AzmoonFree.ir

دفترچهٔ پاسخ

آزمون هدیهٔ ۱۵ دی ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی-مهرداد استقلالیان-مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن‌آرا-سهیل حسن‌خان‌پور-عادل حسینی-محمدرضا راسخ علی شهرابی-رضا طاری-سپهر متولی-علیرضا نداف‌زاده-جهانبخش نیکنام
	هندسه ۳	امیرحسین ابومحبوب-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-احمدرضا فلاح
	فیزیک	محمد اسدی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-میثم دشتیان-محمدعلی عباسی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گونه غلامرضا محبی-سیدعلی میرنوری-سیدجلال میری-حسین ناصحی
	شیمی	مجتبی اسدزاده-رئوف اسلام‌دوست-فرزین بوستانی-مسعود جعفری-محمدرضا جمشیدی-حسن رحمتی‌کوکنده-علی رحیمی علیرضا رضایی‌سراب-فرزاد رضایی-جهان شاهی‌بیگباغی-ساجد شیری-مسعود طبرسا-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره حسن عیسی‌زاده-حسن ناصری‌ثانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	پارسا عیوض‌پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی مهدی شریفی	امیررضا حکمت‌نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی	مهبد خالتی	حسین بصیر ترکمبور	احسان پنجه‌شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	دانیال راستی	پارسا عیوض‌پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

رابطهٔ تقسیم را می‌نویسیم:

$$2x^5 - x + 3 = (x-1)(x-2)q(x) + ax + b$$

$x = 1$. $x = 2$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} 4 = a + b \\ 65 = 2a + b \end{cases} \Rightarrow a = 61 \,,\, b = -57$$

پس $r(x) = 61x - 57$ و $r(-1) = -118$ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲- **گزینهٔ «۲»** (رضا طاری)

باید حد راست و چپ را محاسبه کنیم:

$$\text{حد چپ}: \lim_{x\to 4^-} \frac{(-1)^{[x]}}{f(x)+f(3-x)} = \lim_{x\to 4^-} \frac{(-1)^{[4^-]}}{f(4^-)+f(3-4^-)}$$

$$= \lim_{x\to 4^-} \frac{(-1)^3}{0^- + f(-1)^+} = \frac{-1}{0^- + 0^-} = +\infty$$

$$\text{حد راست}: \lim_{x\to 4^+} \frac{(-1)^{[x]}}{f(x)+f(3-x)} = \lim_{x\to 4^+} \frac{(-1)^{[4^+]}}{f(4^+)+f(3-4^+)}$$

$$= \lim_{x\to 4^+} \frac{(-1)^4}{0^+ + f(-1)^-} = \frac{1}{0^+ + 0^+} = +\infty$$

بنابراین حد عبارت داده شده برابر $+\infty$ است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

۳- **گزینهٔ «۳»** (مسعود برملا)

حدهای چپ و راست تابع را در $x = 0$ حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{1+\sin x}{1-\cos x} = \frac{1}{1-(1^-)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1+\sin x}{1-\cos x} = \frac{1}{1-(1^-)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

نمودار گزینهٔ «۳» این ویژگی‌ها را دارد.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

۴- **گزینهٔ «۱»** (سهیل حسن‌خان‌پور)

چون حاصل حد برابر $-\infty$ شده است، قطعاً $x = 2$ ریشه مخرج است و چون حد چپ و راست تابع در $x = 2$ هم‌علامت شده، ریشه $x = 2$ قطعاً مضاعف خواهد بود.

$$x^3 + ax^2 + bx - 12 = (x-2)^2(x-c)$$

$$= (x^2 - 4x + 4)(x - c) = x^3 + (-4-c)x^2 + (4+4c)x - 4c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4c = -12 \Rightarrow c = 3 \\ b = 4 + 4c \Rightarrow b = 16 \\ a = -4 - c \Rightarrow a = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b + 2a = 16 - 14 = 2$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

۵- **گزینهٔ «۴»** (مسعود برملا)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} [\frac{1+x}{2-x}] = \lim_{x\to+\infty} [\frac{x+1}{-(x-2)}]$$

$$= \lim_{x\to+\infty} [\frac{x-2+3}{-(x-2)}] = \lim_{x\to+\infty} [-1 - \frac{3}{x-2}] = [-1-0^+]$$

$$= [(-1)^-] = -2$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۶- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا راسخ)

با استفاده از نمودار ضابطهٔ توابع f و g را می‌نویسیم:

تابع f یک تابع خطی است و نمودار آن با جهت مثبت محور x ها زاویهٔ 150° می‌سازد. بنابراین شیب آن برابر $\tan(150^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ است. داریم:

$$f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b \xrightarrow{(1,2)\in f} 2 = -\frac{\sqrt{3}}{3} + b$$

$$\Rightarrow b = \frac{6+\sqrt{3}}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{6+\sqrt{3}}{3}$$

حال نمودار تابع g بر نمودار تابع f عمود است. بنابراین نسبت شیب خط آن عکس و قرینه شیب خط نمودار تابع f است. داریم:

$$g(x) = \sqrt{3}x + b' \xrightarrow{(1,2)\in g} 2 = \sqrt{3} + b' \Rightarrow b' = 2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt{3}x + 2 - \sqrt{3}$$

حال داریم:

$$\lim_{x\to-\infty} = \frac{|-\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{6+\sqrt{3}}{3}|}{\sqrt{3}x + 2 - \sqrt{3}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{6+\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}x + 2 - \sqrt{3}}$$

$$\xrightarrow{\text{هم‌ارزی پرتوان}} \lim_{x\to-\infty} \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}x}{\sqrt{3}x} = -\frac{1}{3}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۷- **گزینهٔ «۲»** (سپهر متولی)

ضابطهٔ تابع f را $f(x) = mx + h$ که $m > 0$ است، در نظر می‌گیریم.

در نتیجه $f^{-1}(x) = \frac{1}{m}x - \frac{h}{m}$ است.

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

$$\Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} g(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{3(\frac{1}{m}(2x+1)-\frac{h}{m})}{m(2x)+h+1}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\frac{6}{m}x}{2mx} = \frac{3}{m^2} = \frac{1}{12} \Rightarrow m^2 = 36 \xrightarrow{m>0} m = 6$$

پس ضابطهٔ تابع f و f^{-1} به ترتیب $f(x)=6x+h$ و $f^{-1}(x)=\frac{1}{6}x-\frac{h}{6}$ است. در نتیجه داریم:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x+1)+x}{f^{-1}(x-1)-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{6(x+1)+h+x}{\frac{1}{6}(x-1)-\frac{h}{6}-x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{7x}{-\frac{5}{6}x} = -\frac{42}{5}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(سپهر متولی)*

$$a = \lim_{x\to-\infty} f(x) = 2 \quad , \quad b = \lim_{x\to+\infty} f(x) = -1$$

$$g(x) = \frac{(1-2x)^3+(1-x^3)+3x^2}{(1)(x^2+x)(-3x+2)}$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim \frac{(1-2x)^3+(1-x^3)+3x^2}{(x^2+x)(-3x+2)}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{1-6x+12x^2-8x^3+1-x^3+3x^2}{-3x^3+2x^2-3x^2+2x}$$

$$\xrightarrow{\text{هم‌ارزی پرتوان}} \lim_{x\to+\infty} \frac{-9x^3}{-3x^3} = 3$$

پس خط $y=3$ مجانب افقی تابع $g(x)$ می‌باشد.

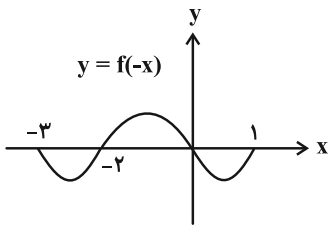
(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

با توجه به دامنهٔ تابع f، ابتدا دامنهٔ تابع g را پیدا می‌کنیم:

$$D_g : -f(-x)\,|f(-x)| \ge 0 \Rightarrow -f(-x) \ge 0 \Rightarrow f(-x) \le 0$$

با رسم نمودار تابع $y=f(-x)$ محدودهٔ نامثبت را در نظر می‌گیریم:



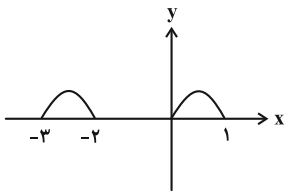
$$f(-x) \le 0 \Rightarrow D_g = [-3\,,\,-2] \cup [0\,,\,1]$$

حال ضابطهٔ آن را ساده می‌کنیم:

$$g(x) = \sqrt{-f(-x)\,|f(-x)|}$$

$$\xrightarrow{f(-x)\le 0} g(x) = \sqrt{f^2(-x)} = |f(-x)|$$

با توجه به دامنهٔ تابع g، نمودار نهایی به صورت زیر است:



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا راسخ)*

فرض می‌کنیم $x_1\,,\,x_2\,,\,x_3\,,\,x_4$ صفرهای تابع f باشند. در نتیجه صفرهای تابع $y=-3f(5-2x)$ به صورت $\frac{5-x_1}{2}\,,\,...\,,\,\frac{5-x_4}{2}$ می‌باشد. حال داریم:

$$\frac{5-x_1}{2}+\frac{5-x_2}{2}+\frac{5-x_3}{2}+\frac{5-x_4}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 10-\frac{1}{2}(x_1+x_2+x_3+x_4)=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4=19$$

حال برای صفرهای تابع $y=f(\frac{1}{2}x-1)$ داریم:

$$2(x_1+1)+2(x_2+1)+2(x_3+1)+2(x_4+1)$$

$$=2(x_1+x_2+...+x_4)+8=2(19)+8=46$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تن‌آرا)*

می‌دانیم حاصل‌ضرب دو تابع صعودی با مقادیر مثبت، تابعی صعودی است. در گزینهٔ «۲»؛ توابع $y=2^x+1$ و $y=\sqrt{x}$ هر دو صعودی با مقادیر مثبت هستند و حاصل‌ضرب آن‌ها نیز صعودی می‌باشد؛ لذا این تابع یکنوا می‌باشد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم اجلالی)*

$$f(x)=4^{x-1}-8^x=4^x(\frac{1}{4}-2^x)=-4^x(2^x-\frac{1}{4})$$

اگر فرض کنیم $g(x)=4^x$ و $h(x)=2^x-\frac{1}{4}$ آن‌گاه توابع g و h روی $(0\,,\,+\infty)$ مثبت و اکیداً صعودی‌اند. پس تابع $g\times h$ روی این بازه اکیداً صعودی است. از طرف دیگر: $f(x)=-(g\times h)(x)$

بنابراین f روی بازهٔ $(0\,,\,+\infty)$ اکیداً نزولی است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

AzmoonFree.ir

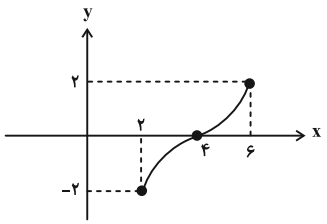
AzmoonFree.ir

۱۳- **گزینهٔ «۲»** (جهانبخش نیکنام)

$$f(x)=\sqrt{x-2}+(-\sqrt{6-x})$$

$$D_f=[2\,,\,6] \qquad (1)$$

تابع f مجموع دو تابع اکیداً صعودی است پس، اکیداً صعودی است و نمودار آن به صورت تقریبی شبیه شکل زیر است:



ابتدا دامنهٔ تابع $y=f(f(x)+4)$ را حساب می‌کنیم:

$$2\le f(x)+4\le 6\Rightarrow -2\le f(x)\le 2\Rightarrow 2\le x\le 6 \qquad (2)$$

و حال نامعادله را حل می‌کنیم:

$$f(f(x)+4)\le 0\xrightarrow{\text{f اکیداً صعودی}}f(x)+4\le 4$$

$$\Rightarrow f(x)\le 0\Rightarrow x\in[2\,,\,4] \qquad (3)$$

$$\xrightarrow{(1)\,,\,(2)\,,\,(3)}x\in[2\,,\,4]$$

این بازه شامل سه عدد صحیح ۲، ۳ و ۴ است که مجموع آن‌ها برابر ۹ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** (شاهین پروازی)

ابتدا خواستهٔ مسئله را کمی ساده‌تر می‌کنیم:

$$1-\tan 10^\circ\times\tan 20^\circ=1-\frac{\sin 10^\circ\sin 20^\circ}{\cos 10^\circ\cos 20^\circ}$$

$$=\frac{\cos 10^\circ\cos 20^\circ-\sin 10^\circ\sin 20^\circ}{\cos 10^\circ\cos 20^\circ}$$

$$=\frac{\cos(10^\circ+20^\circ)}{\cos 10^\circ\cos 20^\circ}=\frac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ\cos 20^\circ}$$

با توجه به فرمول $\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$ داریم:

$$\frac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ(2\cos^2 10^\circ-1)}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{a}(2(\frac{1}{a^2})-1)}$$

$$=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2}{a^3}-\frac{1}{a}}=\frac{\sqrt{3}a^3}{2(2-a^2)}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحهٔ ۴۲)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

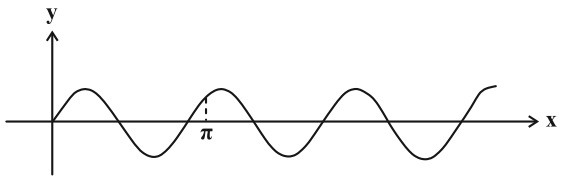
ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{k\cos 2kx\dfrac{\sin kx}{\cos kx}}{\dfrac{1}{\cos^2 kx}}=k\sin kx\cos kx\cos 2kx$$

$$=\frac{k}{2}\sin 2kx\cos 2kx\Rightarrow f(x)=\frac{k}{4}\sin 4kx$$

$$D_f=\mathbb{R}-\{x\,|\,kx=n\pi+\frac{\pi}{2}\;;\;\; n\in\mathbb{Z}\}$$

بدیهی است که $k\neq 0$ است. حال اگر $k>0$ باشد، نمودار تابع باید به صورت زیر باشد:



در این حالت π از یک دورهٔ تناوب بزرگ‌تر و از $\frac{3}{2}$ دورهٔ تناوب کوچک‌تر است. دقت کنید که برای $k<0$ هم همین استدلال درست است، پس داریم:

$$T\le\pi<\frac{3T}{2}\Rightarrow\frac{\pi}{2|k|}\le\pi<\frac{3\pi}{4|k|}\Rightarrow\frac{1}{2}\le|k|<\frac{3}{4}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** (علی شهرابی)

فاصلهٔ دو نقطه به طول‌های $\frac{\pi}{18}$ و $\frac{5\pi}{9}$ برابر با ۱/۵ دورهٔ تناوب است.

$$\frac{3}{2}T=\frac{5\pi}{9}-\frac{\pi}{18}\Rightarrow\frac{3}{2}T=\frac{\pi}{2}\Rightarrow T=\frac{\pi}{3}$$

از طرفی دورهٔ تناوب تابع $f(x)=\tan(ax+b)$، برابر با $\frac{\pi}{|a|}$ است و چون نمودار داده شده اکیداً صعودی است، a باید مثبت باشد، پس داریم:

$$\frac{\pi}{a}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow a=3$$

تا اینجا ضابطهٔ تابع به صورت $f(x)=\tan(3x+b)$ شد. مقدار تابع به ازای $x=\frac{\pi}{18}$ صفر است.

$$f(\frac{\pi}{18})=\tan(\frac{\pi}{6}+b)=0\xrightarrow[\text{مثبت است f}]{\text{اولین ریشه}\ \frac{\pi}{18}}\frac{\pi}{6}+b=0\Rightarrow b=\frac{-\pi}{6}$$

البته برای b، تمام مقادیر $k\pi-\frac{\pi}{6}$ را می‌توان در نظر گرفت.

$$\Rightarrow f(x)=\tan(3x-\frac{\pi}{6})\Rightarrow f(\frac{-\pi}{36})=\tan(-\frac{\pi}{4})=-1$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

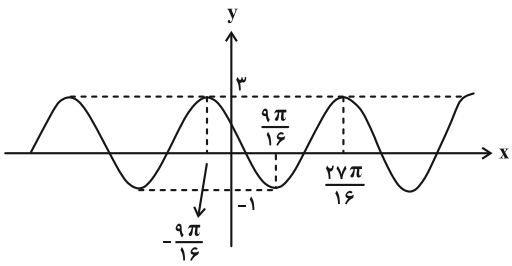
۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا نداف‌زاده)*

ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x)=a\left(\frac{1-\cos 2(bx-\frac{3\pi}{4})}{2}\right)+c$$

$$=-\frac{a}{2}\cos(2bx-\frac{3\pi}{2})+\frac{a}{2}+c\Rightarrow f(x)=\frac{a}{2}\sin 2bx+\frac{a}{2}+c$$

دورهٔ تناوب تابع برابر $T=\frac{63\pi}{16}-\frac{27\pi}{16}=\frac{9\pi}{4}$ است، پس نمودار کامل شده تابع به صورت زیر است:



و داریم:

$$T=\frac{2\pi}{2|b|}=\frac{9\pi}{4}\Rightarrow|b|=\frac{4}{9}\Rightarrow b=\pm\frac{4}{9}$$

بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع هم به ترتیب ۳ و ۱- است:

$$\begin{cases}y_{max}=\frac{|a|}{2}+\frac{a}{2}+c=3\\ y_{min}=-\frac{|a|}{2}+\frac{a}{2}+c=-1\end{cases}$$

در $x=0$ تابع f نزولی است، پس a . b غیر هم‌علامت‌اند، یعنی اگر $a=4$ باشد، $b=-\frac{4}{9}$ و اگر $a=-4$ باشد، $b=\frac{4}{9}$ است. در نهایت داریم:

$$f(x)=1-2\sin\frac{8}{9}x$$

$$\Rightarrow f(21\pi)=1-2\sin\frac{8}{9}(21\pi)=1-2\sin\frac{56\pi}{3}$$

$$=1-2\sin\frac{\pi}{3}=1-\sqrt{3}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا نداف‌زاده)*

$$\sin 2x-\cos 2x=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})=-1$$

$$\Rightarrow\sin(2x-\frac{\pi}{4})=-\frac{1}{\sqrt{2}}=\sin(-\frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow\begin{cases}2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi-\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=k\pi\\ 2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi-\frac{3\pi}{4}\Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{4}\end{cases}$$

جواب‌های بازهٔ $[0,\pi]$ عبارتند از صفر، $\frac{3\pi}{4}$ و π که مجموع آن‌ها برابر $\frac{7\pi}{4}$ است.

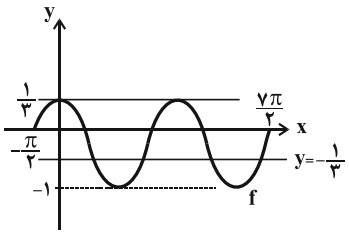
(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

$$9f^2(x)-1=0\Rightarrow f(x)=\pm\frac{1}{3}$$

برای تعیین تعداد جوابهای معادلهٔ فوق، کافی است تعداد نقاط تلاقی نمودار f و خطوط $y=\pm\frac{1}{3}$ را تعیین کنیم.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\cos x}{3} & ;\cos x\geq 0\\ \cos x & ;\cos x<0\end{cases}$$



مطابق شکل فوق، خط $y=\frac{1}{3}$ نمودار را در دو نقطه و خط $y=-\frac{1}{3}$ نمودار را در ۴ نقطه قطع می‌کند. پس در مجموع در ۶ نقطه تلاقی دارند.

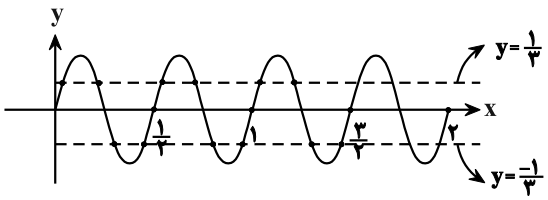
(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد استقلالیان)*

$$\cos(\pi\sin(4\pi x))=\cos\frac{\pi}{3}\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}\pi\sin(4\pi x)=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow\sin 4\pi x=2k\pm\frac{1}{3}\xrightarrow[\text{فقط } k=0]{-1\leq\sin\alpha\leq 1}\sin 4\pi x=\pm\frac{1}{3}$$

$$y=\sin 4\pi x,\ T=\frac{2\pi}{|4\pi|}=\frac{1}{2}$$



(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

دایرهٔ $x^2+y^2-12x-14y+81=0$ به مرکز $O(6\,,\,7)$ و شعاع $R=2$ است. دایرهٔ مورد نظر باید در ناحیهٔ اول بر هر دو محور مختصات مماس باشد. بنابراین $O'(\alpha\,,\,\alpha)$ مرکز آن و $R'=\alpha$ شعاع آن است.

اگر دو دایره مماس خارج باشند، داریم:

$$OO'=R+R' \Rightarrow \sqrt{(\alpha-6)^2+(\alpha-7)^2}=2+\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha^2-30\alpha+81=0 \Rightarrow \begin{cases}\alpha=3\\ \alpha=27\end{cases}$$

پس شعاع بزرگ‌ترین دایره برابر ۲۷ است.

توجه: در حالتی که دو دایره را مماس داخل بگیریم، مقادیر α برابر $11\pm2\sqrt{10}$ به دست می‌آید که بزرگ‌ترین دایره نیستند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

روش اول:

$$A^2=\begin{bmatrix}2&5\\1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&5\\1&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9&20\\4&9\end{bmatrix}$$

$$A^3=\begin{bmatrix}2&5\\1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}9&20\\4&9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}38&85\\17&38\end{bmatrix}$$

$$A^3-A^2=mA+nI$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}38&85\\17&38\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}9&20\\4&9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2m&5m\\m&2m\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}n&0\\0&n\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}29&65\\13&29\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2m+n&5m\\m&2m+n\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}m=13\\ 2m+n=29 \Rightarrow 26+n=29 \Rightarrow n=3\end{cases}$$

$$m+n=13+3=16$$

روش دوم: طبق رابطهٔ کیلی- همیلتون داریم:

$$A^2=(2+2)A-(4-5)I \Rightarrow A^2=4A+I$$

$$\Rightarrow A^3=A^2\times A=(4A+I)\times A$$

$$=4A^2+A=4(4A+I)+A=17A+4I$$

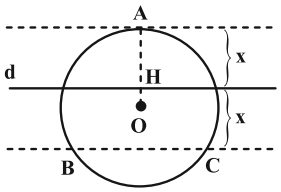
$$\Rightarrow A^3-A^2=(17A+4I)-(4A+I)=13A+3I$$

$$\Rightarrow \begin{cases}m=13\\ n=3\end{cases} \Rightarrow m+n=16$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصلهٔ x باشند دو خط موازی با d در دو طرف آن است. در حالتی که یکی از این خط‌ها مماس بر دایره باشد، سه نقطه به دست می‌آید.



مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است و ارتفاع آن برابر $2x$ است.

مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ABC، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها یا در مثلث متساوی‌الاضلاع، همان نقطهٔ همرسی میانه‌ها است، پس داریم:

$$OA=\frac{2}{3}h_a \Rightarrow R=\frac{2}{3}(2x) \Rightarrow x=\frac{3}{4}R=3$$

$$\Rightarrow OH=R-x=4-3=1$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

با توجه به رابطهٔ $A^2=3A-I$ داریم:

$$A^2=3A-I \xrightarrow{A^{-1}\times} A=3I-A^{-1} \Rightarrow A^{-1}=3I-A$$

$$\Rightarrow A^{-1}B=3B-AB=3\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\7\end{bmatrix}$$

تذکر: دقت کنید که A ماتریسی از مرتبهٔ 2×2 است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

طبق توضیحات داده شده ابتدا معادلهٔ منحنی گفته شده را به دست می‌آوریم:

$$M(x\,,\,y)$$

$$|MA|=\sqrt{2}\,|MB|$$

$$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}$$

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

$$x^2+y^2-2x-4y+5=2x^2+2y^2+4x-12y+20$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+6x-8y+15=0 \xrightarrow{\text{معادله دایره است.}}$$

$$\begin{cases} O(-3\,,\,4) \\ R=\frac{1}{2}\sqrt{36+64-60}=\sqrt{10} \end{cases}$$

فاصلهٔ مرکز دایره تا خط $OH=\frac{|-9-16-5|}{\sqrt{9+16}}=\frac{30}{5}=6$

در نتیجه خط L خارج دایره است و بیشترین فاصلهٔ نقاط روی دایره از خط L برابر $OH+R$ است. $\Rightarrow \sqrt{10}+6$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

اگر $B=\begin{bmatrix}4&3\\2&1\end{bmatrix}$، $C=\begin{bmatrix}5&2\\3&1\end{bmatrix}$ و $D=\begin{bmatrix}3&0\\-1&2\end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$BAC=D\Rightarrow A=B^{-1}DC^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{3}{2}\\1&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&0\\-1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&2\\3&-5\end{bmatrix}$$

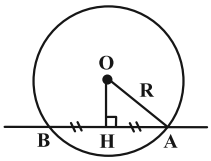
$$=\begin{bmatrix}-3&3\\5&-4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&2\\3&-5\end{bmatrix}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}12&-21\\-17&30\end{bmatrix}$$

$$12-21=-9$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** (هومن عقیلی)

مختصات مرکز دایره $O(1\,,\,1)$ و شعاع آن $R=\frac{\sqrt{37}}{2}$ است.



$$OH=\frac{|6+8-9|}{\sqrt{36+64}}=\frac{1}{2}$$

$$HA=\sqrt{\frac{37}{4}-\frac{1}{4}}=3\Rightarrow AB=2\times3=6$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** (افشین خاصه‌خان)

$$A\times B=\begin{bmatrix}a&1&b\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-2&-1&-2\\2b&3&2c\\2&1&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}&0&0\\0&&0\\0&0&\end{bmatrix}$$

درایهٔ سطر دوم و ستون اول $=2b+2=0\Rightarrow b=-1$

درایهٔ سطر دوم و ستون سوم $=2c-2=0\Rightarrow c=1$

درایهٔ سطر اول و ستون دوم $=-a+3+b=0\Rightarrow a=2$

$$a+b+c=2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد ملوندی)

معادلهٔ دایرهٔ داده شده را به صورت $C':(x+1)^2+y^2=8$ بازنویسی می‌کنیم. نقطهٔ $W'=(-1\,,\,0)$ مرکز این دایره و شعاع آن برابر $R'=2\sqrt{2}$ است. طبق فرض مرکز و شعاع دایرهٔ C هم $W=(2,3)$ و $R=\sqrt{2}$ است. داریم:

طول خط‌المرکزین: $WW'=\sqrt{(2+1)^2+(3-0)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

چون $WW'=R+R'$، پس دو دایرهٔ C و C' مماس برون بوده و ۳ مماس مشترک دارند که ۲ تای آن‌ها مماس مشترک خارجی و یکی مماس مشترک داخلی است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$A=\begin{bmatrix}2|A| & |A|\\2 & |A|\end{bmatrix}\Rightarrow |A|=2|A|^2-2|A|$$

$$\Rightarrow 2|A|^2-3|A|=0\Rightarrow |A|(2|A|-3)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}|A|=0 & \text{غ ق ق}\\ |A|=\frac{3}{2}\end{cases}$$

$$(|A|^2-1)|A|=\frac{5}{4}\times\frac{3}{2}=\frac{15}{8}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی دیداری)*

اگر $n \geq ۲$ آن‌گاه $n!$ زوج است پس a عددی فرد است. $b^۴$ مقسوم‌علیه عدد فرد a است پس $b^۴$ فرد و در نتیجه b هم فرد است.

باقی‌ماندهٔ تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸ برابر ۱ است. پس داریم:

$$۱۱a^۲ + b^۲ + ۱ \overset{۸}{\equiv} ۱۱(۱) + (۱) + ۱ \overset{۸}{\equiv} ۱۳ \overset{۸}{\equiv} ۵$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

طرفین معادله را هم‌نهشت به پیمانهٔ ۱۵ می‌گیریم:

$$\left(\sum_{n=۰}^{۱۴۰۳} n!\right) x \overset{۱۵}{\equiv} ۱۴۰۳$$

$$(\underset{۱}{۰!} + \underset{۱}{۱!} + \underset{۲}{۲!} + \underset{۶}{۳!} + \underset{۲۴}{۴!} + \underbrace{۵! + ۶! + \dots + ۱۴۰۳!}_{۰})x \overset{۱۵}{\equiv} ۱۴۰۳$$

$$\Rightarrow ۴x \overset{۱۵}{\equiv} ۸ \xrightarrow[(۴,۱۵)=۱]{\div ۴} x \overset{۱۵}{\equiv} ۲ \Rightarrow x = ۱۵k + ۲$$

به ازای $k = ۶۶$ بزرگ‌ترین مقدار سه رقمی x به دست می‌آید:

$$x_{max} = ۹۹۲ \Rightarrow ۹ + ۹ + ۲ = ۲۰$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

$$\left.\begin{array}{l} a \overset{۳}{\equiv} ۱ \\ a \overset{۱۱}{\equiv} ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a \overset{۳۳}{\equiv} ۱ \overset{۳۳}{\equiv} -۳۲ \\ a \overset{۴}{\equiv} ۰ \overset{۴}{\equiv} -۳۲ \end{array}\right\} a \overset{۱۳۲}{\equiv} -۳۲ \overset{۱۳۲}{\equiv} ۱۰۰$$

$$a = ۱۳۲k + ۱۰۰ \begin{cases} \xrightarrow[k=۰]{\text{کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی}} a = ۱۰۰ \\ \xrightarrow[k=۶]{\text{بزرگ‌ترین عدد ۳ رقمی}} b = ۸۹۲ \end{cases}$$

رقم یکان b^a برابر است با: $۸۹۲^{۱۰۰} \overset{۱۰}{\equiv} ۲^۴ \overset{۱۰}{\equiv} ۶$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

$$۵ \mid ۳k + ۱ \begin{cases} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲۵ \mid ۹k^۲ + ۶k + ۱ \\ \xrightarrow{\times ۵} ۲۵ \mid ۱۵k + ۵ \end{cases}$$

$$۲۵ \mid ۹k^۲ + ۲۱k + ۶$$

بدیهی: $۲۵ \mid ۲۵k^۲ + ۲۵k + ۲۵$

$$۲۵ \mid ۱۶k^۲ + ۴k + ۱۹$$

$$۲۵ \mid ۲۵k$$

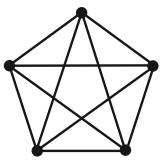
$$۲۵ \mid ۱۶k^۲ + ۲۹k + ۱۹$$

مجموع ارقام: $۲ + ۹ = ۱۱$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(فرزاد جوادی)*

گراف پنج رأسی منتظم که در آن درجات رئوس، بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد مطابق شکل زیر به صورت گراف کامل $K_۵$ می‌باشد (یعنی G گرافی است از مرتبهٔ ۵ که ۴- منتظم است.)



می‌دانیم در گراف کامل K_p از مرتبهٔ p تعداد دورهای به طول m برابر است با:

$$\binom{p}{m}\frac{(m-۱)!}{۲}$$

بنابراین داریم:

$$K_۵ \text{ تعداد دور به طول ۳ در } = \binom{۵}{۳}\frac{(۳-۱)!}{۲} = ۱۰ \times ۱ = ۱۰$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(فرزاد جوادی)*

براساس اطلاعات داده شده درجات رئوس گراف G به صورت ۱ , ۲ , ۳ , ۳ , ۳ خواهد بود.

$$\sum_{i=۱}^{۵} \deg(v_i) = ۳(۳) + ۲ + ۱ = ۲q \Rightarrow q(G) = ۶$$

می‌خواهیم با G یک گراف کامل $K_۵$ بسازیم:

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

$$q(K_5)=\binom{5}{2}=10$$

پس می‌بایست ۴ یال دیگر به G اضافه کنیم تا تبدیل به K_5 شود.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(فرزاد جوادی)*

روش اول: a مضرب ۳ است اما مضرب ۶ نیست (یعنی مضرب ۲ نیست)، پس a به فرم $3(2k+1)$ می‌باشد.

$$a=6k+3\xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$a^2=36k^2+36k+9=4(\underbrace{9k^2+9k+2}_{q})+1$$

$$a^2=4q+1\Rightarrow a^2-3=4q-2\Rightarrow a^2-3=4q-4+4-2$$

$$a^2-3=4(\underbrace{q-1}_{q'})+2\Rightarrow a^2-3=4q'+2\Rightarrow r=2$$

روش دوم: چون a مضرب ۳ است و زوج نیست نتیجه می‌گیریم a فرد است بنابراین a^2 به صورت $8q+1$ می‌باشد. به عبارت دیگر a^2 را می‌توان به صورت $4(2q)+1$ نوشت:

$$a^2=4(\underbrace{2q}_{q'})+1\Rightarrow a^2=4q'+1\Rightarrow a^2-3=4q'-2$$

$$\Rightarrow a^2-3=4q''+2\Rightarrow r=2$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*

$$a=bq+r\xrightarrow{a=7r}7r=bq+r\Rightarrow 6r=bq \qquad (1)$$

می‌دانیم:

$$r<b\xrightarrow{\times 6}6r<6b\Rightarrow bq<6b\Rightarrow q<6\Rightarrow q_{max}=5$$

$$(1)\quad 6r=bq\xrightarrow{q=5}\underbrace{6r=5b}_{(2)}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}5\mid 6r\Rightarrow 5\mid r & \text{یعنی } r \text{ مضرب ۵ است.}\\ 6\mid 5b\Rightarrow 6\mid b & \text{یعنی } b \text{ مضرب ۶ است.}\end{cases}$$

$r=5\Rightarrow b=6\Rightarrow a_{min}=7r=35$ ✓

$r=10\Rightarrow b=12\Rightarrow a_{max}=7r=70$ ✓

$r=15\Rightarrow b=18\Rightarrow a=105$ ×

پس تفاضل حداکثر و حداقل مقدار دو رقمی مقسوم ۳۵ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا تعداد یال‌های گراف $\bar{G}$ را به دست می‌آوریم:

$$q(G)+q(\bar{G})=\frac{p(p-1)}{2}\Rightarrow 6+q(\bar{G})=\frac{7\times 6}{2}$$

$$\Rightarrow q(\bar{G})=21-6=15$$

اگر گراف $\bar{G}$ شامل یک گراف K_3 و یک رأس تنها باشد، آن‌گاه $\delta=0$ است. برای به دست آوردن حداکثر مقدار δ از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\delta\le\frac{2q}{p}\Rightarrow\delta\le\frac{2\times 15}{7}\Rightarrow\delta_{max}=4$$

بنابراین حداقل و حداکثر مقدار δ، به ترتیب برابر صفر و ۴ است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی دیداری)*

شرط وجود جواب معادلهٔ هم‌نهشتی $ax\overset{m}{\equiv}b$ این است که $(a,m)\mid b$؛ چون معادله جواب ندارد $(11a+9\,,\,5a-2)\nmid 24$.

اگر $(11a+9\,,\,5a-2)=d$ باشد، آن‌گاه:

$$\begin{cases}d\mid 11a+9\xrightarrow{\times 5}d\mid 55a+45\\ d\mid 5a-2\xrightarrow{\times 11}d\mid 55a-22\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}}d\mid 67\Rightarrow d=1 \text{ یا } d=67$$

اگر $d=1$ باشد معادله جواب پیدا می‌کند پس باید $d=67$ باشد.

$$67\mid 5a-2\Rightarrow 5a-2\overset{67}{\equiv}0\Rightarrow 5a\overset{67}{\equiv}2-67=-65$$

$$\xrightarrow[(5,67)=1]{\div 5}a\overset{67}{\equiv}-13\Rightarrow a=67k-13$$

$$\xrightarrow{k=1}a=67-13=54\Rightarrow \text{مجموع ارقام}=9$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

فیزیک ۳

۴۱- گزینهٔ «۳» *(سیدعلی میرنوری)*

با توجه به این‌که نمودار $v-t$ بین دو لحظهٔ $t=۶s$ و $t=۸s$، یک خط با شیب ثابت است، شتاب متحرک در تمام لحظه‌های متعلق به این بازهٔ زمانی، با شیب این خط برابر است. یعنی:

$$\text{شیب خط}=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۳۵-۲۰}{۸-۶}=\frac{۱۵}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

چون لحظهٔ $t_۱=۷s$ مربوط به این بازهٔ زمانی است، لذا $a_{t=۷s}=\frac{۱۵}{۲}\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد.

به همین ترتیب، برای تعیین بزرگی شتاب در لحظهٔ $t_۲=۱۳s$ که بین بازهٔ زمانی $t=۸s$ تا $t=۱۴s$ است، داریم:

$$\text{شیب خط}=\frac{۰-۳۵}{۱۴-۸}=\frac{-۳۵}{۶}\frac{m}{s^۲}\Rightarrow |a_{t=۱۳s}|=\frac{۳۵}{۶}\frac{m}{s^۲}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{|a_{t=۷s}|}{|a_{t=۱۳s}|}=\frac{\frac{۱۵}{۲}}{\frac{۳۵}{۶}}=\frac{۹}{۷}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲، ۱۶ و ۱۷)

۴۲- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

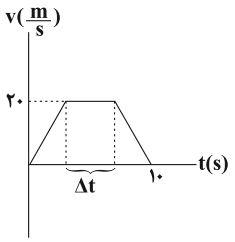
مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. با توجه به نمودار، مدت زمانی که حرکت متحرک یکنواخت است را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t},\Delta x=S=v_{av}\Delta t=۱۵\times۱۰=۱۵۰m$$

$$S=\frac{(۱۰+\Delta t)\times۲۰}{۲}\Rightarrow(۱۰+\Delta t)۱۰=۱۵۰\Rightarrow\Delta t=۵s$$

اکنون با توجه به رابطهٔ جابه‌جایی در حرکت یکنواخت داریم:

$$\Delta x'=v\Delta t=۲۰\times۵=۱۰۰m$$



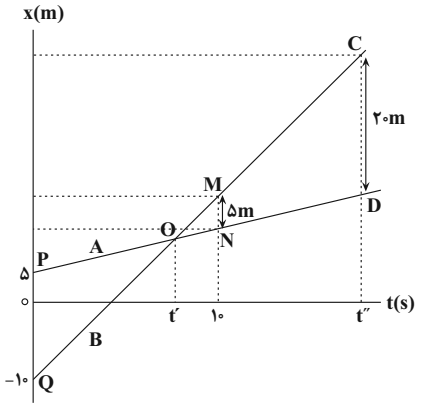
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴۳- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

روش اول: ابتدا، مطابق شکل زیر، نمودار مکان – زمان دو متحرک را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و سپس با توجه به تشابه مثلث‌های MNO و OPQ، لحظهٔ t' که متحرک B از کنار متحرک A می‌گذرد را می‌یابیم:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{MN}}=\frac{t'}{۱۰-t'}\xrightarrow[\overline{MN}=۵m]{\overline{PQ}=۱۵m}\frac{۱۵}{۵}=\frac{t'}{۱۰-t'}\Rightarrow ۳=\frac{t'}{۱۰-t'}$$

$$\Rightarrow ۳۰-۳t'=t'\Rightarrow ۳۰=۴t'\Rightarrow t'=۷/۵s$$



اکنون، با استفاده از تشابه مثلث‌های CDO و OPQ، لحظهٔ t'' را که فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر ۲۰m است، می‌یابیم:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{CD}}=\frac{t'}{t''-t'}\Rightarrow\frac{۱۵}{۲۰}=\frac{۷/۵}{t''-۷/۵}\Rightarrow\frac{۲}{۲۰}=\frac{۱}{t''-۷/۵}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱}{t''-۷/۵}\Rightarrow t''-۷/۵=۱۰\Rightarrow t''=۱۷/۵s$$

روش دوم: با نوشتن معادلهٔ مکان – زمان برای دو متحرک داریم:

$$\begin{cases}x_A=v_At+۵\\x_B=v_Bt-۱۰\end{cases}\Rightarrow x_B-x_A=(v_B-v_A)t-۱۵$$

$$\xrightarrow[t=۱۰s]{x_B-x_A=۵m}۵=(v_B-v_A)\times۱۰-۱۵\Rightarrow v_B-v_A=۲\frac{m}{s}$$

$$x_B-x_A=(v_B-v_A)t-۱۵\xrightarrow[v_B-v_A=۲\frac{m}{s}]{x_B-x_A=۲۰m}t=\frac{۳۵}{۲}=۱۷/۵s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۴- گزینهٔ «۴» *(علیرضا گونه)*

گزینهٔ «۱»: نادرست است. تندی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ درحال افزایش و از لحظهٔ $t_۱$ تا لحظهٔ $t_۲$ در حال کاهش است.

گزینهٔ «۲»: نادرست است. متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر شده و علامت سرعت تغییر کند. می‌بینیم در لحظهٔ $t_۱$، علامت سرعت تغییر نکرده (از صفر تا $t_۲$ سرعت منفی است.) و اندازهٔ آن نیز صفر نشده است.

گزینهٔ «۳»: نادرست است. در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$، اندازهٔ سرعت در جهت منفی درحال افزایش است. بنابراین، حرکت تندشونده می‌باشد. در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، اندازهٔ سرعت در جهت منفی درحال کاهش است، لذا حرکت کندشونده است؛ درنتیجه، در مجموع، حرکت، ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

گزینهٔ «۴»: درست است. با توجه به رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ و $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، چون در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، $\Delta v<0$ و همچنین $\Delta x<0$ است، لذا $a_{av}<0$ و $v_{av}<0$ هستند. یعنی بردار شتاب متوسط و بردار سرعت متوسط، هم‌جهت‌اند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین برادران)*

مبدأ زمان را در لحظه‌ای که متحرک B از مبدأ مکان عبور می‌کند در نظر می‌گیریم و معادلهٔ حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم. به همین منظور لازم است، سرعت متحرک A و مکان آن را بعد از دو ثانیه بیابیم که این دو سرعت اولیه و مکان اولیهٔ متحرک A محسوب می‌شوند.

$$x_A=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\xrightarrow[a=4\frac{m}{s^2},t=2s]{x_0=0,v_0=0}$$

$$x_A=\frac{1}{2}\times4\times2^2+0+0\Rightarrow x_A=8m$$

$$v_A=a_At+v_{0A}=4\times2+0\Rightarrow v_A=8\frac{m}{s}$$

در لحظه‌ای که متحرک B شروع به حرکت می‌کند، برای متحرک A $v_{0A}=8\frac{m}{s}$ و $x_{0B}=8m$ است. بنابراین معادلهٔ حرکت آن برابر است با:

$$x_A=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x_A=\frac{1}{2}\times4t^2+8t+8$$

$$\Rightarrow x_A=2t^2+8t+8$$

اکنون معادلهٔ حرکت متحرک B را می‌نویسیم. چون سرعت متحرک B ثابت است، داریم:

$$x_B=v_Bt+x_{0B}\xrightarrow{x_0=0}x_B=v_Bt$$

چون در لحظه‌ای که متحرک A به متحرک B می‌رسد، مکان آنها یکسان است، معادلات آنها را مساوی هم قرار می‌دهیم و v_B را می‌یابیم:

$$x_A=x_B\Rightarrow2t^2+8t+8=v_Bt\Rightarrow2t^2+8t-v_Bt+8=0$$

$$2t^2+(8-v_B)t+8=0$$

چون حداکثر تندی متحرک B خواسته شده است، این معادله باید یک جواب داشته باشد. بنابراین باید $\Delta=0$ باشد.

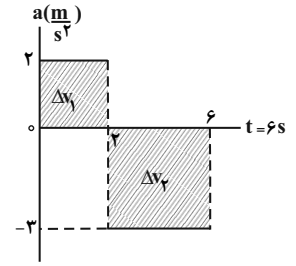
$$\Delta=0\Rightarrow(8-v_B)^2-4\times2\times8=0\Rightarrow(8-v_B)^2=64$$

$$\Rightarrow8-v_B=\pm8\Rightarrow(-)\Rightarrow v_B=16\frac{m}{s},(+)\Rightarrow v_B=0\ \text{غ . ق . ق}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم، سطح محصور بین نمودار شتاب – زمان برابر Δv است بنابراین باتوجه به شکل زیر و استفاده از سطح زیر نمودار $a-t$، ابتدا سرعت در لحظهٔ $t=6s$ را می‌یابیم:



$$v_2=v_0+\Delta v_1\xrightarrow[v_0=-10\frac{m}{s}]{\Delta v_1=2\times2=4\frac{m}{s}}$$

$$v_2=-10+4=-6\frac{m}{s}$$

$$v_6=v_2+\Delta v_2\xrightarrow{\Delta v_2=-3\times(6-2)=-12\frac{m}{s}}$$

$$v_6=-6+(-12)=-18\frac{m}{s}$$

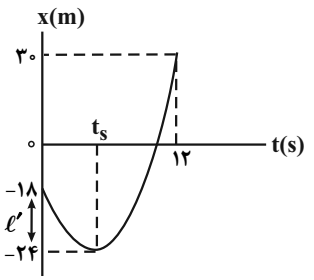
اکنون شتاب متوسط را پیدا می‌کنیم:

$$a_{av}=\frac{v_{6s}-v_0}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=6-0=6s}a_{av}=\frac{-18-(-10)}{6}=-\frac{4}{3}\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

اگر مسافت طی شده توسط متحرک را از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ تغییر جهت برابر ℓ' در نظر بگیریم، با توجه به رابطه‌های تندی و سرعت متوسط داریم:



$$\text{مسافت طی شده}=\ell=\ell'+\ell'+18+30\Rightarrow\ell=48+2\ell'$$

$$\text{جابه‌جایی}=\Delta x=x_2-x_1=30-(-18)\Rightarrow\Delta x=48m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=12s}s_{av}=\frac{48+2\ell'}{12}=4+\frac{\ell'}{6}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{48}{12}=4\frac{m}{s}$$

از طرف، دیگر داریم:

$$s_{av}-v_{av}=1\Rightarrow4+\frac{\ell'}{6}-4=1\Rightarrow\frac{\ell'}{6}=1\Rightarrow\ell'=6m$$

با محاسبهٔ ℓ'، مکان متحرک در لحظهٔ t_s برابر $x_s=-18-6=-24m$ است. بنابراین با نوشتن معادلهٔ مکان – زمان حرکت با شتاب ثابت بین دو لحظهٔ (صفر تا t_s) و (t_s تا $t=12s$)، شتاب متحرک و به دنبال آن v_{12} را می‌یابیم. برای سادگی در محاسبهٔ $x=-24m$ را مبدأ مکان و t_s را مبدأ زمان در نظر می‌گیریم. در این حالت $v_s=0$ به عنوان سرعت اولیه محسوب می‌شود.

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\begin{cases}6=\frac{1}{2}at_s^2+0\\30+24=\frac{1}{2}a\times(12-t_s)^2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{6}{54}=\frac{\frac{1}{2}at_s^2}{\frac{1}{2}a(12-t_s)^2}\Rightarrow\frac{1}{9}=\frac{t_s^2}{(12-t_s)^2}\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{t_s}{12-t_s}$$

$$\Rightarrow t_s=3s$$

$$6=\frac{1}{2}at_s^2\xrightarrow{t_s=3s}6=\frac{1}{2}a\times9\Rightarrow a=\frac{4}{3}\frac{m}{s^2}$$

در آخر سرعت متحرک در لحظهٔ $t=12s$ برابر است با:

$$v_{12}=a(12-t_s)+v_s\xrightarrow{v_s=0}v_{12}=\frac{4}{3}\times(12-3)$$

$$\Rightarrow v_{12}=12\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(میثم رشتیان)*

با داشتن a، v_0 و v، از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی (مستقل از زمان) استفاده می‌کنیم.

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\xrightarrow[a=4\frac{m}{s^2}]{v_0=0,\,v=16\frac{m}{s}}16^2-0=2\times4\times\Delta x$$

$$\Rightarrow\Delta x=32m\xrightarrow{x_0=0}x=32m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۱)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(بهادر کامران)*

زمان رسیدن گلولهٔ اول به زمین از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود: (جهت مثبت را بالا درنظر می‌گیریم.)

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow-125=-\frac{1}{2}\times10t^2\Rightarrow t^2=25\Rightarrow t=5s$$

حداکثر فاصلهٔ دو گلوله هنگام رسیدن گلولهٔ اول به زمین اتفاق می‌افتد، بنابراین اگر حداکثر فاصلهٔ دو گلوله از هم ۴۵ متر باشد، گلولهٔ دوم بایستی ارتفاعی معادل $125-45=80$ متر را طی کرده باشد. زمان لازم برای پیمودن این فاصله برابر است با:

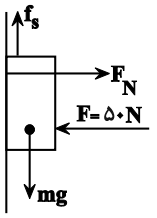
$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t\Rightarrow-80=-\frac{1}{2}\times10\times t^2\Rightarrow t^2=16\Rightarrow t=4s$$

بنابراین اختلاف زمان حرکت آن‌ها $5-4=1s$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم نموده و سپس بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح دیوار قائم را می‌یابیم و نیروی وزن جسم را با آن مقایسه می‌کنیم. اگر $mg>f_{s,max}$ باشد، جسم حرکت می‌کند و باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنیم؛ در غیر این‌صورت جسم ساکن می‌ماند و $f_s=mg$ خواهد بود. دقت کنید، چون جسم در راستای افقی ساکن است، $F_N=F=50N$ می‌باشد.



$$f_{s,max}=\mu_sF_N\xrightarrow[F_N=50N]{\mu_s=0/5}f_{s,max}=0/5\times50=25N$$

چون $mg=20N<f_{s,max}=25N$ است، جسم ساکن می‌ماند؛ بنابراین $f_s=mg=2\times10=20N$ است. با توجه به این‌که نیروی سطح برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک می‌باشد، می‌توان نوشت:

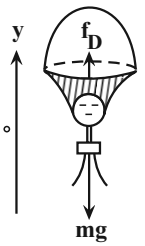
$$R=\sqrt{f_s^2+F_N^2}\xrightarrow[F_N=50N]{f_s=20N}R=\sqrt{400+2500}$$

$$=\sqrt{2900}=\sqrt{100\times29}\Rightarrow R=10\sqrt{29}N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

ابتدا نیروهای وارد بر چترباز را رسم نموده و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، تندی چترباز را در لحظهٔ t_1 می‌یابیم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow f_D-mg=ma\xrightarrow[a=80\frac{m}{s^2},g=10\frac{m}{s^2}]{f_D=36v^2,m=90kg}$$

$$36v_1^2-90\times10=90\times80\Rightarrow36v_1^2=900\times9$$

$$\Rightarrow v_1^2=\frac{900\times9}{36}=\frac{900}{4}\Rightarrow v_1=\frac{30}{2}=15\frac{m}{s}$$

اکنون تندی حدی چترباز را می‌یابیم. چون در حالت تندی حدی نیروی خالص وارد بر چترباز صفر است، می‌توان نوشت:

$$F_{net}=0\Rightarrow f_D-mg=0\Rightarrow f_D=mg$$

$$\Rightarrow36v_2^2=90\times10\Rightarrow v_2^2=\frac{900}{36}\Rightarrow v_2=\frac{30}{6}=5\frac{m}{s}$$

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

در آخر با استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط داریم:

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\xrightarrow[v_1=15\frac{m}{s},v_2=5\frac{m}{s}]{t_1=5s,t_2=25s}a_{av}=\frac{5-15}{25-5}=-0/5\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

بیشینهٔ نیرویی که ترازو نشان می‌دهد مربوط به حالتی است که حرکت آسانسور کندشونده است و کمینهٔ نیرویی که ترازو نشان می‌دهد مربوط به حالتی است که حرکت آسانسور تندشونده است.

$$F_N=m(g+a)\begin{cases}\xrightarrow{\text{حرکت تندشونده به‌سمت پایین}}F_N=m(g-a)\quad(I)\\ \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده به‌سمت پایین}}F'_N=m(g+a')\quad(II)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I),(II)}F'_N-F_N=m(g+a')-m(g-a)$$

$$\Rightarrow F'_N-F_N=m(a+a')$$

$$\xrightarrow[m=60kg]{a=2\frac{m}{s^2},a'=3\frac{m}{s^2}}F'_N-F_N=60(2+3)=300N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی عباسی)*

طبق رابطهٔ $\vec{p}=m\vec{v}$، اندازهٔ تکانه و سرعت متناسب با هم هستند و جهت آن‌ها یکسان است.

$$\vec{v}_2=-\frac{1}{3}\vec{v}_1\Rightarrow\vec{p}_2=-\frac{1}{3}\vec{p}_1$$

$$\Delta\vec{p}=\vec{p}_2-\vec{p}_1=-\frac{1}{3}\vec{p}_1-\vec{p}_1=-\frac{4}{3}\vec{p}_1$$

$$|\vec{F}|=\frac{|\Delta\vec{p}|}{\Delta t}=\frac{\frac{4}{3}|\vec{p}_1|}{2}=\frac{\frac{4}{3}\times24}{2}=16N$$

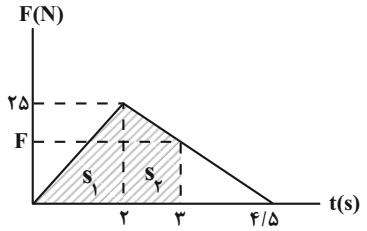
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا نیروی خالص وارد بر متحرک را در لحظهٔ $t=3s$ می‌یابیم. مطابق شکل، با توجه به ثابت بودن شیب خط در بازهٔ زمانی $2s$ تا $4/5s$ و با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{25}{4/5-2}=\frac{F}{4/5-3}\Rightarrow\frac{25}{2/5}=\frac{F}{1/5}\Rightarrow F=15N$$

از طرف دیگر، با توجه به این‌که، مساحت زیر نمودار نیرو – زمان برابر تغییرات تکانه است، تغییرات تکانه را تا لحظهٔ $t=3s$ محاسبه می‌کنیم و سپس تکانهٔ متحرک را در لحظهٔ $t=3s$ می‌یابیم:



$$\Delta p=s_1+s_2\Rightarrow\Delta p=(\frac{25\times2}{2})+(\frac{25+15}{2}\times1)\Rightarrow\Delta p=45kg\frac{m}{s}$$

$$p_0=mv_0=2\times5\Rightarrow p_0=10kg\frac{m}{s}$$

$$\Delta p=p_3-p_0\Rightarrow45=p_3-10\Rightarrow p_3=55kg\frac{m}{s}$$

اکنون برای محاسبهٔ نیروی خالص متوسط در کل زمان حرکت، ابتدا تغییرات تکانه را در کل زمان حرکت از مساحت زیر نمودار محاسبه کرده و سپس با استفاده از رابطهٔ $F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}$، F_{av} را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta p_{\text{کل}}=\frac{25\times4/5}{2}kg\frac{m}{s}$$

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}\Rightarrow F_{av}=\frac{\frac{25\times4/5}{2}}{4/5}\Rightarrow F_{av}=12/5N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمد اسری)*

ابتدا محیط دایره را به دست می‌آوریم:

$$P=2\pi r\xrightarrow[\pi=3/14]{r=5cm}P=2\times3/14\times5=31/4cm$$

اکنون تعداد دورهایی که متحرک پیموده است را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد دور}=\frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{محیط دایره}}=\frac{78/5}{31/4}=2/5\ \text{دور}$$

با توجه به این‌که متحرک در مدت زمان ۵ ثانیه، ۲/۵ دور را پیموده است، بنابراین، دورهٔ حرکت متحرک برابر است با:

$$T=\frac{5}{2/5}=2s\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\omega=\frac{2\pi}{2}=\pi\frac{rad}{s}$$

مطابق رابطهٔ اندازهٔ نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت داریم:

$$F_r=mr\omega^2\xrightarrow[r=5cm=0/05m,m=40g=0/04kg]{\omega=\pi\frac{rad}{s}}$$

$$F_r=0/04\times0/05\times\pi^2=0/002\pi^2N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(حسین ناصحی)*

نسبت وزن جسم برابر با نسبت شتاب گرانشی در محل جسم است.

$$W=mg\Rightarrow\frac{W'}{W}=\frac{g'}{g}$$

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

با توجه به رابطهٔ شتاب گرانش داریم:

$$g=\frac{GM}{R^2}\Rightarrow\frac{g'}{g}=\frac{\frac{M'}{R'^2}}{\frac{M}{R^2}}\xrightarrow[M=M_e,\,R=R_e+R_e=2R_e]{R'=3R_e,\,M'=2M_e}$$

$$\frac{g'}{g}=\frac{\frac{2M_e}{(3R_e)^2}}{\frac{M_e}{(2R_e)^2}}=\frac{8}{9}\xrightarrow[W=720N]{\frac{W'}{W}=\frac{g'}{g}}$$

$$\Rightarrow W'=720\times\frac{8}{9}=640N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

بنا به رابطهٔ $F_{max}=kA=m\omega^2A$، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر با دامنهٔ نوسان نسبت مستقیم دارد. بنابراین، اگر دامنهٔ نوسان ۲ برابر شود، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر نیز دو برابر خواهد شد.

$$F_{max}=kA\xrightarrow{k=\text{ثابت}}\frac{F'_{max}}{F_{max}}=\frac{A'}{A}\xrightarrow{A'=2A}\frac{F'_{max}}{F_{max}}=\frac{2A}{A}$$

$$\frac{F'_{max}}{F_{max}}=2$$

برای دورهٔ تناوب، سامانه جرم – فنر، بنا به رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$، دوره تناوب به دامنه بستگی ندارد؛ بنابراین، با تغییر دامنه نوسان، دورهٔ تناوب تغییر نخواهد کرد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا باید انرژی کل نوسانگر را بیابیم. با توجه به این‌که در نقطهٔ تعادل تندی نوسانگر بیشینه و $K_{max}=E$ است، می‌توان نوشت:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{m=\text{ثابت}}\frac{K_{max}}{K}=(\frac{v_{max}}{v})^2\xrightarrow[v=\frac{1}{2}v_{max}]{K_{max}=E}$$

$$\frac{E}{K}=(\frac{v_{max}}{\frac{1}{2}v_{max}})^2\Rightarrow\frac{E}{k}=4\Rightarrow K=\frac{1}{4}E$$

از طرف دیگر $U-K=25mJ$ و $E=K+U$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$E=K+U\xrightarrow{U=K+25}E=K+K+25$$

$$\Rightarrow E=2K+25\xrightarrow{K=\frac{1}{4}E}$$

$$E=2\times\frac{1}{4}E+25\Rightarrow E-\frac{1}{2}E=25\Rightarrow\frac{1}{2}E=25\Rightarrow E=50mJ$$

در آخر با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$ و با توجه به این‌که $a_{max}=\omega^2A$ است، به‌صورت زیر A را می‌یابیم:

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A\times A\xrightarrow{\omega^2A=a_{max}}E=\frac{1}{2}ma_{max}\times A$$

$$\xrightarrow[a_{max}=25\frac{m}{s^2},\,m=0/2kg]{E=50mJ=50\times10^{-3}J}50\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{10}\times25\times A$$

$$\Rightarrow A=2\times10^{-2}m\Rightarrow A=2cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(سید جلال میری)*

با توجه به نمودار

$$\begin{cases}A=20cm=0/2m\\U_{max}=18\times10^{-3}J\Rightarrow U_{max}=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\\m=0/1kg\end{cases}$$

$$\Rightarrow18\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times0/1\times\omega^2\times0/04$$

$$\omega^2=9\Rightarrow\omega=3\frac{rad}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا محبی)*

می‌دانیم دورهٔ تناوب یک نوسانگر هماهنگ ساده از رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به‌دست می‌آید و تعداد نوسان‌ها در مدت زمان t برابر $N=\frac{t}{T}$ است، از طرفی، چون دو نوسانگر در فاصله‌های r_1 و r_2 از مرکز زمین قرار دارند، داریم:

$$\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\xrightarrow{\frac{g_1}{g_2}=(\frac{r_2}{r_1})^2}\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{(\frac{r_2}{r_1})^2}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{r_2}{r_1}\xrightarrow[r_1=9R_e]{r_2=4R_e}$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{4R_e}{9R_e}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{4}{9}$$

اکنون برای به‌دست آوردن رابطهٔ بین نوسان‌های دو آونگ به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$T=\frac{t}{N}\xrightarrow{t=\text{ثابت}}\frac{T_2}{T_1}=\frac{N_1}{N_2}\Rightarrow\frac{4}{9}=\frac{N_1}{N_2}\Rightarrow N_1=\frac{4}{9}N_2$$

با توجه به این $T_2<T_1$ است، آونگ دوم تندتر نوسان می‌کند، و تعداد نوسان‌های آن در یک بازهٔ زمانی معین، بیشتر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$N_2-N_1=30\xrightarrow{N_1=\frac{4}{9}N_2}N_2-\frac{4}{9}N_2=30$$

$$\Rightarrow\frac{5}{9}N_2=30\Rightarrow N_2=54$$

می‌بینیم، تعداد نوسان‌های آونگ تندتر (آونگ با دورهٔ کم‌تر) $N_2=54$ است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

شیمی ۳

۶۱- گزینهٔ «۴» *(بهمان شاهی‌بیگباغی)*

همهٔ عبارت‌ها درست هستند.

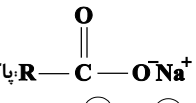
بررسی عبارت‌ها:

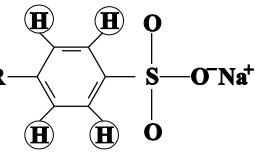
عبارت (اول): باتوجه به متن کتاب در صفحهٔ ۳ صحیح است.

عبارت (دوم): بنزین (C_8H_{18}) و وازلین $(C_{25}H_{52})$ هر دو ناقطبی هستند ولی اوره $(CO(NH_2)_2)$ قطبی است.

عبارت (سوم): مخلوط آب، صابون و روغن، یک مخلوط ناهمگن و پایدار است (همان کلوئید).

عبارت (چهارم): با توجه به ساختارهای زیر صحیح است:

پاک‌کنندهٔ صابونی: 

پاک‌کنندهٔ غیرصابونی: 

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۳ تا ۷ و ۱۰)

۶۲- گزینهٔ «۳» *(علی رحیمی)*

بررسی گزینهٔ نادرست:

نیروی بین مولکولی میان لکه‌های چربی و صابون از نوع وان‌درواسلسی (ناقطبی – ناقطبی) است، در حالی‌که نیروی بین مولکولی میان اتانول و آب از نوع هیدروژنی می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۶۳- گزینهٔ «۳» *(حسن ناصری‌ثانی)*

فقط مورد چهارم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده‌ها با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد، بنابراین یک پاک‌کنندهٔ خورنده به‌شمار می‌آید.

مورد دوم: صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند؛ اما پاک‌کننده‌های خورنده افزون بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

مورد سوم: از آن‌جا که مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ اوره و عسل دارای اتم H متصل به یکی از اتم‌های N و O هستند، بنابراین هر دو می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

مورد چهارم: شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهند پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۴ تا ۱۴)

۶۴- گزینهٔ «۲» *(حسن رحمتی کوکنده)*

با توجه به این که غلظت یون کلرید برابر ۱۴۲۰۰ppm می‌باشد، یعنی در یک لیتر از این محلول ۱۴۲۰۰ میلی‌گرم یون Cl^- وجود دارد. با توجه به واکنش‌های موازنه شدهٔ زیر می‌توان نوشت:

$$CaCl_2(aq) \rightarrow Ca^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq)$$

$$3Ca^{2+}(aq) + 2PO_4^{3-}(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s)$$

$$?g\,PO_4^{3-} = 14200 \times 10^{-3} g\,Cl^- \times \frac{1 mol\,Cl^-}{35/5 g\,Cl^-} \times \frac{1 mol\,Ca^{2+}}{2 mol\,Cl^-}$$

$$\times \frac{2 mol\,PO_4^{3-}}{3 mol\,Ca^{2+}} \times \frac{95 g\,PO_4^{3-}}{1 mol\,PO_4^{3-}} \simeq 12/67 g PO_4^{3-}$$

$$\text{درصد جرمی یون فسفات} = \frac{12/67}{200} \times 100 \simeq \%6/33$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۸، ۹ و ۱۲)

۶۵- گزینهٔ «۳» *(مسعود جعفری)*

ابتدا تعداد مول اولیه HCl را به‌دست می‌آوریم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-0/3} = \frac{1}{10^{0/3}}$$

$$= \frac{1}{2} = 0/5 mol.L^{-1} \Rightarrow [H^+] = 0/5 mol.L^{-1}$$

$$mol(H^+) = [H^+] \times V = 0/5 \times \frac{400}{1000} = 0/2 mol\,H^+$$

مقداری از این $0/2 molH^+$ (یا همان $0/2 mol\,HCl$) وارد واکنش با کلسیم کربنات می‌شود و بقیهٔ آن در محلول باقی می‌ماند. با توجه به اطلاعاتی که از محلول باریم‌هیدروکسید داریم، می‌توانیم تعداد مول H^+ باقی‌مانده در محلول را محاسبه کنیم. ابتدا pH محلول باریم‌هیدروکسید را به‌دست می‌آوریم:

$$M_{Ba(OH)_2} = \frac{n(mol)}{V(L)} = \frac{5/13 g\,Ba(OH)_2 \times \frac{1 mol\,Ba(OH)_2}{171 g\,Ba(OH)_2}}{1 L}$$

$$= 0/03 mol.L^{-1}$$

$$[OH^-] = n.M_{Ba(OH)_2} = 2 \times 0/03 = 0/06 mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow pOH = -\log[OH^-] = -\log(6 \times 10^{-2}) = 2 - 0/3 - 0/5 = 1/2$$

$$\Rightarrow pH_{Ba(OH)_2} = 14 - 1/2 = 12/8$$

$$\frac{pH_{HCl\,\text{باقی‌مانده}}}{pH_{Ba(OH)_2}} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{x}{12/8} = \frac{1}{16} \Rightarrow x = 0/8$$

$$0/8 = -\log[H^+]_{\text{باقی‌مانده}} \Rightarrow [H^+] = 10^{-0/8}$$

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

$$=10^{-2}\times10^{1/2}=10^{-2}\times(10^{0/3})^{4}=16\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

$$mol(H^{+})_{\text{باقی‌مانده}}=16\times10^{-2}\times0/4=0/064\,mol\ H^{+}$$

درنتیجه $(0/2-0/064)=0/136\,mol$ محلول HCl با کلسیم کربنات واکنش می‌دهد. معادله این واکنش به‌صورت زیر می‌باشد:

$$2HCl+CaCO_3\rightarrow CaCl_2+H_2O+CO_2$$

$$20g\,CaCO_3\ \text{ناخالص}\times\frac{P}{100}\times\frac{1mol\,CaCO_3}{100g\,CaCO_3}\times\frac{2mol\,HCl}{1mol\,CaCO_3}$$

$$=0/136\,mol\,HCl\Rightarrow P=\%34$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۶۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

HX یک اسید قوی تک‌پروتون‌دار و H_2SO_4 یک اسید قوی ۲ پروتون‌دار است، پس در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی متفاوتی دارند.

بررسی گزینه‌های درست:

گزینهٔ «۱»: در باران اسیدی و باران معمولی به ترتیب (HNO_3 و H_2SO_4) و (H_2CO_3) وجود دارد. به بیانی دیگر در آن‌ها اسید ضعیف تک‌پروتون‌دار وجود ندارد.

گزینهٔ «۳»: زیرا غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA کمتر است.

گزینهٔ «۴»: HNO_3 اسید قوی تک پروتون‌دار در باران اسیدی است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۱۸)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود طبرسا)*

در اسیدهای ضعیف تک‌پروتون‌دار رابطهٔ $[H^{+}]=M\alpha$ برقرار است.

$$\text{اسید HA}:[H^{+}]=M\alpha\Rightarrow10^{-2/8}=M_{HA}\times10^{-1/3}$$

$$\Rightarrow M_{HA}=\frac{10^{-2/8}}{10^{-1/3}}=10^{-1/5}\,mol.L^{-1}$$

$$\text{اسید HY}:[H^{+}]=M\alpha\Rightarrow10^{-6/4}=M_{HY}\times10^{-0/6}$$

$$\Rightarrow M_{HY}=\frac{10^{-6/4}}{10^{-0/6}}=10^{-5/8}\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow\frac{M_{HA}}{M_{HY}}=\frac{X}{Y}=\frac{10^{-1/5}}{10^{-5/8}}=10^{4/3}=10^{4+0/3}=10^{4}\times10^{0/3}=2\times10^{4}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(فرزین بوستانی)*

تنها مورد «ب» نادرست است.

بررسی مورد (ب): این گزاره در صورتی درست است که فرض کنیم مولکول‌ها هیچ یونشی در محلول ندارند در حالی‌که این‌طور نیست.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴، ۱۶ تا ۱۸ و ۲۳)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا جمشیدی)*

ابتدا $[H^{+}]$ و سپس $[OH^{-}]$ را در محلول نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$10^{-pH}=[H^{+}]\Rightarrow[H^{+}]=10^{-12/7}=2\times10^{-13}\,mol.L^{-1}$$

$$[H^{+}]\times[OH^{-}]=10^{-14}\rightarrow[OH^{-}]=5\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

$$\underbrace{[KOH]=[OH^{-}]}_{\text{باز قوی}}=5\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

شمار مول KOH حل‌شده برابر است با:

$$?\,mol\,KOH=0/75L\times5\times10^{-2}\frac{mol}{L}=0/0375\,mol\,KOH$$

$$?\,g\,KOH=0/0375\times56=2/1\,gKOH$$

در نهایت با توجه به تعریف ppm داریم:

$$ppm=\frac{2/1}{168}\times10^{6}=12500$$

$$\text{درصد جرمی}=ppm\times10^{-4}=\%1/25$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا رضایی‌سراب)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: فرآورده‌های واکنش جوش شیرین با محلول HCl عبارت‌اند از: $NaCl(aq)$، $CO_2(g)$ و $H_2O(l)$.

گزینهٔ «۳»: در دمای ثابت حاصل $[H^{+}]\times[OH^{-}]$ در محلول‌های آبی برابر مقداری ثابت است.

گزینهٔ «۴»: در این واکنش، یون‌های $Na^{+}(aq)$ و $Cl^{-}(aq)$ دست‌نخورده باقی می‌مانند. (یون‌های تماشاگر یا ناظر)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۶، ۲۷، ۳۰ تا ۳۲ و ۳۴)

۷۱- **گزینهٔ «۱»** *(سراسری ریاضی ۹۹)*

$$\frac{\text{غلظت محلول اولیه}}{\text{غلظت محلول ثانویه}}=\frac{4}{1}=\frac{\frac{xmol}{4/8\times10^{-3}L}}{\frac{xmol}{(4/8+y)\times10^{-3}L}}\Rightarrow4=\frac{4/8+y}{4/8}$$

$$\Rightarrow y=14/4\,gH_2O$$

$$\text{جرم اولیهٔ MOH خالص}=75gMOH\ \text{ناخالص}\times\frac{67gMOH\ \text{خالص}}{100gMOH\ \text{ناخالص}}$$

$$=50/25g$$

$$\text{جرم MOH خالص مصرف‌شده}=14/4gH_2O\times\frac{1molH_2O}{18gH_2O}$$

$$\times\frac{1molMOH}{1molH_2O}\times\frac{40gMOH}{1molMOH}=32gMOH$$

$$\Rightarrow\text{درصد MOH مصرف‌شده}=\frac{32g}{50/25}\times100\simeq\%64$$

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

جرم MOH خالص باقی‌مانده $= ۵۰/۲۵ - ۳۲ = ۱۸/۲۵g$

$$?gHCl = ۱۸/۲۵gMOH \times \frac{۱molMOH}{۴۰gMOH} \times \frac{۱molHCl}{۱molMOH} \times \frac{۳۶/۵gHCl}{۱molHCl} \simeq ۱۶/۷gHCl$$

$$\text{غلظت } HCl = \frac{۱۶/۷gHCl}{۰/۵L} \simeq ۳۳g.L^{-۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۳۱)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی اسدزاده)*

واکنش موازنه شده به‌صورت زیر است:

$$MnO_۴^- + Cr_۲O_۷^{۲-} + ۱۱Fe^{۲+} + ۲۲H^+ \rightarrow Mn^{۲+} + ۲Cr^{۳+} + ۱۱Fe^{۳+} + ۱۱H_۲O$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مجموع ضرایب برابر ۶۰ است.

گزینهٔ «۲»: دو گونه اکسنده $(Cr_۲O_۷^{۲-}, MnO_۴^-)$ و یک گونه کاهنده $(Fe^{۲+})$ داریم.

گزینهٔ «۳»:

$MnO_۴^-$: عدد اکسایش Mn $= +۷$ $\quad Mn^{۲+} : +۲ \xrightarrow{\text{تغییر}} ۵$

$Cr_۲O_۷^{۲-}$: عدد اکسایش Cr $= +۶$ $\quad Cr^{۳+} : +۳ \xrightarrow{\text{تغییر}} ۳$

گزینهٔ «۴»: عدد اکسایش H و O در این واکنش تغییری نکرده است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۷۳- **گزینهٔ «۱»** *(سراسری خارج از کشور تجربی ۹۹)*

عبارت (آ): هرچه E° یک نیم‌واکنش کاهش بیشتر باشد، گونهٔ سمت راست کاهندهٔ ضعیف‌تر و گونهٔ سمت چپ اکسندهٔ قوی‌تری است.

مقایسهٔ کاهندگی: $V > Ag$

مقایسهٔ اکسندگی: $Ag^+ > V^{۲+}$

عبارت (ب): E° کاهشی وانادیم از سرب کمتر است؛ یعنی V کاهنده‌تر بوده و تمایل بیشتری برای تبدیل شدن به کاتیون خود را دارد.

عبارت (پ):

$$E^\circ_{(Pb-Ag)} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} =$$

$$E^\circ_{(Ag^+/Ag)} - E^\circ_{(Pb^{۲+}/Pb)} = ۰/۹۳V$$

$$E^\circ_{(V-Pb)} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} =$$

$$E^\circ_{(Pb^{۲+}/Pb)} - E^\circ_{(V^{۲+}/V)} = ۱/۰۷V$$

عبارت (ت): Pb به دلیل E° کاهش کمتر، از نقره کاهنده‌تر بوده و فلز فعال‌تری است. بنابراین می‌تواند با یون‌های Ag^+ واکنش دهد. (در واکنش‌های خودبه‌خودی همیشه اتم فلز فعال‌تر در سمت واکنش‌دهنده و اتم فلز پایدارتر در سمت فراورده قرار دارد.)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(فرزاد رضایی)*

بخش اول: با قرار دادن X در هر سه حالت، سه سلول گالوانی به‌صورت زیر خواهیم داشت:

سلول گالوانی $Fe-Cu$ $\quad X = Fe$

واکنش کلی: $Fe(s) + Cu^{۲+}(aq) \rightarrow Fe^{۲+}(aq) + Cu(s)$

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = (+۰/۳۴) - (-۰/۴۴) = ۰/۷۸V$$

سلول گالوانی $Zn-Cu$ $\quad X = Zn$

واکنش کلی: $Zn(s) + Cu^{۲+}(aq) \rightarrow Zn^{۲+}(aq) + Cu(s)$

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = (+۰/۳۴) - (-۰/۷۶) = ۱/۱V$$

سلول گالوانی $Mg-Cu$ $\quad X = Mg$

واکنش کلی: $Mg(s) + Cu^{۲+}(aq) \rightarrow Mg^{۲+}(aq) + Cu(s)$

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = (+۰/۳۴) - (-۲/۳۷) = ۲/۷۱V$$

$$\frac{emf(max)}{emf(min)} = \frac{۲/۷۱}{۰/۷۸} \simeq ۳/۴۷$$

بخش دوم:

چون شرایط برابر است، به ازای مصرف ۱ مول $Cu^{۲+}$ جرم X هم به اندازهٔ ۱ مول کاهش می‌یابد که برای فلز روی بیش‌ترین مقدار کاهش را خواهد داشت؛ چون بیش‌ترین جرم مولی را دارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(حسن عیسی‌زاده)*

به‌جز قسمت (پ) بقیهٔ موارد درست‌اند.

با توجه به اینکه جهت حرکت الکترون از سمت آند به سمت کاتد است، پس M آند (قطب منفی) و A کاتد (قطب مثبت) سلول است. بنابراین:

ب) با تبدیل اتم‌های M به $M^{۳+}$، غلظت $M^{۳+}$ در اطراف آند افزایش می‌یابد و غلظت $A^{۲+}$ به دلیل کاهش یون‌های $A^{۲+}$، کاهش می‌یابد.

پ) مطابق قانون پایستگی جرم، تغییر جرم دو سمت معادله با هم برابر است در حالی که آند و کاتد هر کدام تنها بخشی از یک سمت معادله هستند.

ت) آنیون‌های نیترات از سمت نیم‌سلول کاتدی با گذر از دیواره متخلخل به نیم‌سلول آندی جابه‌جا می‌شوند.

ث) مطابق نیم‌واکنش $M \rightarrow M^{۳+} + ۳e^-$، جرم M مصرف شده برابر است با:

$$?mgM = ۱۸/۰۶ \times ۱۰^{۲۱} e^- \times \frac{۱mole^-}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} e^-} \times \frac{۱molM}{۳mole^-} \times \frac{۲۷gM}{۱molM} \times \frac{۱۰^۳mg}{۱g} = ۲۷۰mgM$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

نیم‌واکنش آندی در واکنش اکسایش – کاهش داده شده به‌صورت

$Al \rightarrow Al^{3+} + 3e^-$ است.

نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب:

$$2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow 2OH^-(aq) + H_2(g)$$

محاسبهٔ شمار مول‌های الکترون مصرف شده در نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب:

$$?mole^- = 2/24 L H_2 \times \frac{1 mol H_2}{22/4 L H_2} \times \frac{2 mole^-}{1 mol H_2} = 0/2 mole^-$$

$$?g Al = 0/2 mole^- \times \frac{1 mol Al}{3 mole^-} \times \frac{27 g Al}{1 mol Al} = 1/8 g Al$$

نیم‌واکنش کاتدی: $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

$$?mol Cu = 0/2 mole^- \times \frac{1 mol Cu}{2 mole^-} = 0/1 mol Cu$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲ و ۵۴)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(سراسری داخل کشور تجربی ۹۹)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در سلول گالوانی، الکترود آند، قطب منفی است.

گزینهٔ «۳»: در سلول الکترولیتی در قطب منفی یا کاتد، کاهش انجام می‌شود.

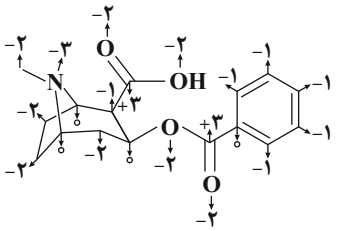
گزینهٔ «۴»: در سلول گالوانی در کاتد، اتم‌های فلزی از یون‌ها تشکیل می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۵، ۴۶، ۵۴ و ۵۵)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(ساجد شیری)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: با توجه به شکل زیر، مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن و مجموع اعداد اکسایش اتم‌های اکسیژن برابر ۸- است.



گزینهٔ «۲»: هیچ‌کدام از اتم‌های کربن دارای بیش‌ترین (۴+) یا کم‌ترین (۴-) عدد اکسایش ممکن خود نیستند. پس قابلیت اکسایش و کاهش یافتن را دارند.

گزینهٔ «۳»: $+3-(-3)=6$

عدد ۶ ← تعداد کربن‌های (۱-)

گزینهٔ «۴»: با توجه به فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر، اشتباه است.

$(C_{16}H_{19}NO_4)$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی درستی یا نادرستی موارد:

آ) نیم‌واکنش اکسایش آهن سفید به‌صورت $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$ است که در آن Zn اکسایش‌یافته و بنابراین کاهنده است.

ب) آبکاری در سلول الکترولیتی انجام می‌شود و جسم آبکاری‌شونده به قطب منفی باتری متصل می‌شود.

پ) عدد اکسایش N در نیتروواسید (HNO_2) و نیتریک‌اسید (HNO_3)، به ترتیب برابر ۳+ و ۵+ می‌باشد که نسبت آن $\frac{3}{5}$ یا ۰/۶ است.

HNO_2: $1 + x + 2(-2) = 0 \Rightarrow x = +3$

HNO_3: $1 + x + 3(-2) = 0 \Rightarrow x = +5$

ت) در سلول گالوانی $A-B$، جهت حرکت الکترون‌ها از A به سمت B است، یعنی A آند بوده و E° آن کوچک‌تر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۶۰)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(رئوف اسلام‌دوست)*

ابتدا جرم فلز نقرهٔ مصرف‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$3 = \frac{X}{24} \times 100 \Rightarrow X = 0/72 g Ag$$

سپس با استفاده از نیم‌واکنش آندی $Ag(s) \rightarrow Ag^+(aq) + e^-$، تعداد الکترون‌های عبوری از مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$?e^- = 0/72 g Ag \times \frac{1 mol Ag}{108 g Ag} \times \frac{1 mole^-}{1 mol Ag} \times \frac{6/02 \times 10^{23} e^-}{1 mole^-}$$

$$\simeq 4 \times 10^{21} e^-$$

حال با توجه به نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی:

نیم‌واکنش آندی: $Ag(s) \rightarrow Ag^+(aq) + e^-$

نیم‌واکنش کاتدی: $Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$

می‌توان دریافت که تعداد کاتیون‌های $Ag^+(aq)$ موجود در محلول ثابت می‌ماند:

$$?Ag^+ = 5 L_{محلول} \times \frac{0/8 mol AgNO_3}{1 L_{محلول}} \times \frac{1 mol Ag^+}{1 mol AgNO_3}$$

$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} Ag^+}{1 mol Ag^+} = 2/408 \times 10^{24} Ag^+$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۲)

AzmoonFree.ir