



دفترچه پاسخ

آزمون ۱۳ مرداد ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی - کاظم اجلالی - عباس اشرفی - امیر هوشنگ انصاری - رحمان پور رحیم - محمد سجاد پیشوایی - محمد ابراهیم توزنده جانی - عادل حسینی - وحید راحتی - بابک سادات - سهیل ساسانی - علی اصغر شریفی - پویان طهرانیان - حمید علیزاده - احسان غنی زاده - معین کرمی - لایلا مرادی - مهدی ملارمضانی - سروش موثینی - حامد نصیری
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - حنا هه اتفاقی - علی ایمانی - محبوبه بهادری - جواد حاتمی - سید محمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - سوگند روشنی - سید محسن فاطمی - مهرداد ملوندی - سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	محمد مهدی ابوترابی - امیر حسین ابومحبوب - جواد حاتمی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - امیر هوشنگ خسته - سید وحید ذوالفقاری - سوگند روشنی - نیلوفر مهدوی - سروش موثینی - محمد علی نادرپور - امیر وفائی
فیزیک	هاشم زمانیان - محمد ساکی - معصومه شریعت ناصری - مریم شیخمو - پوریا علاقه مند - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - غلامرضا محبی - محمود منصوری - امیر احمد میرسعید - مجتبی نکوئیان
شیمی	هدی بهاری پور - امیر حاتمیان - ایمان حسین نژاد - سینا رحمانی تبار - علی طرفی - امیر حسین طیبی - محمد یار سا - فراهانی - علیرضا کیانی دوست - امیر حسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	حمید زرین کشش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد : محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه : محیا اصغری مسئول دفترچه : الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱ ۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه «۲» -۱

(ومید راشقی)

$$\begin{cases} f(2) + g(2) = 3 \\ f(2) - g(2) = 7 \end{cases} \Rightarrow 2f(2) = 10 \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 5 \\ g(2) = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^2(2) - 3g(2) = 25 - 3(-2) = 31$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه «۳» -۲

(امسان غنی زاده)

با توجه به دامنه تابع f داریم:

$$D_f : ax - b \geq 0$$

$$\frac{a > 0}{D_f = [-2, +\infty)} \rightarrow x \geq \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = -2 \Rightarrow b = -2a$$

$$3y - 2x = 9 \xrightarrow{x=0} 3y = 9 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow A(0, 3)$$

نقطه $A(0, 3)$ در ضابطه f صدق می‌کند، پس داریم:

$$f(0) = 3 \Rightarrow 1 + \sqrt{-b} = 3 \Rightarrow \sqrt{-b} = 2 \Rightarrow b = -4$$

$$\frac{b = -2a}{-4 = -2a} \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 + \sqrt{2x + 4}$$

$$\Rightarrow f(a - b) = f(2 - (-4)) = f(6) = 1 + \sqrt{2 \times 6 + 4}$$

$$\Rightarrow 1 + \sqrt{16} = 1 + 4 = 5$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

گزینه «۳» -۳

(ممد علیزاده)

برای هر ضابطه برد را حساب می‌کنیم:

$$0 < x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x} \geq 2 \Rightarrow -\frac{1}{x} \leq -2 \Rightarrow R_1 = (-\infty, -2]$$

$$x < 0 \Rightarrow -x > 0 \Rightarrow 1 - x > 1 \Rightarrow \sqrt{1 - x} > 1 \\ \Rightarrow R_2 = (1, +\infty)$$

برد تابع f اجتماع دو بازه بالا است:

$$R_f = R_1 \cup R_2 = (-\infty, -2] \cup (1, +\infty) = \mathbb{R} - (-2, 1]$$

در نتیجه $a = -2$ و $b = 1$ و $b - a = 3$ است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

گزینه «۴» -۴

(سویل ساسانی)

$$\text{شرط تابع بودن: } (4, n - 3) = (4, -1) \Rightarrow n - 3 = -1 \Rightarrow n = 2$$

$$\text{شرط یک به یک بودن: } (m^2 - m, 2) = (2, 2)$$

$$\Rightarrow m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{غ ق ق} \Rightarrow (1, 5), (-2, 5) \Rightarrow \text{غ ق ق} \text{ (غیر یک به یک)}$$

$$\Rightarrow n = 2, m = -1 \Rightarrow (m, n) = (-1, 2)$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

گزینه «۱» -۵

(عباس اشرفی)

ابتدا ضابطه تابع f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = x^2 - 3x + 1 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow y = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

و داریم:

$$y + \frac{5}{4} = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{y + \frac{5}{4}} = \left|x - \frac{3}{2}\right| \xrightarrow{x \leq \frac{3}{2}} \rightarrow$$

$$\sqrt{y + \frac{5}{4}} = -x + \frac{3}{2} \Rightarrow x = -\sqrt{y + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2}$$

جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$y = -\sqrt{x + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$a = -1, b = \frac{5}{4}, c = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a + b - c = 2(-1) + \frac{5}{4} - \frac{3}{2} = -\frac{9}{4}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)



۶- گزینه «۲»

(پویان طهرانیان)

$$f(x) = \frac{2-x}{3x+5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-5x+2}{3x+1} \quad \text{حال داریم:}$$

$$f^{-1}(-2f^{-1}(k)) = -1 \Rightarrow -2f^{-1}(k) = f(-1) = \frac{f(-1)-2}{-1-2}$$

$$-2f^{-1}(k) = \frac{3}{2} \Rightarrow f^{-1}(k) = -\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{-5k+2}{3k+1} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow -9k-3 = -20k+8 \Rightarrow 11k=11 \Rightarrow k=1$$

$$\Rightarrow f(1) = \frac{2-1}{3(1)+5} = \frac{1}{8}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۷- گزینه «۱»

(بابک سادات)

دامنه و برد تابع f برابر \mathbb{R} است. با توجه به این موضوع که برد f محدودیتی برای gof ایجاد نمی‌کند، بیشترین مقدار g همان بیشترین مقدار

$$\text{gof}(x) = -3x^2 + 1 \quad \text{یعنی } y=1 \text{ است. از طرفی تغییرات}$$

$$g(2x+7) \text{ صرفاً در مورد دامنه بوده، محدودیت برای برد ایجاد نمی‌کند و}$$

روی بیشترین مقدار (عرض) تأثیری ندارد.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۸- گزینه «۴»

(مهمربسار پیشوایی)

طبق تعریف دامنه $\text{gof}(x)$ داریم:

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

با توجه به دامنه f و خروجی آن، داریم:

$$\{[0,1] \in D_f \mid [1,2] \in D_g\} \rightarrow \text{قق}$$

$$\{(1,2] \in D_f \mid [0,1] \in D_g\} \rightarrow \text{غقق}$$

$$\{(2,3) \in D_f \mid (0,1) \in D_g\} \rightarrow \text{غقق}$$

$$\{[3,4] \in D_f \mid [1,2] \in D_g\} \rightarrow \text{قق}$$

بنابراین دامنه تابع gof برابر $[0,1] \cup [3,4]$ است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۹- گزینه «۱»

(مهمربسار پیشوایی)

کافی است در دو طرف تساوی زیر تابع f را اعمال کنیم.

$$f^{-1}(2x+5) = g(x+2) \xrightarrow{f} 2x+5 = f(g(x+2))$$

حال کافی است برای یافتن $(f \circ g)(3)$ مقدار $x=1$ را قرار دهیم.

$$\xrightarrow{x=1} (f \circ g)(3) = 2(1)+5 = 7$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۱۰- گزینه «۳»

(کاظم اجلالی)

ابتدا مقدار k و در نتیجه ضابطه f را به دست می‌آوریم:

$$f(f(1)) = -1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{k-2}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{k-2}}{\frac{k}{k-2}-2} = \frac{1}{k-2k+4} = -1$$

$$\Rightarrow -k+4 = -1 \Rightarrow k=5 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{5x-2}$$

حال برای دامنه تابع fof داریم:

$$D_{\text{fof}} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_f\} = \{x \mid x \neq \frac{2}{5}, \frac{x}{5x-2} \neq \frac{2}{5}\}$$

$$\frac{x}{5x-2} \neq \frac{2}{5} \Rightarrow 5x \neq 10x-4 \Rightarrow x \neq \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow D_{\text{fof}} = \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right\}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)



هندسه ۲

۱۱- گزینه «۱»

(افشین فاضله‌فان)

چهارضلعی‌های محاطی عبارتند از: مربع، مستطیل و دوزنقه متساوی الساقین

چهارضلعی‌های محیطی عبارتند از: مربع، لوزی و کایت

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱۲- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

در صورتی که دو دایره مماس درون یا متداخل باشند، داریم:

$$|OO'| \leq R - R' \Rightarrow 3 \leq 2m - 1$$

$$\xrightarrow{m > 0} 2m - 1 \geq 3 \Rightarrow 2m \geq 4 \Rightarrow m \geq 2$$

$$\min(m) = 2 \Rightarrow \min(r) = 4$$

$$S_{\min} = \pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه ۲۰)

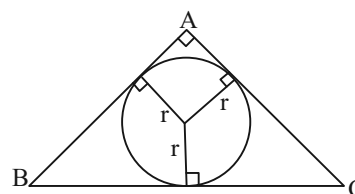
۱۳- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

می‌دانیم نقطه هم‌رسمی نیمسازهای داخلی هر مثلث، مرکز دایره محاطی داخلی

آن مثلث است. بنابراین مجموع فواصل این نقطه از سه ضلع، سه برابر شعاع

دایره محاطی داخلی مثلث است.



از طرفی مثلث ABC قائم‌الزاویه است پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(\Delta)(12) = 30 \\ P &= \frac{\Delta + 12 + 13}{2} = 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{30}{15} = 2 \Rightarrow 3r = 6$$

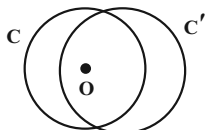
(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۴- گزینه «۴»

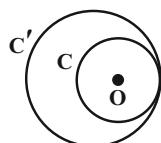
(امیرحسین ابومصوب)

در هر یک از حالت‌های زیر، مرکز دایره C می‌تواند درون دایره C' باشد.

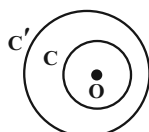
الف) متقاطع: دو دایره دو نقطه مشترک دارند.



ب) مماس داخل: دو دایره یک نقطه مشترک دارند.



پ) متداخل: دو دایره نقطه مشترک ندارند.



(هندسه ۲- دایره: صفحه ۲۰)

۱۵- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

اگر a و b به ترتیب طول اضلاع n ضلعی منتظم محاطی و محیطی

دایره‌ای به شعاع r باشند، آن‌گاه داریم:

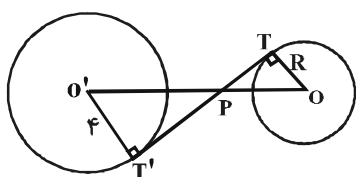
$$\left. \begin{aligned} a &= 2r \sin \frac{180^\circ}{n} \\ b &= 2r \tan \frac{180^\circ}{n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\tan \frac{180^\circ}{n}} = \frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\cos \frac{180^\circ}{n}}} = \cos \frac{180^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \cos \frac{180^\circ}{n} \xrightarrow{n=6} \frac{a}{b} = \cos \frac{180^\circ}{6} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۱۶- گزینه «۳»

(سیرمسن فاطمی)

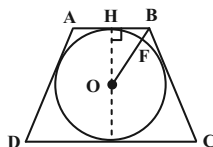




(سوکنر روشنی)

۱۹- گزینه «۲»

در دوزنقه متساوی الساقین محیط بر دایره ای به شعاع R داریم:



$$(2R)^2 = AB \times CD \Rightarrow 4R^2 = 4 \times 25 \Rightarrow R = 5$$

مثلث OHB قائم الزویه است، پس داریم:

$$OB^2 = BH^2 + OH^2$$

$$OB^2 = (2)^2 + 5^2$$

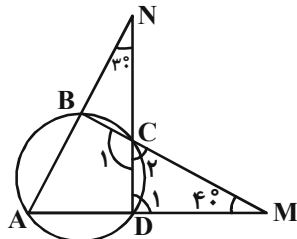
$$OB^2 = 29 \Rightarrow OB = \sqrt{29}$$

$$\Rightarrow BF = OB - R = \sqrt{29} - 5$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

(مهردار ملونری)

۲۰- گزینه «۳»



مطابق شکل، چهارضلعی $ABCD$ محاطی است، پس:

$$\hat{A} + \hat{C}_1 = 180^\circ \quad (1)$$

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \quad (2) \quad \text{از طرفی } \hat{C}_2 \text{ و } \hat{C}_1 \text{ مکمل اند، پس:}$$

$$\hat{C}_2 = \hat{A} \quad \text{از روابط (۱) و (۲) نتیجه می شود که:}$$

$$\hat{D}_1 = \hat{A} + 3^\circ \quad \text{هم چنین } \hat{D}_1 \text{ زاویه خارجی مثلث AND است، پس:}$$

در مثلث CDM داریم:

$$\hat{C}_2 + \hat{D}_1 + \hat{M} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + (\hat{A} + 3^\circ) + 4^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{A} = 11^\circ \Rightarrow \hat{A} = 55^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه ۲۷)

$$\Delta OPT \sim \Delta O'PT' \Rightarrow \frac{OP}{OT} = \frac{O'P}{O'T'}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{R} \Rightarrow R = 2$$

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{8^2 - (2 + 4)^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

تذکر: دقت کنید که قطعاً $R < 4$ است، چون در غیر این صورت دو دایره نمی توانند خارج یکدیگر باشند.

(هندسه ۲- دایره: صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

۱۷- گزینه «۴»

(فرزانه شاکپاش)

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (R + 2R)^2} = \sqrt{10 - 9R^2}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (R - 2R)^2} = \sqrt{10 - R^2}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\sqrt{10 - R^2} = 3\sqrt{10 - 9R^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 10 - R^2 = 9(10 - 9R^2)$$

$$\Rightarrow 10 - R^2 = 90 - 81R^2$$

$$\Rightarrow 80R^2 = 80 \Rightarrow R^2 = 1 \Rightarrow R = 1$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه های ۲۱ و ۲۲)

۱۸- گزینه «۴»

(فرزانه شاکپاش)

اگر شعاع دایره محاطی داخلی را با r ، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر

قاعده را با r_a و شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ساق ها را با r_b و r_c

نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \xrightarrow{r_b=r_c} \frac{1}{15} + \frac{2}{r_b} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{r_b} = \frac{3}{10} - \frac{2}{15} = \frac{9-4}{30} = \frac{5}{30} \Rightarrow \frac{2}{r_b} = \frac{1}{6} \Rightarrow r_b = 12$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه های ۲۵، ۲۶ و ۲۹)



با توجه به رابطه فوق داریم:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (A \cap B) = \emptyset \times \emptyset = \emptyset$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(فرزانه کاکاپاش)

گزینه «۲» - ۲۴

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) = ۰/۲$$

$$A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \Rightarrow A' \cap B' = B'$$

$$\Rightarrow P(B') = P(A' \cap B') = ۰/۶$$

$$\Rightarrow P(B) = ۱ - ۰/۶ = ۰/۴$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = ۰/۴ - ۰/۲ = ۰/۲$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

(امیرحوشنگ فمسه)

گزینه «۴» - ۲۵

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از فضای نمونه اعداد طبیعی دو رقمی باشند که اعضای آنها به ترتیب مضرب ۴ و ۶ هستند. خواسته سؤال محاسبه احتمال پیشامد $A' \cap B'$ است. داریم:

$$n(S) = ۹۰$$

$$n(A) = \left\lfloor \frac{۹۹}{۴} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{۹}{۴} \right\rfloor = ۲۴ - ۲ = ۲۲$$

$$n(B) = \left\lfloor \frac{۹۹}{۶} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{۹}{۶} \right\rfloor = ۱۶ - ۱ = ۱۵$$

$$n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{۹۹}{۱۲} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{۹}{۱۲} \right\rfloor = ۸ - ۰ = ۸$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{۲۲}{۹۰} + \frac{۱۵}{۹۰} - \frac{۸}{۹۰} = \frac{۲۹}{۹۰}$$

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$$

$$= ۱ - P(A \cup B) = ۱ - \frac{۲۹}{۹۰} = \frac{۶۱}{۹۰}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

آمار و احتمال

گزینه «۲» - ۲۱

(سیدومیر ذوالفقاری)

$$\left. \begin{aligned} A &= \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\} \\ B &= \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\} \\ C &= \{۲, ۳, ۵, ۷\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow B \cup C = \{۱, ۲, ۳, ۵, ۷, ۹\}$$

$$A - (B \cup C) = \{۴\}$$

بنابراین مجموعه $\{۴\}$ معادل پیشامد $A - (B \cup C)$ است. یعنی آن که

A اتفاق بیفتد ولی B و C هیچ کدام اتفاق نیفتند.

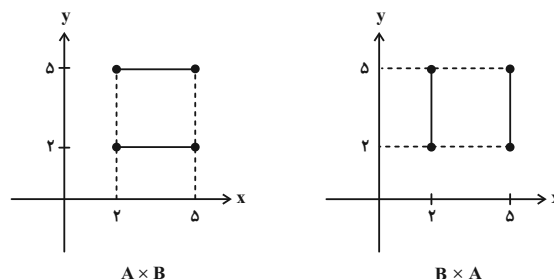
(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۳» - ۲۲

ابتدا نمودارهای $A \times B$ و $B \times A$ را رسم می‌کنیم و سپس اجتماع آنها را

بررسی می‌کنیم.



و در نهایت اجتماع دو شکل برابر محیط مربعی به ضلع ۳ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۴» - ۲۳

چون A و B مجموعه‌هایی ناتهی هستند، لذا با توجه به فرض داریم:

$$A \times B \subseteq (A - C) \times (B \cap C) \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq A - C & (۱) \\ B \subseteq B \cap C & (۲) \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} A - C &\subseteq A \xrightarrow{(۱)} A - C = A \Rightarrow A \cap C = \emptyset \\ B \cap C &\subseteq B \xrightarrow{(۲)} B \cap C = B \Rightarrow B \subseteq C \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \emptyset$$



۲۶- گزینه «۴»

(امیر وفائی)

برای دو پیشامد A و C داریم:

$$A \cup C = \{a, b, c, d\} = S \Rightarrow P(A \cup C) = P(S) = 1$$

$$A \cap C = \{c\}$$

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$

$$\Rightarrow 1 = 0/4 + 0/8 - P(c) \Rightarrow P(c) = 0/2$$

$$P(B) = P(\{a, b, d\}) = 1 - P(c) = 1 - 0/2 = 0/8$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۵۱)

۲۷- گزینه «۲»

(سولندر روشنی)

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 99\} \text{ فضای نمونه}$$

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \text{ پیشامد تصادفی}$$

اگر احتمال انتخاب هر عدد یک رقمی را با x نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(1) + \dots + P(9) + P(10) + \dots + P(99) = 1$$

$$\Rightarrow \underbrace{x + \dots + x}_{\text{عدد ۹}} + \underbrace{2x + \dots + 2x}_{\text{عدد ۹۰}} = 1$$

$$\Rightarrow 9x + 90(2x) = 1 \Rightarrow 189x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{189}$$

$$P(A) = 4x + 4(2x) = 12x = \frac{12}{189} = \frac{4}{63}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

۲۸- گزینه «۳»

(نیلوفر مهروی)

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1$$

از طرفی داریم:

$$P(b) = \frac{P(a) + P(c)}{2} \Rightarrow P(a) + P(c) = 2P(b)$$

$$\Rightarrow 2P(b) + P(b) = 1 \Rightarrow 3P(b) = 1 \Rightarrow P(b) = \frac{1}{3}$$

در نتیجه دنباله حسابی $P(a)$ ، $P(b)$ ، $P(c)$ به صورت زیر است:

$$\frac{1}{3} - d, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} + d$$

احتمال یک پیشامد همواره عددی بین صفر و یک است، پس داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{3} - d \geq 0 \Rightarrow d \leq \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} + d \leq 1 \Rightarrow d \leq \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow d \leq \frac{1}{3}$$

بنابراین مقدار $d = \frac{4}{9}$ قابل قبول نیست.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

۲۹- گزینه «۳»

(نیلوفر مهروی)

$$B \subseteq A, C \subseteq A \Rightarrow B \cup C \subseteq A \Rightarrow (B \cup C) \cap A = B \cup C$$

$$B \subseteq A \Rightarrow B \cup A = A, B \cap A = B$$

$$[A \cup (A \cup B)'] \cap [(B \cup C) \cap A] = (A \cup A') \cap (B \cup C)$$

$$= U \cap (B \cup C) = B \cup C$$

متمم مجموعه $(B \cup C)$ به صورت $(B' \cap C')$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۳۰- گزینه «۱»

(ممدعلی نادرپور)

$$(A \cap B)' \cap (A \cup B') \cap C = C$$

$$\Rightarrow [(A' \cup B') \cap (A \cup B')] \cap C = C$$

$$\Rightarrow \left[\underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset} \cup B' \right] \cap C = C$$

$$\Rightarrow B' \cap C = C \Rightarrow C \subseteq B'$$

$$\Rightarrow B \Rightarrow B \cap C = \emptyset \text{ و } C \text{ جدا از هم هستند}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)



فیزیک ۲

گزینه ۲» ۳۱-

(مریم شیخ‌ممو)

اگر فاصله بین دو صفحه خازن را نصف نماییم، با توجه به رابطه

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

خازن ثابت می‌ماند، با دو برابر شدن ظرفیت آن، با توجه به رابطه

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

به هم وصل می‌کنیم، نسبت به حالت قبلی، جرقه حاصل کوچک‌تر می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتروسیستة ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه ۱» ۳۲-

(مریم شیخ‌ممو)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»؛ درست؛ طبق رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، چون A و d ثابت‌اند، با

خارج کردن دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن، مقدار κ (ثابت

دی‌الکتریک) کم می‌شود (زیرا به جای آن هوا با ثابت دی‌الکتریک $\kappa = 1$

که کمترین مقدار است، قرار می‌گیرد)، لذا ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

گزینه «۲»؛ نادرست؛ چون خازن به باتری متصل است، V ثابت می‌ماند.

بنابراین طبق رابطه $Q = CV$ ، با کاهش C ، بار الکترونیکی نیز کاهش

می‌یابد.

گزینه «۳»؛ نادرست؛ چون خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل بین

دو صفحه آن همواره مقدار ثابتی است.

گزینه «۴»؛ نادرست؛ بنابه رابطه $U = \frac{1}{2} QV$ ، چون V ثابت و Q

کاهش یافته است، لذا، انرژی خازن نیز کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتروسیستة ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه ۱» ۳۳-

(مصطفی کیانی)

برای محاسبه طول ضلع هر صفحه خازن باید از رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$

استفاده کنیم. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، ظرفیت

خازن را می‌یابیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{V=10^2 V, U=2/5 \mu J = 2/5 \times 10^{-6} J}$$

$$2/5 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} C \times 10^4 \Rightarrow C = 5 \times 10^{-12} F$$

اکنون با استفاده از رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ و با توجه به این‌که $A = a^2$

است، می‌توان نوشت:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa=10, A=a^2, \epsilon_0=10^{-11} \frac{F}{m}, d=2mm=2 \times 10^{-3} m}$$

$$5 \times 10^{-12} = 10 \times 10^{-11} \frac{a^2}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow a^2 = 10^{-4} m^2$$

$$\Rightarrow a = 10^{-2} m \xrightarrow{\times 100} a = 1 cm$$

(فیزیک ۲- الکتروسیستة ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه ۴» ۳۴-

(امیرامهر میرسعید)

چون ظرفیت خازن ثابت و انرژی آن افزایش یافته است، با توجه به رابطه

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

$$U_2 = U_1 + 46 \xrightarrow{U = \frac{Q^2}{2C}} \frac{Q_2^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2C} + 46$$

$$\xrightarrow{\frac{Q_1=20 \mu C}{C=3 \mu F}} \frac{Q_2^2}{2 \times 3} = \frac{20^2}{2 \times 3} + 46$$

$$\frac{Q_2^2}{6} = \frac{400}{6} + 46 \Rightarrow Q_2^2 = 400 + 6 \times 46 = 676 \Rightarrow Q_2 = 26 \mu C$$

$$\text{درصد تغییر بار الکترونیکی} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} \times 100 = \frac{26 - 20}{20} \times 100 = 30\%$$

(فیزیک ۲- الکتروسیستة ساکن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

گزینه ۱» ۳۵-

(معصومه شریعت‌ناصری)

چون بار $+q$ از صفحه منفی جدا و به صفحه مثبت اضافه شده است، بار

خازن افزایش می‌یابد، بنابراین، با توجه به رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، انرژی خازن

نیز افزایش خواهد یافت. در این حالت داریم:



$$R = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow \frac{V_1 + \Delta}{1/25 I_1} = \frac{V_1}{I_1}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1 + \Delta}{1/25} = V_1 \Rightarrow V_1 + \Delta = 1/25 V_1$$

$$\Rightarrow \Delta = 0/25 V_1 \Rightarrow V_1 = 20V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۴» -۳۹

ابتدا مقاومت سیم را می‌یابیم:

$$V = RI \xrightarrow{V=40V, I=20A} 40 = R \times 20 \Rightarrow R = 2\Omega$$

اکنون با استفاده از رابطه زیر، مقاومت ویژه سیم را حساب می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{L=50m, R=2\Omega, A=1mm^2=1 \times 10^{-6} m^2}$$

$$2 = \rho \times \frac{50}{1 \times 10^{-6}} \Rightarrow \rho = 4 \times 10^{-8} \Omega.m$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۶)

(معصومه شریعت ناصری)

گزینه «۲» -۴۰

چون جرم سیم تغییر نمی‌کند، می‌توان نوشت:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho V_1 = \rho V_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \frac{L_2}{A_2}}{\rho \frac{L_1}{A_1}} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{A_2=A_1-\frac{4}{10}A_1=\frac{6}{10}A_1, R_1=15\Omega} \frac{R_2}{15} = \left(\frac{A_1}{\frac{6}{10}A_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{15} = \frac{100}{36} \Rightarrow R_2 = \frac{125}{3} \Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

$$U_2 = U_1 + \Delta \Rightarrow U_2 - U_1 = \Delta \Rightarrow \frac{Q_2}{2C} - \frac{Q_1}{2C} = \Delta$$

$$\xrightarrow{Q_2=27+q(\mu C), Q_1=27\mu C, C=7\mu F} \frac{(27+q)}{2 \times 7} - \frac{27}{2 \times 7} = \Delta$$

$$\Rightarrow q^2 + 54q = 14 \times \Delta$$

$$q^2 + 54q - 112 = 0 \Rightarrow (q + 56)(q - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = +2\mu C \\ q = -56\mu C \end{cases}$$

چون $q > 0$ است، $q = 2\mu C$ قابل قبول می‌باشد.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

(معصومه شریعت ناصری)

گزینه «۳» -۳۶

با استفاده از رابطه‌های $q = ne$ و $I = \frac{q}{t}$ داریم:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t} \Rightarrow n = \frac{It}{e} \xrightarrow{I=1nA=10^{-9}A, e=1/6 \times 10^{-19}C, t=1ms=10^{-3}s}$$

$$n = \frac{10^{-9} \times 10^{-3}}{1/6 \times 10^{-19}} = 6/25 \times 10^6 \text{ الکترون}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۶)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۱» -۳۷

ابتدا بار الکتریکی شارش شده در مدار ساعت دیواری را می‌یابیم. به همین منظور با داشتن ΔU و ΔV از رابطه $\Delta U = q \cdot \Delta V$ استفاده می‌کنیم:

$$q = \frac{\Delta U}{\Delta V} \xrightarrow{\Delta U=2VJ, \Delta V=1/5V} q = \frac{2/7}{1/5} = 1/8C$$

اکنون با استفاده از رابطه $q = It$ ، جریان الکتریکی عبوری از مدار را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، زمان یک دور چرخش عقربه دقیقه‌شمار ساعت برابر ۶۰ دقیقه یا $t = 60 \times 60 = 3600s$ است.

$$I = \frac{q}{t} \xrightarrow{q=1/8C, t=3600s} I = \frac{1/8}{3600} = 0/5 \times 10^{-3} A$$

$$\xrightarrow{10^{-3}A=1mA} I = 0/5mA$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۲» -۳۸

با استفاده از قانون اهم ($R = \frac{V}{I}$) و با توجه به این که $V_2 = V_1 + \Delta$

$$I_2 = I_1 + 0/25 I_1 = 1/25 I_1$$

دقت کنید، مقاومت R ثابت است.



شیمی ۲

۴۱- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

موارد (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(الف) غلظت بیشتر گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی، بهره‌برداری از این منابع را نوید می‌دهد.

(ت) از بازگردانی هفت قوطی فولادی انرژی لازم برای روشن نگه داشتن یک لامپ ۶۰ وات به مدت ۲۵ ساعت تأمین می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۶ و ۲۸)

۴۲- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

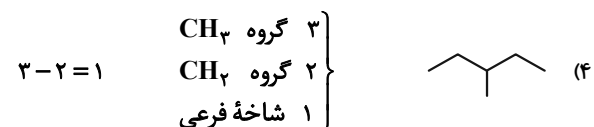
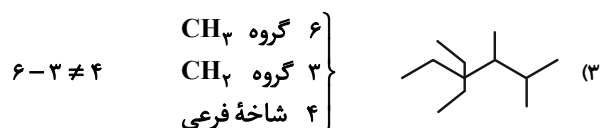
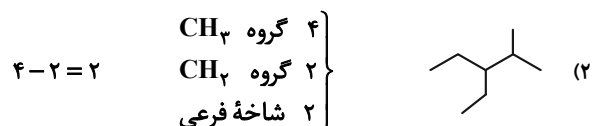
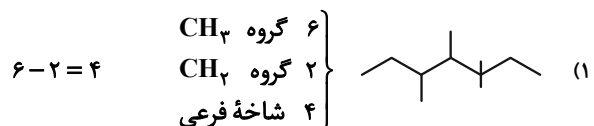
گرانروی آلکان‌ها با افزایش جرم مولی افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۴۳- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

بررسی گزینه‌ها:



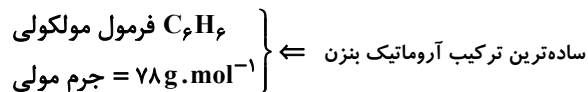
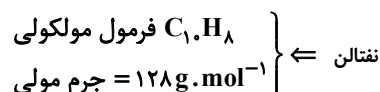
(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۲ و ۳۹)

۴۴- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) درست:

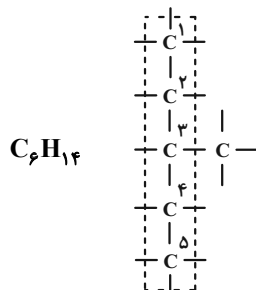


$$50 = 128 - 78 = \Delta \text{ اختلاف جرم مولی}$$

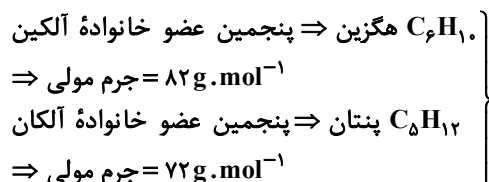
(۲) درست: سنگین‌ترین آلکان که در دما و فشار اتاق حالت فیزیکی گازی

دارد بوتان (C_4H_{10}) می‌باشد که ۱۰ اتم هیدروژن دارد.

(۳) درست: ۳- متیل پنتان که در کل ۶ کربن دارد که ایزومر هگزان است.



(۴) نادرست



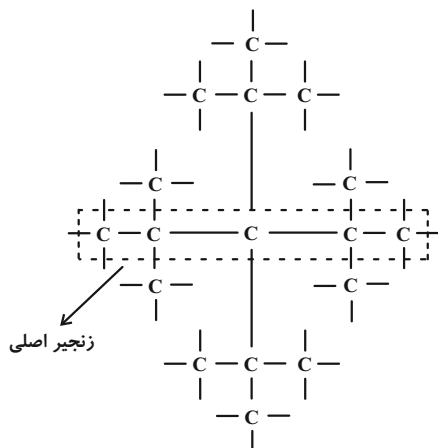
$$\Rightarrow 82 - 72 = 10$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۶، ۳۷، ۳۸ و ۴۲)

۴۵- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

ابتدا زنجیر اصلی را که ۵ کربن دارد رسم می‌کنیم و به کربن‌هایی که می‌توانند شاخه فرعی داشته باشند کربن اضافه می‌کنیم. شکل و ساختار زیر به دست می‌آید که دارای ۱۷ عدد کربن می‌باشد.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴۶- گزینه «۳»

(ایمان حسین‌نژاد)

گاز متان به فرمول CH_4 و جرم مولی ۱۶ ساده‌ترین و اولین عضو خانواده آلکان‌ها است. بنابراین جرم مولی آلکن A که ۳/۵ برابر جرم مولی متان است برابر ۵۶ گرم است.



ریاضی ۱

۵۱- گزینه «۴»

(رهمان پوررغمی)

شیب خط برابر با $\tan \alpha$ می باشد. بنابراین:

$$\tan \alpha = -3 \quad (*)$$

برای یافتن حاصل عبارت $\frac{-\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ ، صورت و مخرج را بر $\cos \alpha$

تقسیم می کنیم:

$$\frac{-\tan \alpha + 1}{1 + \tan \alpha} \stackrel{(*)}{=} \frac{-(-3) + 1}{1 + (-3)} = \frac{4}{-2} = -2$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۴۰ و ۴۱)

۵۲- گزینه «۲»

(عادل مسینی)

با توجه به رابطه $\sin x \tan x < 0$ مشخص است که $\sin x$ و $\tan x$

غیرهم علامت اند، پس یکی مثبت و دیگری منفی است. از رابطه

 $\sin x - \tan x > 0$ هم نتیجه می شود که $\sin x$ از $\tan x$ بزرگ تراست. این یعنی $\sin x > 0$ و $\tan x < 0$ است، پس انتهای کمان x در

ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۶ تا ۳۹)

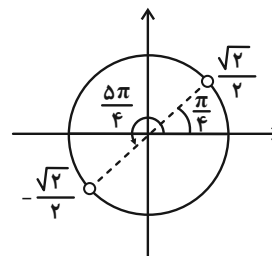
۵۳- گزینه «۲»

(مهری ملارمضانی)

با توجه به محدوده α داریم:

$$\frac{\pi}{12} < \alpha < \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{\times 3} \frac{\pi}{4} < 3\alpha < \frac{5\pi}{4}$$

با توجه به دایره مثلثاتی داریم:



$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 3\alpha \leq 1$$

$$\left(\sin \frac{\pi}{2} = 1\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{2m-1}{4} \leq 1 \Rightarrow \frac{1-2\sqrt{2}}{2} < m \leq \frac{5}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۶ تا ۴۱)

۵۴- گزینه «۲»

(دانیال ابراهیمی)

برای نقطه A داریم:

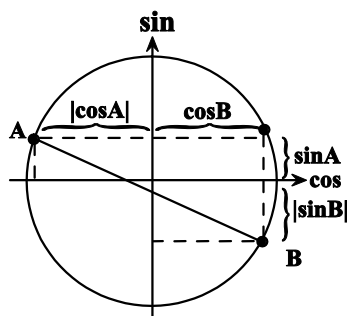
$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \xrightarrow{\sin A = \frac{1}{3}} \cos^2 A = \frac{8}{9} \Rightarrow |\cos A| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

برای نقطه B داریم:

$$\sin^2 B + \cos^2 B = 1 \xrightarrow{\cos B = \frac{\sqrt{2}}{3}} \sin^2 B = \frac{7}{9} \Rightarrow |\sin B| = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

حال با توجه به دایره مثلثاتی، طول پاره خط AB را به دست می آوریم، طبق

قضیه فیثاغورس داریم:



$$AB = \sqrt{(|\cos A| + \cos B)^2 + (\sin A + |\sin B|)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{26 + 2\sqrt{7}}}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۶ تا ۴۱)

۵۵- گزینه «۱»

(حامد نصیری)

$$\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\cos^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{2}{5} = 0.4$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۲ تا ۳۶)



۵۶- گزینه «۲»

(معین کرمی)

ابتدا دو طرف رابطه را به توان دو می‌رسانیم:

$$\sin^2 x + 4 \cos^2 x + 4 \sin x \cos x = 1$$

در نتیجه اگر به جای $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ قرار دهیم رابطه زیر به دست

می‌آید:

$$3 \cos^2 x + 4 \sin x \cos x = 0$$

از $\cos x$ فاکتور می‌گیریم:

$$\cos x (3 \cos x + 4 \sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow \tan x : \text{تعریف نشده} \\ 3 \cos x = -4 \sin x \Rightarrow \tan x = \frac{-3}{4} \end{cases}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۵۷- گزینه «۳»

(علی اصغر شریفی)

$$A = (5^{-2})^{-\frac{7}{16}} = 5^{\frac{7}{8}}$$

$$(5A)^{-\frac{4}{15}} = (5 \times 5^{\frac{7}{8}})^{-\frac{4}{15}} = (5^{\frac{15}{8}})^{-\frac{4}{15}} = 5^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۵۸- گزینه «۲»

(امیر هوشنگ انصاری)

$$(a^2 - 4ab + 4b^2) + (4a^2 - 4a + 1) = 0$$

$$(a - 2b)^2 + (2a - 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2b = 0 \Rightarrow a = 2b \\ 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین: $a = \frac{1}{2}$ و $b = \frac{1}{4}$ است.

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۵۹- گزینه «۳»

(ومیر راشقی)

$$\frac{(a^2 + b^2 - ab)(a^2 + b^2 + ab)}{\text{اتحاد مزدوج}} = (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2$$

$$= a^4 + 2(ab)^2 + b^4 - (ab)^2$$

$$= a^4 + b^4 + (ab)^2 = 14 + 3\sqrt{3} + 14 - 3\sqrt{3}$$

$$+ \left(\frac{\sqrt{(14 + 3\sqrt{3})(14 - 3\sqrt{3})}}{196 - 27} \right)^2 = 28 + \sqrt{169} = 28 + 13 = 41$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۶۰- گزینه «۴»

(عارل مسینی)

از اتحاد موسوم به چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

(*)

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \Rightarrow a^2 + ab + b^2 = 2$$

حال برای محاسبه $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ کافی است مقدار ab را حساب کنیم. برای این کار $a - b = 1$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$a^2 - 2ab + b^2 = 1$$

از این معادله داریم $a^2 + b^2 = 2ab + 1$ و این تساوی را در معادله (*)

جای گذاری می‌کنیم:

$$3ab + 1 = 2 \Rightarrow ab = \frac{1}{3}$$

پس داریم:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)



فیزیک ۱

گزینه «۳»

(ممد ساکی)

بررسی موارد نادرست:

(ب) شیشه جامد بی شکل است.

(پ) مولکولهای مایع نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت

نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته اند.

(فیزیک ۱- ویژگیهای فیزیکی مواد: صفحه های ۲۴ تا ۲۸)

گزینه «۲»

(ممد ساکی)

در حالت طبیعی نیروی دگرچسبی بین مولکولهای آب و مولکولهای شیشه بیشتر از نیروی هم چسبی بین مولکولهای آب است. پس آب درون لوله های موئین بالا می رود و می دانیم هر چه قطر لوله موئین کمتر باشد، ارتفاع ستون آب در آن بیشتر است. از طرفی به دلیل چرب بودن سطح خارجی لوله های موئین و سطح داخلی ظرف، نیروی دگرچسبی بین مولکولهای آب و مولکولهای شیشه، کمتر از نیروی هم چسبی بین خود مولکولهای آب می باشد. در نتیجه آب سطح شیشه های چرب شده را خیس نمی کند و آب در مجاور سطوح خارجی لوله ها و سطح داخلی ظرف پایین می آید. با این توضیحات نحوه قرارگیری آب داخل ظرف و لوله های موئین در گزینه «۲» به درستی نشان داده شده است.

(فیزیک ۱- ویژگیهای فیزیکی مواد: صفحه های ۲۸ تا ۳۲)

گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

ابتدا فشار ناشی از آب را بر حسب سانتی متر جیوه می یابیم و سپس مشخص می کنیم، چه عمقی از آب، چنین فشاری را ایجاد می کند.

$$\begin{aligned} \text{فشار کل} &= 120 \text{ cmHg} \\ \text{فشار آب} + \text{فشار هوا} &= \text{فشار کل} \\ \text{فشار هوا} &= 70 \text{ cmHg} \end{aligned}$$

$$120 = 70 + P'_{\text{آب}} \Rightarrow P'_{\text{آب}} = 50 \text{ cmHg}$$

می بینیم فشار ناشی از آب برابر 50 cmHg است. یعنی فشار آب معادل فشار ستونی از جیوه به ارتفاع 50 cm است. اکنون مشخص می کنیم فشار ستونی از جیوه به ارتفاع 50 cm ، معادل فشار چند سانتی متر آب می شود.

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho'_{\text{آب}} h'_{\text{آب}} \quad \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \quad \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

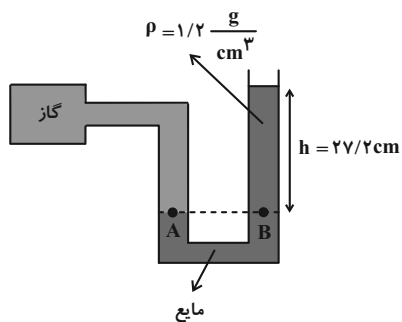
$$50 \times 13.6 = 1 \times h'_{\text{آب}} \Rightarrow h'_{\text{آب}} = 680 \text{ cm} = 6.8 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- ویژگیهای فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۳۰)

گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

می دانیم فشار پیمانه ای برابر اختلاف فشار گاز درون مخزن و فشار هوا است. بنابراین، با توجه به شکل زیر، فشار پیمانه ای برابر $P_g = P_{\text{آب}} - P_0 = \rho g h$ است. با توجه به این که فشار پیمانه ای را بر حسب سانتی متر جیوه خواسته است، کافی است، مشخص کنیم فشار ستونی از مایع به ارتفاع $27/2 \text{ cm}$ معادل فشار چند سانتی متر از جیوه است.



$$\rho = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \quad \rho' = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \frac{\rho h}{\rho' h'} = 1 \Rightarrow h' = 27/2 \text{ cm}$$

$$1/2 \times 27/2 = 13.6 \times h' \Rightarrow h' = 2/4 \text{ cm}$$

بنابراین فشار $27/2 \text{ cm}$ از مایع، معادل فشار $2/4 \text{ cm}$ جیوه است. یعنی

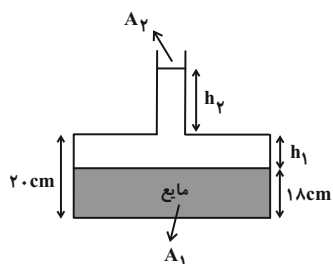
فشار پیمانه ای برابر $P_g = 2/4 \text{ cmHg}$ می باشد.

(فیزیک ۱- ویژگیهای فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۳۰)

گزینه «۳»

(محمود منصوری)

مطابق شکل، در ابتدا حجم قسمت خالی قسمت پایین ظرف را می یابیم تا محاسبه کنیم که چقدر از 12 cm^3 آب اضافه شده در قسمت باریک لوله قرار می گیرد تا ارتفاع ستون آب در لوله باریک را محاسبه کنیم. بنابراین:



$$h_1 = 20 - 18 = 2 \text{ cm}$$

$$V_1 = A_1 h_1 \Rightarrow V_1 = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = V_{\text{کل آب}} - V_1 = 12 - 8 = 4 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow 4 = 0.5 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 8 \text{ cm}$$

اکنون تغییر فشار ناشی از آب را محاسبه می کنیم و سرانجام نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب را محاسبه می کنیم.

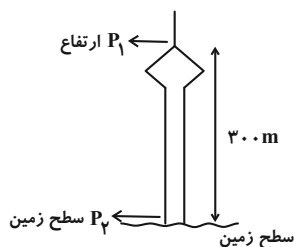
$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = \rho g (h_1 + h_2)$$



(معمود منسوری)

گزینه «۱» ۶۸-

ابتدا این اختلاف فشار را بر حسب Pa به دست می آوریم: (دقت کنید که در این ارتفاع، تغییرات چگالی بسیار ناچیز است.)



$$P_2 = 74 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P_1 + \rho gh \Rightarrow P_2 - P_1 = \rho gh$$

$$\Delta P = \rho_{\text{H}_2\text{O}} gh_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \times 9.8 \times 3.00 = 29400 \text{ Pa}$$

حال اختلاف فشار را بر حسب cmHg محاسبه می کنیم:

$$\Delta P = \rho_{\text{Hg}} gh_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = \frac{\Delta P}{\rho_{\text{Hg}} g} = \frac{29400}{13600 \times 9.8} = 0.22 \text{ m} = 22 \text{ cm}$$

$$29400 = 13600 \times 9.8 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 0.22 \text{ m} = 22 \text{ cm}$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 29400 \text{ Pa} \Rightarrow P_2 = P_1 + 29400 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow P_1 = 74 - 22 = 52 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(هاشم زمانیان)

گزینه «۳» ۶۹-

با مقایسه طول بردارهای نیروی شناوری و نیروی وزن، وضعیت هر جسم را مشخص می کنیم.

A: طول دو بردار با یکدیگر برابر است و جسم نیز روی سطح مایع شناور است، پس این جسم روی سطح مایع شناور می ماند.

B: طول بردار نیروی شناوری بزرگتر از طول بردار نیروی وزن است، لذا نیروی خالص رو به بالا بر جسم وارد می شود و در نتیجه جسم به طرف بالا حرکت می کند.

C: طول دو بردار با یکدیگر برابر است، لذا جسم C داخل مایع غوطه ور می ماند.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۴۰ تا ۴۳)

(ممد سالی)

گزینه «۱» ۷۰-

طبق متن کتاب درسی، اصل برنولی برای همه شاردها شامل مایع ها و گازها، به شرط تراکم ناپذیر بودن آنها برقرار است.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۴۳ تا ۴۷)

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$h_1 = 2 \times 10^{-2} \text{ m}, h_2 = 8 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta P = 1000 \times 10 \times (2 + 8) \times 10^{-2} = 1000 \text{ Pa}$$

$$\Delta F = \Delta P \times A_1 = 1000 \text{ Pa} \times 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 0.4 \text{ N}$$

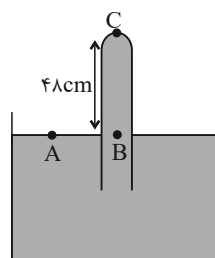
$$\Delta F = 1000 \times 4 \times 10^{-4} = 0.4 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(مجتبی نکلونیان)

گزینه «۳» ۶۶-

با توجه به اینکه در مایعات ساکن، فشار در نقاط هم تراز برابر است، داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{جیوه}} + P_C$$

$$\Rightarrow P_C = P_0 - P_{\text{جیوه}}$$

بنابراین فشار وارد بر ته لوله در دو حالت زیر به دست می آید:

$$P_{C_1} = P_0 - 48 \text{ (cmHg)} \text{ و } P_{C_2} = P_0 - 45 \text{ (cmHg)}$$

طبق رابطه $F = PA$ و با توجه به ثابت بودن قطر مقطع لوله (A)، برای اینکه نیروی وارد بر ته لوله ۱۰ درصد افزایش یابد، باید فشار بر ته لوله ۱۰ درصد افزایش یابد، یعنی:

$$P_{C_2} = 1/10 P_{C_1} \Rightarrow P_0 - 45 = 1/10 (P_0 - 48)$$

$$\Rightarrow 0.1 P_0 = 1/10 \times 48 - 45/6 \Rightarrow P_0 = 72 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(معمود منسوری)

گزینه «۴» ۶۷-

هر کدام از مایعات ته نشین تر باشد، چگالی آن بیشتر است. بنابراین:

$$\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$$

همچنین برای فشار $(P = \rho gh)$ هر چقدر که ارتفاع از سطح بیشتر باشد، فشار نیز بیشتر خواهد بود، از طرفی ارتفاع نقطه A و B از سطح یکسان است، ولی چون چگالی مایع (ρ_3) بیشتر از چگالی مایع (ρ_2) است، بنابراین فشار در نقطه B بیشتر از فشار در نقطه A است. بنابراین:

$$P_A < P_B$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۴۰)



حسابان ۲

۷۱- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

$$y = f(x) \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y]{x \rightarrow -x} y = f(-x)$$

$$\xrightarrow[\text{یک واحد به راست}]{x \rightarrow x-1} g(x) = f(-(x-1)) = f(1-x)$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

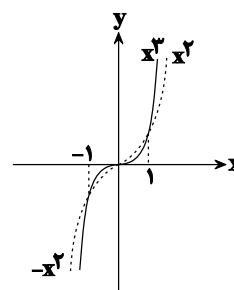
۷۲- گزینه «۲»

(سپید ساسانی)

می‌دانیم تابع $g(x) = x|x|$ به فرم زیر به شکل دو ضابطه‌ای نوشته می‌شود.

$$g(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -x^2 & ; x < 0 \end{cases}$$

حال با رسم دو تابع داریم:



نمودار تابع f در مجموعه $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ بالای نمودار تابع g قرار می‌گیرد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۷۳- گزینه «۳»

(سپید ساسانی)

از روی شکل معلوم است که ضابطه تابع به فرم $f(x) = -(x+2)^3 + 8$

می‌باشد. بعد از ساده‌سازی داریم:

$$-(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) + 8 = -x^3 - 6x^2 - 12x$$

حال با فاکتورگیری از $-x$ عبارت را به فرم صورت سؤال درمی‌آوریم:

$$-x(x^2 + 6x + 12) = (0-x)(x^2 + 6x + 12)$$

و از مساوی قرار دادن عبارت اخیر و ضابطه سؤال:

$$k = 0, m = 6, n = 12 \Rightarrow \frac{k+n}{m} = \frac{0+12}{6} = 2$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۷۴- گزینه «۳»

(ناظم ایلالی)

ابتدا ضابطه تابع وارون را پیدا می‌کنیم.

$$y = k - \sqrt[3]{x-k} \Rightarrow \sqrt[3]{x-k} = k-y \Rightarrow x-k = (k-y)^3$$

$$\Rightarrow x = k - (y-k)^3 \Rightarrow f^{-1}(x) = k - (x-k)^3$$

اکنون باید معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ را حل کنیم تا طول نقاط مشترکنمودار تابع f با نمودار تابع f^{-1} به دست آید:

$$k - \sqrt[3]{x-k} = k - (x-k)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{x-k} = (x-k)^3$$

$$\Rightarrow (x-k) = (x-k)^9 \Rightarrow (x-k)((x-k)^8 - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x-k=0 \Rightarrow x=k \\ (x-k)^8=1 \Rightarrow x-k=\pm 1 \Rightarrow x=k+1, x=k-1 \end{cases}$$

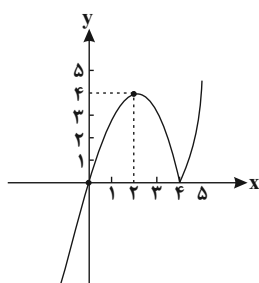
بنابراین این نمودارها سه نقطه مشترک به طول‌های k ، $k-1$ و $k+1$ دارند که مجموع آن‌ها برابر $3k$ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۷۵- گزینه «۴»

(لیلا مرادی)

ابتدا قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم و تابع را رسم می‌کنیم:





(عارل مسینی)

۷۸- گزینه «۲»

تابع $f + g$ اکیداً نزولی است. پس تابع $-2f - 2g = -2 \times (f + g)$ اکیداً صعودی است. حال اگر دو تابع اکیداً صعودی $-2f - 2g$ و $2f - 3g$ را با هم جمع کنیم، تابع $-5g$ به دست می‌آید که همچنان اکیداً صعودی است، پس تابع g اکیداً نزولی است. حال چون g و $f + g$ اکیداً نزولی است، در مورد وضعیت یکنوایی تابع f نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(سروش موئینی)

۷۹- گزینه «۳»

با فرض $f(x) = ax + b$ داریم:

$$(f \circ f)(x) = a(ax + b) + b = a^2x + ab + b$$

$$y = a^2x + ab + b \xrightarrow[\text{ضرب ۴}]{\text{انبساط با ۴}} y = a^2 \left(\frac{x}{4} \right) + ab + b$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به پایین ۵}} y = \frac{a^2}{4}x + ab + b - 5 = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ab + b - 5 = 0 \\ \frac{a^2}{4} = 1 \end{cases}$$

حال چون f نزولی است، داریم:

$$\begin{cases} a = -2 \\ -b - 5 = 0 \Rightarrow b = -5 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -2x - 5$$

$$\Rightarrow f(1) = -7$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(مهمرب ابراهیم توزنده‌بانی)

۸۰- گزینه «۱»

تابع $g(x) = -x^3$ تابعی اکیداً نزولی است. بنابراین داریم:

$$g(x^2) - g(3x - 2) \geq 0 \Rightarrow g(x^2) \geq g(3x - 2) \Rightarrow x^2 \leq 3x - 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2$$

$$\Rightarrow b - a = 2 - 1 = 1$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

$$y = x |x - 4| = \begin{cases} x^2 - 4x & ; x \geq 4 \\ -x^2 + 4x & ; x < 4 \end{cases}$$

تابع در بازه $[2, 4]$ و هر زیرمجموعه‌ای از آن نزولی است، بنابراین $\text{Max}(b - a) = 4 - 2 = 2$.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(عباس اشرفی)

۷۶- گزینه «۴»

ضابطه تابع را ساده می‌کنیم.

$$f(x) = (k^2 - 4)((-x^3 + 3x^2 - 3x + 1) + k - 1)$$

$$= (k^2 - 4)(-x^3 + 3x^2 - 3x + k)$$

$$\Rightarrow f(x) = (k^2 - 4)(-x + 1)^3 + k - 1$$

تابع $y = -(x - 1)^3 + k - 1$ اکیداً نزولی است و اگر $k^2 - 4 \leq 0$ باشد تابع $f(x)$ صعودی می‌شود:

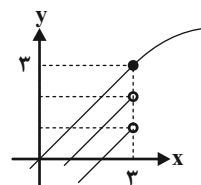
$$k^2 - 4 \leq 0 \Rightarrow k^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq k \leq 2 \Rightarrow k = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

به‌ازای پنج مقدار صحیح، تابع f می‌تواند تابعی صعودی باشد.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(ویدر راشی)

۷۷- گزینه «۲»



در رسم تابع f ، جایگاه نقطه توخالی $(3, 15 - m)$ معلوم نیست. برای آن که تابع صعودی شود (طبق نمودار)، کافی است شرط زیر برقرار باشد:

$$15 - m \leq f(3) = 3 \Rightarrow \boxed{m \geq 12}$$

پس در محدوده m ، ۱۱ عدد طبیعی قرار ندارد.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)



هندسه ۳

۸۱- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

مطابق تمرینات ۳ و ۴ صفحه ۲۰ و کار در کلاس صفحه ۱۸ کتاب هندسه

(۳) برای گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) مثال نقض وجود دارد.

گزینه «۴»: از ویژگی‌های ضرب ماتریسها بوده (توزیع پذیری ضرب نسبت به

جمع ماتریسها) و مثال نقض ندارد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۸۲- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

در جمع و تفریق ماتریسها، ماتریسها حتماً هم‌مرتبه هستند و حاصل نیز

ماتریسی هم‌مرتبه با ماتریسهای اولیه است.

$$\left. \begin{matrix} m = p = 2 \\ n = q = 4 \end{matrix} \right\} \Rightarrow m + n + p + q = 12$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۸۳- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & a-1 \\ 3b & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a-1 & 2a-6 \\ 3b+3 & 2-6b \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a-6=0 \Rightarrow a=3 \\ 3b+3=0 \Rightarrow b=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b=2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها مشابه تمرین ۶: صفحه ۲۱)

۸۴- گزینه «۲»

(سیرمحمدرضا حسینی‌فر)

ماتریس B^2 را به دست می‌آوریم:

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

پس $B^2 = I$ بوده که در ضرب ماتریسها خاصیت جابه‌جایی دارد، یعنی:

$$AB^2 = B^2A = A$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۸۵- گزینه «۴»

(پوار فاطمی)

طبق تعریف ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 0 & 8 & 14 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

برای به دست آوردن درایه‌های قطر اصلی ماتریس A^2 ، کافی است سطرام i را در ستون i ام آن ضرب کنیم ($1 \leq i \leq 3$). داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 0 & 8 & 14 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 0 & 8 & 14 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & & \\ & 64 & \\ & & 324 \end{bmatrix}$$

$$A^2 \text{ قطر اصلی} = 4 + 64 + 324 = 392$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۷ تا ۲۰)



$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3I$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

(امیر حسین ایومفیوب)

۸۹- گزینه «۴»

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = mA + nI \Rightarrow \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 2m \\ -3m & 4m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m+n & 2m \\ -3m & 4m+n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m = 10 \Rightarrow m = 5 \\ m+n = -5 \Rightarrow 5+n = -5 \Rightarrow n = -10 \end{cases}$$

$$m - n = 5 - (-10) = 15$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

(امیر حسین ایومفیوب)

۹۰- گزینه «۱»

دو ماتریس مربعی A و B تعویض پذیر هستند، هرگاه $AB = BA$

باشد، بنابراین داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ a & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -6+4b \\ 2a-3 & -2a+3b \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ a & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-2a & 2 \\ -3+ab & -4+3b \end{bmatrix}$$

$$AB = BA \Rightarrow \begin{cases} 6-2a = 2 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ -6+4b = 2 \Rightarrow 4b = 8 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$

$$a + b = 2 + 2 = 4$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

(سوکنر روشنی)

۸۶- گزینه «۲»

طبق تعریف ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2m & 0 & 0 \\ -1 & 2m & 3 \\ -2 & 1 & 2m \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \Rightarrow 6m + 1 = 13 \Rightarrow 6m = 12 \Rightarrow m = 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۰ و ۱۱)

(سوکنر روشنی)

۸۷- گزینه «۱»

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می آوریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

از رابطه $A^2 = A$ به راحتی می توان نتیجه گرفت که به ازای هر عدد

طبیعی n ، $A^n = A$ است، پس داریم:

$$A^{1402} = A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

(امیر حسین ایومفیوب)

۸۸- گزینه «۳»

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AB - C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$



ریاضیات گسسته

۹۱- گزینه «۲»

(نیلوفر مهرروی)

نکته: میانگین پنج عدد طبیعی و متوالی همان عدد وسطی است.

پس میانگین اعداد a_1, a_2, \dots, a_5 برابر a_3 است و در نتیجه a_3 عددی

فرد است. به همین ترتیب a_1 و a_5 اعدادی فرد و a_2 و a_4 اعدادی زوج

هستند. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$1) \ 5a_1 + 7a_5 = \text{فرد} + \text{فرد} = \text{زوج}$$

$$2) \ 2a_2 + a_5 = \text{فرد} + \text{زوج} = \text{فرد}$$

$$3) \ 4a_2 + 2a_4 = \text{زوج} + \text{زوج} = \text{زوج}$$

$$4) \ a_2 + 6a_3 = \text{زوج} + \text{زوج} = \text{زوج}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۵ و ۸)

۹۲- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

اگر $0 < a < 1$ و $a \in \mathbb{R}$ می‌توان نتیجه گرفت که $0 < a^2 < 1$ اما از

رابطه $0 < a^2 < 1$ نتیجه می‌شود $0 < a < 1$ یا $-1 < a < 0$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۹۳- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق اثبات به روش بازگشتی داریم:

$$x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2 - 2z$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (z^2 + 2z + 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 + (z + 1)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر بدیهی است و تمامی روابط برگشت پذیر هستند، پس حکم ثابت

می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۹۴- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$a \mid m + 7 \xrightarrow{\times 3} a \mid 3m + 21 \left. \begin{array}{l} \text{تفاضل} \\ a \mid 3m + 1 \end{array} \right\} \rightarrow a \mid 20$$

$$\xrightarrow{a > 0} a = 1, 2, 4, 5, 10, 20$$

پس ۶ مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۵- گزینه «۱»

(غرزانه خالکباش)

باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد صحیح فرد بر ۸، برابر ۱ است، زیرا داریم:

$$a = 2k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$= 4 \underbrace{k(k+1)}_{\text{عدد صحیح متوالی}} + 1 = 4 \times 2q + 1 = 8q + 1$$

دو عدد صحیح متوالی



بنابراین برای دو عدد صحیح و فرد a و b داریم:

$$a^2 + b^2 + 5 = 8q + 1 + 8q' + 1 + 5$$

$$= 8(\underbrace{q + q'}_{q''}) + 7 \Rightarrow r = 7$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۹۶ - گزینه «۴»

(فرزانه ذاکپاش)

با توجه به قضیه تقسیم داریم:

$$\left. \begin{aligned} a &= 4q + 3 \xrightarrow{\times 5} 5a = 20q + 15 \\ a &= 5q' + 4 \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q' + 16 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}}$$

$$a = 20(q - q') - 1 = 20(q - q') - 20 + 20 - 1$$

$$= 20(\underbrace{q - q' - 1}_{q''}) + 19$$

پس باقی‌مانده تقسیم a بر 20 ، برابر 19 است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۷ - گزینه «۳»

(پور مائمی)

اگر قضیه تقسیم را به صورت $a = 17q + 9$ ($q \in \mathbb{Z}$) بنویسیم، آنگاه داریم:

$$a + 50 = 17q + 59 = 17q + 51 + 8 = 17(q + 3) + 8$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم 3 واحد افزایش یافته و باقی‌مانده آن به اندازه

$$9 - 8 = 1 \text{ واحد کاهش می‌یابد.}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۸ - گزینه «۲»

(امیرمسین ابومحبوب)

برای اعداد طبیعی a ، b و c ، طبق فرض سؤال داریم:

$$\left. \begin{aligned} a \mid b \xrightarrow{\times c} ac \mid bc \\ b^2 \mid ac \end{aligned} \right\} \Rightarrow b^2 \mid bc \xrightarrow{+b} b \mid c$$

اعداد $a = 1$ ، $b = 2$ ، $c = 8$ مثال نقضی برای نادرستی سه گزینه دیگر هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۹ - گزینه «۴»

(سروش موثینی)

$$\left. \begin{aligned} x + 3 \mid 4x - 1 \\ x + 3 \mid 4x + 12 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} x + 3 \mid 13 \Rightarrow x + 3 = 13 \text{ یا } 1 \text{ یا } -1 \text{ یا } -13$$

بنابراین تنها مقدار طبیعی ممکن برای x ، عدد 10 است و $A = (10, 3)$

تنها نقطه با مختصات طبیعی روی نمودار این تابع است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۰۰ - گزینه «۴»

(مهم‌مهری ابوترابی)

$$\left. \begin{aligned} d \mid n^2 - 4n \xrightarrow{\times 5} d \mid 5n^2 - 20n \\ d \mid 5n + 6 \xrightarrow{\times n} d \mid 5n^2 + 6n \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 26n$$

$$\left. \begin{aligned} d \mid 26n \xrightarrow{\times 5} d \mid 130n \\ d \mid 5n + 6 \xrightarrow{\times 26} d \mid 130n + 156 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 156$$

$$\Rightarrow d \mid 2^2 \times 3 \times 13$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای d به شرط آنکه عدد اول باشد، برابر

13 است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)



فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۱»

(پوریا علاقه مند)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ در لحظه t_1 سرعت صفر است.(ب) درست؛ در بازه زمانی صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است، بنابراین، سرعت نیز در حال کاهش می باشد، لذا حرکت کندشونده خواهد بود.(پ) نادرست؛ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می کند. زیرا سرعت (شیب خط مماس بر نمودار) منفی می باشد.(ت) نادرست؛ در بازه زمانی t_1 تا t_2 متحرک ساکن است، لذا، سرعت آن صفر می باشد.

بنابراین، یک عبارت درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۷ تا ۱۰)

۱۰۲- گزینه «۲»

(غلامرضا مصی)

حل: ابتدا به کمک رابطه مربوط به محاسبه شتاب متوسط $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ را می یابیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10\vec{i} - 10\vec{i}}{10 - 0} = -2\vec{i} \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_0 = -10\vec{i} \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_0}{t_2 - t_0} = \frac{-10\vec{i} - 20\vec{i}}{20 - 0} = -1\vec{i} \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_2 - \vec{v}_0 = -20\vec{i} \frac{m}{s} \quad (2)$$

از تفریق رابطه های (۱) و (۲) داریم:

$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -20\vec{i} - (-10\vec{i}) = -10\vec{i} \frac{m}{s}$$

بنابراین، شتاب متوسط در ۱۰ ثانیه دوم برابر است با:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10\vec{i} - (-10\vec{i})}{10 - 0} = 0\vec{i} \frac{m}{s^2} \Rightarrow |\vec{a}_{av}| = 0 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۳- گزینه «۴»

(معصومه شریعت ناصری)

در بازه زمانی صفر تا ۳s، نمودار بالای محور زمان قرار دارد و در نتیجه $v > 0$ و متحرک در جهت محور x در حال حرکت است و در بازه زمانی ۳s تا ۱۵s که نمودار زیر محور زمان قرار دارد، سرعت منفی بوده، در نتیجه متحرک در خلاف جهت محور x در حرکت است. بنابراین داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av}(0, 3s) = \frac{0 - 12}{3} = -4 \frac{m}{s^2}$$

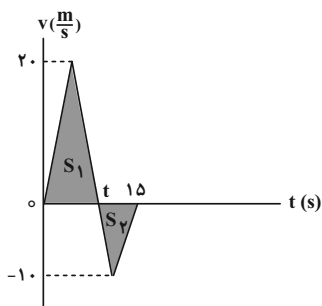
$$a'_{av}(3s, 15s) = \frac{-3 - 0}{15 - 3} = -\frac{1}{4} \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{|a'_{av}|}{|a_{av}|} = \frac{|\frac{1}{4}|}{|4|} = \frac{1}{16}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

(علیرضا کوزه)

۱۰۴- گزینه «۱»



$$l_1 = S_1 = \frac{20 \cdot t}{2} = 10t$$

$$l_2 = S_2 = \frac{(15-t)(10)}{2} = 5(15-t)$$

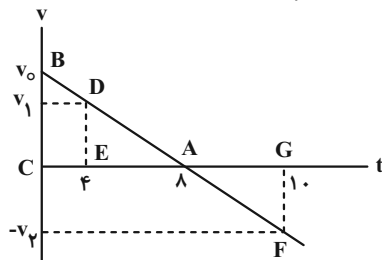
اکنون با استفاده از رابطه $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ ، تندی متوسط متحرک را در بازه زمانی (صفر تا t) و (t تا ۱۵s) به دست می آوریم:

$$\begin{cases} s_{av_1} = \frac{l_1}{\Delta t_1} = \frac{10t}{t} = 10 \frac{m}{s} \\ s_{av_2} = \frac{l_2}{\Delta t_2} = \frac{5(15-t)}{15-t} = 5 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_{av_1}}{s_{av_2}} = \frac{10}{5} = 2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲، ۳ و ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۵- گزینه «۱»

(امیرامیر میرسعید)

یکی از روش های حل تست های نمودار مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست رسم نمودار $v-t$ آن است. با توجه به نمودار $x-t$ ، $v_0 > 0$ و $a < 0$ است و در لحظه $t = 8s$ سرعت صفر شده است. بنابراین، نمودار $v-t$ را رسم نموده و با استفاده از تشابه دو مثلث ABC و ADE داریم:

$$\frac{v_0}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow v_1 = \frac{1}{2} v_0$$

برای محاسبه v_1 با استفاده از تشابه در مثلث های ABC و AFG داریم:

$$\frac{v_0}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow v_1 = \frac{1}{2} v_0$$



در آخر داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{1}{4}v_0}{\frac{1}{2}v_0} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۶- گزینه «۱»

(معمومه شریعت ناصری)

چون در لحظه $t = 0$ شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر صفر است، لذا سرعت در این لحظه صفر می‌باشد ($v_0 = 0$). بنابراین ابتدا با استفاده از

$$\text{رابطه } \Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t, \text{ سرعت در لحظه } t = 5s \text{ را می‌یابیم:}$$

$$\Delta x = \frac{v_{5s} + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow (-15 - 0) = \frac{v_{5s} + 0}{2} \times (5 - 0)$$

$$\Rightarrow v_{5s} = -8 \frac{m}{s}$$

اکنون شتاب متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow -8 = a \times 5 + 0 \Rightarrow a = -\frac{8}{5} \frac{m}{s^2}$$

در آخر داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \xrightarrow{x_0 = 0, x = \Delta m}$$

$$v^2 = 0 + 2 \times \left(-\frac{8}{5}\right) \times (0 - 5) \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = \pm 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۷- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

چون سرعت ثابت است، با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، سرعت متحرک را می‌یابیم:

$$\Delta x - \Delta x' = -120 \xrightarrow{\Delta x = v \Delta t} v \Delta t - v \Delta t' = -120$$

$$\xrightarrow{\Delta t = 3s, \Delta t' = 15s} v \times 3 - v \times 15 = -120$$

$$-12v = -120 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۸- گزینه «۴»

(مریم شیخ‌ممو)

می‌دانیم بیشترین فاصله دو متحرک در لحظه‌ای است که متحرک A به مقصد برسد. بنابراین، ابتدا مدت زمان حرکت متحرک A، تا لحظه‌ای که به مقصد برسد را می‌یابیم. چون سرعت ثابت است، داریم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x_A = 480m, v_A = 24 \frac{m}{s}} 24 = \frac{480}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 20s$$

در مدت ۲۰s، متحرک B به اندازه $\Delta x_B = 480 - 80 = 400m$ طی می‌کند. بنابراین، تندی این متحرک برابر است با:

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 20s, \Delta x_B = 400m} v_B = \frac{400}{20} = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

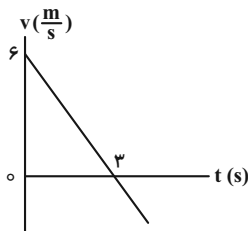
۱۰۹- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا معادله سرعت-زمان متحرک را می‌یابیم و سپس نمودار سرعت-زمان آن را رسم می‌کنیم.

$$x = -t^2 + 6t - 12 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 6 \frac{m}{s} \\ \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 6 \xrightarrow{v=0} 0 = -2t + 6 \Rightarrow t = 3s$$



می‌بینیم، در بازه زمانی صفر تا ۳s حرکت متحرک کندشونده است. در این بازه زمانی سرعت متوسط برابر است با:

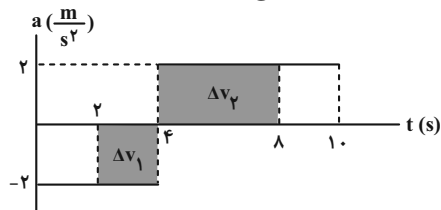
$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \xrightarrow{v_0 = 6 \frac{m}{s}, v = 0} v_{av} = \frac{0 + 6}{2} = 3 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۱۰- گزینه «۲»

(مریم شیخ‌ممو)

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار $a-t$ و محور t برابر Δv است. بنابراین، با محاسبه این سطح به صورت زیر شتاب متوسط را می‌یابیم:



$$\Delta v_1 = (2 - 0) \times (2 - 0) = 4 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_2 = (-2 - 0) \times (8 - 2) = -12 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{(2s, 8s)} = \Delta v_1 + \Delta v_2 = 4 - 12 = -8 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v_{2s, 8s}}{\Delta t} = \frac{-8}{8 - 2} = -\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



شیمی ۳

۱۱۱- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

امید به زندگی در شهرهای مختلف یک کشور با هم متفاوت است. زیرا این شاخص به عوامل مختلفی بستگی دارد و در کل شاخص امید به زندگی در مناطق توسعه یافته و برخوردار در مقایسه با مناطق کمبرخوردار بیشتر است. (شیمی ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ث) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) فرمول آورده به صورت $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ است.

$60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 12 + 16 + 2(14) + 4(1)$: جرم مولی آورده

درصد جرمی نیتروژن: $\frac{28}{60} \times 100$

درصد جرمی اکسیژن: $\frac{16}{60} \times 100$

$$\frac{\text{درصد جرمی N}}{\text{درصد جرمی O}} = \frac{\frac{28}{60} \times 100}{\frac{16}{60} \times 100} = \frac{28}{16} = \frac{7}{4} = 1.75$$

(ب) بازها در سطح پوست همانند صابون احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به پوست نیز آسیب وارد می‌کنند.

(پ) پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند و با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند.

(ت) فرمول مولکولی تقریبی وازلین به صورت $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$ است. لذا داریم:

$$C \text{ تعداد اتم} = \frac{1 \text{ mol } \text{C}_{25}\text{H}_{52}}{252 \text{ g } \text{C}_{25}\text{H}_{52}} \times 8 \text{ g } \text{C}_{25}\text{H}_{52} \times \frac{1 \text{ mol } C}{12 \text{ g } C} = 0.625 \text{ mol } C$$

$$\times \frac{25 \text{ mol } C}{1 \text{ mol } \text{C}_{25}\text{H}_{52}} \times \frac{N_A \text{ اتم } C}{1 \text{ mol } C} = 0.625 N_A \text{ اتم}$$

(ث) ساده‌ترین راه پیشگیری (نه درمان) رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۴)

۱۱۳- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

صابون مراغه یک صابون طبیعی است و افزودنی شیمیایی ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) از پاک‌کننده‌های خورنده به دلیل توانایی واکنش دادن با آلاینده‌ها برای باز کردن مجاری مسدود شده با چربی‌ها استفاده می‌شود.

(۳) صابون به دلیل داشتن بخش ناقطبی توانایی انحلال در چربی و به دلیل داشتن بخش قطبی توانایی انحلال در آب را دارد.

(۴) پارچه‌های نخی از الیاف طبیعی تشکیل شده‌اند و به علت داشتن تعداد زیادی گروه‌های هیدروکسیل ($-\text{OH}$) جاذبه کمتری با لکه‌های چربی که ناقطبی هستند برقرار می‌کنند و جدا شدن آن‌ها توسط صابون راحت‌تر انجام می‌شود. در نتیجه میزان چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های نخی کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۹ و ۱۱ تا ۱۳)

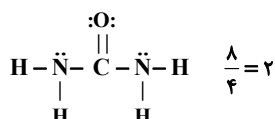
۱۱۴- گزینه «۲»

(امیر حسین مسلمی)

موارد ب و ت درست هستند.

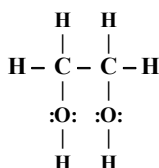
بررسی عبارت‌ها:

(آ) اوره دارای ۸ جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی است. بنابراین نسبت جفت‌الکترون پیوندی به ناپیوندی برابر با ۲ است.



(ب) فرمول شیمیایی روغن زیتون و چربی ذخیره شده در کوهان شتر به ترتیب به صورت $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$ و $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$ و اختلاف جرم مولی آن‌ها به دلیل اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن در آن‌هاست که برابر ۶ گرم بر مول می‌باشد.

(پ) مولکول اتیلن گلیکول دارای ۹ پیوند اشتراکی است.



(ت) فرمول متوسط بنزین به صورت C_8H_{18} است.

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{8 \times 12}{18 \times 1} = \frac{8}{1.5} = 5.33$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ و ۵)



۱۱۵- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

می‌دانیم فرمول کلی یک پاک‌کننده صابونی جامد با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به صورت $C_n H_{2n+1} COONa$ می‌باشد.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های نافلزی}}{\text{شمار اتم‌های فلزی}} = \frac{3n+4}{1} = 52 \Rightarrow 3n = 48 \Rightarrow n = 16$$

فرمول اسید چرب سازنده این پاک‌کننده صابونی $C_{16}H_{33}COOH$ یا $C_{17}H_{34}O_2$ می‌باشد.

= جفت الکترون پیوندی

$$\frac{(17 \times 4) + (34 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = \frac{68 + 34 + 4}{2} = \frac{106}{2} = 53$$

$$\text{جفت الکترون ناپیوندی} = 2 \times 2 = 4$$

$$49 = 53 - 4 = \text{اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۱۶- گزینه «۳»

(علی طرفی)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) صابون‌های مایع نمک‌های پتاسیم و آمونیوم اسید چرب هستند.

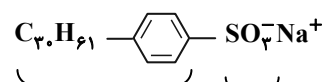
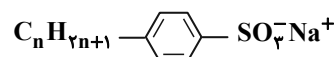
(ب) در پاک‌کننده‌های غیرصابونی گروه « SO_3^- » وجود دارد.

(پ) پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب‌های سخت رسوب تشکیل نمی‌دهند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۹، ۱۲ تا ۱۳)

۱۱۷- گزینه «۴»

(هری بهاری‌پور)



بخش ناقطبی

بخش قطبی

$$30 + 61 + 6 + 4 = 101$$

$$1 + 3 = 4$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

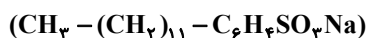
۱۱۸- گزینه «۱»

(علیرضا کیانی‌دوست)

بررسی برخی موارد:

مورد چهارم) نادرست؛ خورنده نیست

مورد پنجم) درست



$$\Rightarrow M = 348 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۱۹- گزینه «۴»

(امیر ماتیان)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ صابون، نمک سدیم یا پتاسیم اسیدهای چرب است که بخش هیدروکربنی آن چربی دوست است.

(ب) نادرست؛ در کلویدها با وجود ناهمگن بودن و داشتن ظاهری کدر و مات مسیر عبور نور قابل دیدن است.

(پ) درست؛ در هر کدام به ازای یک مول واکنش‌دهنده، ۲ مول کاتیون تولید می‌شود.



(ت) درست؛ افزودن نمک‌های فسفات‌دار به صابون‌ها باعث واکنش فسفات با یون‌های کلسیم و منیزیم شده و از سختی آب می‌کاهد. بنابراین از این صابون‌ها در آب‌های سخت می‌توان استفاده کرد و نیاز به تولید پاک‌کننده‌های غیرصابونی برای استفاده در آب سخت کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۷، ۱۱، ۱۲، ۱۴ و ۱۵)

۱۲۰- گزینه «۴»

(مهمربارسا فراهانی)

مخلوط ظرف (۲) کلوتید است که حاوی توده‌های مولکولی است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ تا ۸)



هندسه ۱

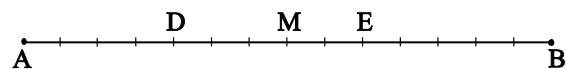
۱۲۱- گزینه «۲»

(سیرهمدرسا مسینی فرد)

با ترکیب در مخرج کسره‌های داده شده داریم:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{2}{7} = \frac{4}{14}$$

$$\frac{BE}{AE} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{5}{14}$$



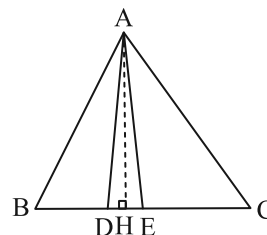
مطابق شکل M وسط پاره خط AB است و داریم: $\frac{DM}{ME} = \frac{3}{2}$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۲۲- گزینه «۱»

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)

مطابق شکل، ارتفاع AH در همه‌ی مثلث‌ها مشترک است. اگر ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن‌ها، می‌توان نوشت:



$$S_{ACE} = \frac{5}{2} S_{ADE} \Rightarrow \frac{EC}{DE} = \frac{5}{2} \Rightarrow DE = \frac{2}{5} EC$$

$$S_{ACE} = \frac{3}{2} S_{ABD} \Rightarrow \frac{EC}{BD} = \frac{3}{2} \Rightarrow BD = \frac{2}{3} EC$$

$$BE = BD + DE = \frac{2}{5} EC + \frac{2}{3} EC = \frac{16}{15} EC$$

$$BC = BE + EC = \frac{16}{15} EC + EC = \frac{31}{15} EC$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DE} - \frac{BE}{BD} = \frac{\frac{31}{15} EC}{\frac{2}{5} EC} - \frac{\frac{16}{15} EC}{\frac{2}{3} EC} = \frac{31}{6} - \frac{8}{5} = \frac{107}{30}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۲۳- گزینه «۳»

(شانه اتفاقی)

حالت‌های ممکن برای تشابه دو مثلث عبارتند از:

$$۱) \frac{4}{x} = \frac{6}{12} = \frac{9}{18} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 8$$

$$۲) \frac{9}{x} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = ۲۷$$

بنابراین اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار X، برابر $۲۷ - ۸ = ۱۹$ است.

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۸)

۱۲۴- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

طبق قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AFB : DE \parallel BF \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AD}{DB} \\ \triangle ABC : DF \parallel BC \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AD}{DB} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AF}{FC}$$

فرض کنید $EF = x$ باشد، در این صورت $AE = ۲x$ است و داریم:

$$AF = AE + EF = ۳x$$

$$\frac{AE}{EF} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{FC}{EF} = \frac{AF}{AE} = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۲۵- گزینه «۱»

(مصوبه بهادری)

چهارضلعی ADEF متوازی‌الاضلاع است، پس $DE = AF = ۳$ و $EF = AD = ۵$ است. با فرض $BD = x$ داریم:

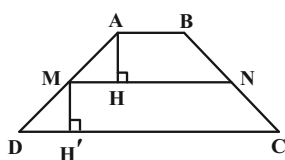
$$\begin{aligned} \triangle ABC : DE \parallel AC &\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB} \\ \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{x}{x+5} &\Rightarrow 3x+15=7x \Rightarrow 4x=15 \Rightarrow x=3/4 \end{aligned}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۲۶- گزینه «۴»

(شانه اتفاقی)

می‌دانیم اگر M و N به ترتیب وسط ساق‌های AD و BC باشند،

آن‌گاه $MN \parallel AB \parallel DC$ و $MN = \frac{AB+DC}{2}$ است.از طرفی مطابق شکل $AH = MH'$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{MNCD}}{S_{ABNM}} = \frac{\frac{1}{2} MH' (MN + DC)}{\frac{1}{2} AH (AB + MN)} \Rightarrow \frac{MN + DC}{AB + MN} = \frac{5}{3}$$

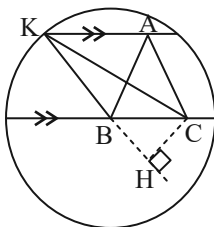
$$\Rightarrow 3(MN + DC) = 5(AB + MN)$$

$$\Rightarrow 3\left(\frac{AB+DC}{2} + DC\right) = 5\left(AB + \frac{AB+DC}{2}\right)$$

$$\xrightarrow{\times 2} 3AB + 9DC = 15AB + 5DC$$

$$\Rightarrow 4DC = 12AB \Rightarrow \frac{DC}{AB} = 3$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)



$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{r}}{f} (AB)^r = \frac{\sqrt{r}}{f} (\Delta)^r = \frac{r\Delta}{f} \sqrt{r}$$

$$\left. \begin{aligned} S_{ABC} = S_{BKC} &\Rightarrow \frac{BK \times CH}{2} = \frac{25}{4} \sqrt{3} \\ \text{(شعاع دایره) } BK = \frac{30}{2} = 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 15 \times CH = \frac{25}{2} \sqrt{3}$$

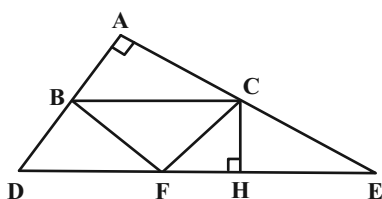
$$\Rightarrow CH = \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

(هندسه ۱- قفسه تالار، تشابه و کادها، آون: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(افخسیر، خاصہ خان)

۱۳. - گزینہ «۲»

از نقطه C، عمودی بر DE رسم می‌کنیم. طبق قضیه خطوط موازی و مورب،

$$\hat{A}\hat{C}\hat{B} = \hat{E} \text{ است.}$$


بنابراین دو مثلث ABC و CHE بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.

$$\frac{CH}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow \frac{CH}{\Delta} = \frac{\lambda}{BC} \Rightarrow BC \times CH = \lambda \times \Delta = \varphi.$$

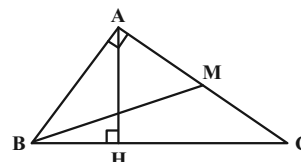
$$S_{BCF} = \frac{1}{2} BC \times CH = \frac{1}{2} \times 40 = 20.$$

(هنر سه ۱- قفسه تالار)، تشابه و کارهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(امیر حسین) ابو محبوب

۱۲۷- گزینہ «۲»

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\mathbf{AH}^{\mathfrak{Y}} = \mathbf{BH} \times \mathbf{CH} \Rightarrow \mathfrak{Y}^{\mathfrak{Y}} = \mathbf{BH} \times \mathfrak{Y}\mathbf{BH}$$

$$\Rightarrow \text{BH}^{\text{r}} = \text{r} \Rightarrow \text{BH} = \sqrt{\text{r}} \Rightarrow \text{CH} = \text{r}\sqrt{\text{r}}$$

بنابراین $BC = 4\sqrt{3}$ است و داریم:

$$AB^{\gamma} = BH \times BC = \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 12$$

$$AC^T = CH \times BC = 3\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 36$$

$$\Delta \mathbf{ABM} : \mathbf{BM}^{\gamma} = \mathbf{AB}^{\gamma} + \mathbf{AM}^{\gamma} = \mathbf{AB}^{\gamma} + \frac{\mathbf{AC}^{\gamma}}{f}$$

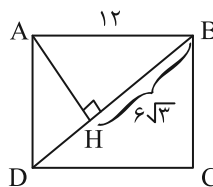
$$= 12 + 9 = 21 \Rightarrow \mathbf{BM} = \sqrt{21}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(امیر حسین) ابو مصیوب

۱۲۸- گزینہ «۱»

مطابق شکل طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه ABD داریم:



$$AB^{\gamma} = BH \times BD \Rightarrow 12^{\gamma} = 6\sqrt{3} \times BD$$

$$\Rightarrow \text{BD} = \frac{12 \times 12}{6\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ABD داریم:

$$\mathbf{BD}^T = \mathbf{AB}^T + \mathbf{AD}^T \Rightarrow (\lambda\sqrt{3})^T = 12^T + \mathbf{AD}^T$$

$$\Rightarrow AD^2 = 192 - 144 = 48 \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(سرژ یقیازاریان تبریزی)

۱۲۹- گزینہ «۳»

مطابق شکل زیر، $BC \parallel AK$ می‌باشد، بنابراین دو نقطه A و K از ضلع

BC به یک فاصله‌اند. از آنجا که قاعده و ارتفاع دو مثلث ABC و

BKC با هم برابر هستند، لذا دو مثلث هم ارز (هم مساحت) می‌باشند.

می توان نوشت:



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

مورد (پ) درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) با افزایش فاصله لایه الکترونی از هسته، انرژی الکترون‌های موجود در آن افزایش می‌یابد.

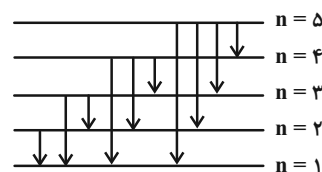
ب) اگر در طیف نشری خطی دو فلز متمایز X و Y خط مشاهده شود در طیف آلیاز این ۲ فلز به تعداد $X + Y$ یا کمتر خط مشاهده می‌شود چون امکان دارد خط طیفی مشترکی بین ۲ عنصر وجود داشته باشد.

ت) اولین بار بور توانست با ارائه مدل اتمی طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند ولی توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر اتم‌ها را نداشت.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

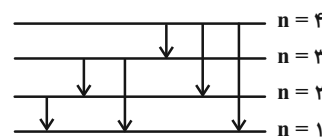
۱۳۲- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)



۵ لایه

۱۰ خط در طیف نشری وجود دارد.



۴ لایه

۶ خط در طیف نشری وجود دارد.

$$\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱۳۳- گزینه «۳»

(امیر حسین مسلمی)

موارد (ب) و (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

الف) هر چه لایه‌های الکترون از هسته دورتر باشد انرژی بیشتر است پس بین فاصله الکترون از هسته و سطح انرژی آن رابطه مستقیم وجود دارد.

ت) گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $4l + 2$ به دست می‌آید. مثال:

$$l = 0 \xrightarrow{\text{زیرلایه s}} 4(0) + 2 = 2e^-$$

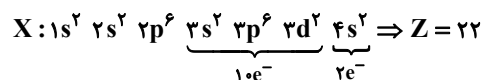
(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۴- گزینه «۳»

(ایمان حسین نژاد)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست



(۲) نادرست؛ در دسته d قرار دارد.

(۳) درست

$$l = 1 \Rightarrow \text{تعداد الکترون‌ها با } 1 = 6 + 6 = 12$$

$$l = 2 \Rightarrow \text{تعداد الکترون‌های با } 2 = 10$$

$$\frac{12}{2} = 6$$



۴) نادرست؛ آخرین زیرلایه‌ای که الکترون در آن وارد می‌شود (طبق اصل

آفبا) زیرلایه $3d$ با $l=2$ و $n=3$ است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۱۳۵- گزینه «۳»

(سینا، زمانی تبار)

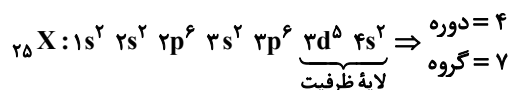
عبارت‌های (الف)، (ت) و (ث) درست هستند.

ابتدا عدد اتمی عنصر مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} n+p=55 \\ n-e=v \xrightarrow{e=p-2} \begin{cases} n+p=55 \\ n-p=5 \end{cases} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+} 2n=60 \Rightarrow n=30, p=25$$

آرایش الکترونی عنصر:

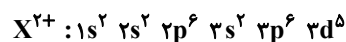


بررسی عبارت‌ها:

(الف) این عنصر در دوره ۴ و گروه ۷ جدول تناوبی قرار دارد.

(ب) آرایش الکترونی اتم این عنصر از قاعده آفبا پیروی می‌کند.

(پ) در یون X^{2+} چون e^- های $4s^2$ برداشته شده است.

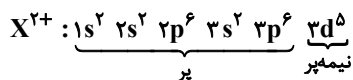


$$n+l=4 \Rightarrow 3p^6 \Rightarrow 6e^-$$

(ت) در آرایش الکترونی اتم عنصر X فقط زیرلایه $3d^5$ به صورت نیمه پر

می‌باشد.

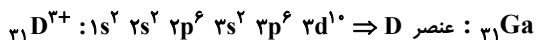
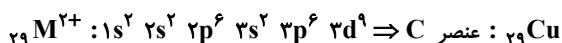
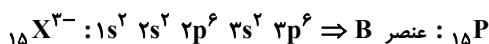
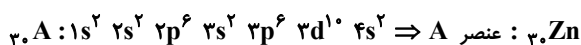
(ث)



(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۱۳۶- گزینه «۳»

(امیر ماتیان)



بررسی عبارت‌ها در ردیف‌های مورد نظر:

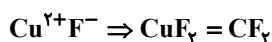
(۱) نادرست؛ بیرونی‌ترین زیرلایه گونه $A \Leftarrow 4s^2$ می‌باشد سایر موارد

درست است.



(۲) درست؛ تمامی موارد درست است.

(۳) درست؛ تمامی موارد درست است.



(۴) نادرست؛ بیرونی‌ترین زیرلایه گونه D^{3+} برابر $3d^{10}$ می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۳۷- گزینه «۱»

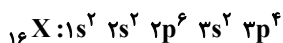
(امیرمسین مسلمی)

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

عنصری که بیرونی‌ترین زیرلایه آن $3p^5$ است یعنی در دوره سوم قرار دارد

پس عنصر X نیز در دوره سوم و گروه ۱۶ قرار دارد. در نتیجه این عنصر

دارای عدد اتمی ۱۶ بوده که همان گوگرد است.





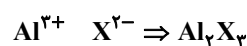
بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در بیرونی‌ترین لایه اتم آن ۶ الکترون وجود دارد.



ب) درست

پ) نادرست

ت) درست؛ تعداد الکترون‌ها با $I = 0$ برابر ۶ الکترون و تعداد الکترون‌ها با

$$I = 1 \text{ برابر } 10 \text{ الکترون می‌باشد، در نتیجه نسبت آن‌ها } \frac{6}{10} \text{ می‌شود.}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۴، ۳۶ و ۳۸ تا ۴۱)

۱۳۸- گزینه «۲»

(ایمان حسین‌نژاد)

بررسی موارد:

الف) درست

$$\left. \begin{array}{l} \text{شمار آنیون} \\ \text{شمار کاتیون} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{AlF}_3}{\text{AlO}_3} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{شمار کاتیون} \\ \text{شمار آنیون} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{CaO}}{\text{CaO}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3}{1} = 3$$

ب) رفتار شیمیایی هر اتم به تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت بستگی دارد. به‌طوری

که می‌توان دستیابی به آرایش گاز نجیب را مبنای رفتار آن‌ها دانست.

پ)

$$\left. \begin{array}{l} p_1 X^+ \\ p_2 Y^{3-} \end{array} \right\}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$e_1 = p_1 - 1 \quad e_2 = p_2 - (-3)$$

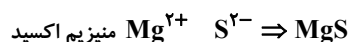
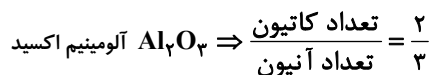
$$\Rightarrow e_1 = e_2 \Rightarrow p_1 - 1 = p_2 + 3 \Rightarrow p_1 - p_2 = 4$$

جواب درست ۴ است. لذا در گزینه «۲» چون اختلاف عدد اتمی را ۲ داده است که غلط است انتخاب می‌کنیم.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۳۹- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)



$$\text{جرم مولی} \Leftarrow 24 + 32 = 56 \text{ g.mol}^{-1}$$

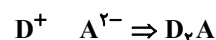
(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱۴۰- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

عنصر C همان آرگون است. بنابراین عنصر A گوگرد، B کبر، D پتاسیم و E کلسیم است.

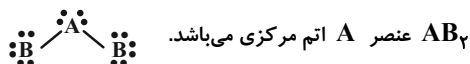
چون A از گروه ۱۶ بوده یون پایدار آن به صورت A^{2-} و D عنصری از گروه ۱ می‌باشد که یون پایدار آن به صورت D^+ است. لذا داریم:



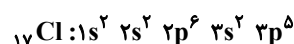
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست؛ چون عناصر D و E در گروه ۱ و ۲ جدول تناوبی قرار دارند لذا از عناصر دسته S می‌باشند.

(۲) درست؛ A در گروه ۱۶ و B در گروه ۱۷ قرار دارد و در مولکول



(۳) درست؛ عنصر B همان ^{35}Cl می‌باشد که با رسم آرایش الکترونی آن داریم:

در آخرین زیرلایه آن $5e^-$ وجود دارد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)