2} h_2 + h_2 = 50 \text{ cm} \Rightarrow \frac{5}{2} h_2 = 50$$

$$\Rightarrow h_2 = 20 \text{ cm} \quad , \quad h_1 = 30 \text{ cm}$$

$$P_{\text{ظرف}} = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow P = 95000 + 800 \times 10 \times 0.3 + 1200 \times 10 \times 0.2$$

$$\Rightarrow P = 95000 + 24000 + 24000 = 99800 \text{ Pa} = 99.8 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

۷۴- گزینه «۲»

(مهمر ساسی)

با استفاده از معادله پیوستگی برای شاره تراکم‌ناپذیر، به صورت زیر تندی آب در مقطع B را می‌یابیم:

$$A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow{A = \pi r^2 = \pi \frac{D^2}{4}} \frac{\pi D_A^2}{4} \times v_A = \frac{\pi D_B^2}{4} \times v_B$$

$$\Rightarrow D_A^2 v_A = D_B^2 v_B \xrightarrow{\frac{D_A = 2 D_B}{v_A = \frac{m}{s}}} 4 D_B^2 \times 5 = D_B^2 \times v_B$$

$$\Rightarrow v_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۷۵- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا باید تندی اولیه خودرو را به دست آوریم. با توجه به نمودار داده شده به

ازای v_1 ، انرژی جنبشی برابر K_1 و به ازای $v_2 = v_1 + 30 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$ ، انرژی

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \text{ جنبشی } K_2 = 16 K_1 \text{ است. بنابراین با استفاده از رابطه}$$

می‌توان نوشت:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{K_2 = 16 K_1, m_1 = m_2} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{16 K_1}{K_1} = 16 \times \left(\frac{v_1 + 30}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 16 = \left(\frac{v_1 + 30}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذرمی‌گیریم}}$$

$$4 = \frac{v_1 + 30}{v_1} \Rightarrow 4 v_1 = v_1 + 30 \Rightarrow 3 v_1 = 30 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون می‌توان انرژی جنبشی اولیه را به دست آورد:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \xrightarrow{\frac{m = 400 \text{ kg}}{v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} K_1 = \frac{1}{2} \times 400 \times 100$$

$$K_1 = 20000 \text{ J} \xrightarrow{+1000} K_1 = 20 \text{ kJ}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)



۷۶- گزینه «۲»

(ممدر بهلولی)

پس از پاره شدن زنجیر، نیروی پیشران روی تراکتور کار انجام می‌دهد. بنابراین طبق قضیه کار-انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow Fd \cos 0 = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$1440 \times 40 = \frac{1}{2} \times 800 \times (v_f^2 - 25) \Rightarrow v_f^2 = 169$$

$$\Rightarrow v_f = 13 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۷۷- گزینه «۳»

(ممدر علی راست‌پیمان)

ابتدا انبساط حجمی ظرف را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{ظرف} = V_1(3\alpha)\Delta T$$

$$\Delta V = 200 \times (3 \times 10^{-5}) \times (120 - 20) = 0.6 \text{ cm}^3$$

اکنون افزایش حجم واقعی گلیسرین را می‌یابیم:

$$\Delta V_{گلیسرین} = 9/2 + 0.6 = 9.8 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{گلیسرین} = V_1 \beta \Delta T \Rightarrow 9.8 = 200 \beta \times (120 - 20)$$

$$\beta = \frac{9.8}{200 \times 100} = 4.9 \times 10^{-4} = 49 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

(فیزیک ۱-رما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۵)

۷۸- گزینه «۴»

(ممدر سالی)

ابتدا انرژی لازم برای رسیدن یخ به دمای صفر درجه سلسیوس و انرژی که آب از دست می‌دهد تا به دمای صفر درجه سلسیوس برسد را محاسبه می‌کنیم.

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 230 \times c_{\text{یخ}} \times 20 = 4600c_{\text{یخ}} = 2300c_{\text{آب}}$$

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 300 \times c_{\text{آب}} \times 5 = 1500c_{\text{آب}}$$

چون گرمای مورد نیاز یخ، از گرمایی که آب از دست می‌دهد بزرگ‌تر است، نیاز است تا مقداری آب به یخ تبدیل شود. پس:

$$Q_1 - Q_2 = 2300c_{\text{آب}} - 1500c_{\text{آب}} = 800c_{\text{آب}}$$

این گرما باعث می‌شود تا m' گرم آب به یخ 0°C تبدیل شود.

$$m' L_F = 800c_{\text{آب}} \Rightarrow m' \times 80c_{\text{آب}} = 800c_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow m' = 10g$$

پس ۱۰ گرم از آب به یخ تبدیل می‌شود.

(فیزیک ۱-رما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۷۹- گزینه «۳»

(ممدر علی راست‌پیمان)

اگر به این ماده گرما بدهیم دمای آن افزایش می‌یابد به شرط آن که گرمای داده شده، تغییر حالت در ماده ایجاد نکند.

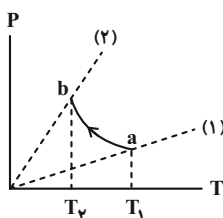
در خلال تغییر حالت مثلاً ذوب یا تبخیر، ماده گرما دریافت می‌کند و انرژی درونی آن افزایش می‌یابد، اما دما ثابت می‌ماند.

(فیزیک ۱-رما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۸۰- گزینه «۲»

(زهره آقاممدری)

دو فرایند هم‌حجم (۱) و (۲) را رسم می‌کنیم.



با توجه به معادله حالت گازهای آرمانی داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{V \text{ ثابت}} P = \frac{nR}{V} T$$

این رابطه نشان می‌دهد، شیب نمودار یعنی $\frac{nR}{V}$ با حجم رابطه عکس دارد. بنابراین، حجم گاز در فرایند هم‌حجم (۲) از حجم آن در فرایند (۱) کمتر است.

$$V_2 < V_1 \Rightarrow \Delta V < 0$$

از طرفی با توجه به این که از a تا b دمای مطلق گاز کاهش می‌یابد، لذا انرژی درونی گاز که تابع دمای مطلق است، کاهش خواهد یافت.

$$T_2 < T_1 \Rightarrow \Delta U < 0$$

بنابراین، تغییرات انرژی درونی و حجم گاز، هر دو منفی است.

(فیزیک ۱-ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)



شیمی ۱

گزینه «۴» - ۸۱

(سیدرضا رضوی)

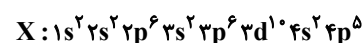
لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ بوده که مقایسه فراوانی و پایداری آن‌ها به صورت ${}^6\text{Li} > {}^7\text{Li}$ است.

(شیمی ۱- کیهان زارگانه القباوی هستی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

گزینه «۲» - ۸۲

(رسول عابدینی زواره)

در زیرلایه‌های $4p$ و $3d$ مجموع n و l برابر ۵ می‌باشد.



این عنصر در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای قرار دارد.

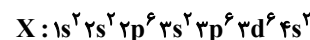
در این اتم ۸ زیرلایه از الکترون اشغال شده است.

(شیمی ۱- کیهان زارگانه القباوی هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴)

گزینه «۱» - ۸۳

(ممدرضا پورچاویر)

الکترون‌هایی که دارای اعداد کوانتومی $n = 3$ و $l = 2$ هستند، در زیرلایه $3d$ قرار دارند. در چنین عنصری حتماً زیرلایه $4s$ نیز دارای الکترون است. حال اگر ۲۵٪ از الکترون‌های ظرفیتی در $4s$ بوده و ۷۵٪ در $3d$ جای داشته باشند، آرایش الکترونی آن به صورت زیر خواهد بود:

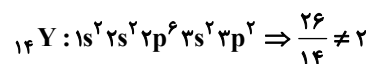


بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: این عنصر دارای عدد اتمی ۲۶ بوده و در گروه ۸ از دوره ۴ جدول دوره‌ای جای دارد.

گزینه «۲»: لایه‌های اول و دوم در این اتم به طور کامل پر شده است اما چون زیرلایه $3d$ کاملاً پر نیست، نمی‌توان گفت که ۳ لایه از الکترون به طور کامل پر شده است.

گزینه «۳»: عنصری که ۲ الکترون با $n = 3$ و $l = 1$ دارد، دارای آرایش الکترونی زیر بوده و عدد اتمی آن ۱۴ است:

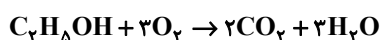


گزینه «۴»: آخرین عنصر دوره چهارم جدول تناوبی، دارای عدد اتمی ۳۶ بوده و بین این عنصر (X) و عنصر آخر دوره چهارم، ۹ عنصر جای دارند.

(شیمی ۱- کیهان زارگانه القباوی هستی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ و ۲۷ تا ۳۴)

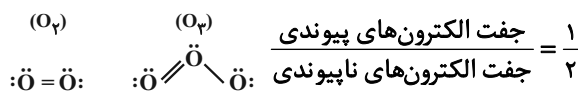
گزینه «۱» - ۸۴

(ممدرضا عظیمیان زواره)



مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش دهنده برابر ۴ می‌باشد.

بررسی گزینه «۲»:



(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۴ تا ۵۷، ۶۲ تا ۶۴ و ۷۴)

گزینه «۲» - ۸۵

(رسول عابدینی زواره)

$$\frac{0.95 \text{ g X}}{1 \text{ mol X}} = \frac{3.01 \times 10^{22} \text{ atom X}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom X}} \times \frac{1 \text{ mol X}}{1 \text{ mol X}} \times \frac{\text{Bg X}}{1 \text{ mol X}}$$

$$\Rightarrow B = 19 \text{ gX}$$

جرم مولی X برابر ۱۹ گرم بر مول است. عنصر X (همان F) دارای مولکول‌های دو اتمی X_2 می‌باشد.

$$? \text{ mL } X_2 = 0.05 \text{ mol X} \times \frac{1 \text{ mol } X_2}{2 \text{ mol X}} \times \frac{22400 \text{ mL } X_2}{1 \text{ mol } X_2}$$

$$= 560 \text{ mL } X_2$$

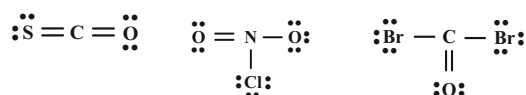
$${}_9^A\text{X}: A = n + p \Rightarrow 19 = n + 9 \Rightarrow n = 10$$

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۱۶ تا ۱۹ و ۷۷ تا ۸۱)

گزینه «۳» - ۸۶

(ممدرضا پورچاویر)

ساختار لوویس گونه‌های داده شده عبارتند از:





گزینه «۴»: در روغن همانند هگزان $\mu \approx 0$ و در اتانول همانند استون $\mu > 0$ است.

(شیمی ۱- آتب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹ و ۱۱۱)

۸۹- گزینه «۲» (مهمر عظیمیان: زواره)

عبارت‌های (آ) و (ب) نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

(آ) جرم محلول نیز افزایش می‌یابد؛ در نتیجه درصد جرمی آن محلول کمتر از دو برابر می‌شود.

(ب) در شرایط یکسان انحلال‌پذیری گاز O_2 بیشتر از گاز N_2 می‌باشد.

(شیمی ۱- آتب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶، ۹۸، ۱۱۳ تا ۱۱۵ و ۱۱۹)

۹۰- گزینه «۴» (امیر هاتمیان)

$$\frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times 8 \text{ g NaHCO}_3 = \frac{1}{10.5} \text{ mol}$$

$$= 0.095 \text{ mol NaHCO}_3$$

$$M = \frac{0.095}{0.02} = 4.75 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow 0.02 \times 2 = 0.04 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\frac{1 \text{ mol NaCl}}{58.5 \text{ g NaCl}} \times 5.85 \text{ g NaCl} = 0.1 \text{ mol NaCl}$$

$$M = \frac{0.1}{0.1} = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow 0.02 \times 2 = 0.04 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

پس محلول سمت راست یعنی $NaCl$ غلیظ‌تر است. فرایند اسمز تا جایی که غلظت دو محلول تقریباً برابر شود ادامه می‌یابد و فرایند جابه‌جایی مولکول‌های آب فقط تا رسیدن به تعادل و یکسان شدن غلظت در دو طرف غشاء ادامه می‌یابد و نیازی به انتقال کامل آب از یک طرف به طرف دیگر نیست.

(شیمی ۱- آتب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۸ جفت الکترون ناپیوندی در $COBr_2$ و NO_2Cl وجود دارد و نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی

$$\text{در } ClO_3^- \text{ برابر } \frac{3}{10} \text{ می‌باشد.}$$

(شیمی ۱- ترکیبی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶، ۵۳ تا ۵۶ و ۱۹ تا ۹۲)

۸۷- گزینه «۲» (مهمر عظیمیان: زواره)

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی برخی عبارت‌ها:

(آ) دگرشکل (آلوتروپ) به شکل‌های گوناگون مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود. تغییر حالت فیزیکی سبب تشکیل یک آلوتروپ نمی‌شود؛ بنابراین یخ آلوتروپ آب نیست.

(ب) برخی کشاورزان آهک را برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی به خاک می‌افزایند و باعث می‌شود تا مقدار و نوع مواد معدنی در دسترس گیاه تغییر کند.

(ت) ردپای کربن دی‌اکسید تولید شده در تولید برق با استفاده از انرژی خورشید از باد، بیشتر است.

(ث) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده از خورشید را به‌صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد و گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده می‌شوند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰، ۶۶، ۶۹ و ۷۳)

۸۸- گزینه «۴» (مهمر فلاح‌نژاد)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ۲۰۵ گرم شکر در ۱۰۰ گرم آب محلول است؛ بنابراین ۹۵ گرم رسوب باقی‌مانده در ۴۶/۳ گرم آب محلول سیر شده و در ۶۰ گرم آب یک محلول سیر نشده تشکیل می‌دهد.

گزینه «۲»: اتانول برخلاف شکر به هر نسبتی در آب حل می‌شود و نمی‌توان برای آن انحلال‌پذیری در نظر گرفت.

گزینه «۳»: در ساختار اتانول گروه $-OH$ وجود دارد و در بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی، نیروی بین مولکولی غالب است.