



آزمون ۱۴۰۳ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

| نام درس | نام طراحان |
|-----------------------|---|
| ریاضی پایه | کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-مسعود برملا-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-محمد رضا راسخ-کیان کریمی خراسانی-حامد معنوی جهانبخش نیکنام |
| هندسه و آمار و احتمال | امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-مهدیار راشدی سوگند روشنی-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی |
| فیزیک | کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-عباس اصغری-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جبباری-فراز رسولی معصومه شریعت‌ناصری-شیلا شیرزادی-غلامرضا محبی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید سیده‌ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی مقدم |
| شیمی | احسان پنجه‌شاهی-محمد رضا پورچاوید-سعید تیزرو-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی خیایو امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-پارسا عیوض‌پور-امیرمحمد کنگرانی |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | ریاضی پایه | هندسه و آمار و احتمال | فیزیک | شیمی |
|--------------------------------|------------------------------|------------------------|--------------------|--|
| گزینشگر | کاظم اجلالی سیدرضا اسلامی | امیرحسین ابومحبوب | حسام نادری | امیرحسین مسلمی |
| گروه ویراستاری | سعید خان‌بابایی | مهرداد ملوندی | زهره آقامحمدی | محمد حسن محمدزاده‌مقدم امیرحسین مسلمی میلاد میرحیدری |
| بازبینی نهایی رتبه‌های برتر | سهیل تقی‌زاده | امیرمحمد کریمی | حسین بصیر ترکمبور | علی رضایی احسان پنجه‌شاهی |
| مسئول درس | عادل حسینی | امیرحسین ابومحبوب | حسام نادری | پارسا عیوض‌پور |
| مستندسازی | سمیه اسکندری | سرژ یقیا‌زاریان تبریزی | علیرضا همایون‌خواه | امیرحسین مرتضوی |

گروه فنی و تولید

| | |
|----------------|--|
| مدیر گروه | مهرداد ملوندی |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی‌زاده |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری ویراستاران: امیرحسین توحیدی-محسن دستجردی-علیرضا زارعی-حسین شاهسواری |
| حروف‌نگار | فرزانه فتح‌اله‌زاده |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳



ریاضی پایه

گزینه «۱» -۱

(سیدرضا اسلامی)

$$[2 \sin 60^\circ] - 2[\sin 60^\circ] = [\sqrt{3}] - 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = 1 - 0 = 1$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه ۳۲)

گزینه «۳» -۲

(عادل حسینی)

یعنی عرض رأس سهمی $f(x) = x^2 - ax + 5$ برابر ۱ است.

$$\Rightarrow y_S = -\frac{a^2 - 20}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = \pm 4$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad \text{یا} \quad x^2 + 4x + 5$$

پس $f(2)$ برابر ۱ یا ۱۷ است.

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها: صفحه ۸۰)

گزینه «۱» -۳

(محمدرضا راسخ)

$$A = \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} = \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}+1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow A = 2\sqrt{2}-1$$

$$\Rightarrow (A+1)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری: صفحه های ۶۳ تا ۶۸)

گزینه «۲» -۴

(مسعود برملا)

اگر x, y, z سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، رابطه

$$y^2 = xz \quad \text{بین آن ها برقرار است. در این سؤال داریم:}$$

$$(y^{2a})(4\sqrt{2})^{b+2} = (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2^{2a+\frac{5}{2}b+5} = 8 = 2^3$$

$$\Rightarrow 2a + \frac{5}{2}b + 5 = 3 \Rightarrow 2a + \frac{5}{2}b = -2 \quad (*)$$

حال مجموع پنج جمله اول دنباله حسابی داده شده را حساب می کنیم:

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 5t_3 = 5\left(\frac{t_2 + t_4}{2}\right) = \frac{5}{2}(t_2 + t_4)$$

در این دنباله حسابی داریم:

$$t_2 + t_4 = 2a + 1 + \frac{5}{2}b + 3 = 2a + \frac{5}{2}b + 4 \stackrel{(*)}{=} -2 + 4 = 2$$

$$S = \frac{5}{2}(2) = 5 \quad \text{و در نتیجه مجموع پنج جمله اول آن برابر است با:}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۲۱ تا ۲۷)

گزینه «۲» -۵

(شامر معنوی)

$$g^{-1} = \{(1, 22), (6, -2)\}$$

با توجه به اعضای تابع $f + g^{-1}$ به سادگی پیدا می کنیم که $f(1) = 0$ و $f(6) = -1$ است. پس داریم:

$$\begin{cases} a - \sqrt{1+b} = 0 \\ a - \sqrt{6+b} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{6+b} = 1 + \sqrt{1+b} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 6+b = 1 + b + 2\sqrt{1+b}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+b} = 2 \Rightarrow b = 3$$

با جای گذاری b ، مقدار a نیز برابر ۲ به دست می آید.

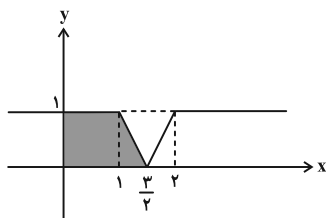
(مسایان ۱- فیبر و معادله و تابع: صفحه های ۲۰، ۲۱، ۵۴ و ۶۳ تا ۶۶)

گزینه «۳» -۶

(محمدرضا راسخ)

با قرینه کردن قسمت های منفی نمودار تابع $y = |x-1| - |x-2|$

نمودار تابع صورت سؤال به صورت زیر به دست می آید:



$$S = \frac{(1 + \frac{3}{2})(1)}{2} = \frac{5}{4} \quad \text{مساحت دوزنقه سایه خورده برابر است با:}$$

(مسایان ۱- فیبر و معادله: صفحه ۲۴)

گزینه «۲» -۷

(کیان کریمی فراسانی)

جواب های معادله در خود معادله صدق می کنند:

$$\alpha^2 - 6\alpha + 7 = \beta^2 - 6\beta + 7 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 6\alpha + 9 = \beta^2 - 6\beta + 9 = 3$$

پس برای محاسبه عبارت داده شده داریم:

$$(\alpha^2 - 6\alpha + 9)^{2\beta} (\beta^2 - 6\beta + 9)^{4\alpha} = (\alpha^2 - 6\alpha + 9)^{2\beta} (\beta^2 - 6\beta + 9)^{4\alpha} = 3^{2\beta} \times 3^{4\alpha} = 3^{2(\alpha+\beta)}$$

در معادله داده شده $\alpha + \beta = S = 6$ است و در نتیجه مطلوب مسئله

$$\text{برابر } 3^{12} = 4096 \text{ است.}$$

(مسایان ۱- فیبر و معادله: صفحه های ۷ تا ۹)

گزینه «۲» -۸

(کیان کریمی فراسانی)

جواب های معادله دوم را α و β در نظر می گیریم. در این صورتجواب های معادله اول $\sqrt{\alpha}$ و $\sqrt{\beta}$ خواهند بود. داریم:

$$\begin{cases} \alpha\beta = b+2 \\ \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta} = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow b^2 = b+2 \Rightarrow b^2 - b - 2 = (b+1)(b-2) = 0$$

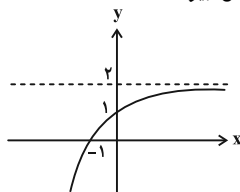
$$\xrightarrow{b>0} b = 2$$

همچنین داریم:

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = a \xrightarrow{\text{توان ۲}} \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = a^2$$



که نمودار آن مطابق شکل زیر است:



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(پهناش نیکنام)

۱۲- گزینه «۳»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_{\delta} x + \frac{\log_{\delta} x}{\log_{\delta} 6} = 1 \Rightarrow (1 + \log_{\delta} 6) \log_{\delta} x = 1$$

$$\Rightarrow (\log_{\delta} 30) \log_{\delta} x = 1 \Rightarrow \log_{\delta} x = \frac{1}{\log_{\delta} 30} = \log_{30} 6$$

پس جواب معادله $x = 5^{\log_{30} 6}$ است و این یعنی $n = \log_{30} 6$.

$$\frac{1}{6^n} = \frac{1}{6^{\log_{30} 6}} = 6^{\log_{30} 20} = 30$$

پس داریم:

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(پهناش نیکنام)

۱۳- گزینه «۱»

ضابطه تابع f را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$f(x) = x\sqrt{x} + 3x + 3\sqrt{x} + 9 = (\sqrt{x} + 1)^3 + 8$$

و سپس با توجه به ضابطه تابع $f \circ g$ می‌توانیم ضابطه تابع g را پیدا کنیم:

$$(f \circ g)(x) = (\sqrt{g(x)} + 1)^3 + 8 = x + 8 \Rightarrow g(x) = (\sqrt[3]{x-8})^2$$

$$(g \circ g)\left(\left(\frac{9}{8}\right)^3\right) = g\left(\frac{1}{64}\right) = \frac{9}{16}$$

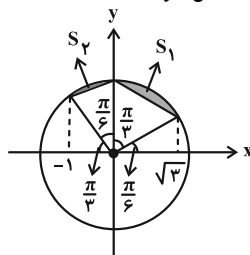
و در نهایت داریم:

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(سیدرضا اسلامی)

۱۴- گزینه «۳»

با توجه به این که شعاع دایره برابر ۲ است، زوایای موجود در شکل را می‌توان به صورت زیر مشخص کرد:



مساحت هر کدام از سطح‌های مشخص شده، از تفاضل مساحت یک مثلث متساوی‌الساقین از یک قطاع دایره به دست می‌آید و داریم:

$$S_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{3}\right) (2)^2 - \frac{1}{2} (2)^2 \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{6}\right) (2)^2 - \frac{1}{2} (2)^2 \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} - 1$$

$$\Rightarrow 2S_2 - S_1 = \sqrt{3} - 2$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ مکمل تمرین ۳ صفحه ۹۶)

$$\Rightarrow a + 8 + 4 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 12 = (a-4)(a+3) = 0$$

$$\xrightarrow{a>0} a = 4 \Rightarrow ab = 8$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

(کیان کریمی فراسانی)

۹- گزینه «۲»

طول ضلع مربع برابر $AB = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ است و همچنین فاصله

نقطه P از خط شامل ضلع AB به صورت زیر به دست می‌آید:

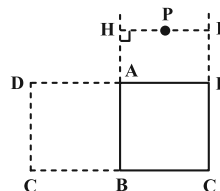
$$\left. \begin{array}{l} P(7, 9) \\ AB: 3x - y - 2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow PH = \frac{|21 - 9 - 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

پس فاصله نقطه از خط شامل ضلع CD برابر $|\sqrt{10} \pm 2\sqrt{10}|$ است و

$$PH = \sqrt{10} \text{ یا } 3\sqrt{10}$$

داریم:

$$\Rightarrow S_{PCD} = \frac{1}{2} CD \cdot PH = \frac{1}{2} (2\sqrt{10})(\sqrt{10} \text{ یا } 3\sqrt{10}) = 10 \text{ یا } 30$$



(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(مهمدرضا راسخ)

۱۰- گزینه «۱»

با جای گذاری $2x - 2$ به جای x در رابطه دوم، روابط به صورت تغییر می‌کند:

$$\begin{cases} f(2x-1) + g(x+1) = 8x-2 \\ f(2x-1) - g(4x-5) = -2x \end{cases}$$

رابطه دوم را از رابطه اول کم می‌کنیم:

$$g(x+1) + g(4x-5) = 10x-2$$

ضابطه تابع g را $g(x) = ax + b$ می‌گیریم و داریم:

$$a(x+1) + b + a(4x-5) + b = 5ax + 2b - 4a = 10x - 2$$

$$\Rightarrow a = 2, \quad b = 3$$

پس $g(x) = 2x + 3$ و در نتیجه $g(1) = 5$ است.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه ۱۰۳)

(کیان کریمی فراسانی)

۱۱- گزینه «۴»

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{2(2^x) - \frac{1}{2^x} + 1}{2^x + 1} = \frac{2(2^x)^2 + 2^x - 1}{2^x(2^x + 1)}$$

$$= \frac{(2^x + 1)(2(2^x) - 1)}{2^x(2^x + 1)} = 2 - \frac{1}{2^x} \Rightarrow f(x) = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



۱۵- گزینه «۴»

(افشین فاضل‌نژاد)

دامنه هر دو تابع f و g و در نتیجه دامنه تابع $g \circ f$ برابر \mathbb{R} است. بردتابع f بازه $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ است و اگر دامنه تابع g را همین بازه در نظربگیریم، برد آن، برابر برد تابع $g \circ f$ خواهد بود. پس داریم:

$$-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\delta\pi}{12} \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq g(x) = \sin(x + \frac{\delta\pi}{12}) \leq 1$$

پس $R_{g \circ f} = [\frac{1}{2}, 1]$ و در نتیجه $b - a = \frac{1}{2}$ است.

(مسئله ۱- تابع و مثلثات: صفحه‌های ۶۶ و ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱۶- گزینه «۴»

(کامران ایلانی)

ابتدا از اتحاد $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ مقدار $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{4})$ را حساب

می‌کنیم:

$$\cos(2\alpha + \frac{\pi}{4}) = 1 - 2\sin^2(\alpha + \frac{\pi}{8}) = \frac{1}{9}$$

و سپس با استفاده از اتحاد $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ داریم:

$$\cos(4\alpha + \frac{\pi}{2}) = 2\cos^2(2\alpha + \frac{\pi}{4}) - 1 = -\frac{79}{81}$$

$$\Rightarrow -\sin 4\alpha = -\frac{79}{81} \Rightarrow \sin 4\alpha = \frac{79}{81}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۷- گزینه «۲»

(سیدرضا اسلامی)

$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = 3\sin(4\pi - \frac{\pi}{3} - \alpha) = -3\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)$$

$$\Rightarrow \sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = 3\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)$$

 $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha)$ را بر حسب \cos می‌نویسیم:

$$\sin(\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{3} + \alpha)) = 3\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)$$

$$\Rightarrow \cos(\frac{\pi}{3} + \alpha) = 3\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha) \Rightarrow \cot(\frac{\pi}{3} + \alpha) = 3$$

حال از اتحاد $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\sin^2(\frac{7\pi}{3} + \alpha) = \sin^2(\frac{\pi}{3} + \alpha) = \frac{1}{1 + \cot^2(\frac{\pi}{3} + \alpha)} = \frac{1}{10}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۸- گزینه «۱»

(عادل حسینی)

باید حدهای چپ و راست تابع $f \circ g$ را در $x = 1$ پیدا کنیم و آن‌ها را برابر قرار دهیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2 + 3x) = 2$$

اما تابع g با مقادیر کمتر از ۲ به آن نزدیک می‌شود:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + \frac{m|(x-1)(x-2)|}{(x-1)(x-2)}) = 2 - m$$

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-2x^2 + 3x) = 1$$

و تابع g از مقادیر کمتر از ۱ به آن نزدیک می‌شود:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 + m$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف حد}} 2 - m = 1 + m \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۳۲ تا ۱۳۶)

۱۹- گزینه «۳»

(کامران ایلانی)

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x \cos 2x - 1}{(\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} + 1) \sin x \sin 2x}$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x (2\cos^2 x - 1) - 1}{2\sin^2 x \cos x} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{2\cos^3 x - \cos x - 1}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(\cos x - 1)(2\cos^2 x + \cos x + 1)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{-(2\cos^2 x + \cos x + 1)}{1 + \cos x} = -\frac{5}{8}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳)

۲۰- گزینه «۳»

(کامران ایلانی)

برای این که تابع روی \mathbb{R} پیوسته باشد، لازم است که در ابتدا $x = 3$,ریشه مخرج ضابطه کسری باشد: $4(3) + b = 0 \Rightarrow b = -12$ همچنین تابع در $x = 3$ باید حد داشته باشد، بنابراین $x = 3$ باید صفر

عبارت صورت کسر نیز باشد، یعنی باید ریشه مضاعف عبارت

$$2x^2 + ax + 18 \text{ باشد.}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + ax + 18 = 2(x-3)^2 = 2x^2 - 12x + 18 \Rightarrow a = -12$$

پس داریم:

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|\sqrt{2}}{4|x-3|} & ; x \neq 3 \\ c & ; x = 3 \end{cases}$$

برای پیوستگی، باید c برابر حد تابع در $x = 3$ باشد:

$$c = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3|\sqrt{2}}{4|x-3|} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow abc = 36\sqrt{2}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

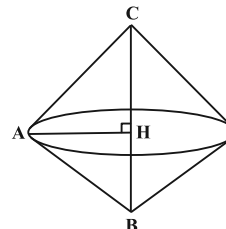


هندسه ۱

۲۱- گزینه «۳»

(اساقی اسفندیار)

ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه برابر است با:



$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

شعاع دایره قاعده، برابر ارتفاع مثلث قائم الزاویه است، پس:

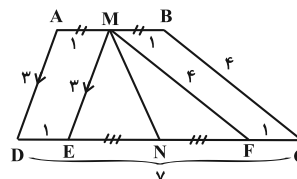
$$r = AH = \frac{12}{5} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{12}{5}\right)^2 (5) = \frac{48}{5} \pi$$

(هندسه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۲۲- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

از M (وسط قاعده کوچک‌تر) خطوط ME و MF را به موازات ساق‌های AD و BC رسم می‌کنیم.

مطابق شکل، $AD = ME = 3$ و $MF = BC = 4$ در نتیجه $EF = 5$ پس $\angle EMF = 90^\circ$ و MN میانه وارد بر مثلث MEF

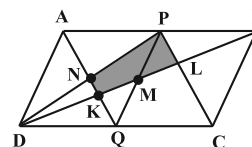
$$\text{است و } MN = \frac{EF}{2} = \frac{5}{2}$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

۲۳- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

پاره خط PQ را رسم می‌کنیم. این پاره خط، قطر BD را در نقطه M نصف می‌کند. با توجه به شکل و تقارن موجود در آن، M وسط پاره خط KL نیز هست.

از آنجا که $PC \parallel AQ$ است، به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که

$$\triangle KMQ \cong \triangle PLM \text{ و در نتیجه مساحت مثلث } \triangle PNQ \text{ معادل مساحت}$$

چهارضلعی سایه‌زده شده است. می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع APQD، قطرها، سطح این متوازی‌الاضلاع را به چهار قسمت هم‌مساحت تقسیم می‌کند،

پس:

$$S_{PNQ} = \frac{1}{4} S_{APQD} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} \times 30 = 3/75$$

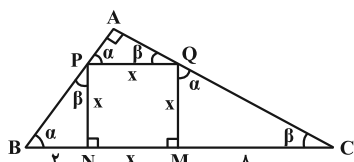
در نتیجه مساحت چهارضلعی سایه‌زده، $3/75$ واحد مربع است.

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۶۸)

۲۴- گزینه «۳»

(مهریار راشدی)

مثلث‌های BPN و MQC به حالت برابری دو زاویه متشابهند، پس:



$$\triangle BPN \sim \triangle MQC \Rightarrow \frac{BN}{QM} = \frac{PN}{MC} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{x}{8}$$

$$\Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

مثلث‌های AQP و BPN به حالت برابری دو زاویه متشابهند، پس:

$$\frac{S_{\triangle BPN}}{S_{\triangle AQP}} = \left(\frac{PB}{PQ}\right)^2 = \frac{x^2 + 4}{x^2}$$

$$\frac{x^2 + 4}{x^2} = \frac{2 \times 4}{16} \Rightarrow \frac{x^2 + 4}{x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{\triangle AQP} = \frac{16}{5}$$

با فرض این که ارتفاع وارد بر وتر PQ در مثلث AQP برابر با h باشد، داریم:

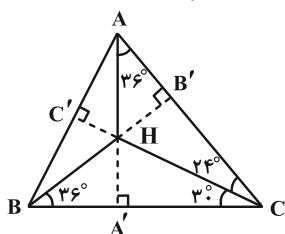
$$S_{\triangle AQP} = \frac{h \times PQ}{2} \Rightarrow \frac{16}{5} = \frac{h \times 4}{2} \Rightarrow h = \frac{8}{5} = 1.6$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۲۵- گزینه «۱»

(سیرمهرضا حسینی‌فر)

AH و BH را امتداد می‌دهیم تا اضلاع مثلث را در A' و B' قطع کند.



$$\angle AA'C = 180^\circ - 36^\circ - (30^\circ + 24^\circ) = 90^\circ$$

$$\angle BB'C = 180^\circ - 36^\circ - (30^\circ + 24^\circ) = 90^\circ$$

پس AA' و BB' ارتفاع‌های مثلث ABC و H محل هم‌رسی

ارتفاع‌هاست، بنابراین امتداد CH نیز بر AB عمود است:

$$\angle BCC' : \angle ABH = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ - 36^\circ = 24^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)



۲۶- گزینه «۲»

(اعمرضا فلاح)

می‌دانیم مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای از فرمول $S = \frac{b}{2} + i - 1$ به دست می‌آید که در آن b نقاط مرزی و i نقاط درونی است. در رابطه $b + i = 12$ با توجه به آن که $b \geq 3$ و $i \geq 0$ ، حداکثر مقدار i و حداقل مقدار b به ترتیب برابر ۹ و ۳ است در حالت $b = 3$ ، حداکثر مقدار مساحت را داریم:

$$S_{\max} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{3}{2} + 9 - 1 = 9 \frac{1}{2}$$

همچنین حداقل مقدار مساحت به ازای حداقل مقدار i و حداکثر مقدار b یعنی به ترتیب $i = 0$ و $b = 12$ حاصل می‌شود.

$$S_{\min} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{12}{2} + 0 - 1 = 5$$

$$\Rightarrow S_{\max} - S_{\min} = 9 \frac{1}{2} - 5 = 4 \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۲۷- گزینه «۱»

(اعمرضا فلاح)

از هر رأس $n - 3$ قطر می‌گذرد. با توجه به قطرهای مشترک، در مجموع $3(n - 3) - 3$ قطر بین آن‌ها وجود دارد. پس:

$$3(n - 3) - 3 = 18 \Rightarrow 3(n - 3) = 21 \Rightarrow n = 10$$

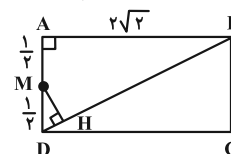
با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس n ضلعی، سطح آن به $n - 2$ مثلث تقسیم می‌شود. پس جواب $10 - 2 = 8$ می‌باشد.

(هنرسه ۱- قطر ضلعی‌ها؛ صفحه ۵۵)

۲۸- گزینه «۲»

(اعمرضا فلاح)

مثلث‌های ABD و MDH با هم متشابه هستند:



$$\left. \begin{matrix} \hat{H} = \hat{A} \\ \hat{D} = \hat{D} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle MDH \sim \triangle ABD$$

$$\Rightarrow \frac{MH}{AB} = \frac{DM}{BD} \Rightarrow \frac{MH}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

توجه: طول قطر مستطیل برابر $\sqrt{1 + (2\sqrt{2})^2} = 3$ می‌باشد.

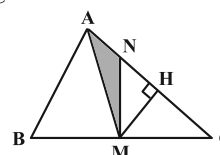
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۲۹- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

چون AM میانه مثلث ABC است، لذا:

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} \quad (1)$$



از طرف دیگر:

$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} AN \cdot MH \Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{1}{3} S_{\triangle AMC} \quad (2)$$

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} AC \cdot MH$$

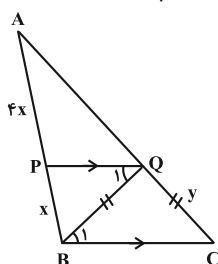
$$\xrightarrow{(1), (2)} S_{\triangle AMN} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} S_{\triangle AMC} \right) = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۳۰- گزینه «۱»

(سوکنر روشنی)

با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:



$$QC = BQ \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C} \Rightarrow \hat{Q}_1 = \hat{C} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{Q}_1$$

$$\Rightarrow PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{QC}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BQ}{AC} = \frac{1}{2} = 0.5$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

هندسه ۲

۳۱- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

ابتدا B را به D وصل می‌کنیم و در $\triangle BCD$ قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم.

$$BD^2 = 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos 120^\circ = 49 \Rightarrow BD = 7$$

$$P_{ABD} = \frac{7 + 5 + 8}{2} = 10$$

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BCD}$$

مقعر دستور هرون

$$= \sqrt{10 \times 5 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin 120^\circ$$

$$= 10\sqrt{3} - \frac{15\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)



با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

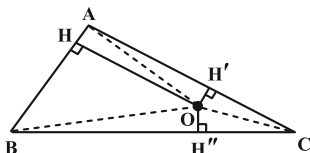
$$\begin{cases} P-a=1 \\ P-b=3 \\ P-c=12 \end{cases}$$

محیط مثلث به راحتی قابل محاسبه است.

$$2P = 2(P-a) + 2(P-b) + 2(P-c)$$

$$\Rightarrow 2P = 2(1) + 2(3) + 2(12) \Rightarrow 2P = 32 \Rightarrow P = 16$$

به کمک رابطه هرون مساحت مثلث ABC به دست می آید.



$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{16(1)(3)(12)} = \sqrt{16 \times 36} = 4 \times 6 = 24$$

فرض کنید فاصله نقطه O از اضلاع AC و BC برابر ۱ باشد. داریم:

$$S_{\triangle AOC} = \frac{OH' \times AC}{2} = \frac{1 \times 12}{2} = 6/5$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{OH' \times BC}{2} = \frac{1 \times 15}{2} = 7/5$$

بنابراین مساحت مثلث AOB برابر است با:

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABC} - (S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC})$$

$$S_{\triangle AOB} = 24 - (6/5 + 7/5) = 10$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{OH \times AB}{2} \Rightarrow 10 = \frac{OH \times 4}{2} \Rightarrow OH = 5$$

فاصله نقطه O از ضلع AB برابر ۵ است.

(هنر سه ۲- دایره: صفحه ۳۰ و

روابط طولی در مثلث: صفحه های ۷۳ و ۷۴)

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

گزینه ۲-۳۵

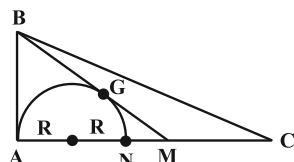
مطابق شکل دو مماس BA و BG بر نیم دایره رسم شده است، پس

$$BG = BA = 2\sqrt{5} \text{ و } GM = \frac{1}{2}BG = \sqrt{5}$$

داریم:

$$\triangle ABM : AM^2 = BM^2 - AB^2 = (3\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 25$$

$$\Rightarrow AM = 5$$



طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$MG^2 = MN \times MA \Rightarrow (\sqrt{5})^2 = (5 - 2R) \times 5 \Rightarrow R = 2$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه های ۱۸ و ۱۹)

گزینه ۳-۳۲

(امیررضا فلاح)

در مثلث NEF، NM میانه وارد بر ضلع EF و اندازه آن $\frac{3}{4}$ طول

AM می باشد. از طرفی مثلث های NEF و ABC با هم متشابه هستند

و نسبت تشابه همان نسبت میانه ها یعنی $\frac{3}{4}$ می باشد، پس:

$$\frac{S_{\triangle NEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}}$$

$$\frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle NEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{16-9}{16} = \frac{7}{16} \quad (1)$$

از طرفی انتقال تبدیلی طولی است و مساحت اشکال تحت آن، تغییر نمی کند. یعنی:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle NPQ} \xrightarrow{(1)} \frac{S_{\text{سایه زده}}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{7}{16} \Rightarrow \frac{S_{\text{سایه زده}}}{S_{\triangle NPQ}} = \frac{7}{16}$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هنر سی و کاربردها: صفحه های ۴۰ و ۴۱)

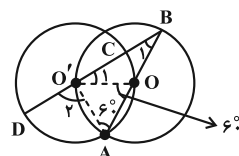
گزینه ۲-۳۳

(مهریار ملونری)

چون دو دایره از مرکزهای یکدیگر گذشته اند پس شعاع آنها با هم برابر

است. اولاً مثلث OAO' متساوی الاضلاع بوده و مثلث OBO' نیز در

رأس O متساوی الساقین است و داریم:



$$\hat{B}_1 = \hat{O}'_1 = \frac{\widehat{AOO'}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \hat{O}'_1 = \widehat{OC} = 30^\circ$$

$$\triangle AO'B : (\text{زاویه خارجی}) \hat{O}'_1 = \hat{A} + \hat{B}_1 = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}'_1 = \widehat{AD} = 90^\circ$$

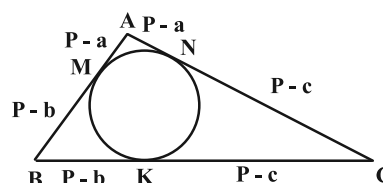
$$\frac{\widehat{AD}}{\widehat{OC}} = \frac{90^\circ}{30^\circ} = 3 \text{ پس}$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه های ۱۱ و ۱۲)

گزینه ۳-۳۴

(مهریار راشدری)

به شکل دقت کنید.

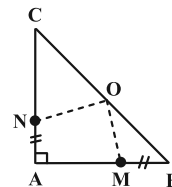




۳۶- گزینه «۱»

(سیرممد رضا حسینی فرد)

اگر نقطه O وسط BC را مرکز دوران با زاویه 90° در نظر بگیریم آن گاه نقطه N را می توان روی M تصویر کرد یعنی $ON = OM$ و عمود منصف MN همواره از O می گذرد پس فقط گزاره (ب) صحیح است.



(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۲ و ۳۳)

۳۷- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

$$\text{در مثلث } ABC: \frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

$$a \sin \hat{C} = c \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow c \sin \hat{A} = (2c^2 - 1) \sin \hat{A} \Rightarrow 2c^2 - 1 = c$$

$$\Rightarrow 2c^2 - c - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

از طرفی:

$$c \sin \hat{C} = b \sin \hat{B} \xrightarrow[b=2R \sin \hat{B}]{c=2R \sin \hat{C}} 2R \sin^2 \hat{C} = 2R \sin^2 \hat{B}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \hat{B} = \sin \hat{C} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow b = c = 1 \\ \sin \hat{B} = -\sin \hat{C} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

۳۸- گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

طبق قضیه استوارت ابتدا x را می یابیم:

$$AD^2 = \frac{CD \times AB^2 + BD \times AC^2}{BC} - BD \times DC$$

$$\Rightarrow 2^2 = \frac{x \times 4^2 + 3 \times (x+1)^2}{x+3} - 3x$$

$$\Rightarrow 4 + 3x = \frac{16x + 3x^2 + 6x + 3}{x+3}$$

$$\Rightarrow 13x + 12 + 3x^2 = 22x + 3x^2 + 3 \Rightarrow 9x = 9 \Rightarrow x = 1$$

حال طبق قضیه هرون مساحت مثلث ABC را می یابیم:

$$P = \frac{4+4+2}{2} = 5$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

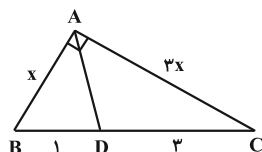
$$\Rightarrow S = \sqrt{5(5-4)(5-2)(5-4)} = \sqrt{15}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۹ و ۷۳)

۳۹- گزینه «۲»

(اعشبن فاضله خان)

طبق قضیه نیمسازها $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$. حال با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:



$$x^2 + 9x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{10} \Rightarrow x = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

حال طبق قضیه طول نیمساز داخلی داریم:

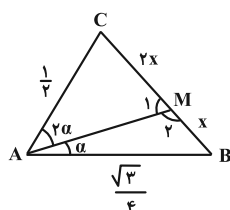
$$d^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{12}{\sqrt{10}}\right) - (1)(3) \Rightarrow d^2 = \frac{48}{10} - 3 = \frac{18}{10}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{1.8}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۷۰ تا ۷۲)

۴۰- گزینه «۴»

(امیررضا فلاح)

در دو مثلث ABM و ACM قضیه سینوس ها را می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta ACM: \frac{2x}{\sin 2\alpha} &= \frac{\frac{1}{2}}{\sin \hat{M}_1} \\ \Delta ABM: \frac{x}{\sin \alpha} &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\sin \hat{M}_2 = \sin \hat{M}_1} \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{+} \frac{2x \sin \alpha}{x \sin 2\alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} \Rightarrow \frac{2x \sin \alpha}{2x \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

پس مثلث ABC در رأس A قائمه است.

$$\Delta ABC: BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow (BC)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16} \Rightarrow BC = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\Rightarrow BC = 3BM \Rightarrow BM = \frac{\sqrt{7}}{12}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۲ تا ۶۵)



آمار و احتمال

۴۱- گزینه «۳»

(نیلوفر مهدوی)

بازه اطمینان ۹۵ درصد برای جامعه‌ای با اندازه نمونه n ، میانگین \bar{x} وانحراف معیار σ به صورت $\left[\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ است.

$$\bar{x} = \frac{4/8 + 5/4}{2} = 5/1$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5/4 - 4/8 = 0/6 \Rightarrow \frac{4 \times 1/65}{\sqrt{n}} = 0/6$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = 11 \Rightarrow n = 121$$

مجموع اعضای نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow 5/1 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{121}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = 5/1 \times 121 = 617/1$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴۲- گزینه «۱»

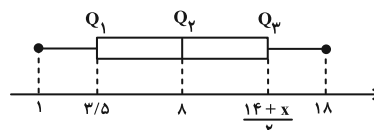
(نیلوفر مهدوی)

داده‌ها عبارتند از:

$$1, 2, 2, 5, 6, 7, 8, 8, 12, 14, x, 17, 18$$

$$Q_1 = \frac{2+5}{2} = 3/5 \quad Q_2 = 8 \quad Q_3 = \frac{14+x}{2}$$

نمودار جعبه‌ای داده‌ها به صورت زیر است:



نسبت طول دو بخشی از جعبه که توسط میانه از هم جدا شده‌اند را به دو صورت می‌توان نوشت:

$$(I) \quad \frac{\left(\frac{14+x}{2}\right) - 8}{8 - 3/5} = \frac{3}{4} \Rightarrow \left(\frac{14+x}{2}\right) - 8 = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{14+x}{2} = \frac{91}{8} \Rightarrow x = 8/75$$

$$(II) \quad \frac{8 - 3/5}{\left(\frac{14+x}{2}\right) - 8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \left(\frac{14+x}{2}\right) - 8 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{14+x}{2} = 14 \Rightarrow x = 14$$

 $x = 8/75$ غیرقابل قبول است زیرا داده‌ها مرتب شده‌اند و مقدار x بایدعددی بین ۱۴ و ۱۸ باشد. بنابراین مقدار x برابر ۱۴ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۴۳- گزینه «۴»

(سیرمهرضا عسینی فرد)

مجموع فراوانی‌ها برابر ۲۵ است. پس:

$$3 + x + 5 + 6 + y = 25 \Rightarrow x + y = 11$$

از طرفی مجموع انحراف از میانگین برابر صفر است. پس:

| مقدار داده | ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ | ۲۰ |
|-----------------|----|-----|----|----|-----|
| فراوانی | ۶ | x | ۵ | ۳ | y |
| $x_i - \bar{x}$ | -۴ | -۳ | -۲ | -۱ | ۴ |

$$\Rightarrow -24 - 3x - 10 - 3 + 4y = 0 \Rightarrow -3x - 37 + 4y = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 11 \\ -3x + 4y = 37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 10 \end{cases}$$

حال می‌توانیم واریانس داده‌ها را حساب کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{6 \times (-4)^2 + 1 \times (-3)^2 + 5 \times (-2)^2 + 3 \times (-1)^2 + 10 \times (4)^2}{25}$$

$$= \frac{288}{25} = 11/52$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴، ۸۵ و ۹۴)

۴۴- گزینه «۴»

(مهریار راشدی)

$$P(B' - A) = P(B' \cap A')$$

پس طبق فرض $P(B' \cap A') = P(B')P(A')$ است و این یعنی A' و B' دو پیشامد مستقل‌اند پس A (۱) و B (۲) و A' (۳) و B' نیز مستقل‌اند. وقتی دو پیشامد A و B مستقل باشند،

$$P(A|B) = P(A) \text{ است، بنابراین } P(A) = \frac{3}{8}$$

 A و B' مستقل‌اند، پس:

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \times P(B') \Rightarrow P(B') = \frac{2}{3}$$

با توجه به این که A و B' نیز مستقل‌اند، پس:

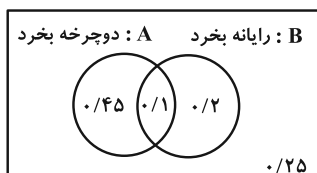
$$P(B' | A) = P(B') = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۴۵- گزینه «۱»

(غرزاد یواری)

روش اول:



$$P(B' | A') = ?$$

$$P(B' | A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P[(A \cup B)']}{1 - P(A)}$$



(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۳» - ۴۹

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow [\sim q \wedge (p \Rightarrow q)]$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow [\sim q \wedge (\sim p \vee q)]$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow [(\sim q \wedge \sim p) \vee \underbrace{(\sim q \wedge q)}_F]$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv \sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv \underbrace{(p \vee \sim p)}_T \wedge \sim q \equiv \sim q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(امیررضا خلاج)

گزینه «۴» - ۵۰

مطابق فرض:

$$P(۱) = \frac{x}{1}, P(۲) = \frac{x}{2}, P(۳) = \frac{x}{2}, P(۴) = \frac{x}{3}$$

$$P(۵) = \frac{x}{2}, P(۶) = \frac{x}{4}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\Rightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{12x + 6x + 6x + 4x + 6x + 3x}{12} = 1 \Rightarrow 37x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{37}$$

پیشامد ظاهر شدن عدد زوج A:

پیشامد ظاهر شدن مضرب ۳ B:

$$P(A \cup B) = P(\{2, 3, 4, 6\})$$

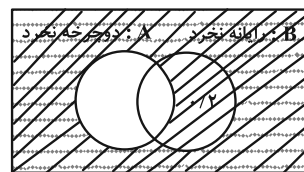
$$= \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{19x}{12} = \frac{19}{37}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

$$= \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(A)} = \frac{1 - [0/55 + 0/3 - 0/1]}{1 - 0/55}$$

$$= \frac{1 - 0/75}{0/45} = \frac{0/25}{0/45} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

روش دوم: استفاده از نمودار ون:



P(می‌دانیم دوچرخه نخریده | می‌خواهیم رایانه نخریم)

$$= \frac{\text{هاشور افقی}}{\text{هاشور مورب}} = \frac{0/25}{0/2 + 0/25} = \frac{0/25}{0/45} = \frac{5}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(مهردار ملونری)

گزینه «۲» - ۴۶

می‌دانیم $P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$ ، بنابراین:

$$P(A' \cap B') = 0/35 \Rightarrow P(A \cup B) = 1 - 0/35 = 0/65$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/65$$

$$\Rightarrow \underbrace{(P(B) - P(A \cap B))}_{P(B \cap A')} + P(A) = 0/65 \Rightarrow P(A) = 0/35$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۱» - ۴۷

$$B_p = \left\{ \frac{m}{p} \mid m \in \mathbb{Z}, m > -p, 2^m \leq p \right\}$$

$$= \left\{ -2/5, -2, -1/5, -1, -0/5, 0, 0/5, 1 \right\}$$

$$A_p = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -3, 3^m \leq 9\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A_p = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -2, 3^m \leq 6\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$|(B_p - A_p) \times A_p| = |B_p - A_p| \cdot |A_p| = 4 \times 3 = 12$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۳» - ۴۸

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} & (A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \\ &= (A' \cap B) \cup \underbrace{[(B \cap A) \cap B]}_{(B \cap A) \subseteq B} = (B \cap A') \cup (B \cap A) \\ &= B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B \end{aligned}$$

بنابراین با توجه به فرض، تساوی $B = A - B$ برقرار است. از طرفی B و $A - B$ دو مجموعه جدا از هم هستند، پس تنها شرط برقراری این تساویتهی بودن این دو مجموعه است. در این صورت مجموعه‌های A و $B - A$ نیز قطعاً تهی هستند، ولی برای مجموعه $A' \cap B'$ داریم:

$$A' \cap B' = (A \cup B)' = \emptyset' = U$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۰)



فیزیک ۱ و فیزیک ۲

گزینه «۲»

(غلامرضا مویی)

برای پاسخ کافی است یکای همه را یکسان کنیم تا گزینه‌ای که با سایر موارد یکی نیست، مشخص گردد.
بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱»}: 2 \times 10^{-8} \text{ m}^2 = 2 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \times \frac{10^{-12} \text{ m}^2}{1 \text{ m}^2} = 2 \times 10^{-20} \text{ m}^2$$

گزینه «۲»:

$$2 \times 10^{-2} \text{ dam}^2 = 2 \times 10^{-2} \text{ dam}^2 \times \frac{10^2 \text{ m}^2}{1 \text{ dam}^2} = 2 \times 10^0 \text{ m}^2 = 2 \text{ m}^2$$

گزینه «۳»:

$$2 \times 10^2 \text{ mm}^2 = 2 \times 10^2 \text{ mm}^2 \times \frac{10^{-6} \text{ m}^2}{1 \text{ mm}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{گزینه «۴»}: 2 \times 10^{-10} \text{ km}^2 = 2 \times 10^{-10} \text{ km}^2 \times \frac{10^6 \text{ m}^2}{1 \text{ km}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه «۳»

(شیل شیزاری)

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

$$= V_{\text{فلز}} + V_{\text{حفره}}$$

کره از حفره و فلز تشکیل شده است.

$$\rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} + m_{\text{حفره}} = 4 \text{ kg} = 4000 \text{ g} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 4000 \text{ g}$$

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{4000}{8} = 500 \text{ cm}^3$$

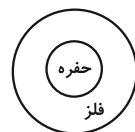
$$\Rightarrow V_{\text{حفره}} = 4000 - 500 = 3500 \text{ cm}^3$$

وقتی حفره با مایعی پر شود، حجم مایع با حجم حفره برابر است. پس:

$$m_{\text{مایع}} = V_{\text{مایع}} \times \rho_{\text{مایع}} = 3500 \times 2 = 7000 \text{ g}$$

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{مایع}} + m_{\text{فلز}} = 7000 + 4000 = 11000 \text{ g} = 11 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)



گزینه «۱»

(علی بزرگر)

برای پیدا کردن دقت اندازه‌گیری وسیله‌های دیجیتالی رقم آخر سمت راست را برابر یک فرض کرده و بقیه ارقام را صفر جاگذاری می‌کنیم:

$$A = 14 / 690 \text{ kg} \Rightarrow 0.001 \text{ kg} = 0.001 \times 10^3 \text{ g} = 1 \text{ g}$$

$$B = 194 / 6 \times 10^{-4} \text{ Mg} \Rightarrow 0.1 \times 10^{-4} \text{ Mg} = 0.1 \times 10^{-4} \times 10^6 = 10 \text{ g}$$

$$C = 14690 \text{ g} \Rightarrow 1 \text{ g}$$

$$D = 1 / 94600 \times 10^9 \mu\text{g} \Rightarrow 0.00001 \times 10^9 \mu\text{g}$$

$$= 10^{-5} \times 10^9 \times 10^{-6} = 0.01 \text{ g}$$

اختلاف کمترین و بیشترین دقت اندازه‌گیری برابر خواهد بود با:

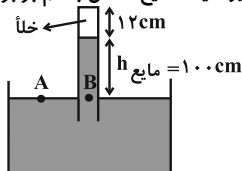
$$\Rightarrow 10 \text{ g} - 0.01 \text{ g} = 9.99 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(میشی کونیان)

گزینه «۱»

فشار در نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن با هم برابر است. بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + P_{\text{مایع}} = \gamma \Delta \text{ cmHg}$$

پس ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow (10/2) h_{\text{مایع}} = (12/6)(\gamma) \Rightarrow h_{\text{مایع}} = 100 \text{ cm}$$

با پایین آوردن لوله در راستای قائم، مایع بخش خلأ لوله را پر کرده و به ته لوله نیرو وارد می‌کند. بنابراین داریم: ته لوله $A \times$ ته لوله $P =$ ته لوله F

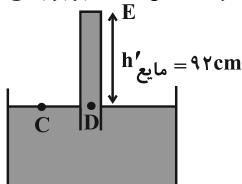
$$\Rightarrow P_{\text{ته لوله}} = \frac{4/0.8}{5 \times 10^{-4}} = 8160 \text{ Pa}$$

طبق رابطه $P = \rho gh$ ، فشار وارد بر ته لوله را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$P = \rho gh \xrightarrow{P=8160 \text{ Pa}, \rho=13600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} 8160 = (13600)(10)h$$

$$\Rightarrow h = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

بنابراین فشار وارد بر ته لوله در این حالت، برابر با 6 cmHg می‌گردد.



فشار در نقاط هم‌تراز C و D با هم برابر است. پس:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_0 = P'_0 + P_E$$

$$\Rightarrow \gamma \Delta = P'_0 + 6 \Rightarrow P'_0 = 69 \text{ cmHg}$$

ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h'_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h'_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow (12/6)(69) = (10/2) h'_{\text{مایع}} \Rightarrow h'_{\text{مایع}} = 92 \text{ cm}$$

بنابراین میزان جابه‌جایی لوله در راستای قائم (X) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$X = (100 + 12) - 92 = 20 \text{ cm}$$

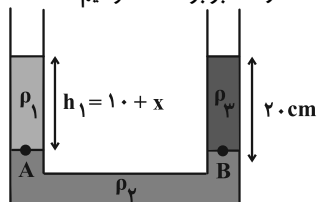
(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(سیده‌ملیحه میرصالحی)

گزینه «۱»

با اضافه کردن مایع به شاخه سمت چپ، وضعیت به شکل زیر درمی‌آید.

چون فشار در نقاط A و B برابر است، خواهیم داشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 0.8 \times h_1 = 1 \times 20$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{20}{0.8} = 25 \text{ cm} \Rightarrow h_1 = 10 + x$$



$$W_f = mgh - \frac{1}{2}mv^2 \quad (۱)$$

در برگشت $W_f = E_p - E_p = K_p + U_p - K_p - U_p$

$$W_f = \frac{1}{2}m(v - 20)^2 - mgh \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} mgh - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v - 20)^2 - mgh$$

$$2gh = \frac{1}{2}(v - 20)^2 + \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow 4gh = v^2 + 400 - 40v + v^2$$

$$2000 = 2v^2 - 40v + 400 \Rightarrow v^2 - 20v - 800 = 0$$

$$(v - 40)(v + 20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v - 40 = 0 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s} \\ v + 20 = 0 \Rightarrow v = -20 \frac{m}{s} \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

چون جهت حرکت اولیه به سمت بالاست، پس عدد منفی غیرقابل قبول است.

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۵۹- گزینه «۴» (مبشی نکوئیان)

با توجه به رابطه بین توان و بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{600} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 480 \text{ W}$$

از طرفی با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{موتور}} + W_{\text{mg}} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow (mgh \cos 18^\circ) + W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = mgh + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{mgh + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{t} \quad \text{بنابراین:}$$

$$\xrightarrow{m=2 \text{ kg}, (10)(2/4)=2400 \text{ kg}, t=15 \text{ min}=900 \text{ s}} \\ g=10 \frac{m}{s^2}, h=16 \text{ m}, v_1=0, P_{\text{خروجی}}=480 \text{ W}$$

$$480 = \frac{(2400)(10)(16) + 1200v_2^2}{900} \Rightarrow v_2^2 = 40 \xrightarrow{\text{جنر}} v_2 = 2\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۶)

۶۰- گزینه «۳» (محمود منهوری)

اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کنیم، تغییر انرژی مکانیکی آن برابر اختلاف انرژی پتانسیل در نقطه رها شدن و انرژی جنبشی در لحظه برخورد به زمین است. یعنی:

$$E_p - E_1 = W_f, \quad E_1 - E_p = Q \quad (\text{گرمای تولید شده})$$

$$mgh_1 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mc\Delta\theta \xrightarrow{+m} gh_1 - \frac{1}{2}v_1^2 = c\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 10 \times 100 - \frac{1}{2}(20)^2 = 400\Delta\theta \Rightarrow 800 = 400\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 2^\circ \text{ C}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان-رما و گرما؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳ و ۹۸)

$$\Rightarrow 25 = 10 + x \Rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta V_1 = A_1 \times x_1 = 15 \times 200 = 3000 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \Delta V_1 = 3L$$

(فیزیک ۱-ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه ۳۵)

۵۶- گزینه «۳» (مسام نادرری)

موارد (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

علت نادرستی (ب): سطح آب در یک لوله موئین شیشه‌ای تمیز، به صورت فرورفته است.

علت نادرستی (ث): طبق اصل برنولی، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

بررسی مورد (الف): می‌دانیم فشار یک جسم جامد بر سطح زیرین برابر

$$P = \frac{mg}{A} \quad \text{است که با ساده‌سازی رابطه برای یک مکعب مستطیل خواهیم داشت:}$$

$$P = \frac{mg}{A} = \frac{m}{V} \frac{V}{Ah} \rho gh \Rightarrow \frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{min}}} = \frac{h_{\text{max}}}{h_{\text{min}}} = \frac{30}{10} = 3$$

(فیزیک ۱-ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۱، ۳۳، ۳۸، ۴۱ و ۴۴)

۵۷- گزینه «۲» (علیرضا بیاری)

با توجه به معادله پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{\pi d_1^2}{4} \times v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \times v_2$$

$$\xrightarrow{d_1=1/5 d_2} (1/5 d_2)^2 \times 4 = d_2^2 \times v_2 \quad v_1=4 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow 2/25 d_2^2 \times 4 = d_2^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 9 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه چگالی، جرم آب عبور کرده را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho=1 \frac{g}{cm^3}} m = \rho V = 1 \times 2000 = 2000 \text{ g} = 2 \text{ kg}$$

کار کل انجام شده، با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی به دست می‌آید:

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

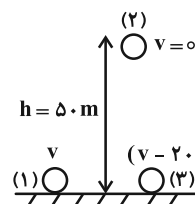
$$\xrightarrow{m=2 \text{ kg}} W_t = \frac{1}{2} \times 2(9^2 - 4^2) = 81 - 16 = 65 \text{ J}$$

(فیزیک ۱-ویژگی‌های فیزیکی مواد-کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۴۵ و ۶۱)

۵۸- گزینه «۴» (شیلا شیرزادی)

چون اتلاف انرژی داریم و کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت

یکسان است، پس:



(کار مقاومت هوا را در بالا رفتن و پایین آمدن W_f می‌گیریم، مبدأ انرژی

پتانسیل گرانشی را زمین فرض می‌کنیم.)

$$\text{در رفت: } W_f = E_p - E_1 = K_2 + U_2 - K_1 - U_1$$



۶۱- گزینه «۱»

(مجتبی نکلویان)

ابتدا تغییر حجم مایع و ظرف را به دست می آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = \alpha V_{\text{ظرف}} \Delta \theta = (3\alpha)(2 \times 10^3)(60) = 36 \times 10^4 \alpha (\text{cm}^3)$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \beta V_{\text{مایع}} \Delta \theta = (6 \times 10^{-3}) \left(\frac{1}{10} \times 2 \times 10^3 \right) (60) = 576 \text{ cm}^3$$

با توجه به این که 32 cm^3 مایع سرریز شده است، می توان نوشت:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \Delta V_{\text{ظرف}} + V_{\text{خالی}} + 32$$

$$\Rightarrow 576 = (36 \times 10^4 \alpha) + \left(\frac{2}{10} \times 2 \times 10^3 \right) + 32$$

$$\Rightarrow 576 = 36 \times 10^4 \alpha + 432 \Rightarrow 144 = 36 \times 10^4 \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه های ۹۳ و ۹۴)

۶۲- گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا برای تعیین نسبت جرم آب و یخ، گرمایی که آب از دست می دهد را برابر گرمایی قرار می دهیم که یخ برای ذوب کامل نیاز دارد.

$$Q_{\text{آب}} = Q_{\text{یخ}} \Rightarrow m_1 c \Delta \theta = m_2 L_F$$

$$\Rightarrow m_1 \times 4200 \times 40 = m_2 \times 336000 \Rightarrow m_1 = 2m_2$$

در این حالت، دمای آب 40°C کاهش یافته به 15°C رسیده و یخ تبدیلبه آب صفر درجه شده است. حال می توان دمای تعادل آب 15°C و 0°C

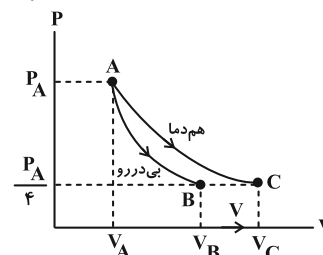
$$\theta_T = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 = \frac{m_1}{2}}{2} \quad \text{را محاسبه کرد.}$$

$$\theta_T = \frac{m_1 \times 15 + m_2 \times 0}{m_1 + \frac{m_1}{2}} = \frac{15m_1}{\frac{3}{2}m_1} \Rightarrow \theta_T = 10^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه های ۹۶ تا ۱۰۶)

۶۳- گزینه «۴»

(فراز رسولی)

در فرایند انبساط بی دررو دمای گاز همواره کاهش و در فرایند تراکم بی دررو دمای گاز همواره افزایش می یابد. بنابراین در فرایند $A \rightarrow B$ دما کاهشخواهد یافت. اگر گاز در یک فرایند هم دما از نقطه A به فشار $\frac{P_A}{4}$ برسد(نقطه C) نمودار به شکل زیر خواهد بود (شیب فرایند هم دما کمتر است).و چون فرایند هم دما است پس حاصل ضرب PV در نقاط A و C باید برابر باشد. پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} P_A V_A &= P_C V_C \\ P_B &= P_C = \frac{P_A}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_A V_A = \frac{P_A}{4} V_C$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} V_C &= 4V_A \\ V_C &> V_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4V_A > V_B \Rightarrow V_A > \frac{V_B}{4}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه های ۱۳۵ تا ۱۳۸)

۶۴- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

چون بازده ماشین A ، ۲۳ درصد بیشتر از ماشین B است. داریم:

$$\eta_A = (1 + 0.23) \eta_B = 1.23 \eta_B \quad (1)$$

از طرفی با توجه به رابطه بازده می توان نوشت:

$$\eta = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{W_{\text{خروجی}}}{\Delta t} \times 100 \Rightarrow \eta = \frac{W}{P_{\text{ورودی}} \Delta t} \times 100$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{W_A}{P_A \Delta t_A} \times 100 = 1.23 \times \frac{W_B}{P_B \Delta t_B} \times 100$$

$$\frac{W_A = W, W_B = \frac{4}{3}W}{\Delta t_A = \Delta t, P_A \text{ ورودی} = P_B \text{ ورودی}} \rightarrow \frac{W}{\Delta t} = 1.23 \times \frac{\frac{4}{3}W}{\Delta t_B}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \Delta t \times 1.23 \times \frac{3}{4} = 0.9225 \Delta t \Rightarrow \Delta t_B = 0.9225 \times 60 = 55.35 \text{ s}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه ۱۴۵)

۶۵- گزینه «۱»

(مهمد نیاوندی مقدم)

قانون دوم به بیان یخچالی یعنی بدون انجام کار گرما از منبع سرد به گرم نمی رود.

$$\begin{cases} W \neq 0 \\ |Q_H| \neq |Q_L| \end{cases}$$

که مورد (پ) این قانون را نقض می کند.

قانون دوم به بیان ماشین گرمایی یعنی کل گرمای دریافت شده به کار تبدیل نمی شود که مورد (ت) این قانون را نقض می کند.

$$\begin{cases} |Q_H| \neq |W| \\ |Q_L| \neq 0 \end{cases}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۶- گزینه «۳»

(فراز رسولی)

می دانیم در اثر تماس دو کره مشابه بار نهایی هر یک برابر با نصف جمع جبری بارهای اولیه شان خواهد بود. ابتدا تماس B و C را بررسی می کنیم:

$$C \text{ و } B : q'_B = q'_C = \frac{q_B + q_C}{2} = \frac{3}{4} q_C$$

$$\Rightarrow \frac{q_B}{2} + \frac{q_C}{2} = \frac{3}{4} q_C \Rightarrow \frac{q_B}{2} = \frac{1}{4} q_C$$

$$\Rightarrow q_C = 2q_B \text{ یا } q_B = \frac{q_C}{2}$$

حالا تماس C و A را بررسی می کنیم.

$$C \text{ و } A : q''_C = q''_A = \frac{q_A + q'_C}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} q_C$$



(معمولاً کم نشری)

گزینه «۲» - ۶۹

از آنجایی که جسم پایین می آید، نیروی وزن هم به آن وارد می شود:

$$\Delta U = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$= 20 \times 10^{-3} \times 10 \times 5 \times 10^{-2} + \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times 1^2$$

$$= 0.01 + 0.01 = 0.02 \text{ J}$$

$$\Delta U = |q| E d \cos \theta \Rightarrow 40 \times 10^{-6} \times E \times 5 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow E = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \Delta V = E \times d = 10^4 \times 9 \times 10^{-2} = 900 \text{ V}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2 / 7 \times 10^{-9}}{900} = \frac{2700 \times 10^{-12}}{900} = 3 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa=1} 3 \times 10^{-12} = 9 \times 10^{-12} \times \frac{A}{9 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow A = 3 \times 10^{-2} \text{ m}^2 = \pi r^2 \xrightarrow{\pi=3} r^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow r = 10^{-1} \text{ m}$$

$$\text{قطر دایره } D = 2 \times 10^{-1} \text{ m} = 0.2 \text{ m}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن: صفحه های ۲۲، ۲۶ و ۳۶)

(معمولاً منقوری)

گزینه «۳» - ۷۰

ظرفیت جدید خازن (C') نسبت به ظرفیت قبل از تغییرات برابر است با:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \times \frac{A'}{A} \times \frac{d}{d'} = 4 \times 1 \times \frac{d}{2d} = 2$$

چون خازن از باتری جدا است، بار خازن ثابت است.

$$\frac{U'}{U} = \frac{\frac{q^2}{2C'}}{\frac{q^2}{2C}} = \frac{C}{C'} = \frac{1}{2}$$

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{V'}{V} \times \frac{d}{d'} = \frac{C}{C'} \times \frac{d}{d'} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن: صفحه های ۳۵ تا ۴۰)

(مهران اسماعیلی)

گزینه «۲» - ۷۱

با توجه به نمودار و با استفاده از قانون اهم داریم:

$$I_1 = I_2 \xrightarrow{I = \frac{V}{R}} \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow \frac{4}{R_1} = \frac{64}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{64}{4} = 16$$

چون حجم سیم تغییر نکرده، می توان نوشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{\frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2}} \frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_A}{2} + \frac{3}{4} q_C = \frac{1}{2} q_C \Rightarrow \frac{q_A}{2} + \frac{3}{8} q_C = \frac{1}{4} q_C$$

$$\Rightarrow \frac{q_A}{2} = \frac{1}{8} q_C \Rightarrow q_C = 4 q_A \text{ یا } q_A = \frac{q_C}{4}$$

$$\frac{q_B}{q_A} = \frac{\frac{1}{2} q_C}{\frac{1}{4} q_C} = 2$$

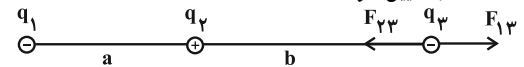
و در نهایت داریم:

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن: صفحه های ۳ تا ۵)

(مهران اسماعیلی)

گزینه «۴» - ۶۷

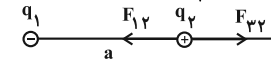
برای آن که هر سه بار در حال تعادل باشند (برایند نیروهای وارد بر هر یک از بارها برابر صفر باشد) باید q_1 و q_3 همنام و q_2 مختلف علامه با آنها باشد. بنابراین بار q_3 باید منفی باشد.قدم اول: با فرض این که برایند نیروهای وارد بر q_3 برابر صفر است می توان نسبت فاصله ها را تعیین کرد.



$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow k \frac{|q_2| |q_3|}{r_{23}^2} = k \frac{|q_1| |q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow \frac{1}{b^2} = \frac{16}{(a+b)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{4}{a+b} \Rightarrow a+b = 4b \Rightarrow a = 3b$$

قدم دوم: حال با داشتن نسبت فاصله ها، با فرض این که برایند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر صفر است، می توان بار q_3 را تعیین کرد.



$$F_{12} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{a^2} = \frac{|q_3|}{b^2} \Rightarrow \frac{16}{(3b)^2} = \frac{|q_3|}{b^2}$$

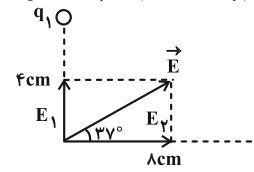
$$|q_3| = \frac{16}{9} \mu\text{C} \Rightarrow q_3 = -\frac{16}{9} \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

(امیراحمد میرسعید)

گزینه «۲» - ۶۸

باید بار q_2 منفی باشد تا برایند میدان به صورت شکل زیر شود.



$$\cos^2 37^\circ + \sin^2 37^\circ = 1 \Rightarrow \cos^2 37^\circ = 0.8$$

$$\tan 37^\circ = \frac{E_1}{E_2} \Rightarrow \frac{0.6}{0.8} = \frac{k \frac{|q_1|}{4 \times 4}}{k \frac{|q_2|}{3 \times 3}}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{64 \times 1 / 5}{16 |q_2|} \Rightarrow |q_2| = 8 \mu\text{C} \Rightarrow q_2 = -8 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)



با توجه به نمودار داده شده داریم:

$$\frac{\mathcal{E}}{2r} = 2, \quad \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = 24$$

$$\xrightarrow{\mathcal{E}=4r} \frac{\mathcal{E}^2}{\mathcal{E}} = 24 \Rightarrow \mathcal{E} = 24V \Rightarrow r = 6\Omega$$

اگر مقاومت $R = 10\Omega$ باشد داریم:

$$\Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \Rightarrow I = \frac{24}{10+6} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} A$$

$$P = -rI^2 + \mathcal{E}I = \left(-6 \times \frac{9}{4}\right) + \left(24 \times \frac{3}{2}\right)$$

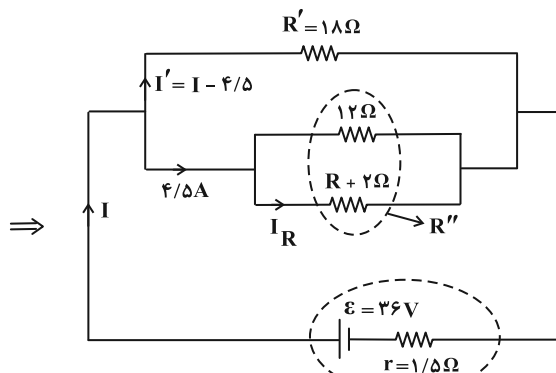
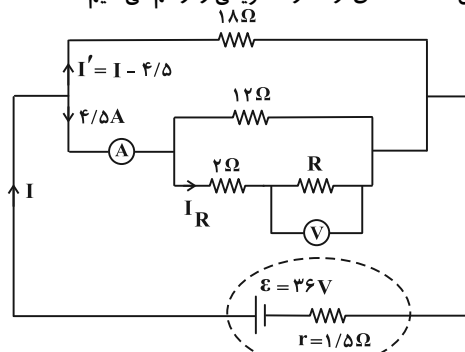
$$= -\frac{27}{2} + \frac{72}{2} = \frac{45}{2} \Rightarrow P = 22.5W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه ۴۹ تا ۵۲)

(مبتنی کوئیان)

۷۴- گزینه «۳»

ابتدا شکل ساده شده‌ای از مدار الکتریکی را رسم می‌کنیم:



اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۸ اهمی، برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مولد است، بنابراین:

$$\begin{cases} V_{\text{دوسر مولد}} = \mathcal{E} - rI \\ V_{\text{دوسر مولد}} = V' \end{cases} \Rightarrow \mathcal{E} - rI = R'I' \\ \Rightarrow 36 - 1/5 I = 18(I - 4/5) \Rightarrow I = 6A; \quad I' = 1/5 A$$

وقتی دو مقاومت به‌طور موازی به هم وصل شوند، نسبت شدت جریان آن‌ها برابر نسبت وارون مقاومت آن‌ها است. پس:

$$R'' = \frac{1/5}{4/5} R' = \frac{1}{3} R' = 6\Omega \Rightarrow 6 = \frac{12(R+2)}{14+R} \Rightarrow R = 10\Omega$$

بنابراین جریان شاخه شامل مقاومت $(I_R)R$ برابر با $2/25 A$ است. پس:

$$V_R = RI_R = (10)(2/25) = 22/5V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه ۵۰ تا ۷۴)

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 \\ \xrightarrow{\frac{R_2}{R_1} = 16} \frac{D_1}{D_2} = 2 \Rightarrow D_2 = \frac{1}{2} D_1$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۷۲- گزینه «۳»

(شیرازی)

در ابتدا باید دقت داشت که چون مولد آرمانی است پس $V = \mathcal{E}$ و ولتاژ دو سر مولد در هر دو حالت مقداری ثابت است. از طرفی ولتاژ دو سر مجموعه

لامپ‌ها با ولتاژ دو سر مولد برابر است. پس طبق رابطه $P_t = \frac{V_t^2}{R_{eq}}$,

می‌توان گفت $P_t \propto \frac{1}{R_{eq}}$. حال فرض می‌کنیم اندازه مقاومت هر لامپ R

باشد. پس:

در حالت کلید باز:

$$\begin{cases} R' = 2R \text{ شاخه بالا} \\ R'' = 3R \text{ شاخه پایین} \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2R \times 3R}{2R + 3R} \\ = \frac{6}{5} R = 1/2 R \quad (1)$$

در حالت بسته بودن کلید، لامپ پایین سمت راست، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. پس:

در حالت کلید بسته:

$$\begin{cases} R' = 2R \text{ شاخه بالا} \\ R'' = 2R \text{ شاخه پایین} \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R \quad (2)$$

با مقایسه روابط (۱) و (۲) مشاهده می‌شود که مقاومت معادل با بسته شدن کلید کاهش می‌یابد، پس طبق رابطه (*)، توان کل افزایش می‌یابد. پس:

$$P_{1t} + \Delta P_{1t} = P_{2t} \text{ باز بودن} \\ (*) \Rightarrow \frac{P_{2t}}{P_{1t}} = \frac{R_{eq1}}{R_{eq2}} \Rightarrow \frac{P_{2t}}{P_{1t}} = \frac{1/2 R}{R} = 1/2 = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow P_{1t} = \frac{5}{6} P_{2t} \Rightarrow P_{2t} = \frac{5}{6} P_{2t} + \Delta P_{2t}$$

$$\Rightarrow (1 - \frac{5}{6}) P_{2t} = \Delta P_{2t} \Rightarrow P_{2t} = 300W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

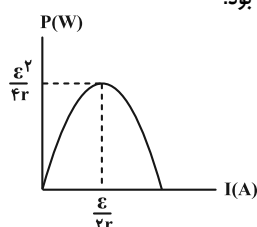
۷۳- گزینه «۲»

(عباس اصغری)

رابطه توان خروجی مولد برحسب جریان گذرنده از آن به شکل زیر است:

$$P = -rI^2 + \mathcal{E}I$$

بنابراین نمودار آن به شکل سهمی زیر خواهد بود.





۷۵- گزینه «۴»

(غلامرضا ممینی)

در صورتی که پتانسیومتر از پایه‌های A و B به مدار وصل شود، مقاومت متغیر را خواهیم داشت. ولی در مدار داده شده مقاومت متغیر نیست و حرکت لغزنده تاثیری روی مقاومت ندارد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۷۶- گزینه «۱»

(فرار رسولی)

در ابتدا بار ذره گذرنده از درون سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$q = +ne \Rightarrow q = 2 \times 10^{19} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} = 3.2 \times 10^{-19} \text{ C}$$

حالا میدان حاصل از سیملوله درون آن را محاسبه می‌کنیم:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \Rightarrow B = 4\pi \times 10^{-7} \frac{100 \times 100}{1} = 4 \times 10^{-2} \text{ T}$$

در نهایت با استفاده از رابطه $F = |q| v B \sin \alpha$ ، نیروی وارد بر ذره را محاسبه می‌کنیم:

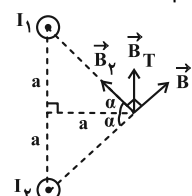
$$F = |q| v B \sin \alpha \Rightarrow F = 3.2 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^6 \times 4 \times 10^{-2} \times 1 = 6.4 \times 10^{-15} \text{ N}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۱۰۰)

۷۷- گزینه «۳»

(ممینی نکلوتیان)

میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست حامل جریان، در هر نقطه عمود بر خط واصل بین آن نقطه و سیم است. بنابراین با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی برآیند دو سیم را مطابق شکل زیر به دست می‌آوریم:



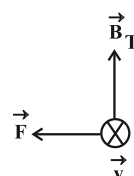
$$\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{2} B_1 = \sqrt{2} \mu_0 \frac{I_1}{2a} = 4 \times 10^{-4} \text{ T}$$

طبق قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر بار منفی به طرف چپ است و اندازه نیروی وارد بر آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = |q| v B_T \sin \theta = (2 \times 10^{-6} \text{ C}) (10^6 \text{ m/s}) (4 \times 10^{-4} \text{ T}) \sin 90^\circ = 8 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$F = (2 \times 10^{-6}) (10^6) (4 \times 10^{-4}) (1) = 8 \times 10^{-6} \text{ N}$$



(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۹۵)

۷۸- گزینه «۴»

(ممینی نکلوتیان)

با توجه به رابطه تغییر شار مغناطیسی داریم:

$$\Delta \Phi = BA(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

$$\begin{aligned} B &= 3 \times 10^{-2} \text{ T}; A = 600 \text{ cm}^2 = 6 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \\ \theta_1 &= 37^\circ; \cos \theta_1 = 0.8 \\ \theta_2 &= 53^\circ; \cos \theta_2 = 0.6 \end{aligned}$$

$$\Delta \Phi = (3 \times 10^{-2})(6 \times 10^{-2})(0.6 - 0.8) = -3.6 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

از طرفی با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده می‌توان نوشت:

$$|\bar{I}| = \frac{|\bar{\mathcal{E}}|}{R} = -\frac{N \Delta \Phi}{R \Delta t}$$

$$\begin{aligned} N &= 1; \Delta \Phi = -3.6 \times 10^{-5} \text{ Wb} \\ R &= 10 \Omega; \Delta t = 2 \text{ ms} = 2 \times 10^{-3} \text{ s} \end{aligned}$$

$$|\bar{I}| = \frac{3.6 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-3}} = 1.8 \times 10^{-3} \text{ A} = 1.8 \text{ mA}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۷۹- گزینه «۱»

(کامران ابراهیمی)

با توجه به رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ برای انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 1^2 \Rightarrow U = 0.1 \text{ J}$$

$$\Rightarrow U_{\min} = 0.1 I_{\min}^2 \quad (1)$$

$$I = t^2 - 8t + 20 = (t - 4)^2 + 4 \xrightarrow[t=I_{\min}]{} I_{\min} = 4 \text{ A} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} U_{\min} = 0.1 \times (4)^2 = 1.6 \text{ J} \Rightarrow U_{\min} = 1.6 \text{ (mJ)}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۸۰- گزینه «۱»

(معصومه شریعت‌ناصری)

با توجه به نمودار ابتدا دوره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{1}{320} \Rightarrow T = \frac{1}{400} \text{ s}$$

در گام بعدی معادله جریان متناوب را نوشته و جریان را در لحظه خواسته شده به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 2\sqrt{2} \sin \left(\frac{2\pi}{\frac{1}{400}} \times \frac{1}{320} \right)$$

$$\Rightarrow I = 2\sqrt{2} \sin \left(2\pi \times \frac{400}{320} \right) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)



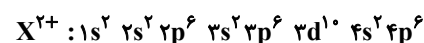
شیمی ۱ و شیمی ۲

۸۱- گزینه «۳»

(امیرمهر کنکرائی)

زیرلایه‌هایی با $n+l=5$ و $n+l=4$ در به ترتیب زیرلایه‌های $5s$ ، $4p$ ، $3d$ و $4s$ هستند.

اگر در یون X^{2+} تعداد الکترون‌ها در $n+l=5$ دو برابر تعداد الکترون‌ها در $n+l=4$ باشد، آرایش الکترونی آن به صورت زیر است:



پس X ، عنصر $38Sr$ است و عبارت صورت سؤال درست است. خلصت فلزی $38Sr$ از $37Rb$ کمتر است.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۴)

۸۲- گزینه «۳»

(ممد زبئی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست

عبارت دوم: درست

عبارت سوم: درست؛ در ایزوتوپ‌های یک عنصر، جرم اتمی میانگین به جرم اتمی ایزوتوپ فراوان‌تر نزدیک‌تر است.

عبارت چهارم: نادرست؛ با استفاده از مقیاس amu جرم اتم‌های پرتوزا (ناپایدار) را نیز می‌توان اندازه‌گیری کرد.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱ تا ۴۴)

۸۳- گزینه «۲»

(پیمان فواوی‌میر)

عدد اتمی X برابر ۴۳ و عدد اتمی Y برابر ۲۵ است. بر این اساس داریم:

• اختلاف عدد اتمی آن‌ها برابر ۱۸ است. (عدد اتمی آرگون ۱۸ می‌باشد).

• عنصر X پایدار نیست و در زمره عناصر ساختگی قرار دارد.

• دو عنصر متفاوت طیف نشری خطی متفاوت دارند.

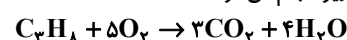
• در Y ، هفت الکترون ظرفیت داریم، پس ۲۸ درصد کل الکترون‌های آن جزو الکترون‌های ظرفیت هستند.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۵)

۸۴- گزینه «۳»

(ممد رضا پورباویر)

سوختن کامل پروپان طبق معادله زیر انجام می‌شود:



مطابق با این معادله، یک مول پروپان (به جرم ۴۴ گرم) با ۵ مول اکسیژن (با جرم ۱۶۰ گرم) به‌طور کامل با یکدیگر واکنش می‌دهند. جرم مخلوط اولیه برابر است با:

به این ترتیب حجم هر یک از این گازها در مخلوط اولیه عبارت است از:

$$102g \text{ مخلوط} \times \frac{44g C_3H_8}{204g \text{ مخلوط}} \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{44g C_3H_8}$$

$$\times \frac{22/4L C_3H_8}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 11/2L C_3H_8$$

$$102g \text{ مخلوط} \times \frac{160g O_2}{204g \text{ مخلوط}} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32g O_2}$$

$$\times \frac{22/4L O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 56L O_2$$

در نتیجه اختلاف حجم این دو گاز در مخلوط اولیه برابر خواهد بود با:

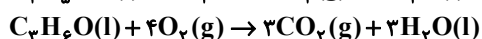
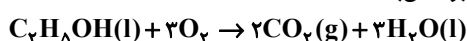
$$56L - 11/2L = 44/8L$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۶، ۵۷ و ۶۲ تا ۶۴)

۸۵- گزینه «۱»

(سعید تیزرو)

مطابق واکنش‌های زیر مجموع ضرایب H_2O در واکنش سوختن کامل اتانول و استون برابر ۶ می‌باشد:



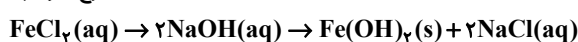
با توجه به واکنش‌های موازنه شده زیر، مجموع ضرایب گونه‌های حاضر در هیچ کدام از واکنش‌ها بزرگ‌تر از ۶ نمی‌باشد:



۶ = مجموع ضرایب :



۶ = مجموع ضرایب :



۶ = مجموع ضرایب :



۵ = مجموع ضرایب :

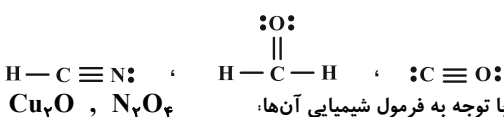
(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۸۶- گزینه «۱»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ درست

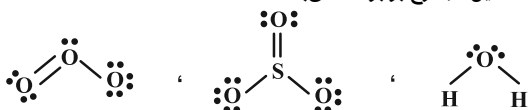


(ب درست؛ با توجه به فرمول شیمیایی آن‌ها:

(پ درست



(ت نادرست؛ این مجموع برابر ۱۶ می‌باشد.

(ث نادرست؛ بوکسیت Al_2O_3 ناخالص است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۸۷- گزینه «۲»

(امیرحسین طیبی)

جرم یک لیتر از آن متناسب چگالی است و می‌دانیم که اوزون به دلیل تعداد اتم بیشتر، جرم مولی بیشتر و چگالی بیشتری دارد.

دمای جوش اوزون از اکسیژن، بیشتر است.

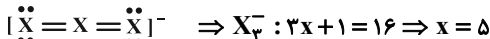
$$O_3 : -112^\circ C$$

$$O_2 : -183^\circ C$$

فقط مورد اول برای اوزون کمتر از اکسیژن است. چون $64g$ اوزون حاوی مول‌های کمتری از اوزون است. آسیب‌رسانی اوزون به ریه انسان به خاطر واکنش‌پذیری بیشتر آن است.



Y متعلق به گروه ۱۶ و دوره سوم است در نتیجه عنصر Y همان S_{۱۶} است.



عنصر X متعلق به گروه ۱۵ و دوره دوم است در نتیجه عنصر X همین N_{۱۵} است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) گاز NO_۲ درون هوا و در حضور نور خورشید اوزون تروپوسفری را ایجاد می‌کند.

(۳) سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز داشته باشد.

(۴) گاز SO_۳ می‌تواند باعث ایجاد باران اسیدی شود اما باید دقت داشته باشید که گاز حاصل از فعالیت‌های صنعتی SO_۲ است نه SO_۳.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵، ۵۶ و ۶۰ تا ۶۲، ۷۰، ۷۵ و ۷۶)

۹۱- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

مولکول‌های H_۲O و HF به ترتیب تا نقطه جوش ۱۰۰ و ۱۹ درجه سانتی گراد، تنها ترکیب‌های دارای نقطه جوش مثبت در بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ جدول دوره‌ای هستند.

تمامی عبارت‌ها درست می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: مولکول‌های H_۲O و H_۲S مدل فضاپرکن و ساختار لوئیس یکسانی داشته و هر دو به دلیل قطبی بودن در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند. در حالی که H_۲S در دمای اتاق به حالت گاز و H_۲O به حالت مایع است.

عبارت‌های دوم و سوم: مطابق متن صفحات ۱۰۵ و ۱۰۷ کتاب درسی درست می‌باشند.

عبارت چهارم: مطابق اعداد گزارش شده در کتاب درسی نقطه جوش ترکیب‌های آب، اتانول و استون به ترتیب برابر ۱۰۰، ۷۸ و ۵۶ درجه سانتی گراد می‌باشد، پس اختلاف نقطه جوش این ترکیب‌ها یکسان و برابر ۲۲ درجه سانتی گراد است.

عبارت پنجم: انحراف ترکیب X به سمت میله شیشه‌ای باردار نشان‌دهنده قطبی بودن آن است. تمامی ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ جدول دوره‌ای نیز قطبی بوده و همانند مولکول X در میدان جهت‌گیری می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۹۲- گزینه «۳»

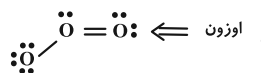
(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

ابتدا از روی مولاریته و حجم محلول، کل مول یون‌های نیترات را به دست می‌آوریم:

$$C_M = \frac{n(\text{mol})}{V(L)} \Rightarrow 0.2 = \frac{x \text{ mol NO}_3^-}{3L}$$

$$\Rightarrow x = 0.6$$

در ادامه فرض می‌کنیم X مول از یون نیترات توسط منیزیم نیترات و X - ۰.۶ مول نیز توسط آمونیم نیترات تأمین شده است. سپس از روی مول یون نیترات به جرم منیزیم نیترات و آمونیم نیترات رسیده و مجموع جرم این دو ماده را برابر با ۴۵/۶ گرم قرار می‌دهیم تا X به دست آید:



اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در اوزون برابر ۳ و در اکسیژن برابر ۲ است.

اوزون واکنش‌پذیری بیشتری از اکسیژن دارد و برخلاف اکسیژن به ریه انسان آسیب می‌رساند.

میزان نیروی وارد شده به دیواره ظرف معادل فشار گاز است. اگر دو نمونه با جرم برابر از این دو گاز داشته باشیم نمونه اکسیژن مول‌های بیشتری داشته و در نتیجه فشار بیشتری به دیواره ظرف وارد می‌کند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۹)

۸۸- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

N_۲ و H_۲ حتی در حضور جرقه هم واکنش نشان نمی‌دهد، برای انجام این واکنش دمای ۴۵۰°C و فشار ۲۰۰ atm و کاتالیزگر آهن نیاز است.

گزینه «۱»: H_۲ و O_۲ در حضور جرقه و یا کاتالیزگر پلاتین، آب تولید می‌کنند. گزینه «۲»: N_۲ و O_۲ در موتور خودروها و یا رعد و برق که دما خیلی بالاست واکنش می‌دهد.

گزینه «۴»: NO_۲ و O_۲ در حضور نور خورشید واکنش داده NO و O_۳ تروپوسفری تولید می‌کنند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۵، ۷۶، ۸۱ و ۸۲)

۸۹- گزینه «۲»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی گزینه‌ها:

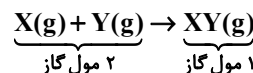
به کمک فرمول مقایسه‌ای زیر می‌توان سؤال را حل کرد.

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1 \times n_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2 \times n_2}$$

با توجه به این که محفظه در بسته است می‌توان نتیجه گرفت V_۱ = V_۲. همچنین طبق اطلاعات سؤال فشار نیز ثابت است پس P_۱ = P_۲. در نتیجه با جای‌گذاری سایر اطلاعات در فرمول بالا داریم:

$$T_1 \times n_1 = T_2 \times n_2 \Rightarrow T \times n_1 = 2T \times n_2 \Rightarrow n_2 = \frac{1}{2} n_1$$

به عبارتی با توجه به محاسبات انجام شده، پس از انجام واکنش مول مواد گازی باید نصف مقدار اولیه شود. یعنی باید واکنشی را انتخاب کنیم که مجموع ضرایب مواد گازی در سمت راست معادله، نصف مجموع ضرایب مواد در سمت چپ معادله باشد یعنی گزینه «۲».

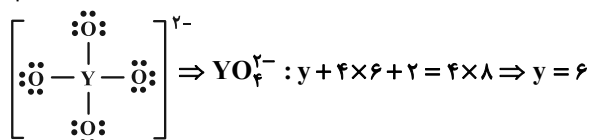


(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۹۰- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

اگر تعداد الکترون‌های ظرفیت Y و X را به ترتیب y و x فرض کنیم:





رسوب $90 - 50 = 40 \text{ g}$

درصد این مقدار رسوب با توجه به مقدار نمک اولیه حل شده برابر است با:

$$\text{درصد رسوب} = \frac{\text{جرم رسوب}}{\text{جرم نمک حل شده}} \times 100 = \frac{40}{90} \times 100 \approx 44.4\%$$

درصد جرمی نمک باقی مانده در محلول پایانی نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

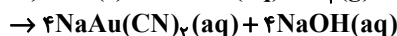
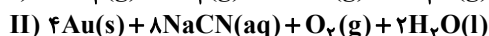
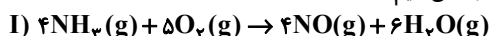
$$\text{درصد جرمی حل شونده} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{50}{150} \times 100 \approx 33.3\%$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

(افسان پنبه‌شاهی)

۹۵- گزینه «۳»

واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی در واکنش (I) برابر ۱۹ و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در واکنش (II) برابر ۱۶ است.

(۲) فلز Fe به عنوان کاتالیزگر در تولید NH_3 در فرایند هابر به کار می‌رود.

(۴) مخلوطی از O_2 و N_2 (نه NH_3) می‌تواند به جای هوا برای پر کردن تایر خودرو به کار رود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

(روزبه رضوانی)

۹۶- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ این جمله در مورد فلزات درست است، نه همه عناصرها

(۲) نادرست؛ این مورد برای هالوژن‌ها درست است، هالیدها آنیون‌های حاصل از دریافت یک الکترون توسط هالوژن‌ها هستند.

(۳) نادرست؛ دقیقاً برعکس است.

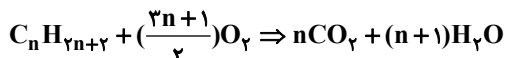
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

(عمید زبئی)

۹۷- گزینه «۲»

بررسی موارد:

مورد اول؛ نادرست؛



با توجه به معادله موازنه شده واکنش سوختن آلکان‌ها، به ازای سوخت یک مول آلکان، مول آب تولید شده $(n+1)$ یک واحد بیشتر از مول کربن دی‌اکسید تولید شده (n) است، برای مثال اگر دو مول آلکان بسوزد، مول آب تولید شده $(2n+2)$ و مول کربن دی‌اکسید تولید شده $(2n)$ خواهد بود و تفاوت مول آن‌ها دو واحد می‌شود.

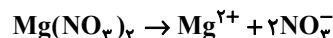
نکته: به ازای سوختن کامل X مول آلکان، مول آب تولید شده، X واحد بیشتر از مول کربن دی‌اکسید تولید شده خواهد بود.

مورد دوم؛ درست؛ در آلکان‌ها با افزایش جرم مولی، درصد جرمی C افزایش و درصد جرمی H کاهش می‌یابد.

مورد سوم؛ درست؛ در آلکان‌ها با افزایش شماره اتم‌های کربن، تفاوت نقطه جوش دو آلکان متوالی کاهش می‌یابد.

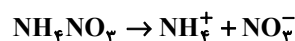
مورد چهارم؛ نادرست؛ آلکان‌ها، هیدروکربن سیر شده هستند نه کربوهیدرات.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱ تا ۴۸)



$$? \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2 = x \text{ mol NO}_3^- \times \frac{1 \text{ mol Mg}(\text{NO}_3)_2}{2 \text{ mol NO}_3^-}$$

$$\times \frac{148 \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2}{1 \text{ mol Mg}(\text{NO}_3)_2} = 74x \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2$$



$$? \text{ g NH}_4\text{NO}_3 = (0.6 - x) \text{ mol NO}_3^- \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{1 \text{ mol NO}_3^-}$$

$$\times \frac{80 \text{ g NH}_4\text{NO}_3}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} = (48 - 80x) \text{ g NH}_4\text{NO}_3$$

$$(74x) \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2 + (48 - 80x) \text{ g NH}_4\text{NO}_3 = 45 / 6$$

$$\Rightarrow x = 0.4 \text{ mol}$$

حال با جای گذاری X در مقادیر به دست آمده در محاسبات قبلی، گرم آمونیم نیترات و منیزیم نیترات را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{g Mg}(\text{NO}_3)_2 = 74x = 74 \times 0.4 / 4 \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2$$

$$\text{g NH}_4\text{NO}_3 = 48 - 80x = 48 - (80 \times 0.4 / 4) = 16 \text{ g NH}_4\text{NO}_3$$

در نهایت نسبت جرم منیزیم نیترات به آمونیم نیترات را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{g Mg}(\text{NO}_3)_2}{\text{g NH}_4\text{NO}_3} = \frac{74 \times 0.4 / 4}{16} = \frac{74}{40} = \frac{37}{20} = \frac{18.5}{10} = 1.85$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(روزبه رضوانی)

۹۳- گزینه «۳»

$$\text{Mg}^{2+} \text{ درصد جرمی} = \frac{9.5 \text{ g}}{106 \text{ g}} \Rightarrow \frac{9.5}{95} = 0.1 \text{ mol MgCl}_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Mg}}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{24 \text{ g Mg}}{1 \text{ mol Mg}} = 2.4 \text{ g}$$

$$\text{Mg}^{2+} \text{ درصد جرمی} = \frac{2.4}{106} \times 100 = 2.26\%$$

$$\text{Cl}^- \text{ درصد جرمی} = \frac{9.5}{95} = 0.1 \text{ mol MgCl}_2$$

$$\times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{35.5 \text{ g}}{1 \text{ mol Cl}^-} = 7.1 \text{ g Cl}^-$$

$$\text{Cl}^- \text{ درصد جرمی} = \frac{7.1}{106} \times 100 = 6.69\%$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(محمدرضا پوریاوید)

۹۴- گزینه «۳»

اگر فرض کنیم ۱۰۰ گرم آب خالص داریم، جرم محلول‌های سیر شده نمک AB درد مای ذکر شده برابر است با:

$$\text{محلول سیر شده } 100 \text{ g AB} + 90 \text{ g آب} = 190 \text{ g}$$

$$\text{محلول سیر شده } 100 \text{ g AB} + 50 \text{ g آب} = 150 \text{ g}$$

بنابراین رسوب حاصل بر اثر سرد کردن چنین محلولی از دمای 80°C تا

30°C برابر خواهد بود با:



۹۸- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

ابتدا معادله واکنش را به صورت پارامتری برحسب n موازنه می‌کنیم:با توجه به معادله بالا، بازده درصدی واکنش برابر با $24n$ درصد می‌باشد.

$$? g NO = \frac{1}{1806} \times 10^{23} \text{ atom M} \times \frac{1 \text{ mol M}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom M}}$$

$$\times \frac{n \text{ mol NO}}{3 \text{ mol M}} \times \frac{24n}{100} \times \frac{30 g NO}{1 \text{ mol NO}} = 2/88 g NO$$

$$\Rightarrow 0/72n^2 = 2/88 \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow n = 2$$

(شیمی ۲- قرر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶)

۹۹- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

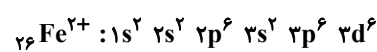
بررسی همه موارد:

الف) درست؛ سه فلز قلیایی سبک تر، $11Na$ ، $19K$ و $3Li$ می‌باشند، می‌دانیم که هر چه شعاع اتمی کوچک تر باشد جاذبه هسته بر الکترون‌های لایه آخر بیشتر می‌شود در نتیجه در بین این ۳ فلز، $3Li$ بیشترین جاذبه هسته به الکترون لایه آخر را دارد. همچنین می‌دانیم که در بین فلزهای اصلی هر چه شعاع اتمی بیشتر باشد خصلت فلزی بیشتر است و در واکنش با گاز کلر پرتوی با انرژی بیشتر و طول موج کمتر آزاد می‌کند. از بین این ۳ فلز، Li کمترین خصلت فلزی و بیشترین طول موج پرتوی آزاد شده را دارد.

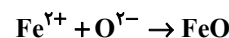
ب) درست؛ از آنجایی که زیرلایه s تنها گنجایش ۲ الکترون دارد، بنابراین مقدار x برابر با ۱ یا ۲ می‌باشد. از آنجایی که گفته شده $n + x = 5$ می‌باشد. دو فلز بیشتر مطرح نخواهند بود که یکی از آن‌ها $19K$ با زیرلایه آخر $4s^1$ و دیگری $12Mg$ با زیرلایه آخر $3s^2$ می‌باشد. همان‌طور که می‌دانیم شعاع اتمی $19K$ از $12Mg$ بیشتر است.

پ) نادرست؛ هالوژن‌ها در واکنش با گاز هیدروژن ترکیبات مولکولی تشکیل می‌دهند در نتیجه یون هالید نمی‌سازند.

ت) نادرست؛ کاتیون مورد نظر $2e^+$ است:



$$\Rightarrow \frac{\text{الکترون‌های } d}{\text{کل الکترون‌ها}} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

زیروند کاتیون و آنیون در FeO با یکدیگر برابر است.

(شیمی ۲- قرر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۱۰۰- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

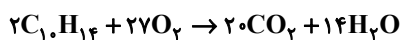
تمامی موارد درست می‌باشند.

بررسی موارد:

مورد اول: فرمول مولکولی این ترکیب C_4H_{14} بوده و تعداد اتم‌های هیدروژن آن با اتم‌های هیدروژن ششمین آلکان (هپتن: C_7H_{14}) یکسان است.

مورد دوم: برای از بین بردن پیوندهای دوگانه و سیر شدن ساختار به ۳ مولکول برم (Br_2) با جرم $3 \times 16 = 48 g$ نیاز است. در نتیجه نیم مول از این ترکیب برای سیر شدن به نصف این مقدار یعنی ۲۴ گرم Br_2 نیاز دارد.

مورد سوم: واکنش سوختن کامل این ترکیب به صورت زیر است:

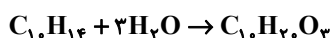


$$0/1 \text{ mol } C_4H_{14} \times \frac{75}{100} \times \frac{27 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } C_4H_{14}} \times \frac{22/4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$= 22/68 \text{ L } O_2$$

مورد چهارم: ساختار حاوی ۶ پیوند $C-H$ بوده و شمار گروه $4Cr$ به عنوان نخستین عنصری که از اصل آفیا پیروی نمی‌کند نیز برابر ۶ است.

مورد پنجم: برای شکستن پیوندهای دوگانه و سیر شدن ساختار به ۳ مولکول آب نیاز است و فرمول مولکولی فراورده نهایی پس از افزودن ۳ مولکول آب به صورت $C_4H_8O_3$ می‌باشد:

فرمول مولکولی $C_4H_8O_3$:

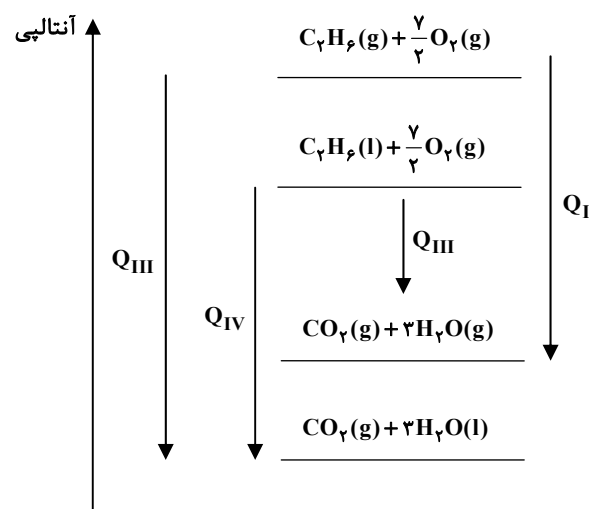
$$(10 \times 12) + (8 \times 1) + (3 \times 16) = 188 g \cdot mol^{-1}$$

(شیمی ۲- قرر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱۰۱- گزینه «۲»

(عمید زبئی)

با توجه به نمودار، اختلاف سطح انرژی $C_4H_6(g)$ و $C_4H_6(l)$ کمتر از اختلاف سطح انرژی $H_2O(g)$ و $H_2O(l)$ است، چون نیروهای جاذبه بین مولکولی آب (پیوند هیدروژنی) قوی‌تر از نیروهای جاذبه وان‌دروالسی میان مولکول‌های C_4H_6 است. پس $Q_{IV} > Q_I$ خواهد بود.

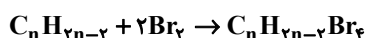


(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۵۹)

۱۰۲- گزینه «۴»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

نکته آموزشی: در آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها، به ترتیب با افزایش تعداد کربن، درصد جرمی کربن افزایشی، ثابت و کاهشی می‌باشد. با توجه به نکته بالا، ترکیب مورد نظر جزء خانواده آلکین‌هاست و واکنش این مواد با برم به صورت زیر است:



با توجه به این که درصد جرمی کربن در ترکیب حاصل ۱۰ درصد است، می‌توان فرمول آلکین را به دست آورد:

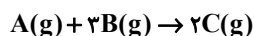
$$10 = \frac{12 \times n}{12 \times n + 1 \times (2n - 2) + 80 \times 4} \times 100 \Rightarrow n = 3$$



بازه زمانی صفر تا ۱۵ ثانیه:

$$\frac{|\Delta n_A|}{\Delta n_C} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{0/75}{1/5} = \frac{x}{z} \Rightarrow z = 2x$$

با توجه به نسبت‌های محاسبه شده، واکنش مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:



برای محاسبه a و b به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{|1/25 - 2|}{|a - 2|} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2/75 \quad \text{بازه زمانی صفر تا ۱۵ ثانیه:}$$

$$\frac{|0/75 - 1/25|}{b - 1/5} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 2/5 \quad \text{بازه زمانی ۱۵ تا ۳۰ ثانیه:}$$

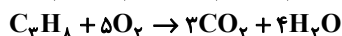
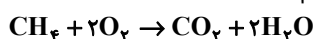
نسبت a به b برابر ۱/۱ خواهد بود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۹۵)

(پیمان فواوی مجری)

۱۰۵- «گزینه ۱»

ابتدا معادله واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



مول تولید شده CO_2 را با توجه به سرعت متوسط آن تعیین می‌کنیم.

$$4/5 = \frac{\text{mol } CO_2}{0/5} \Rightarrow \text{mol } CO_2 = 2/25$$

اگر مول CH_4 را n_1 و مول C_3H_8 را n_2 فرض کنیم داریم:

$$\begin{cases} 16n_1 + 44n_2 = 35 \\ n_1 + 3n_2 = 2/25 \end{cases} \Rightarrow n_2 = 0/25, n_1 = 1/5$$

جرم پروپان و متان در مخلوط اولیه برابر است با:

$$1/5 \text{ mol } CH_4 \times \frac{16 \text{ g } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} = 24 \text{ g}$$

$$0/25 \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{44 \text{ g } C_3H_8}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 11 \text{ g}$$

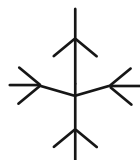
پس اختلاف جرم آن‌ها ۱۳ گرم خواهد بود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

(پارسا عیوض پور)

۱۰۶- «گزینه ۳»

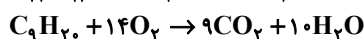
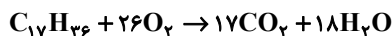
سنگین‌ترین آلکانی که طویل‌ترین زنجیره کربنی آن ۵ کربن داشته باشد به شکل زیر است:



فرمول این ترکیب $C_{17}H_{36}$ است.

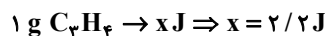
بررسی موارد:

مورد اول: درست



$$\frac{18 - 17}{(10 + 9) - (14 + 7)} = \frac{1}{4}$$

پس ترکیب مورد نظر C_9H_{20} می‌باشد. جرم مولی این ترکیب ۴۰ گرم بر مول می‌باشد. طبق گفته سؤال برای افزایش دمای ۱ مول از این ترکیب به اندازه $1^\circ C$ ، ۸۸ ژول گرما لازم است پس گرمای لازم برای افزایش دمای ۱ گرم از این ترکیب به اندازه $1^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم تا ظرفیت گرمایی ویژه به دست آید.



پس ظرفیت گرمایی ویژه این ترکیب برابر با $\frac{2/22 \text{ J}}{\text{g} \times ^\circ C}$ می‌باشد. حال

گرمای لازم برای افزایش نمونه $20^\circ C$ گرمی به اندازه $10^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = 20 \times 2/22 \times 10 \Rightarrow Q = 440 \text{ J}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

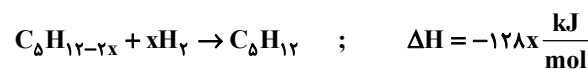
(امیرمسین طیبی)

۱۰۳- «گزینه ۲»

در این واکنش به ازای شکستن هر پیوند دوگانه $C=C$ ، یک پیوند $H-H$ نیز شکسته شده، یک پیوند $C-C$ و ۲ پیوند $C-H$ تولید می‌شود، در نتیجه ΔH این واکنش را می‌توان به این صورت برحسب x محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} \Delta H &= \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته شده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای تشکیل شده} \right] \\ &= x \times (\Delta H_{(C=C)} + \Delta H_{(H-H)} - \Delta H_{(C-C)} - 2\Delta H_{(C-H)}) \\ &= x \times (614 + 436 - 348 - 2(415)) = -128x \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \end{aligned}$$

حال به محاسبه مقدار x می‌پردازیم:



$$? \text{ kJ} = 17 \text{ g } C_5H_{12-2x} \times \frac{1 \text{ mol } C_5H_{12-2x}}{(72-2x) \text{ g } C_5H_{12-2x}}$$

$$\times \frac{128 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_5H_{12-2x}} = 64 \text{ kJ}$$

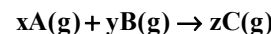
$$\Rightarrow 34x = 72 - 2x \Rightarrow 36x = 72 \Rightarrow x = 2$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۸)

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاضی)

۱۰۴- «گزینه ۳»

از آنجایی که مول A و B در ابتدای واکنش غیرصفر و مول C برابر با صفر می‌باشد پس A و B واکنش دهنده و C فراورده است. پس معادله واکنش به صورت زیر خواهد بود: (x, y, z) ضرایب فرضی هستند.



می‌دانیم در بازه زمانی یکسان، تغییرات غلظت مواد متناسب با ضریب استوکیومتری‌شان است پس:

بازه زمانی صفر تا ۳۰ ثانیه:

$$\frac{|\Delta n_A|}{|\Delta n_B|} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{1/25}{3/75} = \frac{x}{y} \Rightarrow y = 3x$$

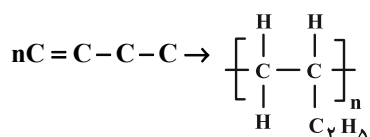


(مهمر عظیمیان زواره)

گزینه ۳» ۱۰۸

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ واحد تکرارشونده حاصل از پلیمر کردن ۱-بوتن به صورت زیر می‌باشد:



(ب) درست؛ زیرا شمار کربن استیک اسید کمتر می‌باشد. با افزایش شمار کربن در اسیدهای آلی و بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه کرده و از انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاسته می‌شود.

(پ) درست؛ زیرا هر دو دارای پیوندهای O-H یا N-H می‌باشند.

(ت) درست؛ ۴ آلکان اول برخلاف ۱، ۲-دی برمواتان در دمای اتاق به حالت گاز موجودند.

(ث) نادرست؛ جرم مولی میانگین پلی اتن تولید شده به نسبت مولی کاتالیزورها بستگی دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ و

قرر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۵ و ۴۰)

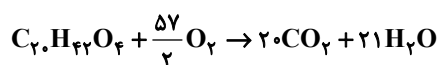
(همیر زهی)

گزینه ۴» ۱۰۹

بررسی موارد:

مورد اول؛ درست؛ فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_{20}\text{H}_{22}\text{O}_4$ بوده و دارای ۵۵ جفت الکترون پیوندی است.

مورد دوم؛ نادرست



مورد سوم؛ درست؛ دارای گروه عاملی کربوکسیل (---C(=O)OH) است و می‌تواند در واکنش با یک الکل تک عاملی، استر تولید کند.

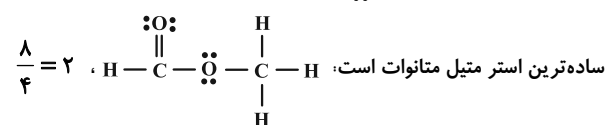
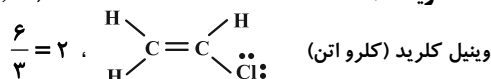
مورد چهارم؛ درست

مورد پنجم؛ درست؛ دارای ۲۲ اتم هیدروژن است که فقط یکی از آن‌ها به O متصل است، مابقی اتم‌های هیدروژن به C متصل شده‌اند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱)

(مهمر عظیمیان زواره)

گزینه ۴» ۱۱۰



بررسی عبارت‌های درست:

(۱) فرمول مولکولی سیانواتن و استیرین به ترتیب $\text{C}_7\text{H}_3\text{N}$ و C_8H_8 می‌باشد.

(۲) فرمول ساختاری این دی اسید به صورت $\text{HO---C(=O)---C}_6\text{H}_4\text{---C(=O)---OH}$ و فرمول مولکولی آن به صورت $\text{C}_{10}\text{H}_8\text{O}_4$ می‌باشد.

(۳) واحد سازنده سلولز، گلوکز و واحد سازنده پلی‌اتن، اتن (اتیلن) می‌باشد. هر دو مونومر در گیاهان یافت می‌شوند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۳ و ۱۰۴)

مورد دوم؛ نادرست؛ با توجه به این که در واکنش هیدروژن‌دار کردن آلکن‌ها، یک پیوند $\text{C}=\text{C}$ را باید به $\text{C}-\text{C}$ تبدیل کنیم، از هیدروژن‌دار کردن هیچ آلکنی نمی‌توان به آلکان مد نظر رسید. چرا که هیچ دو کربنی در این ترکیب امکان برقراری پیوند دوگانه را نداشته‌اند.

مورد سوم؛ نادرست؛ آلکان‌ها با هر ساختاری غیرقطبی هستند.

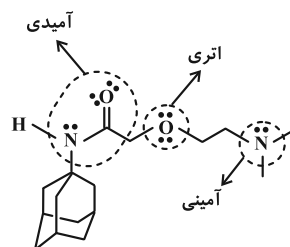
مورد چهارم؛ درست؛ $\text{C}_{17}\text{H}_{36}$ ، ۱۶ پیوند $\text{C}-\text{C}$ و ۳۶ پیوند $\text{C}-\text{H}$ دارد که اختلاف این دو برابر ۲۰ است. ساختار ذکر شده دارای ۲۰ پیوند $\text{C}-\text{H}$ است.

(شیمی ۲- قرر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

گزینه ۲» ۱۰۷

(امیرمسین طیبی)

موارد اول و سوم به درستی بیان شده‌اند.



بررسی همه موارد:

مورد اول؛ درست:

$$= \frac{(16 \times 4) + (28 \times 1) + (2 \times 3) + (2 \times 1)}{2} = 50$$

$$= 6 = (2 \times 1) + (2 \times 2) = \text{تعداد جفت‌های ناپیوندی}$$

اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در آن برابر $50 - 6 = 44$ می‌باشد.

مورد دوم؛ نادرست:

$$= \frac{\text{جرم C} + \text{جرم O}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{(2 \times 16) + (16 \times 12)}{(16 \times 12) + (28 \times 1) + (2 \times 14) + (3 \times 16)} \times 100$$

$$= \frac{224}{280} \times 100 = 80\%$$

مورد سوم؛ درست؛ به دلیل داشتن اتم هیدروژن متصل به اتم N، می‌تواند با مولکول‌های خود، پیوند هیدروژنی برقرار کند. ویتامین C نیز به دلیل داشتن هیدروژن متصل به O، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد.

مورد چهارم؛ نادرست:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{16+28+2+2}{4} = \frac{48}{4} = 12 \\ \Rightarrow 2 \times 9 \neq 12 \\ \frac{\text{اتم‌ها}}{\text{عنصرها}} = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9 \end{array} \right. \text{ (C}_{10}\text{H}_{18}\text{) نفتالن}$$

مورد پنجم؛ نادرست؛ گروه عاملی آلکین در این ترکیب پیوند N-H ندارد، به همین دلیل قابلیت واکنش دادن با کربوکسیلیک اسیدها و تشکیل گروه عاملی آمید را ندارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم، پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛

صفحه‌های ۳۲ و ۶۸ تا ۸۰ و ۱۱۰ تا ۱۱۶)