



آزمون ۱۸ اسفند ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-میلاد چاشمی-عادل حسینی-طاهر دادستانی-محمد رضا راسخ علی شهبازی-رضا طاری حمید علیزاده-کامیار علییون-حامد معنوی-جهانبخش نیکنام
هندسه	علی ایمانی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی فر-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی
آمار و ریاضیات گسسته	اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری مهدیار راشدی-سوگند روشنی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی
فیزیک	کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-عباس اصغری-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-فراز رسولی-محمد جواد سورچی معصومه شریعت ناصری-محمد رضا شریفی-پوریا علاقه مند-آراس محمدی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری امیر احمد میرسعید-سیده ملیحه میر صالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی مقدم
شیمی	محمد رضا پورچاوید-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبیحی-روزبه رضوانی-امیر حسین طیبی-محمد عظیمیان زواره امیر محمد کنگرانی-علیرضا کیانی دوست-رضا مسکن-امیر حسین مسلمی-هادی مهدی زاده-میلاد میرحیدری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	محمد صحت کار	امیر حسین ابومحبوب کیوان دارابی	حسام نادری	امیر حسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی امیر محمد کریمی	مهرداد ملوندی امیر محمد کریمی	زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی میلاد میرحیدری
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش	حسین بصیر تر کمبور	علی رضایی احسان پنجه شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

گزینه «۱» ۱-

(عادل حسینی)

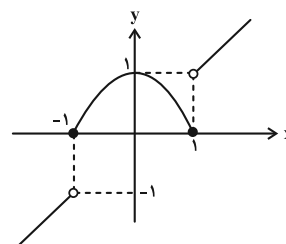
تابع $y = |f(x)|$ در ریشه‌های ساده $f(x)$ مشتق‌ناپذیر است.

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

گزینه «۳» ۲-

(سعید تن‌آرا)

بهتر است نمودار تابع را رسم کنیم:



با توجه به نمودار، تابع در $x = 0$ ماکزیمم نسبی و در $x = 1$ مینیمم نسبی دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

گزینه «۴» ۳-

(ظاهر دارستانی)

مساحت یک لوزی به طول ضلع ℓ که یکی از زوایای آن θ است، از رابطه

$$S = \ell^2 \sin \theta$$

به دست می‌آید. پس در این سؤال داریم:

$$S(\alpha) = \ell^2 \sin \alpha$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق تابع است:

$$S'(\alpha) = \ell^2 \cos \alpha \Rightarrow S'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \ell^2 \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{\ell^2}{2}$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

گزینه «۱» ۴-

(محمدرضا راسخ)

ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{(x + \frac{1}{x})^2 - 2 + 3}{x + \frac{1}{x}} = x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}$$

پس اگر $h(x) = x + \frac{1}{x}$ باشد، $f(x) = (hoh)(x)$ است و داریم:

$$f'(x) = h'(x)h'(h(x)) \xrightarrow{x=2} f'(2) = h'(2)h'(h(2))$$

$$f'(2) = h'(2)h'\left(\frac{5}{2}\right) \quad h(2) = \frac{5}{2} \text{ است و داریم:}$$

مشتق تابع h نیز $h'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ است.

$$h'(2) = \frac{3}{4}, \quad h'\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{21}{25} \Rightarrow f'(2) = \frac{63}{100}$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

گزینه «۲» ۵-

(مسعود پرملا)

تابع $y = [3x - 2]$ در $x = 2$ ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر است، پس برایاین که f در این نقطه مشتق‌پذیر باشد، لازم است که $x = 2$ صفر مرتبهدوم تابع $h(x) = ax + b\sqrt{2x} + 2$ باشد؛ یعنی $h'(2) = 0$ باشد.

$$h(2) = 2a + 2b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -1 \quad (1)$$

$$h'(x) = a + \frac{b}{\sqrt{2x}} \xrightarrow{x=2} h'(2) = a + \frac{b}{2} = 0 \quad (2)$$

از معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$$a = 1, \quad b = -2 \Rightarrow a - 2b = 5$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹)

گزینه «۴» ۶-

(عمیر علیزاده)

وقتی $x \rightarrow 0$ حد مخرج برابر صفر است، بنابراین حد صورت نیز باید برابر

$$f(1) = g(1) \quad \text{صفر شود:}$$

در نتیجه می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - g(1-x)}{x + x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1) - (g(1-x) - g(1))}{x + x^2} \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(1-x) - g(1)}{x} \right) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x} \\ &= -(f'(1) - g'(1)) = 2 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = -2 \end{aligned}$$



محیط قطاع بالا برابر ℓ است. اگر شعاع دایره را r در نظر بگیریم، داریم:

$$P_{\text{قطاع}} = 2r + r\theta = r(2 + \theta) = \ell$$

از طرفی مساحت قطاع از رابطه $S = \frac{1}{2}\theta r^2$ به دست می‌آید.

$$S(r) = \frac{1}{2}\left(\frac{\ell}{r} - 2\right)r^2 = \frac{1}{2}\ell r - r^2$$

در جواب معادله $S'(r) = 0$ ، بیشترین مقدار خود را دارد.

$$S'(r) = \frac{1}{2}\ell - 2r \xrightarrow{S'(r)=0} r = \frac{\ell}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = S\left(\frac{\ell}{4}\right) = \frac{1}{16}\ell^2$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(کالقم ابلالی)

۱۰- گزینه «۲»

ابتدا نقاط بحرانی تابع را در بازه $(0, \pi)$ به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x - \sin x$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0} \sin x (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 : \text{جواب ندارد} \\ \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

پس $x = \frac{\pi}{3}$ تنها نقطه بحرانی تابع در بازه $(0, \pi)$ است. حال مقادیر تابع را

در این نقطه و همچنین ابتدا و انتهای بازه $[0, \pi]$ به دست می‌آوریم:

$$f(0) = m + 1, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{5}{4} + m, f(\pi) = -1 + m$$

بنابراین ماکزیمم مطلق تابع در بازه گفته شده برابر $\frac{5}{4} + m$ و مینیمم مطلق

آن $-1 + m$ است.

پس داریم:

$$\frac{5}{4} + m - 1 + m = 2m + \frac{1}{4} = \frac{13}{4} \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

حال از تابع $y = f(2x) - g(2x)$ مشتق می‌گیریم:

$$y' = 2f'(2x) - 2g'(2x) \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} y' = 2(f'(1) - g'(1)) = -4$$

(مسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰ و ۹۶)

۷- گزینه «۳»

(سعید تن‌آرا)

$$y = x^{\frac{5}{3}} - 5x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} - \frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{5}{3}\frac{\sqrt[3]{x^4} - 1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

بدیهی است که تابع در $x = 0$ مشتق‌ناپذیر است و از طرفی در $x = \pm 1$

دارای مشتق صفر است، پس $x = 1$ تنها نقطه بحرانی محدوده x های مثبت است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۸- گزینه «۲»

(سعید تن‌آرا)

$$f(-2) = -\frac{8}{3}, \quad f(2) = \frac{8}{3}$$

نقاط بحرانی عضو بازه $(-2, 2)$ را نیز پیدا می‌کنیم.

$$f'(x) = x^3 + x^2 - 2x \xrightarrow{f'(x)=0} x(x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, -2, 1$$

که $x = 0$ و $x = 1$ درون بازه مورد نظر قرار دارد. مقادیر تابع در این دو نقطه را نیز حساب می‌کنیم:

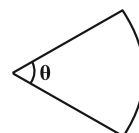
$$f(0) = 0, \quad f(1) = -\frac{5}{12}$$

در نتیجه برد تابع بازه $\left[-\frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right]$ است که طول این بازه برابر $\frac{16}{3}$ است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۹- گزینه «۲»

(مهم‌رضا راسخ)





حسابان ۲- پیشروی سریع

۱۱- گزینه «۲»

(عادل مسینی)

ریشه‌های ساده f' ، اکستریم‌های نسبی تابع f و اکستریم‌های نسبی تابع f' ، نقاط عطف تابع f هستند. بنابراین تابع f ، ۳ عطف دارد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۱۲- گزینه «۴»

(علی شهرابی)

خط مماس افقی است: $f'(x) = 5x^4 - 18x^2 - 4x \Rightarrow f'(0) = 0$ تقعر رو به بالاست: $f''(x) = 20x^3 - 36x - 4 \Rightarrow f''(0) = -4 < 0$

پس نمودار گزینه «۴» درست است. البته با استفاده از هم‌ارزی کم‌توان می‌توان گفت که نمودار تابع مورد در همسایگی $x = 0$ شبیه نمودار تابع $y = -2x^2$ است.

(حسابان ۲- صفحه ۱۳۸)

۱۳- گزینه «۳»

(عادل مسینی)

مشتق‌های اول و دوم تابع به صورت زیر است:

$$y' = \frac{1}{(1+x)^2}, \quad y'' = -\frac{2}{(1+x)^3}$$

واضح است که y' در هر بازه از دامنه‌اش مثبت و در نتیجه تابع اکیداً صعودی است. جهت تقعر هم برای $x < -1$ و $x > -1$ متفاوت است. همچنین مرکز تقارن تابع هموگرافیک محل تقاطع مجانب‌های آن است که در این سؤال نقطه $(-1, 1)$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۴- گزینه «۳»

(عادل مسینی)

مشتق دوم باید مثبت باشد:

$$y' = x + \frac{16}{\sqrt{x+1}} \Rightarrow y'' = 1 - \frac{8}{\sqrt{(x+1)^3}}$$

$$\frac{y'' > 0}{\sqrt{(x+1)^3}} < 1 \Rightarrow \sqrt{(x+1)^3} > 8$$

$$\Rightarrow x+1 > 4 \Rightarrow x > 3$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۰)

۱۵- گزینه «۲»

(محمدرضا راسخ)

 $f(0)$ یعنی همان d برابر ۱ است. $x = \pm 1$ طول نقاط اکستریم تابع و $x = 0$ طول نقطه عطف با مماس مایل

آن است.

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c, \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

$$f''(0) = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$f'(\pm 1) = 3a + c = 0 \Rightarrow c = -3a$$

$$\Rightarrow f(x) = ax^3 - 3ax + 1 \xrightarrow{f(1)=1} a = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 1$$

در $x = -1$ ماکزیمم نسبی تابع با مقدار $f(-1) = 3$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۱۶- گزینه «۲»

(کامیار علیون)

ابتدا مشتق دوم تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 2 \cos 2x - \sin x \Rightarrow f''(x) = -4 \sin 2x - \cos x$$

$$\Rightarrow f''(x) = -8 \sin x \cos x - \cos x \Rightarrow f''(x) = -\cos x (\lambda \sin x + 1)$$

ریشه‌های ساده f'' طول نقاط عطف هستند.

$$\Rightarrow \cos x (\lambda \sin x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{\lambda} \end{cases}$$

در بازه $(-\pi, 0)$ معادله $\cos x = 0$ جواب $x = -\frac{\pi}{2}$ و معادله

$$\sin x = -\frac{1}{\lambda}$$
 دو جواب دارد. پس تابع f در این بازه ۳ نقطه عطف دارد.

دقت کنید که تابع f روی \mathbb{R} مشتق اول و دوم دارد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)



۱۷- گزینه «۱»

(میلاد پاشمی)

در ابتدا، مختصات نقطه داده شده باید در ضابطه تابع صدق کند:

$$\Rightarrow 2 = \frac{b}{a-1} \Rightarrow b = 2(a-1) \quad (*)$$

حال مشتق دوم تابع را به دست می آوریم که $x = \sqrt[3]{a}$ ریشه آن باشد:

$$y' = -3b \frac{x^2}{(x^3-1)^2} \Rightarrow y'' = 6b \frac{x(2x^3+1)}{(x^3-1)^2}$$

$$\xrightarrow{y''=0} \begin{cases} \sqrt[3]{a}=0 \Rightarrow a=0 \xrightarrow{(*)} b=-2 \\ 2(\sqrt[3]{a})^3+1=2a+1=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{2} \xrightarrow{(*)} b=-3 \end{cases}$$

(مسابان ۲- صفحه های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

۱۸- گزینه «۴»

(عارل مسینی)

باید ضابطه توابع f' و f'' را به دست آوریم:

$$f' = \frac{2x^3+1}{\sqrt{x^3+1}} \Rightarrow f''(x) = \frac{x(2x^3+3)}{\sqrt{(x^3+1)^3}}$$

تنها نقطه عطف تابع f ، نقطه $x=0$ است که شیب مماس بر نمودار تابع f در آن برابر $f'(0)=1$ است.

(مسابان ۲- صفحه های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۱۹- گزینه «۱»

(عارل مسینی)

یعنی معادله $x^3+ax-1=0$ فقط یک جواب دارد و این با فرض $h(x) = x^3+ax-1$ ، در حالت های زیر امکان پذیر است:الف) تابع h اکیداً صعودی باشد:

$$h'(x) = 3x^2 + a \geq 0 \Rightarrow a \geq 0$$

ب) مقادیر اکسترمم های تابع h هم علامت باشند:

$$\xrightarrow{a<0} h'(x) = 3x^2 + a = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{a}{3}}$$

$$\Rightarrow h(-\sqrt{-\frac{a}{3}}) = \frac{-2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} - 1, \quad h(\sqrt{-\frac{a}{3}}) = \frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} - 1$$

$$\xrightarrow{\text{هم علامت باشند}} (-\frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} - 1)(\frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} - 1) > 0$$

$$\Rightarrow -1 < \frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} < 1 \xrightarrow{a<0} -1 < \frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} < 0$$

$$\xrightarrow{t=\sqrt{-\frac{a}{3}}} -1 < -2t^3 < 0 \Rightarrow 0 < t = \sqrt{-\frac{a}{3}} < \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{\sqrt[3]{4}} < a < 0$$

اجتماع شرط های (الف) و (ب)، محدوده $a > -\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ را نتیجه می دهد.

(مسابان ۲- صفحه های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۲۰- گزینه «۴»

(علی شهبازی)

نمودار تابع، مجانب قائم ندارد، پس $b > 0$ است. هم چنین مجانب افقینمودار، خط $y=0$ است، پس حد تابع وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ برابر صفر است:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^3+bx}{x^3+b} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^3}{x^3} = a = 0$$

پس تا اینجا ضابطه تابع $f(x) = \frac{bx}{x^3+b}$ است. حال با توجه به نمودار،مشخص است که مقدار ماکزیمم نسبی تابع برابر $\sqrt{3}$ است. یعنی مقدارتابع در ریشه مثبت f' برابر $\sqrt{3}$ است:

$$f'(x) = \frac{b(b-x^3)}{(x^3+b)^2} \xrightarrow{f'(x)=0} b-x^3=0 \xrightarrow{x>0} x=\sqrt[3]{b}$$

$$\xrightarrow{f(\sqrt[3]{b})=\sqrt{3}} \frac{\sqrt{b}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow b=12$$

(مسابان ۲- صفحه های ۱۳۷ و ۱۳۸)



ریاضی پایه

گزینه «۱» - ۲۱

(عارل مسینی)

شیب خط برابر ۱ است، پس خط با قسمت مثبت محور x ها زاویه‌ای می‌سازد که تانژانت آن برابر ۱ باشد.

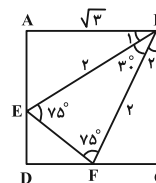
(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

گزینه «۲» - ۲۲

(سعید تن‌آرا)

دو مثلث ABE و BCF بنابه حالت (ض ض ض) هم‌نهشت‌اند. بنابراین $BF = 2$ است و مثلث BEF متساوی‌الساقین است و در نتیجه $\widehat{EFB} = 75^\circ$. پس در مثلث BEF داریم: $\widehat{B} = 30^\circ$. مساحت مثلث BEF برابر است با:

$$S_{BEF} = \frac{1}{2} BE \times BF \times \sin B = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 30^\circ = 1$$

از طرفی از هم‌نهشتی مثلث‌های ABE و BFC داریم:

$$\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 = 30^\circ$$

و در نتیجه $AB = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}$ به دست می‌آید. در نتیجه مساحتمربع $ABCD$ برابر $3 = \sqrt{3}^2$ است و مساحت قسمت رنگی برابر است

$$S = S_{ABCD} - S_{BEF} = 3 - 1 = 2 \quad \text{با:}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

گزینه «۲» - ۲۳

(پویانیش نیکنام)

$$\begin{aligned} A &= \frac{\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \cos(90^\circ - 10^\circ) \cos(90^\circ - 70^\circ)}{\cos 68^\circ \cos 8^\circ + \cos(90^\circ - 8^\circ) \cos(90^\circ - 68^\circ)} \\ &= \frac{\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \sin 10^\circ \sin 70^\circ}{\cos 68^\circ \cos 8^\circ + \sin 8^\circ \sin 68^\circ} = \frac{\cos(70^\circ - 10^\circ)}{\cos(68^\circ - 8^\circ)} \\ &= \frac{\cos 60^\circ}{\cos 60^\circ} = 1 \end{aligned}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

گزینه «۴» - ۲۴

(غامر معنوی)

با توجه به این‌که $\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$ و $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ است، می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{1 - \sin^2 x} \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2}$$

همچنین داریم:

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = \frac{1}{2}, \quad \cot^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = 2$$

و مطلوب مسئله را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\sin^2 \left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cot^2 (2\pi + x) = \cos^2 x + \cot^2 x$$

$$= \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

گزینه «۳» - ۲۵

(عارل مسینی)

از بسط سینوس مجموع کمان استفاده می‌کنیم:

$$3 \left(\sin \theta \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos \theta \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right) = \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{3}{2} \cos \theta = \cos \theta \Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2} \sin \theta = -\frac{1}{2} \cos \theta$$

$$\Rightarrow \tan \theta = -\frac{1}{3\sqrt{3}}$$

حال از اتحاد $\cos^2 x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\cos^2 \theta = \frac{1 - \frac{1}{27}}{1 + \frac{1}{27}} = \frac{26}{28} = \frac{13}{14}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

گزینه «۱» - ۲۶

(رضا طاری)

تابع $y = [\sqrt{x}]$ در نقاطی که \sqrt{x} مقدار صحیح به خود بگیرد، ناپیوستهاست که در بازه (۲۵، ۱) این نقاط $x = 4$ ، $x = 9$ و $x = 16$ هستند.



$$\Rightarrow f(1) + m = 0 \Rightarrow m = -4$$

$$\Rightarrow n = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}{4x - 4} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{4} = -\frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow mn = \frac{1}{6}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(فامر معنوی)

۳۰- گزینه «۳»

$f(a)$ را b در نظر می‌گیریم. باید حدهای چپ و راست تابع در $x = a$ موجود و برابر باشند، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} (9x - 1) = 9a - 1$$

که باید برابر b باشد:

$$\Rightarrow 9a - 1 = b \quad (1)$$

در تابع $h(x) = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x - a}$ ، اگر حد در $x = a$ موجود باشد، لازم است که حد صورت نیز برابر صفر باشد:

$$3x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \quad \text{یا} \quad -\frac{1}{3}$$

به ازای $a = -\frac{1}{3}$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = 9a - 1 = 9\left(-\frac{1}{3}\right) - 1 = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^+} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + \frac{1}{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^+} \frac{\left(x + \frac{1}{3}\right)(3x - 3)}{x + \frac{1}{3}} = -4$$

پس $f(a) = -4$ و $a = -\frac{1}{3}$ مقادیر قابل قبول‌اند و در نتیجه

$$a - f(a) = \frac{11}{3} \quad \text{است. دقت کنید که اگر } a = 1 \text{ را مفروض بگیریم،}$$

تساوی حدهای چپ و راست رخ نمی‌دهد.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

تابع f فقط در $x = 9$ و $x = 16$ ناپیوسته است. یعنی در $x = 4$ پیوسته است و این زمانی رخ می‌دهد که $x = 4$ ریشه عبارت $x - 3a$ باشد.

$$\Rightarrow 4 - 3a = 0 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۲۷- گزینه «۴» (عادل حسینی)

ابتدا حد تابع $y = \frac{1}{x-1}$ را وقتی $x \rightarrow 2^-$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-1} = 1$$

تابع $y = \frac{1}{x-1}$ در $x = 2$ نزولی است، بنابراین از مقادیر بیشتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود. در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{1}{x-1}\right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} ([-x]x^2 + x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (-2x^2 + x) = -1$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۶)

۲۸- گزینه «۱» (عادل حسینی)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\tan^2 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{\frac{\sin^2 3x}{\cos^2 3x}} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 3x \sin^2 x}{\sin^2 3x}$$

$$= 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sin^2 3x} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{9x^2} = \frac{2}{9}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۲۹- گزینه «۳» (شاهین پروازی)

$$\Rightarrow n = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}|}{4x + m} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{4x + m}$$

دقت کنید که از اعداد بازه $(0, 1)$ هر چقدر ریشه بزرگ‌تر بگیریم،

بزرگ‌تر می‌شوند. در عبارت فوق حد صورت صفر است، پس برای این‌که

$n \neq 0$ باشد، حد منخرج نیز باید صفر باشد:



هندسه ۳

۳۱- گزینه «۱»

(هومن عقیلی)

$$\Delta ABC \text{ محیط } = AB + AC + \frac{BC}{12} = 32 \Rightarrow AB + AC = 20$$

یعنی A روی یک بیضی به کانون‌های B و C حرکت می‌کند، به‌طوری

که $2a = 20$ و $2c = 12$ یعنی $a = 10$ و $c = 6$ ؛ با توجه به این‌که $a^2 = b^2 + c^2$ پس $b = 8$ و چون $b = 8 > AH = 9$ ، در نتیجه

با این شرایط مثلثی رسم نمی‌شود.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۳۲- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

طبق فرض داریم:

$$MF = x \Rightarrow MF' = 3x$$

 $\Delta MFF'$ قضیه کسینوس‌ها در :

$$x^2 + 9x^2 - 2(x)(3x)\cos 60^\circ = (2\sqrt{7})^2$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 7x^2 = 28 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow MF = 2, \quad MF' = 6 \Rightarrow MF + MF' = 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$FF' = 2c = 2\sqrt{7} \Rightarrow c = \sqrt{7}$$

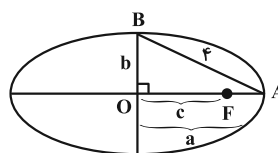
$$\Rightarrow \text{خروج از مرکز } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۳- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

طبق فرض و شکل داریم:



$$AF = a - c = 1 \Rightarrow a = c + 1$$

$$\Delta OAB \text{ در } \begin{cases} a^2 + b^2 = 16 \\ + a^2 = b^2 + c^2 \\ 2a^2 = 16 + c^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(c+1)^2 = 16 + c^2 \Rightarrow c^2 + 4c - 14 = 0$$

$$\Rightarrow c = \frac{-2 \pm \sqrt{18}}{1} = 3\sqrt{2} - 2 \Rightarrow FF' = 2c = 6\sqrt{2} - 4$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۴- گزینه «۳»

(سیدمحمدرضا حسینی فردر)

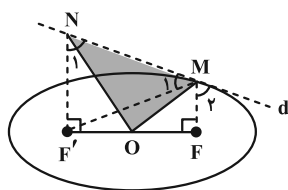
طول قطرهای بیضی $2a = 8$ و $2b = 2\sqrt{7}$ است، پس $2c = 6$ نقطه

M را به F' وصل می‌کنیم، با استفاده از ویژگی‌های خط مماس بر بیضی

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$\hat{M}_2 = \hat{N}_1 \quad \text{همچنین به کمک قضیه موازی مورب داریم:}$$

$$\Rightarrow NF' = MF'$$



از طرفی نقطه O وسط ساق دوزنقه قائم‌الزاویه MFF'N قرار دارد. پس:

$$S_{OMN} = \frac{1}{2} S_{MFF'N} = \frac{1}{2} \left(\frac{(MF + NF') \cdot FF'}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{4} (2a)(2c) = ac = 4 \times 3 = 12$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۵- گزینه «۳»

(مهرادر ملونری)

داریم:

$$x^2 + y^2 - 2x = 2 \Rightarrow \text{مرکز دایره } W \left(-\frac{a'}{2}, -\frac{b'}{2} \right) = (1, 0)$$

$$(y+b)^2 = 2(x+a) \xrightarrow{\text{سهی افقی}} \begin{cases} \text{رأس سهمی } S(-a, -b) \\ 4a'' = 2 \Rightarrow a'' = \frac{1}{2} \end{cases}$$



معادله پرتو بازتاب گذرنده از دو نقطه $A(2, 1)$ و $F(0, 1)$ به صورت $y = 1$ است که عرض از مبدأ آن $y = 1$ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

گزینه ۳۸- (سیرمهر رضا حسینی فرد)

مختصات کانون این سهمی $F(1, 0)$ است. پس نقطه M پایین‌تر از کانون سهمی و پرتوهای نور خارج شده پس از بازتابش به صورت نور بالا هستند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

گزینه ۳۹- (مهردار ملونری)

چون خط گذرا از دو نقطه A و B موازی یکی از محوره‌ای دستگاه \mathbb{R}^3 است، پس دو مقدار از سه مقدار x ، y و z در مختصات آن‌ها با هم برابر است. پس خط گذرا از این دو نقطه، یکی از سه خط زیر است:

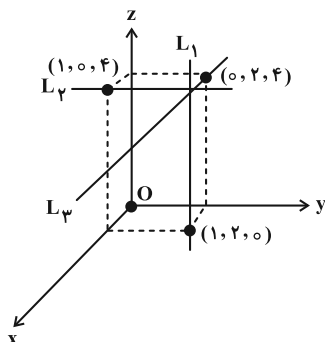
$$L_1: \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} x=1 \\ z=4 \end{cases} \quad L_3: \begin{cases} y=2 \\ z=4 \end{cases}$$

فاصله مبدأ مختصات (نقطه O) از سه خط L_1 ، L_2 و L_3 به ترتیب

$\sqrt{5}$ ، $\sqrt{17}$ و $\sqrt{20}$ است و چون $\sqrt{5} < 3 < \sqrt{17} < \sqrt{20}$ ، پس نقطه

$M(1, 2, z)$ روی خط L_1 قرار دارد و مختصات آن به صورت

است و طبق فرض داریم:



$$OM = \sqrt{1^2 + 2^2 + z^2} = 3 \Rightarrow z = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_1 = (1, 2, 2) \Rightarrow 1+2+2=5 \\ M_2 = (1, 2, -2) \Rightarrow 1+2-2=1 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- پردازها: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

دهانه به سمت راست $F(-a + \frac{1}{p}, -b)$: کانون سهمی

طبق فرض، مرکز دایره بر کانون سهمی منطبق است:

$$(1, 0) = (-a + \frac{1}{p}, -b) \Rightarrow \begin{cases} -a + \frac{1}{p} = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{p} \\ -b = 0 \Rightarrow b = 0 \end{cases}$$

پس رأس سهمی به صورت $S(\frac{1}{p}, 0)$ و معادله خط هادی برابر می‌شود با:

$$x = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} = 0$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

گزینه ۳۶- (فرشار صریقی فرد)

ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$2(y^2 + 2y) = x - k$$

$$2((y+1)^2 - 1) = x - k$$

$$(y+1)^2 = \frac{1}{2}(x - k + 2) \Rightarrow \begin{cases} \text{رأس سهمی: } S(k-2, -1) \\ 4a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

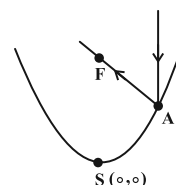
$$\text{خط هادی در سهمی افقی: } x = \alpha - a \Rightarrow x = k - 2 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow k = 2$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

گزینه ۳۷- (علی ایمانی)

چون پرتوی نور موازی محور سهمی است، پس پرتو بازتاب از کانون سهمی می‌گذرد.



$$x^2 = 4y, \quad a=1 \Rightarrow F(0, 1)$$

$$\begin{cases} x^2 = 4y \Rightarrow 4 = 4y \Rightarrow y=1 \Rightarrow A(2, 1) \\ x=2 \end{cases}$$



$$= \sqrt{3} \times 2 \times \frac{25}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{75}{2} = 37.5$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۹)

(علی ایمانی)

گزینه «۲» -۴۳

$$\begin{aligned} \overline{AB} \cdot \overline{BC} &= \overline{AB} \cdot (\overline{AC} - \overline{AB}) = \overline{AB} \cdot \overline{AC} - |\overline{AB}|^2 \\ &= |\overline{AB}| |\overline{AC}| \cos 120^\circ - 16 = 4(3) \left(-\frac{1}{2}\right) - 16 = -22 \end{aligned}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۹)

(امیررضا خلاح)

گزینه «۴» -۴۴

$$\begin{aligned} \vec{a}' &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} \Rightarrow \frac{-4}{9} \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{3^2} \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -4 \\ \vec{a} + \vec{b} &= (-1, 0, 3) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ &\Rightarrow (\sqrt{1+0+9})^2 = |\vec{a}|^2 + 3^2 - 8 \Rightarrow |\vec{a}|^2 = 9 \Rightarrow |\vec{a}| = 3 \end{aligned}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

(مهردار ملونری)

گزینه «۳» -۴۵

چون بردار \vec{a} بر محور x ها و بردار $(1, 2, -2)$ عمود است، پس بردار \vec{a} موازی با ضرب خارجی دو بردار $(1, 0, 0)$ و $(1, 2, -2)$ است:

$$\vec{u} = (1, 0, 0) \times (1, 2, -2) = (0, 2, 2)$$

طول بردار \vec{a} برابر ۴ است، پس:

$$\vec{a} = (\pm 4) \times \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \frac{\pm 4}{2\sqrt{2}} (0, 2, 2) = (0, \pm 2\sqrt{2}, \pm 2\sqrt{2})$$

طول تصویر قائم بردار \vec{a} در امتداد محور z ها برابر است با:

$$a_z = 2\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(فرشاد صدیقی‌فر)

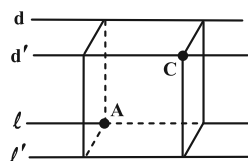
گزینه «۱» -۴۶

طرفین رابطه $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ را یک بار در \vec{a} و یک بار در \vec{b} ضرب خارجی می‌کنیم:

(مهریار راشری)

گزینه «۴» -۴۰

یکی از قطرهای مکعب مستطیل، قطر AC است.



$$A(1, 1, -2), C(3, 4, 2)$$

$$AC = \sqrt{(3-1)^2 + (4-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{29}$$

خطوط d, d', ℓ و ℓ' موازی با محور y ها هستند.

$$d: \begin{cases} x=1 \\ z=2 \end{cases} \quad d': \begin{cases} x=3 \\ z=2 \end{cases}$$

$$\ell: \begin{cases} x=1 \\ z=-2 \end{cases} \quad \ell': \begin{cases} x=3 \\ z=-2 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۳ و ۶۸)

هندسه ۳- پیشروی سریع

(هومن عقیلی)

گزینه «۱» -۴۱

$$\vec{a} = (m, 2m, 3) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \Rightarrow 3m - 2m + 6m = 7$$

$$\vec{b} = (3, -1, 2m)$$

$$\Rightarrow m = 1 \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (1, 2, 3) \\ \vec{b} = (3, -1, 2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{7}{\sqrt{14} \times \sqrt{14}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۹)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۲» -۴۲

می‌دانیم فاصله F تا C دو برابر طول ضلع (قطر) می‌باشد. در نتیجه:

$$|FC| = \sqrt{(-3-2)^2 + (2+3)^2 + (1-1)^2}$$

$$|FC| = \sqrt{25+25+0} = 5\sqrt{2} = 2a \Rightarrow a = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

طول ضلع

$$|\overline{AC} \cdot \overline{AD}| = |\overline{AC}| |\overline{AD}| \cos 30^\circ = \sqrt{2}a \times 2a \times \cos 30^\circ$$



$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\overline{AB} \times \overline{AC}| = \frac{1}{2} \times \sqrt{36+9} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

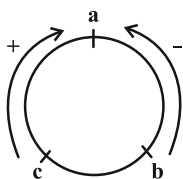
$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} |\overline{AB}| h \Rightarrow h = \sqrt{5}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(مهریار راشدری)

گزینه «۳» -۴۹

به دایره دقت کنید:



$$\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = -\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) \quad \text{داریم:}$$

$$-3\vec{b} \cdot (\vec{c} \times 2\vec{a}) = -6\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = 6\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) \quad \text{بنابراین:}$$

پس:

$$6\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) = 6(2, 1, 1) \cdot (-1, 1, -2) = 6(-2+1-2) = -18$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

(مهریار ملونری)

گزینه «۴» -۵۰

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 3 \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

حجم متوازی‌السطوح مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V' = |(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot ((\vec{b} + 2\vec{c}) \times (\vec{c} + 2\vec{a}))|$$

$$= |(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c} + 2\vec{b} \times \vec{a} + 2\vec{c} \times \vec{c} + 2\vec{c} \times \vec{a})|$$

$$= |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + 2\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})| = 9 |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$

$$= 9V = 9 \times 3 = 27$$

توجه:

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) = \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) = 0 \\ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \end{cases}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} \times \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{0} \\ \vec{b} \times \vec{a} + \vec{b} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{a} \\ \vec{b} \times \vec{a} + \vec{b} \times \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \Rightarrow \vec{c} \times \vec{b} = -\vec{a} \times \vec{b} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{طول}} \vec{a} \times \vec{b} + 2\vec{a} \times \vec{b} - 3\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \xrightarrow{\text{حاصل}} = 0$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

گزینه «۱» -۴۷ (سیرمهمدر شا عسینی فرد)

اگر بردار \vec{c} بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود باشد پس باید با بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ موازی باشد، البته می‌توانیم از ویژگی‌های ضرب داخلی به صورت زیر استفاده کنیم:

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (3, -1, 1) \cdot (m, 5, 2m) = 0$$

$$\Rightarrow 5m - 5 = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (m, 1, n) \cdot (m, 5, 2m) = 0$$

$$\xrightarrow{m=1} 1 + 5 + 2n = 0 \Rightarrow n = -3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (3, -1, 1) \\ \vec{b} = (1, 1, -3) \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (2, 10, 4)$$

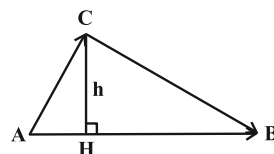
می‌دانیم مساحت مثلث بناشده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} ، نصف اندازه ضرب خارجی دو بردار است:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} \sqrt{4+100+16} = \sqrt{30}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(هومن عقیلی)

گزینه «۴» -۴۸



$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} = (6, 0, 3)$$



طبق فرض:

$$\frac{(a-b)^2}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow (a-b)^2 = 9 \Rightarrow |a-b| = 3$$

یعنی دو عدد مورد انتخاب باید اختلافشان ۳ واحد باشد همه این دوتایی به فرم زیر هستند.

$$(a, b) = (4, 7), (5, 8), \dots$$

چون تعداد نمونه‌ها، ۱۰ عدد است، پس دهمین نمونه به فرم (۱۳، ۱۶) بوده و مجموعه اولیه به فرم {۴، ۵، ۶، ...، ۱۶} می‌باشد. تعداد عضوهای این مجموعه ۱۳ می‌باشد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۱)

گزینه «۴» - ۵۴

(مهریار راشدی)

انحراف معیار برآورد میانگین جامعه از تقسیم انحراف معیار جامعه بر جذر،

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{اندازه نمونه به دست می‌آید.}$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{بنابراین واریانس برآورد میانگین جامعه عبارت است از:}$$

با توجه به این که واریانس جامعه نامعلوم است، از تخمین آن یعنی واریانس

$$\sigma = 25 \Rightarrow \sigma^2 = 625 \quad \text{نمونه استفاده می‌کنیم:}$$

پس برآورد نقطه‌ای واریانس میانگین نمونه‌ها برابر است با:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{625}{25} = 25$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۱)

گزینه «۳» - ۵۵

(مهریار راشدی)

مجموع نمونه‌های سه عضوی انتخاب شده برابر ۹ و میانگین آن‌ها $\bar{x} = 3$

است. تعداد کل نمونه‌های سه عضوی برابر با $\binom{6}{3} = 20$ است و احتمال

آن که نمونه‌ای سه عضوی میانگین ۳ را برآورد کند برابر با $\frac{3}{20}$ است (زیرا

از ۲۰ نمونه ۳ عضوی، میانگین سه نمونه ۳ عضوی برابر با ۳ است). بنابراین:

آمار و احتمال

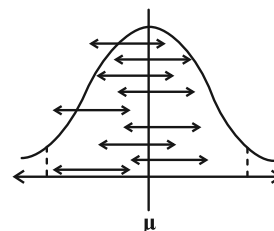
گزینه «۴» - ۵۱

(فرزاد پورادی)

اگر نمونه‌گیری را روی یک جامعه تکرار کنیم و میانگین هر نمونه را با \bar{x}_i نشان دهیم به طوری که در ۹۵ درصد (یا بیشتر) موارد، پارامتر μ (میانگین جامعه) را قطع می‌کند و فقط ۵ درصد بازه‌هایی به فرم زیر شامل μ نمی‌شوند.

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \quad \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

\bar{x}_i



این بازه به بازه اطمینان ۹۵ درصدی معروف است که به صورت

$$\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) \text{ می‌باشد. طول این بازه برابر است با:}$$

(ابتدای بازه) - (انتهای بازه) = طول بازه اطمینان ۹۵٪

$$= \left(\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) - \left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\text{طول بازه اطمینان} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۷)

گزینه «۴» - ۵۲

(فرزاد پورادی)

با توجه به توضیحات موجود در کتاب درسی آمار و احتمال هر چهار گزاره فوق درست می‌باشند.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۰)

گزینه «۳» - ۵۳

(امیدرضا فلاح)

در یک نمونه دو عضوی به فرم (a, b) داریم:

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(a - \frac{a+b}{2})^2 + (b - \frac{a+b}{2})^2}{2} = \frac{(a-b)^2}{4}$$



از طرفی اگر $d = 2, 4$ آن گاه عدد ۵ نیز انتخاب می شود که خلاف فرض

است. پس d می تواند ۷ یا ۱۴ یا ۲۸ باشد و فقط به ازای $d = 7$ عدد ۱۰

نیز انتخاب می شود و احتمال برابر $\frac{1}{3}$ است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۵۹- گزینه «۲» (علی ایمانی)

نفرات انتخاب شده در روش سامانمند تشکیل دنباله حسابی می دهند.

$$\begin{cases} a_1 = m + 3 \\ a_7 = 6m + 4 \\ a_8 = 20m + 22 \end{cases} \Rightarrow d = 5m + 1 \xrightarrow{\times 6} 6d = 30m + 6$$

$$\Rightarrow 6d = 14m + 38$$

$$30m + 6 = 14m + 38 \Rightarrow 16m = 32 \Rightarrow m = 2$$

$$a_1 = 5, a_7 = 16 \Rightarrow \text{طول دسته} = 11$$

$$\text{تعداد دسته ها} = \frac{220}{11} = 20 \Rightarrow a_{20} = 5 + 19(11) = 214$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۶۰- گزینه «۴» (مصطفی دیراری)

$$\text{میانگین جامعه} = \frac{1+3+5+\dots+2N-1}{N} = \frac{N^2}{N} = N$$

$$\text{میانگین نمونه} = \frac{1+3+9+7}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

میانگین نمونه برآوردی از میانگین جامعه است پس $N = 5$ برآورد می شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۱۸ تا ۱۲۵)

$$m - n = 3 - \frac{3}{20} = \frac{285}{100} = 2.85$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۱۸ تا ۱۲۱)

۵۶- گزینه «۴» (سوکندر روشنی)

همه موارد صحیح هستند و در آمار استنباطی از روی آمارهای مختلف سعی بر تخمین پارامتر جامعه است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۰۵ تا ۱۱۵)

۵۷- گزینه «۱» (سوکندر روشنی)

می دانیم طول بازه اطمینان ۹۵ درصد در نمونه ای با اندازه n برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{100}} = 2 \Rightarrow \frac{4\sigma}{10} = 2 \Rightarrow \sigma = 5$$

$$n_2 = 25n_1 = 2500$$

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$5 - \frac{2 \times 5}{50} \leq \mu \leq 5 + \frac{2 \times 5}{50} \Rightarrow 4.8 \leq \bar{x} \leq 5.2$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۵۸- گزینه «۲» (سیرمهرضا حسینی فردر)

در نمونه گیری سامانمند، می دانیم شماره های انتخاب شده جملات متوالی از دنباله حسابی هستند پس اگر قدرنسبت دنباله را d در نظر بگیریم

$$kd = 45 - 17 \text{ یعنی } d \text{ مقسوم علیهی از } 28 \text{ است و داریم:}$$

$$d = 2, 4, 7, 14, 28$$



آمار و احتمال

گزینه «۲» - ۶۱

(افشین فاضله‌فان)

احتمال شرطی با کاهش فضای نمونه است.

فضای نمونه کاهش یافته:

$$\{(1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 6), (6, 3)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه «۳» - ۶۲

(اسحاق اسفندیار)

تعداد حالت انتخاب سالن‌ها ۵^۵ و تعداد حالت‌هایی که سالن ۵ انتخاب نمی‌شود ۴^۵. بنابراین:

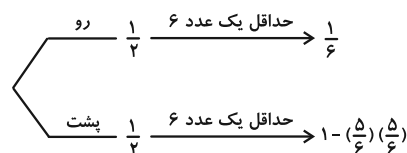
$$1 - \frac{4^5}{5^5} = \frac{5^5 - 4^5}{5^5} = \frac{3125 - 1024}{3125} = \frac{2101}{3125}$$

(ریاضی ۱ - آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

گزینه «۲» - ۶۳

(مهرادر ملوندی)

براساس صورت سؤال، نمودار درختی زیر را رسم می‌کنیم:



در نتیجه طبق قانون احتمال کل و با توجه به نمودار درختی، احتمال مشاهده حداقل یک بار عدد ۶ برابر خواهد شد با:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{36} = \frac{17}{72}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

گزینه «۴» - ۶۴

(مصطفی دیراری)

مهره سوم آبی باشد $A =$ $B =$ دو مهره اول غیرهمرنگ

$$P(B|A) = \frac{P(B) \times P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{\binom{4}{1} \times \binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} \times \frac{3}{8}}{\frac{4}{10}}$$

$$= \frac{\frac{4 \times 6}{45} \times \frac{3}{8}}{\frac{4}{10}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{10}} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

گزینه «۲» - ۶۵

(مصطفی دیراری)

احتمال ظاهر شدن عدد زوج (یا فرد) در پرتاب تاس برابر $\frac{1}{2}$ است:

$$\text{احتمال } k \text{ بار زوج (در } n \text{ پرتاب)} = \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

احتمال آن‌که در بار آخر برای $k-1$ امین بار عدد فرد (در n پرتاب)

$$= \binom{n-1}{k-2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^n = n \times \binom{n-1}{k-2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n \times (n-1)!}{(k-2)!(n-k+1)!}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k(k-1)} = \frac{1}{n-k+1} \Rightarrow k^2 - k = n - k + 1$$

$$\Rightarrow n = k^2 - 1 \text{ از مربع کامل یک واحد کمتر است}$$

$$\Rightarrow 35 = 6^2 - 1$$

در بین گزینه‌ها فقط $n = 35$ می‌تواند باشد.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

گزینه «۱» - ۶۶

(علی ایمانی)

فضای نمونه‌ای به صورت زیر است:

$$S = \{\{1^{\circ}A, 2^{\circ}A\}, \{1^{\circ}A, 2^{\circ}B\}, \{1^{\circ}B, 2^{\circ}A\}\}$$



هر چه $5x+2$ کوچک تر باشد، $\frac{1}{5x+2}$ بزرگ تر می شود و در نتیجه

$1 - \frac{1}{5x+2}$ کوچک تر می شود. حداقل مقدار x برابر با صفر است،

بنابراین حداقل مقدار $\frac{P(B)}{P(A)}$ برابر است با:

$$1 - \frac{1}{5 \times 0 + 2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۳۴ تا ۳۷)

(مهریار راشدی)

گزینه «۴» - ۶۹

کیسه شامل $k+4$ مهره است. مهره اول باید آبی باشد و مهره دوم قرمز، پس:

$$P = \frac{4}{k+4} \times \frac{k}{(k+4)-1} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 20k = (k+4)(k+3) \Rightarrow k^2 - 13k + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (k-12)(k-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=12 \end{cases}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۵۶ تا ۵۸)

(امیررضا خلاح)

گزینه «۱» - ۷۰

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{1 - (P(B) + P(A - B))}{1 - P(B)} = \frac{1 - (0/4 + 0/3)}{1 - 0/4} = \frac{0/3}{0/6} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

$$\{17_B, 20_B\}, \{18_A, 19_A\}, \{18_A, 19_B\}, \{18_B, 19_A\}$$

$$\{18_B, 19_B\}$$

$$A = \{\{17_A, 20_B\}, \{17_B, 20_A\}, \{18_A, 19_B\}, \{18_B, 19_A\}\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه «۳» - ۶۷ (سولندر روشنی)

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1$$

$$\frac{\binom{6}{1}}{a \times 0!} + \frac{\binom{6}{2}}{a \times 1!} + \frac{\binom{6}{3}}{a \times 2!} + \frac{\binom{6}{4}}{a \times 3!} = 1$$

$$\frac{6}{a} + \frac{15}{a} + \frac{20}{2a} + \frac{15}{6a} = 1$$

$$\frac{12+30+20+5}{2a} = 1 \Rightarrow 2a = 67 \Rightarrow a = \frac{67}{2}$$

$$P(2) - P(3) = \frac{30}{2a} - \frac{20}{2a} = \frac{10}{2a} = \frac{10}{67}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۳۸ تا ۵۲)

گزینه «۴» - ۶۸ (مهریار راشدی)

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A \cap B) + \frac{2}{5}$$

$$P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cap B) + \frac{1}{5}$$

با فرض $P(A \cap B) = x$ داریم:

$$\frac{P(B)}{P(A)} = \frac{x + \frac{1}{5}}{x + \frac{2}{5}} = \frac{\frac{5x+1}{5}}{\frac{5x+2}{5}} = \frac{(5x+2)-1}{5x+2} = 1 - \frac{1}{5x+2}$$



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

در این گراف $\gamma = 3$ و ۳ مجموعه احاطه گر مینیمم شامل رأس a وجود دارد.

$$\{a, r, z\}, \{a, y, c\}, \{a, s, d\}$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۷۲- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

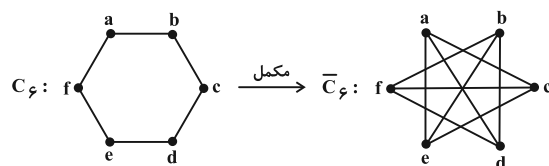
چون مجموعه احاطه گر $D = \{1, 2, 3\}$ ، مینیمال است، بنابراین اگر عضوی از آن حذف شود، دیگر احاطه گر نخواهد بود. بنابراین مجموعه $C = \{1, 2\}$ احاطه گر نیست. اما متمم مجموعه $D = \{1, 2, 3\}$ احاطه گر است، یعنی مجموعه $E = \{4, 5, 6, 7\}$ احاطه گر است، زیرا گراف رأس تنها ندارد و حالا که رئوس ۱، ۲ و ۳ گراف را احاطه کرده اند، پس رأس های ۴، ۵، ۶ و ۷ هر کدام لااقل با یکی از رأس های ۱، ۲ و ۳ مجاور هستند.

نکته: در یک گراف که رأس تنها ندارد، مجموعه متمم هر مجموعه احاطه گر مینیمال، خود مجموعه ای احاطه گر است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۷۳- گزینه «۲»

(فرزاد پوادی)



مطابق شکل، برای گراف \bar{C}_f ، مجموعه های احاطه گر مینیمم (که دو عضوی نیز هستند)، عبارتند از:

$$\begin{cases} \{a, b\}, \{a, d\}, \{a, f\} \\ \{c, d\}, \{c, f\}, \{c, b\} \\ \{e, f\}, \{e, b\}, \{e, d\} \end{cases}$$

پس ۹ مجموعه احاطه گر دو عضوی برای \bar{C}_f وجود دارد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۷۴- گزینه «۳»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

رقم یکان می تواند صفر یا ۵ باشد:

(الف) رقم یکان صفر باشد: در این صورت برای این که مجموع ارقام، عددی

فرد باشد، باید از ارقام باقی مانده یکی زوج و دیگری فرد باشد:

$$\begin{matrix} \boxed{5} & \boxed{4} & \boxed{1} \\ \text{فرد} & \text{زوج} & \text{صفر} \end{matrix} \Rightarrow 20$$

غیر صفر

$$\begin{matrix} \boxed{4} & \boxed{5} & \boxed{1} \\ \text{زوج} & \text{فرد} & \text{صفر} \end{matrix} \Rightarrow 20$$

غیر صفر

(ب) رقم یکان ۵ باشد: دو رقم دیگر یا هر دو زوج یا هر دو فرد هستند:

$$\begin{matrix} \boxed{4} & \boxed{4} & \boxed{1} \\ \text{زوج} & \text{صفر} & 5 \end{matrix} \Rightarrow 16$$

می تواند باشد غیر صفر

$$\begin{matrix} \boxed{4} & \boxed{3} & \boxed{1} \\ & & 5 \end{matrix} \Rightarrow 12$$

فرد غیر تکراری

$$\Rightarrow 68 = \text{جواب کل}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه های ۱۲۰ تا ۱۲۶)

۷۵- گزینه «۲»

(مصطفی دیراری)

سه رأس مثلث باید از سه ضلع مختلف مستطیل انتخاب شود. پس ابتدا به

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ روش، سه ضلع انتخاب کرده و سپس از هر کدام یک رأس انتخاب می کنیم. پس:}$$

$$\text{تعداد مثلث ها} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 108$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۷۶- گزینه «۱»

(مهرزاد ملونری)

A_0, A_1 و A_2 را به ترتیب مجموعه اعضای از A در نظر می گیریم که

در تقسیم بر ۳ باقی مانده های ۰، ۱ و ۲ دارند. $A_0 = \{3, 6, 9, 12\}$



$$x_3 = 2 \Rightarrow x_4 + x_5 = 2 \Rightarrow \binom{2+2-1}{2-1} = \binom{3}{1} = 3$$

$$x_3 = 3 \Rightarrow x_4 + x_5 = -3 \Rightarrow \text{جواب ندارد.}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل جواب‌های دستگاه} = 6 \times (7 + 6 + 3) = 6 \times 16 = 96$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(مصطفی درباری)

۷۹- گزینه «۱»

تعداد گل‌های نوع اول تا چهارم را به ترتیب x_1 تا x_4 می‌گیریم.

$$S: \text{تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله} \binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3} \\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7)$$

$$A: \text{تعداد جواب‌های طبیعی معادله} \binom{7-1}{4-1} = \binom{6}{3} \\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7)$$

$$P(A) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}}{\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{5 \times 4}{5 \times 3 \times 8} = \frac{1}{6}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

(کیوان دارابی)

۸۰- گزینه «۳»

$$N = \overline{abcd} \Rightarrow a + b + c + d = 12$$

a ، b ، c و d فرد هستند، بنابراین هیچ کدام نمی‌توانند صفر باشند و

دیگر نگران صفر شدن a نیستیم.

$$\begin{cases} a = 2x_1 + 1 \\ b = 2x_2 + 1 \\ c = 2x_3 + 1 \\ d = 2x_4 + 1 \end{cases} \Rightarrow 2x_1 + 1 + 2x_2 + 1 + 2x_3 + 1 + 2x_4 + 1 = 12 \\ \Rightarrow 2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 8 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$$

$$A_1 = \{1, 4, 7, 10\}$$

$$A_2 = \{2, 5, 8, 11\}$$

در دو حالت، جمع سه عدد انتخابی مضرب ۳ است.

حالت (۱): هر سه عدد از یکی از مجموعه‌های A_1 و A_2 انتخاب شوند.

$$3 \times \binom{4}{3} = 12$$

حالت (۲): از هر یکی از مجموعه‌های A_1 و A_2 یک عدد انتخاب شود.

$$\binom{4}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} = 64$$

در نتیجه تعداد انتخاب‌های مورد نظر برابر است با:

$$12 + 64 = 76$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

(علی ایمانی)

۷۷- گزینه «۲»

اگر ۶ حرف کلمه «مماشات» و ۲ جای خالی را با حرف O نمایش دهیم

باید جایگشت حروف {م، م، ا، ا، ش، ت، O، O} را حساب

$$\text{کنیم که تعداد آن برابر } 7! = \frac{8!}{2!2!} \text{ خواهد بود.}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

(فرزاد پورادی)

۷۸- گزینه «۴»

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 = 5$ برابر است با:

$$\binom{5+2-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6$$

حال با در نظر گرفتن $x_1 + x_2 = 5$ در معادله دوم، تعداد جواب‌های

صحیح و نامنفی معادله $x_1^2 + x_2 + x_3 = 6$ را حساب می‌کنیم. چون x_3

متغیر جهش یافته (دارای توان ۲) می‌باشد برای x_3 مقادیر ممکن را در نظر

گرفته و تعداد جواب‌های هر یک از معادلات به دست آمده را می‌شماریم:

$$x_3 = 0 \Rightarrow x_2 + x_3 = 6 \Rightarrow \binom{6+2-1}{2-1} = 7$$

$$x_3 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 = 5 \Rightarrow \binom{5+2-1}{2-1} = 6$$



(کیوان دارابی)

۸۳- گزینه «۱»

مجموعه‌های A، B و C را به ترتیب زیر تعریف می‌کنیم:

A: مجموعه همه گراف‌های با مجموعه رأس‌های V که در آن

$$\deg(a) = 4$$

B: مجموعه همه گراف‌های با مجموعه رأس‌های V که در آن

$$\deg(b) = 4$$

C: مجموعه همه گراف‌های با مجموعه رأس‌های V که در آن

$$\deg(c) = 4$$

بنابراین مطلوب ما $|A' \cap B' \cap C'|$ است. حال طبق اصل شمول و عدم

شمول داریم:

$$|A' \cap B' \cap C'| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

$$= |S| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B|$$

$$+ |A \cap C| + |B \cap C| - |A \cap B \cap C|$$

$$|A' \cap B' \cap C'| = 2 \binom{5}{2} - 3 \times 2 \binom{4}{2} + 3 \times 2 \binom{3}{2} - 2 \binom{2}{2}$$

$$|A' \cap B' \cap C'| = 10 \times 24 - 3 \times 64 + 3 \times 8 - 2 = 854$$

نکته: تعداد گراف‌های ساده با مجموعه رئوس $V = \{v_1, \dots, v_p\}$

$$2^{\binom{p}{2}}$$
 برابر است با،

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(اسحاق اسفندیار)

۸۴- گزینه «۲»

مجموعه توابع یک به یک و شامل زوج مرتب (a, ۵) را A و شامل زوج

مرتب (b, ۶) را B در نظر می‌گیریم. تعداد توابع مورد نظر برابر می‌شود با:

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$$

$$= (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2)$$

$$- ((1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2) + (5 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2) - (1 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2))$$

$$= 720 - (120 + 120 - 24) = 504$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

از طرفی می‌دانیم $a \leq 1, b \leq 1, c \leq 1$ و بنابراین $x_1 \leq 0$,

$$x_2 \leq 0, x_3 \leq 0 \text{ در نتیجه:}$$

$$= \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

ریاضیات گسسته - پیشروی سریع

(مهرادر ملونری)

۸۱- گزینه «۳»

S را مجموعه اعداد چهاررقمی با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ در نظر می‌گیریم.

A و B را مجموعه اعدادی از S می‌گیریم که به ترتیب ارقام ۴ و ۵ را

ندارند. در این صورت تعداد اعدادی از S که هر دو رقم ۴ و ۵ را دارند

برابر می‌شود با:

$$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$

$$= |S| - |A| - |B| + |A \cap B| = 5^4 - 4^4 - 4^4 + 3^4 = 194$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(مصطفی دیداری)

۸۲- گزینه «۴»

رمز دارای حرف کوچک نباشد: A

رمز دارای حرف بزرگ نباشد: B

رمز دارای رقم نباشد: C

کافی است $|\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}|$ را به دست آوریم.

$$|\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

$$= |S| - (|A| + |B| + |C|$$

$$- |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|)$$

$$= 10^4 - (6^4 + 6^4 + 8^4 - 2^4 - 4^4 - 4^4 + 0)$$

$$= 10000 - \underbrace{(1296 + 1296 + 4096 - 16 - 256 - 256)}_{6160} = 3840$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)



۸۵- گزینه ۱»

(سوکنر روشنی)

هدف شرط‌های (۱) و (۲)، توابع پوشا از مجموعه ۵ فیلم به مجموعه ۳ داور است. حال چون دو فیلم a و e را یک نفر داوری می‌کند، می‌توانیم a و e را یک عضو در نظر گرفته و تعداد توابع پوشا از مجموعه ۴ عضوی به ۳ عضوی را به دست آوریم:

$$3^m - (3 \times 2^m - 3) = 3^4 - (3 \times 2^4 - 3) = 81 - 45 = 36$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۸۶- گزینه ۲»

(سوکنر روشنی)

۴ زن و جاهای خالی بین آن‌ها و اطرافشان را به صورت $\bigcirc Z_1 \bigcirc Z_2 \bigcirc Z_3 \bigcirc Z_4 \bigcirc$ در نظر می‌گیریم؛ اگر ۱۷ مرد را ۱۷ کبوتر و ۵ مکان دایره‌ای شکل را ۵ لانه در نظر بگیریم، آن‌گاه طبق اصل لانه کبوتری، در حداقل یکی از دایره‌ها تعداد کبوترها حداقل مقدار را دارد که برابر خواهد بود با:

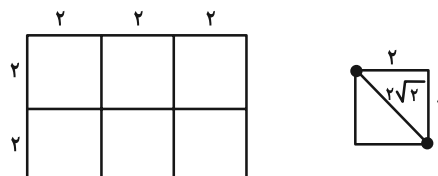
$$\left\lfloor \frac{17-1}{5} \right\rfloor + 1 = 4$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۸۷- گزینه ۳»

(علی ایمانی)

مطابق شکل، مستطیل را به ۶ مربع 2×2 تقسیم می‌کنیم. چنانچه، هفت نقطه درون این مستطیل در نظر بگیریم، آن‌گاه طبق اصل لانه کبوتری، دو نقطه درون یکی از مربع‌ها قرار می‌گیرد که فاصله آن دو از $2\sqrt{2}$ واحد (قطر مربع) کمتر است.



(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۸۸- گزینه ۴»

(سیرمهر رضا حسینی فردر)

بدترین حالت را در نظر می‌گیریم، هر ۵ مهره سفید و ۱۲ مهره سبز را از ظرف خارج کرده‌ایم پس باید ۶ مهره دیگر که سیاه هستند را خارج کنیم تا مطمئن باشیم مهره‌های سبز و سیاه هر کدام بیشتر از ۵ تا هستند پس باید ۲۳ مهره خارج شود.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۸۹- گزینه ۱»

(سیرمهر رضا حسینی فردر)

تعداد اعداد سه رقمی متمایز که با این روش می‌توان ساخت برابر $\binom{5}{3} = 10$ است. پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل $21 = 10 + 1 \times 11$ بار باید آزمایش تکرار شود.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۹۰- گزینه ۳»

(مهرداد ملونری)

اگر اعضای مجموعه A را به ۵ مجموعه $\{1, 2\}$, $\{3, 4\}$, $\{5, 6\}$, $\{7, 8\}$, $\{9, 10\}$ افراز کنیم، در این صورت با انتخاب ۶ عدد از A ، طبق اصل لانه کبوتری، دو عدد در یکی از این ۵ مجموعه قرار خواهند گرفت که تفاضل آن‌ها برابر ۱ می‌شود؛ پس گزینه «۳» درست است.

مثال نقض گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۱۰

گزینه «۲»: ۱, ۲, ۳, ۴, ۹, ۱۰

گزینه «۴»: ۱, ۲, ۵, ۶, ۹, ۱۰

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)



فیزیک ۳

گزینه ۳» ۹۱

(علیرضا جباری)

با توجه به نمودار داده شده، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{5}{4}\lambda = 25 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

اکنون با معلوم بودن تندی انتشار موج، دوره حرکت را پیدا می‌کنیم:

$$\lambda = Tv \Rightarrow \frac{0.2 \text{ m}}{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = T \times 15 \Rightarrow T = \frac{0.2}{15} = \frac{1}{75} \text{ s}$$

از آنجا که موج به سمت راست منتشر می‌شود، ذره P بعد از لحظه $t = 0$.رو به بالا حرکت می‌کند و در لحظه $t = \frac{T}{4}$ برای اولین بار به مکان $x = 8 \text{ cm}$ می‌رسد. سپس رو به پایین حرکت می‌کند و در لحظه $t = \frac{3T}{4}$ برای اولین بار به مکان $x = -8 \text{ cm}$ می‌رسد. بنابراین زمانیکه برای دومین بار به مکان -8 cm می‌رسد و کل زمان سپری شده به

صورت زیر است:

$$t = \frac{3T}{4} + T = \frac{7T}{4} = \frac{7}{4} \times \frac{1}{75} \text{ s} \Rightarrow t = \frac{7}{300} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

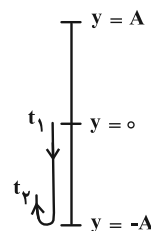
گزینه ۳» ۹۲

(مجتبی نکلوتیان)

ابتدا با توجه به شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{4}\lambda = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 4T \Rightarrow T = 0.05 \text{ s}$$

لحظه t_1 معادل با $\left(\frac{t_1}{T} = \frac{0.075}{0.05} = \frac{3}{2}\right)$ و لحظه t_2 معادل با M است. با توجه به جهت انتشار موج، ذره M در لحظه $t = 0$ در حال حرکت به طرف بالا است، پس مسیر حرکت ذره رادر بازه زمانی t_1 تا t_2 می‌توان به صورت شکل زیر مشخص کرد:بنابراین نوع حرکت ذره M در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، ابتدا به صورت

کندشونده و سپس تندشونده است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

گزینه ۳» ۹۳

(محمدرضا سورشی)

می‌دانیم فاصله یک تراکم بیشینه از انبساط بیشینه مجاورش برابر با $\frac{\lambda}{2}$ است. بنابراین داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 12 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 24 \text{ cm} = 0.24 \text{ m}$$

از طرفی می‌دانیم ذره‌ای که در وسط فاصله یک تراکم بیشینه از انبساط بیشینه مجاورش است، حداکثر جابه‌جایی را نسبت به نقطه تعادل دارد و حداکثر جابه‌جایی ممکن برای این ذره طول پاره خط نوسان یعنی $2A$ است.بنابراین برای این ذره داریم: $2A = 10 \text{ cm} \Rightarrow A = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$ حالا بیشینه تندی ذره در هنگام نوسان یعنی $v_{\max} = A\omega$ را حساب می‌کنیم:

$$v_{\text{انتشار}} = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v_{\text{انتشار}}} = \frac{0.24}{1/2} = 0.48 \text{ s}$$

$$v_{\max} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v_{\max} = 0.05 \times \frac{2\pi}{0.48} = \frac{\pi}{4.8} \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۱ و ۷۷)

گزینه ۲» ۹۴

(معصومه شریعت ناصری)

با توجه به رابطه شدت صوت برحسب فاصله از چشمه صوت می‌توانیم شدت صوت را در نقطه مورد نظر پیدا کنیم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{100} = \left(\frac{r_1}{2r_1}\right)^2 \Rightarrow I_2 = 25 \frac{W}{m^2}$$

با توجه به این که ۲۰ درصد از انرژی صوت تلف شده، داریم:

$$I'_2 = \frac{80}{100} I_2 = \frac{80}{100} \times 25 = 20 \frac{W}{m^2}$$

حال می‌خواهیم پیدا کنیم که تراز شدت صوت چند برابر می‌شود:

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I'_2}{I_0} = 10 \log \frac{20}{10^{-12}} = 10 \log 2 \times 10^{13}$$

$$= 10 [\log 2 + 13 \log 10] = 10 \left[\frac{0.3}{13} + 13 \right] = 133$$

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{100}{10^{-12}} = 10 \log 10^{14} = 140 [\log 10] = 140$$

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{133}{140} = \frac{19}{20}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

گزینه ۳» ۹۵

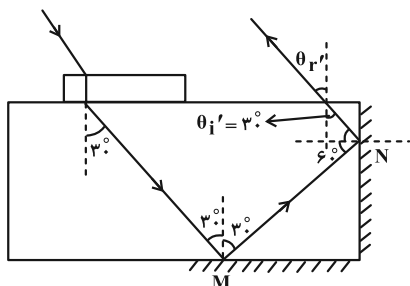
(مسام نادری)

وقتی چشمه صوت ساکن است طول موج دریافتی توسط شنونده‌های مختلف برابر است اما بسامد دریافتی آن‌ها می‌تواند متفاوت باشد، پس گزینه «۳» درست است.



$$n_1 \sin 45^\circ = n_{\text{مایع}} \sin \theta_r \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \sin \theta_r \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

پس از آن با رسم ادامه مسیر پرتو خواهیم داشت:



پرتو پس از برخورد به آینه (۲) با زاویه تابش 30° به سطح آب می‌تابد. با نوشتن رابطه اسنل برای خروج پرتو از آب، داریم:

$$n_{\text{مایع}} \sin \theta_{i'} = n_{\text{هوا}} \sin \theta_{r'} \Rightarrow \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 1 \times \sin \theta_{r'}$$

$$\Rightarrow \theta_{r'} = 45^\circ$$

و مشاهده می‌شود که پرتو با همان زاویه ورودی خارج می‌شود پس با پرتوی ورودی به آب زاویه 180° می‌سازد.

روش دوم: چون دو آینه به هم عمود هستند پرتوی خروجی از آنها نسبت به پرتوی ورودی 180° منحرف می‌شود پس دقیقاً با همان زاویه شکستی که وارد آب شد، از آب به سطح جدایی دو محیط می‌تابد و طبعاً زاویه خروجش از آب هم همان زاویه تابش پرتوی اولیه است و موازی با پرتوی اولیه بازمی‌گردد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

(امیرامیر میرسعید)

گزینه «۳» ۹۹

$$f_1 + 2f_1 + 3f_1 + 4f_1 = 400 \Rightarrow 10f_1 = 400 \Rightarrow f_1 = 40 \text{ Hz}$$

$$f_1 = \frac{v}{\lambda L} \Rightarrow v = \lambda L f_1 = 2 \times \frac{1}{10} \times 40 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow v^2 = \frac{F}{\rho A} \Rightarrow \rho = \frac{F}{v^2 A}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{128}{64 \times 2 \times 10^{-4}} = 10000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(مسام نادری)

گزینه «۲» ۱۰۰

موارد (الف)، (ب) و (ث) طبق متن کتاب درسی درست هستند.

علت نادرستی سایر موارد:

(پ) در آزمایش ینگ، نورهای روشن در اصل نقاط با تداخل سازنده هستند.

علت نادرستی سایر گزینه‌ها:

(۱) بلندی صوت، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند.

(۲) بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره 2000 Hz تا 5000 Hz است.

(۴) وقتی یک چشمه نور از ناظر دور می‌شود، طول موج افزایش می‌یابد و انتقال به سرخ رخ می‌دهد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

(آراس مموری)

گزینه «۲» ۹۶

مدت زمانی که طول می‌کشد تا خودرو از نقطه A تا B جابه‌جا شود:

$$\Delta x = vt \Rightarrow t_{\text{خودرو}} = \frac{\Delta x}{v_{\text{خودرو}}} = \frac{v}{v_{\text{خودرو}}} t_{\text{خودرو}} = \frac{2d}{v}$$

همچنین مدت زمان لازم برای آن که پژواک صدای بوق نقطه A در نقطه B شنیده شود:

$$t_{\text{پژواک}} = \frac{\Delta x}{v_{\text{پژواک}}} = \frac{v'}{v_{\text{پژواک}}} t_{\text{پژواک}} = \frac{6d + 6d + 2d}{v'}$$

$$t_{\text{پژواک}} = \frac{14d}{v'}$$

چون راننده پژواک صدای بوق را در نقطه B می‌شنود، پس داریم:

$$t_{\text{پژواک}} = t_{\text{خودرو}} \Rightarrow \frac{14d}{v'} = \frac{2d}{v} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 7$$

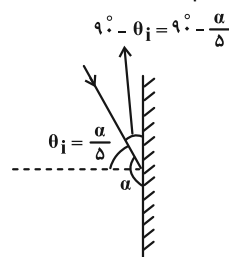
(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

(مبشئ نکلویان)

گزینه «۴» ۹۷

طبق قانون بازتاب عمومی، همواره زاویه تابش و بازتابش با هم برابر است.

پس مطابق با شکل زیر داریم:



$$90^\circ - \frac{\alpha}{\delta} = 180^\circ - \alpha \Rightarrow 90^\circ = \frac{4}{\delta} \alpha \Rightarrow \frac{\alpha}{\delta} = \theta_i = \frac{90^\circ}{4} = 22.5^\circ$$

$$\Rightarrow 2\theta_i = 45^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

(فراز رسولی)

گزینه «۳» ۹۸

پرتو از هوا وارد محیط شیشه‌ای و از محیط شیشه‌ای وارد مایع می‌شود. پس

می‌توان رابطه اسنل را مستقیماً بین هوا و مایع نوشت و داریم:



$$N_A = Z_A = 30 \Rightarrow A_A = Z_A + N_A = 60$$

$$N_B = Z_B = 15 \Rightarrow A_B = Z_B + N_B = 30$$

عدد جرمی هسته‌هایی که روی خط عمود بر خط $Z = N$ قرار گرفته‌اند، با هم برابر است، بنابراین:

$$A_C = A_A = 60 \Rightarrow A_C - A_B = 60 - 30 = 30$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

(معمروار سوربی)

۱۰۴- گزینه «۱»

با توجه به این که نیروی خالص بین A و B با نیروی خالص بین A و C یکسان است. بنابراین B و C یک نوع ذره هستند. از طرفی چون نیروی خالص بین B و C کوچک‌تر از نیروی خالص بین A و C است، درمی‌یابیم B و C هر دو پروتون هستند که نیروی دافعه الکترواستاتیکی باعث کمتر شدن نیروی خالص شده است و A که ذره‌ای متفاوت از B و C است همان نوترون است. بنابراین A ، B و C به ترتیب نوترون، پروتون و پروتون هستند.

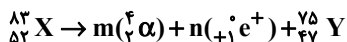
(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه ۱۴۰)

(علیرضا چپاری)

۱۰۵- گزینه «۱»

در تمام واپاشی‌های هسته‌ای، تعداد نوکلئون‌ها پیش از واپاشی با مجموع تعداد نوکلئون‌ها پس از واپاشی، برابر هستند. همچنین عدد اتمی پیش از واپاشی با مجموع عدد اتمی پس از واپاشی، برابر است. اکنون دو حالت را بررسی می‌کنیم:

الف) اگر تعداد m ذره آلفا (${}^4_2\alpha$) و تعداد n ذره پوزیترون (${}^0_{+1}e^+$) از هسته عنصر X جدا شده باشند:



عددهای جرمی دو طرف فرایند را موازنه می‌کنیم:

$$82 = m \times 4 + n \times 0 + 75 \Rightarrow 7 = 4m \Rightarrow m = 2$$

یعنی دو ذره آلفا گسیل می‌شود.

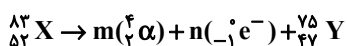
عددهای اتمی دو طرف فرایند را نیز موازنه می‌کنیم:

$$52 = 2 \times 2 + n \times 1 + 47 \Rightarrow 52 = n + 51 \Rightarrow n = 1$$

یعنی یک ذره پوزیترون گسیل می‌شود. بنابراین گزینه «۱» درست و گزینه «۳» نادرست است.

ب) به‌طور مشابه اگر تعداد m ذره آلفا (${}^4_2\alpha$) و n ذره الکترون

(${}^0_{-1}e^-$) از هسته عنصر X گسیل شده باشند، داریم:



مشابه حالت الف، $m = 2$ به دست می‌آید.

ت) در نقش تداخلی آزمایش ینگ، پهنای هر نوار روشن یا تاریک با طول موج نور متناسب است و طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، با فرکانس نسبت عکس دارد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۵ تا ۱۰۸)

فیزیک ۳- پیشروی سریع

۱۰۱- گزینه «۳»

(سیره‌ملیه میرصالحی)

با توجه به عدد نوترونی عنصر X ، m برابر است با:

$$\text{عدد نوترونی} = 95 = m + X \Rightarrow m = 95 - 48 = 47$$

$$\Rightarrow m = 95 - 48 = 47$$

در ادامه برای عنصر Y ، عدد نوترونی برابر است با:

$$\text{عدد نوترونی} = 25 + m = 25 + 47 = 72$$

$$\Rightarrow \text{عدد نوترونی} = 47 - 25 = 22$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه ۱۳۸)

(کامران ابراهیمی)

۱۰۲- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) درست

ب) درست؛ نیروی ربایشی هسته‌ای یکسانی بین دو پروتون، دو نوترون یا یک پروتون و یک نوترون وجود دارد.

پ) نادرست؛ هسته اورانیوم پایدار نمی‌باشد و واپاشی می‌کند، منتهی واپاشی آن کند است. هسته پایدار با بیشترین تعداد پروتون ($Z = 83$) متعلق به بیسموت است.

ت) درست؛ جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل دهنده‌اش اندکی کمتر است. اگر این اختلاف جرم را که به آن کاستی جرم هسته گفته می‌شود، مطابق رابطه $E = mc^2$ در مربع تندی نور (c^2) ضرب کنیم، انرژی بستگی هسته‌ای به دست می‌آید.

ث) نادرست؛ انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته کوانتیده‌اند و نمی‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۰ و ۱۴۱)

(مجتبی کلویان)

۱۰۳- گزینه «۲»

با توجه به این که بار هسته را تعداد پروتون‌های آن هسته مشخص می‌کند، داریم:

$$q_A = Z_A e \Rightarrow 4 / 8 \times 10^{-18} = Z_A (1 / 6 \times 10^{-19}) \Rightarrow Z_A = 30$$

$$q_B = Z_B e \Rightarrow 2 / 4 \times 10^{-18} = Z_B (1 / 6 \times 10^{-19}) \Rightarrow Z_B = 15$$

از طرفی هسته‌های A و B روی خط $Z = N$ قرار گرفته‌اند، پس:



عددهای اتمی دو طرف را نیز موازنه می‌کنیم:

$$52 = 2 \times 2 + n \times (-1) + 47 \Rightarrow n = -1$$

که غیرقابل قبول است. پس گزینه‌های «۲» و «۴» نادرست هستند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۱۰۶- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با نوشتن رابطه فرایند واپاشی می‌توان تعداد پروتون‌های هسته مادر را تعیین کرد.

$${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-1}^AY + {}_1^0\beta^+ \Rightarrow \begin{cases} Z_Y = Z - 1 \\ N_Y = N + 1 \end{cases}$$

$$A = Z + N \xrightarrow{A=65} Z + N = 65$$

پس از واپاشی اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های هسته دختر برابر ۷ است. پس می‌توان نوشت:

$$(N+1) - (Z-1) = 7 \Rightarrow N - Z = 5$$

$$\begin{cases} Z + N = 65 \\ N - Z = 5 \end{cases} \Rightarrow Z = 30$$

حال می‌توان بار هسته مادر را محاسبه کرد:

$$q = ne \xrightarrow{n=Z=30} q = 30 \times 1.6 \times 10^{-19} = 4.8 \times 10^{-18} \text{ C}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

۱۰۷- گزینه «۴»

(دانیال راستی)

جرم فعال باقی‌مانده B در زمان Δt برابر است با:

$$m_B = m_{\cdot B} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T_B}}$$

جرم واپاشیده شده A در زمان Δt برابر است با:

$$m'_A = m_{\cdot A} - m_{\cdot A} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T_A}}$$

با توجه به صورت سؤال داریم:

$$2T_A = T_B \quad \text{با انتخاب متغیر } x \text{ به صورت } x = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T_B}} \text{ داریم:}$$

$$m_B = m'_A \Rightarrow m_{\cdot B} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T_B}} = m_{\cdot A} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T_A}} \right)$$

$$\frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T_B}} = x}{\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T_A}} = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2\Delta t}{T_B}} = x^2} \rightarrow m_{\cdot B} x = m_{\cdot A} (1 - x^2)$$

$$\frac{m_{\cdot B} = 6000 \text{ g}}{m_{\cdot A} = 1600 \text{ g}} \rightarrow 6000x = 1600(1 - x^2) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ x = -4 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

جرم واپاشیده شده B در مدت Δt برابر است با:

$$m'_B = m_{\cdot B} - m_{\cdot B} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T_B}} \Rightarrow m'_B = 6000(1 - x) = 4500 \text{ g}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۱۰۸- گزینه «۲»

(پوریا علاقه‌مند)

طبق نمودار داده شده و با توجه به این که جرم اولیه ۸۰۰g است، داریم:

$$800 \text{ g} \xrightarrow[\frac{T_1}{2}]{\text{جرم باقی‌مانده}} 400 \text{ g} \xrightarrow[\frac{T_1}{2}]{\text{نیمه عمر دیگر}} 200 \text{ g}$$

یعنی پس از گذشت ۲ نیمه عمر جرم واپاشی شده ۶۰۰ گرم شده است.

$$2T_1 = 600 \text{ h} \Rightarrow T_1 = 300 \text{ h} \Rightarrow T_1 = 300 \times 60 = 18000 \text{ min}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۱۰۹- گزینه «۴»

(مهمر نواونری مقدم)

بررسی موارد:

الف) درست

ب) درست

پ) درست

ت) درست

ث) نادرست؛ انرژی آزاد شده در هر شکافت، 10^8 برابر انرژی آزاد شده به ازای هر مولکول در واکنش سوختن بنزین است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۱۱۰- گزینه «۴»

(مسام نادری)

فقط مورد (پ) درست است.

بررسی موارد:

الف) در واکنش گداخت، به دلیل همجوشی هسته‌ها، مجموع جرم محصولات فرایند کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است و این کاستی جرم در انرژی آزاد شده خود را نشان می‌دهد.

ب) محصولات گداخت هسته‌های دوتریم و تریتیم، هسته هلیوم و یک نوترون است.

پ)

$${}_1^0n + {}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{50}^{133}\text{Sn} + {}_{42}^{101}\text{Mo} + x {}_1^0n$$

$$\Rightarrow 1 + 235 = 133 + 101 + x \Rightarrow x = 2$$

ت) افزایش غلظت ${}_{92}^{235}\text{U}$ در یک نمونه اورانیوم را غنی‌سازی می‌گویند.

ث) میله‌های کنترل در یک راکتور هسته‌ای، از مواد جذب‌کننده نوترون مثل بور و کادمیم ساخته می‌شوند. گرافیت به عنوان کندساز نوترون‌ها استفاده می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

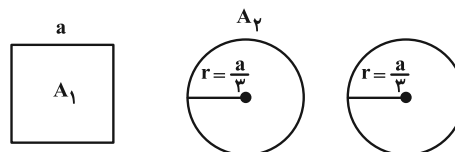


فیزیک ۲

۱۱۱- گزینه «۱»

(ممدیوار سورپی)

طبق رابطه $\Phi = AB \cos \theta$ درمی یابیم شار گذرنده از مسیر بسته رسانا به تعداد حلقه‌ها ربطی ندارد. از طرفی کل سیم تشکیل دهنده قاب مربع شکل اولیه را به دو حلقه دایره‌ای تقسیم کرده‌ایم. بنابراین اگر هر ضلع قاب مربع شکل a باشد، طول سیم تشکیل دهنده آن که همان محیط مربع است، برابر با $4a = L$ سیم بوده و مقدار سیم برای هر حلقه دایره‌ای که همان محیط دایره است برابر با $2a$ است. حال مساحت حلقه دایره‌ای را حساب می‌کنیم:



$$\text{محیط دایره} = 2\pi r \Rightarrow 2a = 2 \times \pi r \Rightarrow r = \frac{a}{\pi}$$

$$A_1 = a^2$$

$$A_2 = \pi r^2 = \pi \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{\pi} = \frac{a^2}{\pi}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{A_2 B \cos \theta}{A_1 B \cos \theta} = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{\Phi_2}{12} = \frac{\frac{a^2}{\pi}}{a^2} = \frac{1}{\pi} \Rightarrow \Phi_2 = 4 \text{ Wb}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III و IIIA)

۱۱۲- گزینه «۱»

(کامران ابراهیمی)

$$|\bar{\epsilon}| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{B_2 A \cos \theta_2 - B_1 A \cos \theta_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow |\bar{\epsilon}| = \frac{A}{\Delta t} |B_2 \cos \theta_2 - B_1 \cos \theta_1|$$

$$\Rightarrow |\bar{\epsilon}| = \frac{2 \times 10^{-2} (\text{m}^2)}{2 \times 10^{-3} (\text{s})} |(0.6 \text{ T} \times \cos 60^\circ) - (0.1 \text{ T} \times \cos 37^\circ)|$$

$$\Rightarrow |\bar{\epsilon}| = 10 \times \frac{0.6 - 0.08}{0.22} = 2.2 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III تا IIIA)

۱۱۳- گزینه «۲»

(ممدیوار سورپی)

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r = 3.0 \text{ cm}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 = 7.5 \text{ cm}^2$$

$$\text{حلقه} = 4 / 3 = 1.33$$

$$\Delta B = 0.36 \text{ T}$$

$$|\bar{\epsilon}| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{A \Delta B \cos \theta}{\Delta t}$$

$$= -1.33 \times \frac{7.5 \times 10^{-4} \times 0.36}{0.03} = -1.18 \times 10^{-4} = 1.18 \text{ V}$$

$$P = \frac{\epsilon^2}{R} = \frac{1.18^2 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-5}} = 3.4 \text{ mW}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های IIIA تا IIIA)

۱۱۴- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

هنگام ورود حلقه به میدان، شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال افزایش

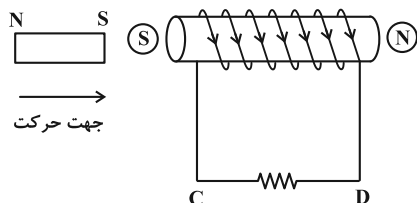
است. در نتیجه با توجه به رابطه $\epsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ نیروی محرکه القایی و

با توجه به رابطه $I_{av} = \frac{\epsilon_{av}}{R}$ جریان القایی در آن تولید می‌شود. طبق

قانون لنز، این جریان در جهتی است که می‌خواهد با عامل تغییر شار مخالفت

کند. پس جریان القایی، یک میدان مغناطیسی برون‌سو در حلقه ایجاد می‌کند

و باید این جریان پادساعتگرد باشد.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(مسام نادر)

۱۱۶- گزینه «۳»

$$2\pi r_2 = 2(2\pi r_1) \Rightarrow r_2 = 2r_1$$

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر حلقه}} = \frac{a}{2\pi r} \Rightarrow N_1 = \frac{a}{2\pi r_1}$$

$$N_2 = \frac{a}{2\pi r_2} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$$

$$\ell = N \times \text{قطر مقطع سیم} = ND \Rightarrow \begin{cases} \ell_1 = N_1 D_1 \\ \ell_2 = N_2 D_2 \end{cases}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

$$= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \times \frac{N_1}{N_2} \times \frac{D_1}{D_2} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (2)^2 \times 2 \times \frac{D_1}{D_2}$$

$$\Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = \frac{1}{2}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۲۱)

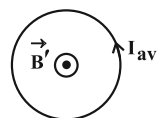
(میشی کونیان)

۱۱۷- گزینه «۱»

وقتی دو مقاومت به‌طور موازی به یکدیگر وصل شوند، نسبت شدت

جریان‌های آن‌ها برابر نسبت وارون مقاومت‌های آن‌ها است. بنابراین مطابق

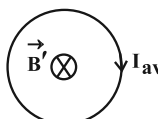
شکل زیر داریم:



اما هنگام خروج حلقه از میدان، شار مغناطیسی در حال کاهش است و جریان

القایی، طبق قانون لنز باید یک میدان مغناطیسی درون‌سو ایجاد کند تا از این

راه با کاهش شار مخالفت کند. پس جریان ساعتگرد می‌شود.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه ۱۱۷)

(محمود منصوری)

۱۱۵- گزینه «۲»

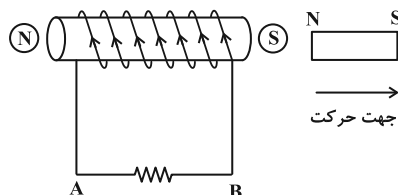
در مورد سیم‌لوله سمت چپ: آهنربا به سمت راست حرکت می‌کند، بنابراین

جریان القایی در سیم‌لوله سمت چپ باید به گونه‌ای باشد که طرف نزدیک

به آهنربای آن قطب S ایجاد شود تا بنابر قانون لنز با دور شدن قطب N

آهنربا مخالفت کند پس طبق قاعدة دست راست جریان القایی در سیم‌لوله

سمت چپ از A به B تولید می‌شود.



در مورد سیم‌لوله سمت راست: آهنربا به سمت راست حرکت می‌کند،

بنابراین جریان القایی در سیم‌لوله سمت راست باید به گونه‌ای باشد که در

طرف نزدیک به آهنربای آن قطب S ایجاد شود تا بنابر قانون لنز با نزدیک

شدن قطب S آهنربا مخالفت کند. پس طبق قاعدة دست راست جریان

القایی در سیم‌لوله سمت راست از D به C تولید می‌شود.



(معمومه شریعت ناصری)

۱۱۹- گزینه «۴»

با کمک معادله نیروی محرکه مولد می توان دریافت $\mathcal{E}_m = 2V$ که بیشینه

ولتاژی است که به دو سر پیچ اولیه اعمال می شود. بنابراین داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \xrightarrow[N_1=12]{N_2=24} \frac{V_2}{2} = \frac{24}{12} \Rightarrow V_2 = 4V$$

$$\begin{matrix} V_1=2 \\ V_2=? \end{matrix}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۶ و ۱۲۷)

(مسام تادری)

۱۲۰- گزینه «۳»

موارد (الف) و (پ) نادرست اند.

بررسی عبارت ها:

(الف) در یک مولد جریان متناوب در لحظه ای که شار عبوری از قاب بیشینه

است، سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویه بین نیم خط

عمود بر سطح قاب و میدان، صفر درجه است و در نتیجه جریان القایی صفر

است ($\sin 0 = 0$).

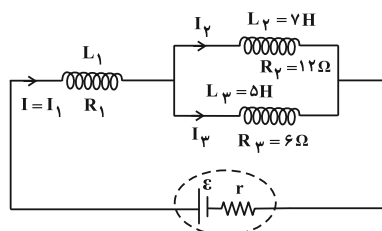
(ب) طبق متن کتاب درسی درست است.

(پ) افزایش یا کاهش ولتاژ ac بسیار آسان تر از dc است.

(ت) درست است؛ زیرا در لحظه مورد نظر داریم:

$$\frac{2\pi}{T} t = 30^\circ \Rightarrow \mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = \mathcal{E}_m \sin 30^\circ = \frac{\mathcal{E}_m}{2}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۲ تا ۱۲۶)



$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_2 = \frac{I}{3}$$

$$I = I_2 + I_3 \quad I_3 = \frac{2I}{3}$$

با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در میدان القاگر با ضریب القاوری

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \quad L \text{ می توان نوشت:}$$

$$3(U_2 + U_3) = U_1 \Rightarrow 3\left(\frac{1}{2} L_2 I_2^2 + \frac{1}{2} L_3 I_3^2\right) = \left(\frac{1}{2} L_1 I_1^2\right)$$

$$\Rightarrow 3\left[7\left(\frac{I^2}{9}\right) + 5\left(\frac{4I^2}{9}\right)\right] = L_1 I^2 \Rightarrow L_1 = 9H$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۳، ۱۲۱ و ۱۲۲)

(معمدرضا شریفی)

۱۱۸- گزینه «۲»

$$t = \frac{19}{60} \Rightarrow I = 6 \sin\left(10\pi \times \frac{19}{60}\right) = 6 \sin \frac{7\pi}{6} = -3A$$

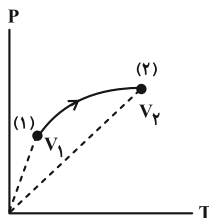
$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 3^2 = 90mJ$$

جهت جریان در هر نصف دوره تغییر می کند. طبق معادله جریان.

$$\frac{2\pi}{T} = 10\pi \text{ است، پس دوره جریان } \frac{1}{5} \text{ ثانیه و نصف آن } \frac{1}{10} \text{ ثانیه است.}$$

$$\frac{t}{T} = \frac{60}{10} = 6$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۱ تا ۱۲۳)



$$P = \frac{nR}{V} T$$

شیب

$$V_2 > V_1 \Rightarrow \text{شیب (۲)} > \text{شیب (۱)}$$

پس چون حجم گاز از (۱) به (۲) زیاد شده، گاز منبسط شده (مورد «پ»)

نادرست) و چگالی آن کم می‌شود (مورد «ب» درست). از طرفی چون

$\Delta V > 0$ است، $W < 0$ است؛ یعنی کار محیط روی گاز منفی و کار گاز

روی محیط مثبت است (مورد «الف» نادرست).

در نهایت برای بررسی گرما از قانون اول ترمودینامیک استفاده می‌کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U > 0]{W < 0} Q > 0$$

بنابراین در این فرایند گاز از محیط گرما می‌گیرد. (مورد «ت» درست)

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۲)

(غراز رسولی)

۱۲۴- گزینه «ا»

می‌دانیم در فرایند هم‌حجم روی گاز کامل کار انجام نمی‌شود و تغییر انرژی

درونی گاز با گرمای مبادله شده برابر است. انرژی درونی گاز در این فرایند

به ازای $2/6 \text{ atm}$ افزایش فشار 3900 J افزایش یافته است. با توجه به

این که در دمای صفر مطلق انرژی درونی گاز و فشار آن نیز صفر است.

می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{matrix} T \propto P \\ U \propto T \end{matrix} \right\} \Rightarrow P \propto U \Rightarrow \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1}$$

$$\Rightarrow \frac{3/8 - 1/2}{1/2 - 0} = \frac{U_2 - U_1}{U_1 - 0} \quad U_2 - U_1 = 3900$$

فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(ممر نهاوندری مقرر)

چون پیستون می‌تواند آزادانه حرکت کند، فشار در دو حالت ثابت است و

چون گازی وارد یا خارج نمی‌شود مقدار گاز نیز ثابت می‌ماند. بنابراین داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{\theta_1 + 273} = \frac{1/4 V_1}{2\theta_1 + 273}$$

$$\Rightarrow 1/4 \theta_1 + 1/4 \times 273 = 2\theta_1 + 273 \Rightarrow 0/6 \theta_1 = 0/4 \times 273$$

$$\theta_1 = 182^\circ \text{C} \Rightarrow T_1 = 182 + 273 = 455 \text{K}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۱۲۲- گزینه «ا»

(علی برزگر)

چون حجم گاز از $4V$ به V رسیده است یعنی گاز متراکم شده است. لذا

$$W > 0$$

می‌توان نوشت:

از طرفی تغییرات انرژی درونی به ΔT وابسته است. لذا داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

$$\frac{P_B V_B}{nR} > \frac{P_A V_A}{nR} \Rightarrow \frac{P_B V_B}{P} > \frac{P_A V_A}{P} \Rightarrow T_B > T_A$$

$$\Rightarrow \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸، ۱۲۹ و ۱۳۳)

۱۲۳- گزینه «۴»

(ممریوار سورپی)

با توجه به نمودار $P-T$ ، درمی‌یابیم در طی فرایند (۱) به (۲)، دما افزایش

می‌یابد. در نتیجه انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد ($\Delta U > 0$). از طرفی با

توجه به شکل زیر می‌دانیم در فرایند هم‌حجم شیب نمودار $P-T$ برابر با

$$\frac{nR}{V}$$

است و هر چه حجم مقدار مشخصی گاز بیشتر باشد شیب این نمودار

کمتر است؛ بنابراین داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC} \\ W_{BC} = -S_T = -10^5 \times (7-5) \times 10^{-3} = -200 \text{ J} \end{array} \right\} \text{ فرایند BC}$$

$$\Rightarrow 300 = Q_{BC} - 200 \Rightarrow Q_{BC} = 500 \text{ J}$$

بنابراین کل گرما در فرایند ABC برابر است با:

$$Q_{ABC} = Q_{AB} + Q_{BC} = 612 / 5 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵)

(عباس اصغری)

۱۲۶- گزینه «۲»

با توجه به این که در هر چرخه $\Delta U = 0$ است، می‌توان نوشت:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} \xrightarrow{Q_{AB}=0} \text{ بی‌دررو}$$

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} = 600 \text{ J}$$

$$\Delta U_{BC} = 0 \text{ هم‌دما}$$

$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} + W_{CA}, \quad W_{CA} = 0 \text{ هم‌حجم}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{CA} = Q_{CA}$$

حال با جاگذاری در رابطه اصلی داریم:

$$600 + 0 + Q_{CA} = 0 \Rightarrow Q_{CA} = -600 \text{ J}$$

در فرایند CA دستگاه ۶۰۰ J گرما از دست داده است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

(مهران اسماعیلی)

۱۲۷- گزینه «۴»

با توجه به این که گرمای تلف شده در ماشین گرمایی B، ۲۰ درصد کمتر

از ماشین گرمایی A است می‌توان نوشت:

$$|Q_{LB}| = |Q_{LA}| - \frac{20}{100} |Q_{LA}| \Rightarrow |Q_{LB}| = \frac{80}{100} |Q_{LA}|$$

$$\frac{2/6}{1/2} = \frac{3900}{U_1} \Rightarrow U_1 = 1800 \text{ J}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{38}{12} = \frac{19}{6}$$

روش دوم:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{19}{6} U_1 - U_1 = \frac{13}{6} U_1 = 3900 \Rightarrow U_1 = 1800 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۳۰)

(فراز رسولی)

۱۲۵- گزینه «۳»

می‌دانیم انرژی درونی تابع دمای مطلق گاز است. از طرف دیگر طبق رابطه

$$PV = nRT \text{ دمای مطلق با حاصل ضرب PV متناسب است. بنابراین:}$$

$$PV \propto T \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_A V_A = 4 \times \frac{5}{4} \\ P_B V_B = 5 \times 1 \end{array} \right\} \Rightarrow P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow T_A = T_B$$

پس در فرایند AB چون دمای ابتدا و انتها با هم برابر است:

$$U_A = U_B \Rightarrow \Delta U = 0$$

پس با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

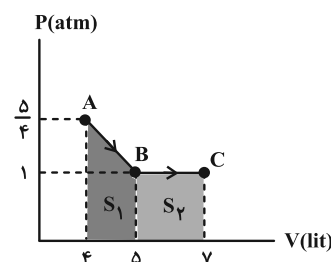
$$\Delta U_{AB} = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_{AB} = -W_{AB} \\ W_{AB} = -S_1 \end{array} \right\} \Rightarrow Q_{AB} = -W_{AB} = +S_1$$

$$= \frac{(\frac{5}{4} + 1) \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3}}{2} = \frac{900}{8} = 112 / 5 \text{ J}$$

از طرف دیگر فرایند BC هم‌فشار است و می‌دانیم در این فرایند

$$\Delta U = 300 \text{ J} \text{ است. (با توجه به افزایش حاصل ضرب PV، دما و در}$$

نتیجه انرژی درونی افزایش یافته).





(مسام نادر)

۱۲۹- گزینه «۳»

اولاً توجه کنیم که برای یک یخچال علامت Q_H منفی و W و Q_L

مثبت است.

ثانیاً زمانی قانون دوم ترمودینامیک برای یخچال نقض می‌شود که گرما

به‌طور خودبه‌خود و بدون انجام کار از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای

بالا تر منتقل شود، یعنی $W = 0$ باشد.

در گزینه «۲» هم قانون دوم و هم قانون اول نقض شده است. اما در گزینه

«۳»، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود ولی قانون اول که در اصل

پایستگی انرژی است، برقرار است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۴۷)

(مسام نادر)

۱۳۰- گزینه «۳»

علت نادرستی گزینه «۳»: در مرحله ضربه قدرت، در اثر فشار زیاد مخلوط

به سرعت منبسط می‌شود و می‌توان آن را یک انبساط بی‌دررو در نظر گرفت

که در نتیجه آن فشار و دمای مخلوط کاهش می‌یابد. گزینه‌های دیگر طبق

متن کتاب درسی درست هستند.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۳، ۱۳۷، ۱۴۱ و ۱۴۳)

$$\left| \frac{Q_{L_B}}{Q_{L_A}} \right| = 0/8 = \frac{4}{5} \quad (*)$$

از طرفی بنا به تعریف بازده یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{(*)} \frac{|W|=Q_H-Q_L}{Q_H} \rightarrow \frac{Q_{H_B}(1-\eta_B)}{Q_{H_A}(1-\eta_A)} = \frac{4}{5}$$

به ازای سوخت یکسان و در بازه‌های زمانی یکسان $Q_{H_A} = Q_{H_B}$ است

پس می‌توان نوشت:

$$\frac{1-\eta_B}{1-\eta_A} = \frac{4}{5} \xrightarrow{\eta_A=0/25} \frac{1-\eta_B}{1-0/25} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1-\eta_B}{3/4} = \frac{4}{5} \Rightarrow 1-\eta_B = \frac{3}{5} \Rightarrow \eta_B = \frac{2}{5} = 0/4 = 40\%$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه ۱۴۵)

۱۲۸- گزینه «۱»

(کامران ابراهیمی)

بررسی موارد:

الف) درست؛ (قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی)

ب) نادرست؛ زیرا در فرایند انبساط هم‌دمای می‌توان مقداری گرما را به‌طور

کامل به کار تبدیل کرد؛

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W, \quad Q = W'$$

پ) نادرست؛ در صورت وقوع این امر، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.

ت) نادرست؛ گرما به‌طور خودبه‌خود امکان ندارد از جسم با دمای پایین‌تر

به جسم با دمای بالاتر منتقل شود در صورتی که در یخچال می‌توان با انجام

کار، مقداری گرما را از منبع دما پایین دریافت کرده (Q_L) و گرمای

$|Q_H|$ را به منبع دما بالا داد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)



شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۲»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی موارد نادرست:

(ب) در ساختار حلقه‌های ۶ گوشه یخ، پیوندهای هیدروژنی هم موجودند.

(ت) HF، Cl_۲ و CO_۲ جزو مواد مولکولی‌اند. اما Cl_۲ ترکیب محسوب نمی‌شود.

(ث) رفتار فیزیکی مواد مولکولی به نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آنها بستگی دارد.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۳۲- گزینه «۳»

(امیرحسین مسلمی)

در ساختار لوویس H_۲S، H_۲O و CH_۴ اتم مرکزی دارای بار جزئی منفی است زیرا خلصت نافلزی آن از اتم‌های جانبی بیشتر است و COCl_۲ برخلاف CCl_۴ در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۷۵)

۱۳۳- گزینه «۲»

(ممد رضا پورجوید)

با توجه به این که نمی‌دانیم در طی این واکنش V^{۵+} چقدر تغییر عدد اکسایش می‌دهد (امکان تبدیل آن به هر یک از یون‌های V^{۴+}، V^{۳+} و یا V^{۲+} وجود دارد)، فرض می‌کنیم در طی واکنش با x درجه تغییر عدد اکسایش مواجه خواهیم شد. به این ترتیب واکنش کلی انجام شده عبارت است از:

حال با توجه به اطلاعات مسئله می‌توان x را به صورت زیر به دست آورد:

$$\frac{\text{محلول } 1\text{L V}^{5+}}{1000\text{mL V}^{5+}} \times \frac{500\text{mL V}^{5+}}{1000\text{mL V}^{5+}} \times \frac{0.4\text{mol V}^{5+}}{1\text{L V}^{5+}} \times \frac{x\text{mol Zn}}{2\text{mol V}^{5+}} \times \frac{65\text{g Zn}}{1\text{mol Zn}} = 19.5\text{g Zn}$$

$$\Rightarrow x = 3$$

به این ترتیب یون V^{۵+} به اندازه ۳ درجه تغییر عدد اکسایش پیدا کرده و به محول V^{۲+} تبدیل شده که بنفش رنگ است (رنگ محلول‌های V^{۵+}، V^{۴+} و V^{۳+} به ترتیب زرد، آبی و سبز است).

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۸۶)

۱۳۴- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) فروپاشی شبکه بلور یک فرایند گرماگیر است و انرژی در آن مصرف می‌شود نه حاصل.

(۲) عدد کوئوردیناسیون کاتیون سدیم و آنیون کلرید ۶ است.

(۳) وجود سدیم کلرید و دیگر جامدهای یونی در طبیعت نشان می‌دهد که نیروی جاذبه میان یون‌های ناهمنام به نیروی دافعه میان یون‌های همنام غالب است.

(۴) چون واکنش تهیه سدیم کلرید گرماده است و با آزاد شدن نور و گرما همراه است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که فراورده پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۹، ۸۰ و ۸۲)

۱۳۵- گزینه «۲»

(امیرحسین طیبی)

بررسی موارد:

مورد اول: نقطه ذوب تیتانیم از فولاد بیشتر است.

مورد دوم: چگالی تیتانیم از فولاد کمتر است در نتیجه حجم یک گرم از تیتانیم نسبت به فولاد بیشتر است.

مورد سوم: واکنش تیتانیم با ذره‌های موجود در آب دریا ناچیز است اما برای فولاد متوسط است.

مورد چهارم: مقاومت در برابر خوردگی تیتانیم از فولاد بیشتر است در نتیجه تمایل به خوردگی کمتری دارد.

مورد پنجم: مقاومت در برابر سایش تیتانیم و فولاد حدوداً به یک اندازه است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

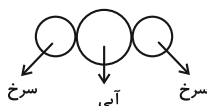
۱۳۶- گزینه «۲»

(ممد زبئی)

بررسی موارد:

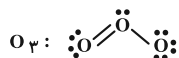
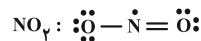
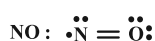
مورد اول: نادرست؛ در مولکول SO_۳ اتم مرکزی دارای بار δ⁺ و در مولکول NH_۳ اتم مرکزی دارای بار δ⁻ است.

مورد دوم: نادرست؛ شعاع اتمی کربن از اکسیژن بیشتر است.

مورد سوم: درست؛ SO_۳ دارای مولکول‌های قطبی است و نقطه جوش بالاتری نسبت به مولکول‌های ناقطبی CO_۲ دارد، پس در حالت گازی ساده‌تر مایع می‌شود.



(ب) ساختار لوویس گونه‌ها به صورت زیر است:



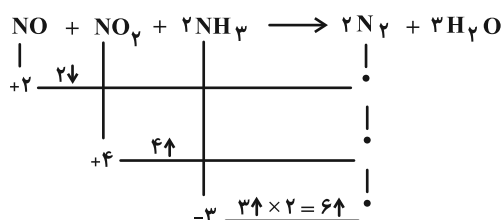
(پ) NO و NO_2 جزو آلاینده‌های خروجی اگزوز خودروها هستند که در واکنش با آمونیاک به نیتروژن و بخار آب تبدیل می‌شوند.

(ت) دقت کنید طبق کتاب شیمی ۱ فصل ۳، در شرایط یکسان انحلال‌پذیری CO_2 از NO بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ و ۱۰۲)

(رضا مسکن)

۱۴۰- گزینه «۱»



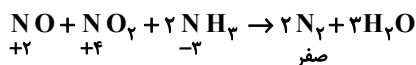
در این واکنش ۶ مول الکترون مبادله شده است که تفاوت جرم فراورده‌ها ۲ گرم می‌شود.

$$2\text{N}_2 = 2 \times 28 = 56$$

$$3 \times \text{H}_2\text{O} = 3 \times 18 = 54$$

$$x \text{ g تفاوت جرم فراورده‌ها} = 1 / 806 \times 10^{24} \text{ e}$$

$$\times \frac{2 \text{ g تفاوت جرم}}{6 \times 6 / 02 \times 10^{23} \text{ e}} = 1 \text{ g}$$



NO و NO_2 : گونه اکسند

NH_3 : گونه کاهشنده

تغییر عدد اکسایش N مول $\times \text{N}$ مول = e

(در کاهشده یا اکسند)

$$? \text{ mol e} = 1 / 806 \times 10^{24} \text{ e} \times \frac{1 \text{ mol e}}{6 / 02 \times 10^{23} \text{ e}} = 3 \text{ mol e}$$

$$\rightarrow 3 = \text{NH}_3 \text{ در } \text{N} \text{ مول} \times 3 \rightarrow \text{NH}_3 \text{ در } \text{N} \text{ مول} = 1 \text{ mol}$$

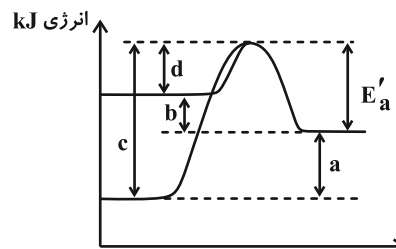
با توجه به فرمول NH_3 ، N مول = NH_3 مول = 1 mol

مورد چهارم؛ درست؛ مولکول‌های CO_2 و SO_2 ناکتبی هستند و توزیع الکترون‌ها در آن‌ها متقارن و یکنواخت است اما SO_2 و NH_3 قطبی هستند و توزیع الکترون در مولکول آن‌ها نامتقارن و غیر یکنواخت است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ زیبایی و مانگراری؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

(رضا مسکن)

۱۳۷- گزینه «۲»



با توجه به نمودار : $|c| = |a| + |b| + |d|$

چون b عددی منفی می‌باشد در واکنش‌های گرماده آنتالپی عددی منفی است. پس گزینه آن را می‌گذاریم.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(امیرمسین مسلمی)

۱۳۸- گزینه «۲»

توری پلاتینی و پودر روی کاتالیزگرهای این واکنش هستند. کاتالیزگر با کاهش انرژی فعال‌سازی، سرعت واکنش را بالا می‌برد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) پودر روی باعث انجام واکنشی به صورت سریع می‌شود نه انفجاری.

(۳ و ۴) با افزودن کاتالیزگر، ΔH واکنش و سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده بدون تغییر می‌ماند و فقط انرژی فعال‌سازی واکنش کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۹)

(امیرمسین مسلمی)

۱۳۹- گزینه «۴»

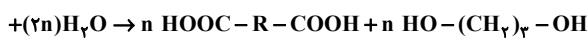
همه عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) آلاینده A، B و C به ترتیب NO ، NO_2 و O_3 است.

NO_2 با اکسیژن هوا در حضور نور خورشید واکنش می‌دهد و O_3 و

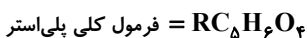
NO تولید می‌شود.



ابتدا لازم است جرم مولی واحد تکرارشونده پلی استر (M) را به دست آوریم:

$$38g C_3H_8O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8O_2}{76g C_3H_8O_2} \times \frac{1 \text{ mol پلی استر}}{n \text{ mol } C_3H_8O_2} \times \frac{n \times M \text{ g پلی استر}}{1 \text{ mol پلی استر}} = 93g \text{ پلی استر} \Rightarrow M = 186g \cdot \text{mol}^{-1}$$

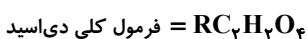
حال می توان جرم مولی R را با استفاده از جرم مولی پلی استر به دست آورد:



$$186 = R + (12 \times 5) + (1 \times 6) + (16 \times 4)$$

$$\Rightarrow R = 56$$

به این ترتیب جرم مولی دی اسید حاصل از تجزیه این پلی استر به صورت زیر محاسبه می شود:

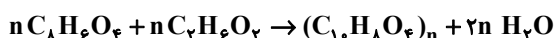


$$186 = 56 + (12 \times 2) + (1 \times 2) + (16 \times 4)$$

$$= 146g \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۴۴- گزینه «۱» (امیرحسین مسلمی)



$$? g C_8H_6O_4 = 9/6g (C_{11}H_8O_4)_n \times \frac{1 \text{ mol } (C_{11}H_8O_4)_n}{192n g(C_{11}H_8O_4)_n}$$

$$\times \frac{n \text{ mol } C_8H_6O_4}{1 \text{ mol } (C_{11}H_8O_4)_n} \times \frac{166g C_8H_6O_4}{1 \text{ mol } C_8H_6O_4} = 8/3 g C_8H_6O_4$$

$$? g C_7H_6O_2 = 9/6g (C_{11}H_8O_4)_n \times \frac{1 \text{ mol } (C_{11}H_8O_4)_n}{192n g(C_{11}H_8O_4)_n}$$

$$\times \frac{n \text{ mol } C_7H_6O_2}{1 \text{ mol } (C_{11}H_8O_4)_n} \times \frac{62g C_7H_6O_2}{1 \text{ mol } C_7H_6O_2} = 3/1 g C_7H_6O_2$$

$$? C = 9/6g (C_{11}H_8O_4)_n \times \frac{1 \text{ mol } (C_{11}H_8O_4)_n}{192n g(C_{11}H_8O_4)_n}$$

$$\times \frac{8n \text{ mol H}}{1 \text{ mol } (C_{11}H_8O_4)_n} \times \frac{6 \times 10^{-23} \text{ H}}{1 \text{ mol H}} = 2/4 \times 10^{-23}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۴۵- گزینه «۲» (پیمان فواوی میر)

بررسی گزینه ها:

(۱) هیچ کدام از مونومرهای سازنده این ترکیب (اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید) در نفت خام وجود ندارند.

$$? g N_2 = 1 \text{ mol } NH_3 \times \frac{2 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol } NH_3} \times \frac{28g N_2}{1 \text{ mol } N_2}$$

$$= 28g N_2$$

$$? g H_2O = 1 \text{ mol } NH_3 \times \frac{3 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } NH_3} \times \frac{18g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$= 27g H_2O$$

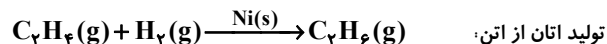
$$28(g) - 27(g) = 1g$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه ۱۰۲)

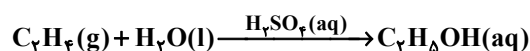
شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- گزینه «۳» (میلاد میرحیدری)

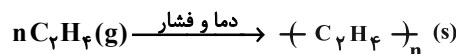
برای تهیه اسید از آلکن، ابتدا باید آلکن را به الکل و سپس به کربوکسیلیک اسید تبدیل کنیم.



تولید اتانول از اتن:



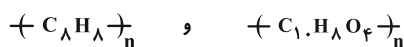
تولید پلی اتن از اتن:



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه ۱۱۴)

۱۴۲- گزینه «۳» (امیر همتیان)

فرمول شیمیایی پلی اتیلن ترفتالات (PET) و پلی استیرن به ترتیب به صورت زیر است:



$$PET: n(10 \times 12 + 8 \times 1 + 4 \times 16) = 3/12 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 192n = 312000 \Rightarrow n = 1625$$

$$? \text{ پلی استیرن: } n(8 \times 12 + 8 \times 1) = 3/12 \times 10^5$$

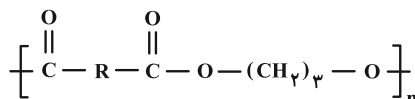
$$\Rightarrow 104n = 312000 \Rightarrow n = 3000$$

تفاوت شمار واحدهای تکرارشونده برابر است با: $3000 - 1625 = 1375$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

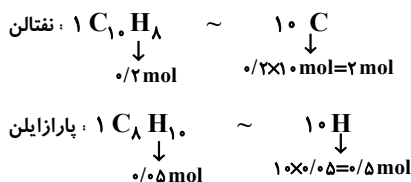
۱۴۳- گزینه «۳» (محمدرضا پوریاوید)

با توجه به اطلاعات داده شده، فرمول کلی واکنش تجزیه پلی استر توصیف شده به صورت زیر است:





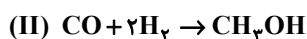
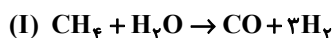
(پ)



ت) زباله‌های ساخته شده از PET را می‌توان با متانول واکنش داده و مواد مفیدی تهیه کرد که برای تولید پلیمرها قابل استفاده باشند.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۲۰)

۱۴۹- گزینه «۴» (رضا مسکن)

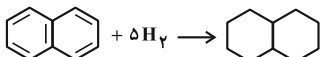


با توجه به واکنش‌ها به ازای یک مول متان ۱ مول هیدروژن اضافی می‌ماند.

$x \text{ mol H}_2$ اضافه می‌ماند $\text{CH}_4 = 8000 \text{ g}$

$$\times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ اضافی H}_2}{1 \text{ mol CH}_4}$$

$$x = 500 \text{ mol H}_2$$



$$x \text{ g C}_{10}\text{H}_8 = 500 \text{ mol H}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_8}{5 \text{ mol H}_2} \times \frac{128 \text{ g C}_{10}\text{H}_8}{1 \text{ mol}}$$

$$= 12800 \text{ g}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۱۵۰- گزینه «۳» (امیر هاتمیان)

دمای $\theta_1 = 45^\circ\text{C} - 55^\circ\text{C}$ و $\theta_2 = 35^\circ\text{C}$ است. پس داریم:

$$\theta_1 > \theta_2 \text{ دما}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش در حضور کاتالیزگر، دمای 35°C و فشار $30 - 50$ اتمسفر انجام می‌شود.

۲) فشار در نقطه p بین $30 - 50 \text{ atm}$ متغیر است:

$$50 - 30 = 20 \text{ atm}$$



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

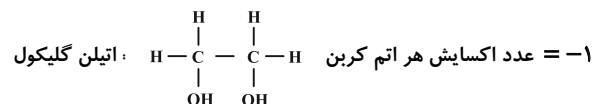
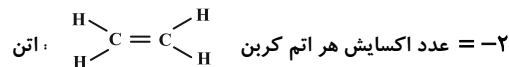
۲) شمار اتم‌های هیدروژن در $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ ترفتالیک اسید و $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_4$ (اتیلن گلیکول) برابر است.

۳) اتیلن گلیکول از واکنش اتن با محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات تولید می‌شود.

۴) پلی اتیلن ترفتالات زیست تخریب‌ناپذیر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۲۰)

۱۴۶- گزینه «۲» (امیرحسین مسلمی)



هر اتم کربن ۱ درجه اکسایش یافته است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۷، ۱۱۸ و ۱۲۰)

۱۴۷- گزینه «۱» (روزبه رضوانی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ PET جزو پلیمرهای نفتی است، چون مونومرهای آن غیرمستقیم از نفت ساخته شده‌اند.

ب) نادرست؛ PET دارای چگالی (نسبت جرم به حجم) پایین است.

پ) نادرست؛ پلیمرهایی را که زیست تخریب‌پذیر باشند، سبز گویند.

ت) نادرست؛ در بازیافت PET با واکنش متانول با آن، آن را به مونومرهای سازنده‌اش تجزیه نمی‌کنیم، بلکه از مواد مفید به دست آمده برای تولید وسایل و ابزار دیگر استفاده می‌کنیم.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۲۰)

۱۴۸- گزینه «۲» (امیر هاتمیان)

موارد الف) و پ) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) درواقع یک واکنش شیمیایی هنگامی به صرفه‌تر است که تعداد بیشتری از اتم‌های واکنش‌دهنده به فراورده سودمند تبدیل گردد.

ب) چون پارازایلن یک هیدروکربن ناقطبی است و نسبت $\frac{\text{مقدار C}}{\text{مقدار O}}$ در

ترفتالیک اسید بیشتر از اتیلن گلیکول است پس غلبه بخش قطبی در اتیلن گلیکول بیشتر است. میزان انحلال‌پذیری ترفتالیک اسید در آب بیشتر از پارازایلن ولی کمتر از اتیلن گلیکول است. نسبت مول با نسبت تعداد ذره‌ها برابر است.

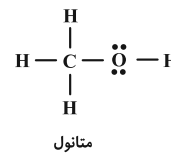
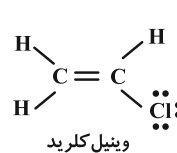


شیمی ۲

۱۵۱- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

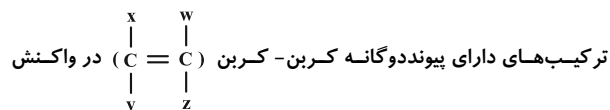
نخستین عضو خانواده الکلها متانول است.



ویژگی	متانول	وینیل کلرید
شمار جفت e پیوندی	۵	۶
شمار جفت e ناپیوندی	۲	۳
شمار اتم‌های سازنده	۶	۶
شرکت در واکنش پلیمری شدن	x	✓

فقط شمار اتم‌های سازنده در هر دو مولکول مشابه است. الکل‌های دوعاملی

در واکنش پلیمری شدن شرکت می‌کنند. پس متانول چنین توانایی ندارند.



پلیمری شدن شرکت می‌کنند.

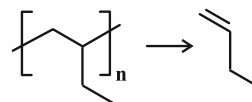
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایانی ناپذیر؛ صفحه ۱۰۴)

۱۵۲- گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

برای تعیین مونومر سازنده تنها کافی است که دو پیوند خارج شده از گروه

را پاک کرده و به جای آن یک پیوند دوگانه میان دو اتم کربن قرار دهیم.

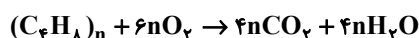


بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ زیرا نام مونومر ۱- بوتن است.

(۲) نادرست؛ پلی‌پروپن در ساخت تجهیزات پزشکی و سرنگ کاربرد دارد.

(۳) نادرست؛

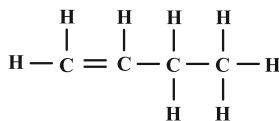


$$? \text{ mol } CO_2 = 1 \text{ mol } (C_4H_8)_n \times \frac{4n \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } (C_4H_8)_n}$$

$$= 4n \text{ mol } CO_2$$

مول CO_2 تولید شده به تعداد واحدهای تکرارشونده وابسته است.

(۴) درست



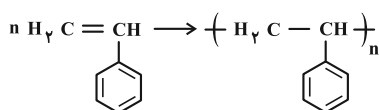
$$\frac{\text{تعداد پیوند اشتراکی}}{\text{تعداد اتم‌ها}} = \frac{12}{12} = 1$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایانی ناپذیر؛ صفحه ۱۰۴)

۱۵۳- گزینه «۴»

(امیرحسین طیبی)

پلیمری شدن استیرن و تبدیل شدن به پلی‌استیرن:



توجه داشته باشید که در ساختار استیرن ۴ پیوند دوگانه و در ساختار

پلی‌استیرن ۳ پیوند دوگانه یافت می‌شود.

$$? \text{ mol } \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times 13 \text{ kg } (C_8H_8)_n : \text{ پیوند دوگانه}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } (C_8H_8)_n}{10^4 n \text{ g } (C_8H_8)_n} \times \frac{n \text{ mol } C_8H_8}{1 \text{ mol } (C_8H_8)_n} \times \frac{4 \text{ mol دوگانه}}{1 \text{ mol } C_8H_8}$$

$$\times \frac{6/0.2 \times 10^{23}}{1 \text{ mol دوگانه}} = 3/0.1 \times 10^{26} \text{ پیوند دوگانه}$$

پلی‌اتن شاخه‌دار، پلی‌اتن سبک محسوب می‌شود و چگالی ۰/۹۲ گرم بر

میلی‌لیتر دارد. فرمول مولکولی پلی‌اتن $(C_2H_4)_n$ است.

$$? \text{ L } (C_2H_4)_n : 3/0.1 \times 10^{26} \text{ واحد تکرارشونده}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol واحد تکرارشونده}}{6/0.2 \times 10^{23}} \times \frac{28 n \text{ g } (C_2H_4)_n}{1 \text{ mol واحد تکرارشونده}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mL } (C_2H_4)_n}{0.92 \text{ g } (C_2H_4)_n} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ mL } (C_2H_4)_n} \approx 15/2 \text{ L}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایانی ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)



۱۵۴ - گزینه «۳»

(ممیر زبئی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ $\text{OH}-$ گروه عاملی هیدروکسیل است نه هیدروکسید.
مورد دوم: نادرست؛ پرکابردترین اسید آلی در زندگی روزمره اتانویک اسید (استیک اسید) است نه متانویک اسید.

مورد سوم: درست؛ با افزایش تعداد کربن جرم مولی الکل بیشتر می‌شود و درصد جرمی اکسیژن آن کاهش می‌یابد. با بزرگ شدن بخش ناقطبی و نزدیک شدن انحلال پذیری به صفر تفاوت انحلال پذیری بین دو الکل متوالی نیز کمتر می‌شود.

مورد چهارم: نادرست؛ با افزایش تعداد C جرم مولی الکل‌ها افزایش می‌یابد، انحلال پذیری آن‌ها در آب کاهش یافته و به میزان انحلال پذیری آلکان‌ها در آب نزدیک تر می‌شود.

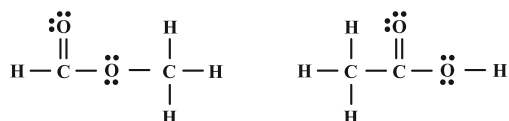
مورد پنجم: درست؛ با افزایش تعداد C جرم مولی الکل بیشتر شده و بخش ناقطبی بر بخش قطبی غالب می‌شود، پس قدرت نیروهای جاذبه وان دروالسی میان مولکول‌های الکل قوی تر شده و بر جاذبه هیدروژنی غلبه می‌کنند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پازیر؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱)

۱۵۵ - گزینه «۴»

(ممیر زبئی)

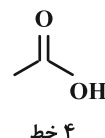
برای این ترکیب یک ساختار کربوکسیلیک اسیدی و یک ساختار استری می‌توان رسم کرد.



بررسی گزینه‌ها:

(۱) در ساختار استرها میان مولکول‌ها پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

(۲) اگر این مولکول استیک اسید باشد، از ۴ خط استفاده می‌کنیم.



(۳) شمار جفت الکترون‌های پیوندی آن (۸ جفت) دو برابر شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن (۴ جفت) است نه شمار الکترون‌های ناپیوندی.

(۴) نسبت درصد جرمی کربن به اکسیژن برابر ۰/۷۵ است.

$$\frac{\text{جرم C}}{\text{جرم O}} = \frac{\text{جرم C}_2\text{H}_4\text{O}_2}{\text{جرم O}} \times 100 = \frac{\text{درصد جرمی C}}{\text{درصد جرمی O}} \times 100$$

$$= \frac{2 \times 12}{2 \times 16} = 0.75$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پازیر؛ صفحه ۱۱۲)

۱۵۶ - گزینه «۲»

(پیمان فواجوی ممیر)

ماده A: بوتانویک اسید ($\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$)ماده B: اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$)ماده C: آب (H_2O)

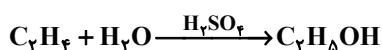
بررسی گزینه‌ها:

(۱)

$$\frac{\text{جرم C}}{\text{جرم C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times 100 = \text{درصد جرمی C در اتانول}$$

$$= \frac{(2 \times 12)}{(2 \times 12) + (6 \times 1) + (1 \times 16)} \times 100 = \frac{24}{46} \times 100 \approx 52\% > 50\%$$

اتانول به هر نسبت در آب حل می‌شود.

(۲) $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$ دارای ۱۴ اتم و متانول (CH_3OH) دارای ۶ اتم است.(۳) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در اتیل بوتانوات ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_2$)با این نسبت در بوتانویک اسید و ($\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$) است.(۴) واکنش H_2O با C_2H_4 (ساده‌ترین آلکن) منجر به تولید $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پازیر؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۱۵۷ - گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ واحد تکرار شونده آن به صورت زیر است:



مورد دوم: نادرست؛ پلیمرهای هیدروکربنی پلیمر سبز نیستند و تا مدت‌ها در طبیعت باقی می‌مانند.

مورد چهارم: نادرست؛ اگر پلیمرهای سبز در طبیعت رها شوند، پس از چند ماه به مولکول‌های ساده مثل آب و کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شوند.

مورد پنجم: درست؛ ابتدا از فراورده‌های کشاورزی، نشاسته به دست می‌آورند که یک پلیمر طبیعی است. سپس نشاسته را به لاکتیک اسید تبدیل می‌کند که یک کوچک مولکول با خاصیت اسیدی است، از پلیمری شدن لاکتیک اسید پلی‌لاکتیک اسید به دست می‌آید.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایانی ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

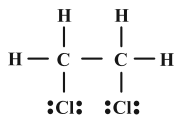
(علیرضا کیانی دوست)

۱۶۰- گزینه «۳»

در واکنش گاز اتن با Cl_2 ، FeCl_3 یعنی آهن (III) کلرید نقش کاتالیزگر را دارد، پس عبارت داده شده، نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در ساختار فرآورده واکنش:



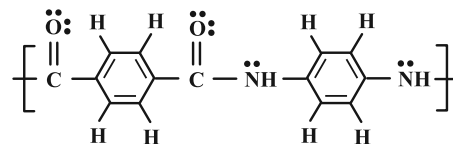
۷ جفت الکترون پیوندی و ۶ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد و اختلاف آن‌ها برابر با ۱ است.

(۲) با توجه به ساختار لوویس فرآورده، تمام اتم‌ها به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود رسیده‌اند.

(۳) قرار گرفتن گرمای واکنش در سمت فرآورده‌ها نشان از گرماده بودن این واکنش است. در واکنش‌های گرماده انرژی توسط سامانه آزاد می‌شود نه مصرف.

(۴) پیوند $\text{C}-\text{C}$ یگانه در فرآورده نشان از سیر شده بودن آن است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایانی ناپذیر؛ صفحه ۱۲۱)



$$\text{۲) نادرست: } \frac{\text{جفت الکترون ناپیوندی}}{\text{تعداد اتم هیدروژن}} = \frac{۶}{۱۰}$$

(۳) نادرست؛ با توجه به این که جرم مولی (NH_2) از جرم مولی (COOH) کمتر است، آمین دوعاملی، مونومر سبک‌تر است. پلی‌استرها از واکنش دی‌اسید و دی‌الکل به دست می‌آیند و دی‌آمین‌ها در این واکنش نقشی ندارند.

(۴)

$$\text{C}_{14}\text{H}_{10}\text{N}_2\text{O}_2 : (14 \times 12) + (10 \times 1) + (2 \times 14) + (2 \times 16) \\ = 238 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایانی ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۵)

(رضا مسکن)

۱۵۸- گزینه «۲»

در واکنش آبکافت استر:

الکل + اسید \rightarrow آب + استر

طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم فرآورده‌های آلی، برابر است با مجموع جرم آب و استر.

محاسبه جرم استر:

$$? \text{ g C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2 = 0 / 1 \text{ mol C}_8\text{H}_8\text{O}_2 \times \frac{102 \text{ g C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2} \\ = 10 / 2 \text{ g C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2$$

محاسبه جرم آب:

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 0 / 1 \text{ mol استر} \times \frac{18 \text{ g آب}}{1 \text{ mol استر}} \times \frac{1 \text{ mol آب}}{1 \text{ mol استر}} = 1 / 8 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$\text{مجموع جرم فرآورده‌های آلی} = 10 / 2 \text{ g} + 1 / 8 \text{ g} = 12 \text{ g}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایانی ناپذیر؛ صفحه ۱۱۷)

(امیرمسین طیبی)

۱۵۹- گزینه «۳»

موارد اول، سوم و پنجم به درستی بیان شده‌اند.

بررسی موارد:



شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

راه حل اول: مقدار جرم نمک موجود در محلول اولیه را بر حسب گرم به دست می آوریم:

$$\text{نمک } 20 \text{ g} \times \frac{\text{محلول } 1000 \text{ g}}{\text{محلول } 1 \text{ kg}} \times \frac{\text{محلول } 1 \text{ kg}}{5 \text{ kg}} = 1 \text{ kg} \text{ نمک } = 1000 \text{ g}$$

مقدار آب موجود در محلول ← آب $1500 - 300 = 1200 \text{ g}$

انحلال پذیری این نمک در دمای 60°C برابر 80 است. یعنی به ازای هر 100 گرم از حلال (آب)، حداکثر 80 گرم از این نمک حل می شود. حال باید حساب کنیم که به ازای 1200 گرم آب حداکثر چقدر نمک دیگر می تواند در محلول حل شود تا محلول سیر شده حاصل شود. یعنی حداکثر جرم نمک قابل حل را محاسبه کنیم و جرم نمک موجود در محلول را از آن کم کنیم.

$$\text{نمک } 960 \text{ g} = \frac{\text{نمک } 80 \text{ g}}{100 \text{ g آب}} \times 1200 \text{ g آب} = 960 \text{ g}$$

$$960 - 300 = 660 \text{ g} \text{ جرم نمکی که می توان اضافه کرد}$$

پس حداکثر 660 g نمک دیگر را می توان در محلول حل کرد.

راه حل دوم: در محلول سیر شده، حداکثر مقدار حل شونده ممکن در حلال حل شده است. پس برای محاسبه جرم حل شونده ای که می توان به محلول اضافه کرد باید جرم حل شونده حل شده در محلول سیر شده را از جرم حل شونده موجود در محلول کم کرد.

$$\frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = 20 \Rightarrow \frac{\text{جرم نمک}}{1500 \text{ g}} \times 100 = 20$$

$$\Rightarrow \text{جرم نمک} = 300 \text{ g}$$

محاسبه جرم نمک حل شده در محلول سیر شده در دمای 60°C : باید ابتدا جرم موجود در محلول را به دست آوریم:

$$\text{جرم آب} + \text{جرم نمک} = \text{جرم محلول}$$

$$1200 \text{ g} = \text{جرم آب} + 300 \text{ g} \Rightarrow \text{جرم آب} = 900 \text{ g}$$

$$\frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب}} = \frac{80}{100} \Rightarrow \frac{\text{جرم نمک}}{900} = \frac{80}{100}$$

$$\Rightarrow \text{جرم نمک} = 720 \text{ g}$$

$$720 - 300 = 420 \text{ g} \text{ حداکثر جرم نمکی که می توان به محلول اضافه کرد}$$

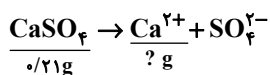
(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۶۲- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

چون انحلال پذیری عددی بین 0.1 و 1 است ($0.1 \leq S < 1$) در 100 گرم آب است در نتیجه ترکیب مورد نظر کم محلول می باشد.

با استفاده از استوکیومتری مقدار انحلال پذیری (گرم حل شونده در 100 گرم حلال) کلسیم را به دست می آوریم. سپس به غلظت ppm تبدیل می کنیم:



۰/۲۱۱ g

دقت داشته باشید مقدار محلول بر غلظت مواد بی تاثیر است.

$$\frac{? \text{ g Ca}^{2+}}{\text{انحلال پذیری Ca}^{2+}} = 0.211 \text{ g CaSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol CaSO}_4}{136 \text{ g CaSO}_4}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{1 \text{ mol CaSO}_4} \times \frac{40 \text{ g Ca}^{2+}}{1 \text{ mol Ca}^{2+}} = 0.0618$$

نقشه راه حل تبدیل انحلال پذیری Ca^{2+} به غلظت ppm آن:

$$S_{\text{Ca}^{2+}} \xrightarrow{a = \frac{100 \times S}{100 + S}} \% d_{\text{Ca}^{2+}} \xrightarrow{\text{ppm} = d \times 10^4} \text{ppm}_{\text{Ca}^{2+}}$$

$$\% d_{\text{Ca}^{2+}} = \frac{100 \times 0.0618}{100 + 0.0618} \Rightarrow d_{\text{Ca}^{2+}} = 0.0618$$

قابل صرف نظر کردن

$$\text{ppm} = 0.0618 \times 10^4 = 618$$

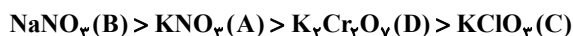
(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۶۳- گزینه «۴»

(هاری مهری زاده)

با توجه به این که جرم آب در هر چهار ظرف یکسان است و تغییر حجم هم رخ نداده، پس در رابطه چگالی حجم ثابت می ماند و هر چه جرم بیشتر باشد، چگالی بیشتر خواهد بود. بنابراین هر ترکیبی که در دمای 20°C انحلال پذیری بیشتر داشته باشد، جرم و چگالی آن بیشتر است.

انحلال پذیری و چگالی در دمای 20°C :



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۱۰۲)

۱۶۴- گزینه «۳»

(محمدرضا پور جاوید)

در مورد مولکول های قطبی عواملی مانند میزان قطبیت مولکول، مقدار نیروهای جاذبه بین ذرات و جرم مولی بر روی نقطه جوش تأثیر گذار هستند. اما در مورد مولکول های ناقطبی تنها جرم مولی چنین نقشی را ایفا می کند (بنابراین بین آن ها یک عامل مشترک (یعنی جرم مولی) وجود دارد).

در گروه هالوژن ها، F_2 و Cl_2 در حالت گازی بوده و Br_2 و I_2 به ترتیب مایع و جامد هستند. از آنجا که گشتاور دوقطبی هیدروکربن ها برابر با صفر است، استفاده از این پارامتر برای بررسی روند تغییرات نقطه جوش مناسب نیست. نیروی غالب بین مولکول های HF ، پیوند هیدروژنی و نیروی بین مولکول های HBr تنها نیروی وان دروالسی است. به همین دلیل نقطه جوش HF که نیروی بین مولکولی قوی تری دارد، بالاتر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۴ تا ۱۰۶، ۱۰۷ و ۱۰۹)

۱۶۵- گزینه «۳»

(پیمان فواجوی مبر)

قطر عبارت (آ) نادرست است.

بررسی موارد:

(آ) مخلوط پد در هگزان بنفش رنگ است.



باعث رقیق شدن محلول در قسمت A و کاهش مولاریته آن می‌شود. پس عبارت «آ» نادرست است. با پیشرفت فرایند و رقیق شدن محلول A، همچنین سرریز شدن قطره‌ها در مخزن B، غلظت محلول B زیاد می‌شود. این فرایند تا مساوی شدن غلظت محلول A و B ادامه می‌یابد. پس عبارت «ب» درست است. این فرایند اسمز نام دارد که همانند متورم شدن حبوبات و میوه‌های خشک به صورت خودبه‌خودی و بدون مصرف انرژی صورت می‌گیرد. پس عبارت «پ» درست است. اگر در مخزن B، محلول آب نمک غلیظ‌تر محلول A داشته باشیم، جریان آب از محلول A به سوی محلول B از غشای نیمه‌تراوا برقرار می‌شود. در نتیجه حجم محلول A دیگر زیاد نمی‌شود تا با بالا رفتن مایع، قطره‌های C سرریز شود. پس مورد «ت» درست است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۹)

(پیمان فواهی‌میر)

گزینه «۱» ۱۶۹-

مطابق قانون هنری و نمودار صفحه ۱۱۵ کتاب درسی با n برابر شدن فشار انحلال‌پذیری گاز n برابر می‌شود. پس با کاهش فشار از 9 atm به $4/5 \text{ atm}$ ، انحلال‌پذیری O_2 از $0/04$ به $0/02$ گرم می‌رسد. پس می‌توان جرم O_2 را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$5000 \text{ g } H_2O \times \frac{0/02 \text{ g } O_2}{1000 \text{ g } H_2O} = 1 \text{ g } O_2$$

محاسبه جرم $KClO_3$:

$$1 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{2 \text{ mol } KClO_3}{3 \text{ mol } O_2} \times \frac{122/5 \text{ g } KClO_3}{1 \text{ mol } KClO_3} = 2/55 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۱۵)

(علیرضا کیانی‌دوست)

گزینه «۴» ۱۷۰-

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ زیرا این روش به اسمز معکوس اشاره دارد که کارایی آن از روش تقطیر بیشتر است. چون در این روش برخلاف تقطیر، ترکیب‌های آلی فرار هم از آب جدا می‌شوند.

(۲) درست؛ محلول خروجی از C غلیظ‌تر از ورودی A است.

(۳) درست؛ با توجه به این که اسمز معکوس فرایندی غیرخودبه‌خودی است برای انجام آن از فشار مکانیکی توسط یک پمپ استفاده می‌شود.

(۴) نادرست؛ زیرا در فرایند اسمز معکوس، به دلیل فشار ایجاد شده توسط پمپ، مولکول‌های آب از محیط غلیظ به سمت محیط رقیق حرکت می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(ب) اتانول (C_2H_5O) در مقایسه با استون (C_3H_6O) جرم مولی کمتری دارد اما به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری دارد. (پ) در فرمول شیمیایی C_2H_4 ، ۲۰ اتم و در فرمول شیمیایی C_3H_6O ، ۱۰ اتم وجود دارد. (ت) اتانول به عنوان حلال مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی کاربرد دارد و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۹)

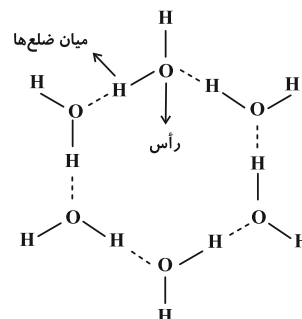
گزینه «۲» ۱۶۶-

(شمیر زبئی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ میان مولکول‌های آب پیوند اشتراکی وجود ندارد.

(۲) درست؛ ساختار یخ به صورت زیر است:



در این ساختار اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار می‌گیرند و شبکه‌ای مانند کندوی عسل به وجود می‌آورند.

(۳) نادرست؛ در ساختار آب به حالت مایع، مولکول‌ها به صورت نامنظم روی هم می‌لغزند.

(۴) نادرست؛ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها به مراتب قوی‌تر از پیوند هیدروژنی بین مولکول‌ها است. چون در اثر حرارت ابتدا پیوند هیدروژنی بین مولکول‌ها شکسته می‌شود و در حالت بخار همچنان پیوندهای اشتراکی برقرار هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۰۸)

(مهمربها پورباوید)

گزینه «۳» ۱۶۷-

برای ترکیب‌هایی که در آب حل نمی‌شوند، نیروی جاذبه یون-دوقطبی در مخلوط به دست آمده از میانگین قدرت پیوندی یونی و پیوندی هیدروژنی کوچک‌تر خواهد بود. در میان ترکیب‌های داده شده $AgCl$ و $BaSO_4$ چنین شرایطی دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۱۱)

(امیرمهر کلگرانی)

گزینه «۴» ۱۶۸-

مولکول‌های آب از منافذ غشا نیمه‌تراوا (با توجه به شکل فقط مولکول‌های آب از غشا عبور می‌کنند. افزایش حجم مایع باعث می‌شود محلول سدیم کلرید بالا بیاید، سرریز شود و به داخل آب بریزد. عبور مولکول‌های آب از غشا