



دفترچه پاسخ

آزمون ۱۰ شهریور ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اجلالی - سیدرضا اسلامی - عباس اشرفی - محمد سجاده پیشوایی - رضا توکلی - سعید جعفری کافی آباد - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - سهیل ساسانی - یاسین سپهر - محمد حسن سلامی - حسینی - فرشاد صدیقی - فر - پویان طهرانیان - سعید علم پور - عزیزاله علی اصغری - حمید علیزاده - نیما کدیور - مصطفی کرمی - سعید مدیر خراسانی - رحیم مشتاق نظم - سروش موثینی - وهاب نادری - محمد مهدی وزیری
هندسه	محمد مهدی ابوترابی - امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - جواد حاتمی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - محمد خندان - حمیدرضا دهقان - سوگند روشنی - رضا عباسی اصل - احمد رضا فلاح - سهام مجیدی پور - نوید مجیدی - رحیم مشتاق نظم - سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - سامان اسپهرم - علی ایمانی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سوگند روشنی - علیرضا شریف خطیبی - علی اکبر علی زاده - فرشاد فرامرزی - محمد علی کاظم نظری - علی منصف شکری - نیلوفر مهدوی - غلامرضا نیازی
فیزیک	عبدالرضا امینی نسب - میثم دشتیان - هاشم زمانیان - محمد ساکی - مهدی سلطانی - معصومه شریعت ناصری - مریم شیخ مو - پوریا علاقه مند - مسعود قره خانی - مصطفی کیانی - غلامرضا محبی - امیر احمد میر سعید - مصطفی وائقی
شیمی	محمد رضا پور جاوید - امیر حاتمیان - ایمان حسین نژاد - روزبه رضوانی - امیر حسین طیبی - امیر حسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد : محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱.۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه «۴» - ۱

(عزیزاله علی اصغری)

متمم زاویه ۲۰° برابر ۷۰° است. زاویه ۷۰° را بر حسب رادیان می نویسیم.

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{۱۸۰^\circ}$$

$$\frac{R}{\pi} = \frac{۷۰^\circ}{۱۸۰^\circ} \Rightarrow R = \frac{۷\pi}{۱۸} \text{ رادیان}$$

اختلاف مکمل و متمم هر زاویه برابر $\frac{\pi}{۲}$ است. بنابراین داریم:

$$\text{رادیان } ۲۰^\circ: \frac{۷\pi}{۱۸} + \frac{\pi}{۲} = \frac{۸\pi}{۹}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

گزینه «۳» - ۲

(سویل ساسانی)

برای طول کمان و مساحت قطاع داریم:

$$S = \frac{1}{۲} r^2 \theta$$

$$S = \frac{1}{۲} \ell^2 \theta$$

پس داریم:

حال در این سؤال مساحت برابر است با:

$$S = \frac{1}{۲} \frac{۱۲\pi}{۳} = ۸$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۲ تا ۹۵)

گزینه «۲» - ۳

(پویان طهرانیان)

$$\alpha = \frac{\ell}{r} \Rightarrow \alpha = \frac{۱۲\pi}{۹} = \frac{۴\pi}{۳}$$

حال خواهیم داشت:

$$\cos\left(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha\right) = -\sin \alpha = -\sin \frac{۴\pi}{۳} = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{۳}\right) = \sin \frac{\pi}{۳}$$

$$\sin(۳\pi - ۲\alpha) = \sin ۲\alpha = \sin ۲\left(\frac{۴\pi}{۳}\right) = \sin\left(۳\pi - \frac{\pi}{۳}\right) = \sin \frac{\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)

گزینه «۲» - ۴

(سویل ساسانی)

$$\sin ۵۲۰^\circ = \sin(۳۶۰^\circ + ۱۶۰^\circ) = \sin(۱۸۰^\circ - ۲۰^\circ) = \sin ۲۰^\circ$$

$$\cos ۲۰۰^\circ = \cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ$$

$$\cos ۱۱۰^\circ = \cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$

$$\sin ۴۳۰^\circ = \sin(۳۶۰^\circ + ۷۰^\circ) = \sin(۹۰^\circ - ۲۰^\circ) = \cos ۲۰^\circ$$

$$\frac{\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ}{-\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ} \xrightarrow{+\cos ۲۰^\circ} \frac{\tan ۲۰^\circ + ۱}{-\tan ۲۰^\circ + ۱}$$

$$\xrightarrow{\cot ۷۰^\circ = \tan ۲۰^\circ = ۰/۳} \frac{۰/۳ + ۱}{-۰/۳ + ۱} = \frac{۱/۳}{۰/۳} = \frac{۱۳}{۷}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)

گزینه «۲» - ۵

(مصطفی کریمی)

در ابتدا دقت می کنیم که برای x های قابل قبول:

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$

(چون با طرفین وسطین به عبارت $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ می رسیم.)

حالا با جایگذاری $t = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ داریم:

$$t + \frac{t}{t} = \frac{1}{t} \xrightarrow{\times t} t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{1 + \sin x} = ۲ \Rightarrow \cos x = ۲ + ۲ \sin x$$

$$\Rightarrow \cos x - ۲ \sin x = ۲$$

از طرفی داریم:

$$\sin\left(\frac{۹\pi}{۲} - x\right) + ۲ \cos\left(\frac{۹\pi}{۲} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{۲} - x\right) + ۲ \cos\left(\frac{\pi}{۲} + x\right)$$

$$= \cos x - ۲ \sin x = ۲$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)

گزینه «۴» - ۶

(پویان طهرانیان)

$$\cot\left(\frac{-۱۵\pi}{۴}\right) = \cot(-۴\pi + \frac{\pi}{۴}) = \cot \frac{\pi}{۴} = ۱$$

$$\tan^2\left(\frac{۱۶\pi}{۳}\right) = \tan^2\left(\delta\pi + \frac{\pi}{۳}\right) = \tan^2 \frac{\pi}{۳} = (\sqrt{۳})^2 = ۳$$



حال طول MN را می‌یابیم:

$$|MN| = \tan 75^\circ - \tan 15^\circ = \frac{\sin 75^\circ}{\cos 75^\circ} - \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin 75^\circ \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ \cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin(75^\circ - 15^\circ)}{\cos 75^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin 60^\circ}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{4}} = 2\sqrt{3}$$

و در نتیجه مساحت مثلث برابر است با:

$$S_{\Delta MON} = \frac{1}{2} |OA| \cdot |MN| = \frac{1}{2} (1) (2\sqrt{3}) = \sqrt{3}$$

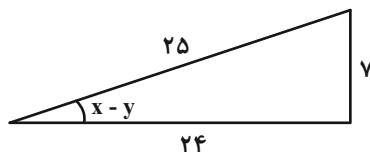
(مسایان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(معمردی وزیری)

۱۰ - گزینه «۱»

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y = \frac{2}{5} - \frac{3}{25} = \frac{7}{25}$$

حال با توجه به مثلث قائم‌الزاویه زیر داریم:



$$\sin(x-y) = \frac{7}{25} \Rightarrow \tan(x-y) = \frac{7}{24}$$

اما می‌دانیم که هر دو مقدار $\pm \frac{7}{24}$ قابل قبول‌اند.

(مسایان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

$$\cos\left(-\frac{13\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{13\pi}{3}\right) = \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2\left(\frac{17\pi}{4}\right) = \sin^2\left(4\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \sin^2 \frac{\pi}{4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = 1 \times 3 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$$

(مسایان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(رضا توکلی)

۷ - گزینه «۱»

$$\text{می‌دانیم } \tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$f(x) = \frac{\lambda \cos 2x \cos 4x}{\sin 2x} = \frac{\lambda}{2} \frac{\sin 2x \cos 2x \cos 4x}{\frac{1}{2} \sin 4x}$$

$$f(x) = \frac{\lambda}{2} \sin 4x \cos 4x = \frac{\lambda}{4} \times \frac{1}{2} \sin 8x = \sin 8x$$

$$f\left(\frac{\pi}{48}\right) = \sin\left(8 \times \frac{\pi}{48}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

(مسایان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(سعید جعفری کافی‌آباد)

۸ - گزینه «۳»

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

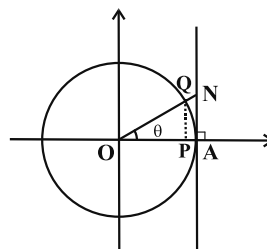
$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{2}{\sin 2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$$

$$= \frac{2}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)} = \frac{2}{\cos 2x} = b \Rightarrow \cos 2x = \frac{2}{b}$$

(مسایان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۲)

(عادل مسینی)

۹ - گزینه «۲»



$$|AN| = \tan \theta$$



هندسه ۲

۱۱- گزینه ۲»

(رضا عباسی اصل)

در یک تجانس غیر همانی ($k \neq 1$)، تنها مرکز تجانس تحت تبدیل، ثابت می ماند. بنابراین مرکز تجانس، تنها نقطه ثابت تبدیل در یک تجانس غیرهمانی است.

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۵۱)

۱۲- گزینه ۳»

(نوبر ممیری)

تجانس، در حالت کلی طولها نیست، مگر اینکه $|k| = 1$ باشد.

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۵۱)

۱۳- گزینه ۲»

(افشین فاضله خان)

چون نسبت تجانس منفی است، نقطه O بین نقاط M و M' قرار می گیرد. اگر فاصله O تا M را برابر a فرض کنیم، آن گاه طبق شکل خواهیم داشت:

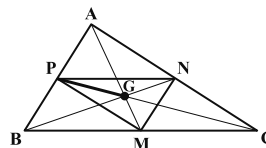
$$\frac{OM'}{MM'} = \frac{\frac{5}{3}a}{a + \frac{5}{3}a} = \frac{5}{8}$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه ۳۵)

۱۴- گزینه ۱»

(مهمر فخران)

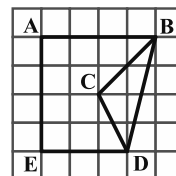
طبق تعریف تجانس، اگر نقطه A' تصویر نقطه A در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k باشد، آنگاه سه نقطه A ، O و A' روی یک خط راست قرار دارند. بنابراین اگر نقاط M ، N و P به ترتیب مجانس نقاط A ، B و C در یک تجانس باشند، مرکز تجانس قطعاً بر روی خطهای شامل پاره خطهای AM ، BN و CP قرار دارد. چون این سه پاره خط، میانه های مثلث ABC هستند، پس نقطه تقاطع آنها همان نقطه همرسی میانه های مثلث ABC است.



(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۵۱)

۱۵- گزینه ۳»

(مهمر فخران)



مطابق شکل اگر از B به D وصل کنیم، در مثلث شبکه ای BCD ، تعداد نقاط مرزی برابر $b = 4$ و تعداد نقاط درونی برابر $i = 2$ است. در نتیجه طبق رابطه

$$S_{\triangle BCD} = \frac{b}{2} + i - 1 = 3$$

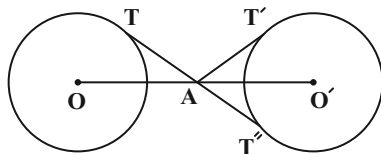
پیک داریم:

مقدار افزایش مساحت، دقیقاً دو برابر مساحت مثلث BCD ، یعنی برابر ۶ است. (هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۳ و ۵۴)

۱۶- گزینه ۲»

(علی ایمانی)

مرکز تجانس معکوس، محل برخورد مماس مشترک های داخلی و خط المرکزین دو دایره است.

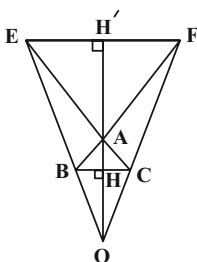


$$AT + AT' = AT + AT'' = TT'' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} = \sqrt{10^2 - (4 + 4)^2} = \sqrt{36} = 6$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۴۸)

۱۷- گزینه ۱»

(سوکنر روشنی)



مرکز تجانس معکوس همان نقطه A است. برای یافتن مرکز تجانس مستقیم کافی است از E به B و از F به C وصل کرده و امتداد دهیم تا یکدیگر را در نقطه O قطع کنند. این نقطه مرکز تجانس مستقیم است.

در مثلث متساوی الاضلاعی به طول ضلع a ، طول ارتفاع از رابطه

$$h_a = \frac{\sqrt{3}}{2}a \text{ به دست می آید، بنابراین داریم:}$$

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AH' = \frac{\sqrt{3}}{2}EF = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$HH' = AH + AH' = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث OBC و OEF متشابه هستند، پس نسبت ارتفاعها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه دو مثلث است.

$$\frac{OH}{OH'} = \frac{BC}{EF} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{OH}{HH'} = \frac{1}{3}$$



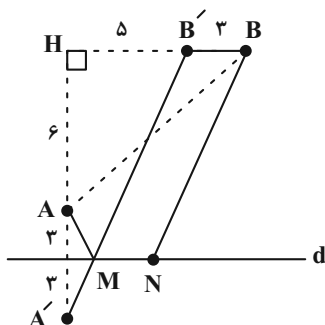
$$MA + MB \quad \underline{MA = MA'} \quad MA' + MB = A'B$$

$$A'B = \sqrt{(6-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۴)

(امیر حسین ابومشروب)

۲۰- گزینه «۳»



$$\Delta AHB : AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow 10^2 = 6^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow BH^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow BH = 8$$

از نقطه B، خطی به طول ۳ کیلومتر موازی با خط d (ساحل دریا) رسم

می کنیم تا نقطه B' حاصل شود. سپس از نقطه A' (بازتاب نقطه A

نسبت به خط d) به B' وصل می کنیم تا خط d را در نقطه ای مانند M

قطع کند. اگر N نقطه ای به فاصله ۳ کیلومتر از M روی خط d باشد،

آن گاه مسیر AMNB کوتاه ترین مسیر ممکن است.

$$AMNB \text{ مسیر} = AM + MN + NB$$

$$= A'M + BB' + MB' = (A'M + MB') + BB' = A'B' + BB'$$

$$\Delta A'HB' : A'B'^2 = A'H^2 + B'H^2$$

$$= 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow A'B' = 13$$

بنابراین طول جاده بین A و B، برابر $13 + 3 = 16$ است.

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۵)

$$\Rightarrow \frac{OH}{\frac{5\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow OH = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

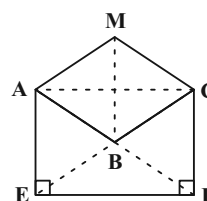
$$\text{فاصله مراکز تجانس : } OA = OH + AH = \frac{5\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{6} = \frac{8\sqrt{3}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۴۵ تا ۵۱)

(افشین فاضل خان)

۱۸- گزینه «۲»



برای افزایش مساحت چندضلعی بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع، کافی است

بازتاب نقطه B را نسبت به خط گذرنده از نقاط A و C به دست آوریم.

مطابق شکل چهارضلعی ACDE مستطیل است و مساحت مثلث های

ABE، ABC، BCD و BDE برابر یکدیگر است.

از طرفی دو مثلث AMC و ABC هم نهشت هستند و مساحت آنها

برابر یکدیگر است. اگر مساحت هر کدام از این مثلث ها را با S نمایش

دهیم، داریم:

$$\frac{S_{ABCDE}}{S_{AMCDE}} = \frac{3S}{\Delta S} = 6/5$$

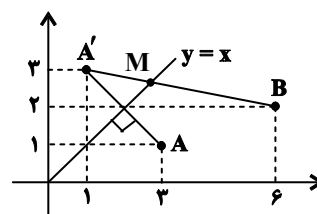
(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۵۳ و ۵۴)

(علی ایمانی)

۱۹- گزینه «۴»

ابتدا قرینه A را نسبت به خط $y = x$ پیدا می کنیم و آن را A' می نامیم.

طبق ویژگی بازتاب $MA = MA'$ است و داریم:





آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۲»

(اخشبن فاضله‌فان)

$$80^\circ + 60^\circ + 105^\circ + 25^\circ + \alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$36 = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 144 = \text{تعداد دیپلم‌ها}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۲۲- گزینه «۴»

(مهمعلی کاظم‌نظری)

نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای کمی گسسته و کیفی و نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب‌اند.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۲۳- گزینه «۳»

(غرشاد خرامرزی)

تعداد دانش‌آموزان کلاس در ابتدا برابر است با:

$$2 + 4 + 6 + 5 + 3 = 20$$

در این حالت فراوانی نسبی دسته وسط برابر $\frac{6}{20}$ است. با افزوده شدن یک دانش‌آموز جدید با قد ۱۶۴، تعداد دانش‌آموزان کلاس برابر ۲۱ می‌شود، ولی چون این دانش‌آموز به دسته چهارم تعلق دارد، فراوانی دسته وسط تغییر

نکرده و فراوانی نسبی این دسته برابر $\frac{6}{21}$ خواهد شد.

تفاضل فراوانی نسبی در این دو حالت برابر است با:

$$\frac{6}{21} - \frac{6}{20} = \frac{2}{7} - \frac{3}{10} = \frac{20-21}{70} = -\frac{1}{70}$$

بنابراین فراوانی نسبی دسته وسط $\frac{1}{70}$ کم می‌شود.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۲۴- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

با توجه به داده‌های ۲۸، ۲۷، a، ۲۴، ۲۴، ۱۴، ۲۴ و ۱۵ معلوم می‌شود که نما (مُد) عدد ۲۴ است، بنابراین میانگین هم برابر ۲۴ است، از آنجایی که مجموع اختلاف از میانگین داده‌ها برابر صفر است، خواهیم داشت:

$$-9 + 0 - 10 + 0 + 0 + a - 24 + 3 + 4 = 0 \Rightarrow a = 36$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

۲۵- گزینه «۳»

(علی‌اکبر علی‌زاده)

با فرض $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{12} = A$ خواهیم داشت:

$$\text{میانگین داده‌های سری اول} = \frac{x_1 + 2 + x_2 + 4 + \dots + x_{12} + 24}{12}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{12} + 2(1 + 2 + 3 + \dots + 12)}{12}$$

$$= \frac{A}{12} + \frac{2(\frac{12 \times 13}{2})}{12} = \frac{A}{12} + 13$$

$$\text{میانگین داده‌های سری دوم} = \frac{2x_1 + 5 + 3x_2 + 5 + \dots + 3x_{12} + 5}{12}$$

$$= \frac{2(x_1 + x_2 + \dots + x_{12}) + 60}{12} = \frac{A}{6} + 5$$

$$\Rightarrow \frac{A}{12} + 13 = 2\left(\frac{A}{6} + 5\right) - 17 \Rightarrow \frac{A}{12} + 13 = \frac{A}{3} - 7 \Rightarrow A = 48$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۲۶- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌شطیپی)

می‌دانیم اگر تعدادی داده برابر یکدیگر باشند، واریانس آنها برابر صفر است

و بالعکس، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 3x - 9 = 6 \Rightarrow x = 5 \\ 5y + 1 = 6 \Rightarrow y = 1 \\ 4z - 2 = 6 \Rightarrow z = 2 \end{cases}$$



(غرضانه ناکپاش)

۲۹- گزینه «۳»

تعداد داده‌ها برابر ۱۵ و در نتیجه عددی فرد است، پس داده هشتم میانه داده‌ها است. میانه هفت داده اول، یعنی داده چهارم، چارک اول و میانه هفت داده آخر، یعنی داده دوازدهم، چارک سوم است، یعنی داریم:

$$Q_2 = 17, Q_1 = 9, Q_3 = 24$$

طول‌های دو بخش جعبه که توسط میانه از هم جدا می‌شوند، برابرند با:

$$Q_2 - Q_1 = 17 - 9 = 8 \quad \text{طول بخش سمت چپ جعبه}$$

$$Q_3 - Q_2 = 24 - 17 = 7 \quad \text{طول بخش سمت راست جعبه}$$

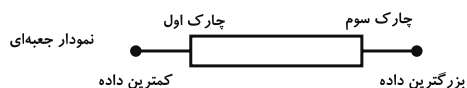
بنابراین اختلاف طول دو بخش جعبه برابر $8 - 7 = 1$ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(غلامرضا نیازی)

۳۰- گزینه «۲»

در نمودار جعبه‌ای نمرات این دانش‌آموز، ۶ نمره داخل جعبه، سه نمره قبل و سه نمره بعد از جعبه قرار دارد.



$$\frac{\sum_{i=1}^3 x_i}{3} = 10 \Rightarrow \sum_{i=1}^3 x_i = 30$$

$$\frac{\sum_{i=10}^{12} x_i}{3} = 17 \Rightarrow \sum_{i=10}^{12} x_i = 51$$

$$\frac{\sum_{i=4}^9 x_i}{6} = 15 \Rightarrow \sum_{i=4}^9 x_i = 6(15) = 90$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = \frac{30 + 51 + 90}{12} = \frac{171}{12} = 14.25$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۵، ۹۷ و ۹۸)

پس داده‌های y^2 ، $3 - 2z$ و $x + 1$ به ترتیب عبارتند از: ۴، ۶، ۱، ۱. داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. چون تعداد داده‌ها زوج است، میانه برابر میانگین دو داده وسط است:

$$1, 1, 4, 6 \Rightarrow \text{میانه} = \frac{1+4}{2} = 2.5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۲۷- گزینه «۲» (نیلوفر مهدوی)

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma_1^2 = 6 \Rightarrow \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = 6 \Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 6n$$

با حذف ۴ داده مساوی با میانگین، میانگین و $\sum (x_i - \bar{x})^2$ ثابت مانده اما تعداد داده‌ها برابر $n - 4$ می‌شود.

$$\sigma_2^2 = 14 \Rightarrow \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 4} = 14 \Rightarrow \frac{6n}{n - 4} = 14$$

$$\Rightarrow 14n - 56 = 6n \Rightarrow 8n = 56 \Rightarrow n = 7$$

تعداد داده‌های اولیه برابر ۷ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۲۸- گزینه «۲» (سوکندر روشنی)

اگر داده‌های اولیه x_i و داده‌های جدید x'_i باشند، خواهیم داشت:

$$x'_i = 3x_i + 2 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x}' = 3\bar{x} + 2 \\ \sigma' = 3\sigma \end{cases}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{5}, (CV)' = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\sigma}{\bar{x}}}{\frac{3\sigma}{3\bar{x}+2}} = \frac{\frac{2}{5}}{10} \Rightarrow \frac{\bar{x}}{3\bar{x}+2} = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow 25\bar{x} = 3\bar{x} + 2 \Rightarrow 22\bar{x} = 2$$

$$\Rightarrow 9\bar{x} = 2 \Rightarrow \bar{x} = \frac{2}{9}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴، ۸۵ و ۹۳ تا ۹۷)



فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۲»

(مریم شیخ‌ممو)

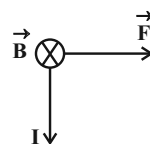
با شکستن یک آهنربای میله‌ای به دو بخش، هر بخش یک آهنربای کامل است که دو قطب دارد. بنابراین نمی‌توان قطب‌های N و S یک آهنربا را از هم جدا کرد.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۳۲- گزینه «۴»

(غلامرضا ممینی)

با توجه به قانون دست راست، گزینه «۴» جواب صحیح خواهد بود.



(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۳۳- گزینه «۱»

(امیراعمر میرسعید)

نیروی وارد بر بار در میدان مغناطیسی همواره عمود بر سرعت می‌باشد، پس:

$$\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F} \perp \vec{d}$$

نیرو همواره بر مسیر حرکت عمود است:

$$W = F d \cos \theta = F d \cos 90^\circ = 0$$

یعنی نیروی میدان مغناطیسی هرگز کار انجام نمی‌دهد و گزینه «۱» صحیح است.

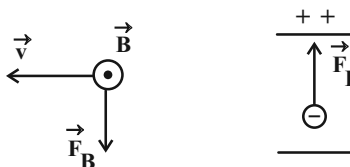
(فیزیک ۲- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

(مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۳۴- گزینه «۳»

(پوریا علاقه‌مند)

ابتدا جهت نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی وارد بر بار را رسم می‌کنیم:



اکنون چون نیروها در خلاف جهت یکدیگرند، اندازه هر کدام را حساب

می‌کنیم:

$$F_B = |q| v B \sin \theta = |q| \times 4 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-2} \times \sin 90^\circ$$

$$= 24 \times 10^3 |q|$$

$$F_E = |q| E = 1/6 \times 10^3 |q|$$

چون $|\vec{F}_B| > |\vec{F}_E|$ است، بار در جهت نیروی \vec{F}_B یعنی رو به پایین منحرف می‌شود.

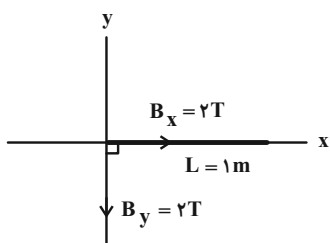
(فیزیک ۲- الکتريسته ساکن: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱-)

(مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۳۵- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با توجه به شکل زیر، فقط مؤلفه B_y میدان مغناطیسی بر سیم نیرو وارد می‌کند. زیرا مؤلفه B_x در راستای سیم است و نیروی وارد بر آن برابر $F_x = I L B_x \sin(0) = 0$ می‌باشد. بنابراین نیروی وارد بر سیم برابر است با:



$$F_y = I L B_y \sin 90^\circ = \frac{I = 2A, L = 1m}{B_y = 2T}$$

$$F_y = 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 4N$$

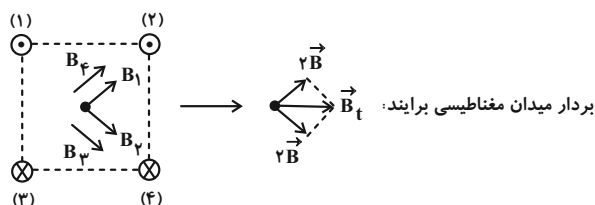
$$F = F_x + F_y = 0 + 4 = 4N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۳۶- گزینه «۱»

(مسعود قره‌فانی)

مطابق قاعده دست راست ابتدا جهت میدان مغناطیسی هر سیم را در مرکز مربع پیدا می‌کنیم. از آنجا که جریان گذرنده از سیم‌ها یکسان است، میدان مغناطیسی که هر سیم ایجاد می‌کند برابر مقدار \vec{B} است و داریم:





با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی نیم حلقه در نقطه O درون سو \otimes و جهت میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان برون سو \odot است. بنابراین، چون اندازه میدان مغناطیسی سیم راست بزرگ تر است، جهت برآیند میدان های مغناطیسی در جهت میدان سیم راست و برون سو خواهد بود.

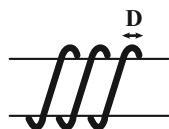
$$B_{\text{کل}} = B_2 - B_1 = 0.1 - 0.09 = 0.01 \text{ G } \odot$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۴ و ۹۵ تا ۹۶)

(امیرامیر میرسعید)

۳۹- گزینه «۳»

اگر قطر مقطع سیم را با D نمایش دهیم:



$$L = ND$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 \frac{N}{ND} I = \mu_0 \frac{I}{D}$$

D: قطر مقطع سیم

$$B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{\pi}{1 \times 10^{-3}} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{100}{\pi \times 10^{-3}}$$

$$B = 4 \times 10^{-2} \text{ T} = 400 \text{ G}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۹ و ۱۰۰)

(مصطفی کیانی)

۴۰- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) درست

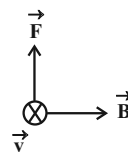
ب) درست؛ هیچ یک از اتم های مواد دیامغناطیسی دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند.

پ) نادرست؛ در آنتربای الکتریکی از مواد فرومغناطیسی نرم استفاده می شود.

ت) نادرست؛ حضور میدان مغناطیسی خارجی، می تواند سبب القای دوقطبی های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

حال به کمک قاعده دست راست (البته چون الکترون بار منفی دارد از دست چپ استفاده می کنیم.) جهت نیروی وارد بر الکترون را پیدا می کنیم:

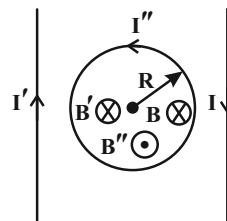


(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۱۹ و ۹۰ و ۹۴ تا ۹۶)

۳۷- گزینه «۲»

(مجموعه شریعت ناصری)

برای این که میدان مغناطیسی برآیند در مرکز حلقه صفر شود، میدان حاصل از دو سیم باید هم جهت باشند و این میدان ها با میدان حاصل از حلقه خلاف جهت باشند تا میدان مغناطیسی کل در مرکز حلقه برابر صفر شود. پس جریان سیم سمت چپ باید به سمت بالا باشد و جریان حلقه پادساعتگرد باشد.

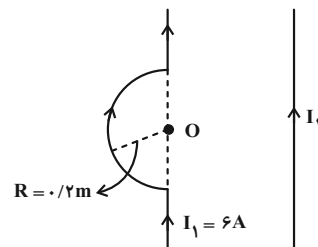


(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۴، ۹۵، ۹۷ و ۹۸)

۳۸- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

ابتدا اندازه و جهت میدان مغناطیسی نیم حلقه را در نقطه O تعیین می کنیم:



$$B_1 = \frac{\mu_0 N I}{2R} \quad N = \frac{1}{2}, I = 6 \text{ A} \quad R = 0.2 \text{ m}, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

$$B_1 = \frac{12 \times 10^{-7} \times \frac{1}{2} \times 6}{2 \times 0.2} = 9 \times 10^{-6} \text{ T} \quad 1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$$

$$B_1 = 9 \times 10^{-6} \times 10^4 = 0.09 \text{ G}$$



شیمی ۲

گزینه «۳» ۴۱-

(امیر هاتمیان)

عبارت (آ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) تمامی فلزات به یک اندازه و به یک شدت واکنش نمی‌دهند.

(ت) نگه‌دارنده‌ها در مواد غذایی باعث کاهش سرعت واکنش می‌شوند و

کاتالیزورها باعث افزایش سرعت واکنش می‌شوند.

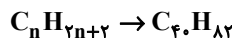
(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

گزینه «۳» ۴۲-

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) پیوند دوگانه دارد.



$$82 - 56 = 26 \quad \frac{26}{2} = 13 \text{ تعداد پیوند دوگانه}$$

نکته: به ازای هر پیوند دوگانه، ۲ هیدروژن از فرمول آلکان کم می‌شود.

(۲) لیکوپن فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.

(۴) از واکنش‌های ناخواسته جلوگیری می‌کند.

(شیمی ۲- صفحه ۸۹)

گزینه «۱» ۴۳-

(امیرمسین مسلمی)

بررسی موارد:



(الف) نادرست:

(ب) نادرست؛ سرعت مصرف B با سرعت تولید A برابر است.

(پ) به ازای تولید ۲ مول ماده C، ۱ مول ماده B مصرف شده است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)

گزینه «۲» ۴۴-

(ایمان مسین‌نژاد)

$$t_1 = 20 \Rightarrow t_2 = 30$$

$$\bar{R}_{NOBr} = \frac{-\Delta[NOBr]}{\Delta t}$$

$$= \frac{-(0.02 - 0.024)}{10} = \frac{+0.004}{10} = 0.0004 = 4 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$$

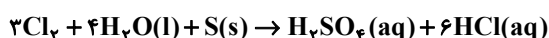
$$R_{Br_2} = \frac{1}{2} R_{NOBr}$$

$$R_{Br_2} = \frac{1}{2} (4 \times 10^{-4}) = 2 \times 10^{-4}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

گزینه «۲» ۴۵-

(امیرمسین طیبی)



$$\Delta V(Cl_2) = 2L \quad Cl_2 \Rightarrow \Delta n(Cl_2) = 2L \quad Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{20L \quad Cl_2}$$

$$t=20 \rightarrow t=30$$

$$= 0 / 1 \text{ mol } Cl_2$$

$$\bar{R}_{Cl_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0 / 1 \text{ mol}}{(30-20)s} \times \frac{60s}{1 \text{ min}} = 0 / 6 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{Cl_2}}{3} = \frac{0 / 6}{3} = 0 / 2 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\frac{\bar{R}_{HCl}}{6} = \frac{\bar{R}_{Cl_2}}{3} \Rightarrow \bar{R}_{HCl} = 2 \times \bar{R}_{Cl_2} = 2 \times 0 / 6 = 1 / 2 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Delta n_{(HCl)} = \bar{R}_{HCl} \times \Delta t = 1 / 2 \frac{\text{mol}}{\text{min}} \times 10s \times \frac{1 \text{ min}}{60s}$$

$$= 0 / 2 \text{ mol}$$

$$? g HCl = 0 / 2 \text{ mol } HCl \times \frac{36 / 5 g HCl}{1 \text{ mol } HCl} = 7 / 3 g HCl$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

گزینه «۱» ۴۶-

(محمدرضا پورفاویر)

گزینه «۱»: واکنش انجام شده طبق معادله زیر با آزاد شدن گاز همراه است.



اما از آنجا که ظرف سرپسته است، خروج گاز از ظرف امکان‌پذیر نبوده و

جرم مخلوط واکنش با گذشت زمان تغییری نخواهد کرد.

گزینه «۲»: با گذشت زمان از سرعت انجام واکنش‌ها کاسته می‌شود.

بنابراین قطعاً همواره $\bar{R}_1 > \bar{R}_2$ خواهد بود. اما سرعت کل واکنش (\bar{R}_3)

میانگین این دو مقدار است. بنابراین:

$$\bar{R}_1 > \bar{R}_3 > \bar{R}_2$$



$$\begin{aligned}\bar{R}_{\text{Cu}(\text{NO}_3)_2} &= \frac{\Delta[\text{Cu}(\text{NO}_3)_2]}{\Delta t} \\ &= \frac{(4/7 \times 10^{-2} - 1/2 \times 10^{-2}) \text{ mol.L}^{-1}}{(260 - 10) \text{ s}} \\ &= \frac{3/5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}}{250 \text{ s}} = 1/4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

با توجه به ضرایب مولی مواد موجود در واکنش می توان گفت:

$$\begin{aligned}\bar{R}_{\text{NO}_3} &= 2\bar{R}_{\text{Cu}(\text{NO}_3)_2} = 2 \times 1/4 \times 10^{-4} \\ &= 1/2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

(شیمی ۲- صفحه های ۸۲ تا ۸۸ و ۹۰)

۵- گزینه «۴» (امیرمسین طیبی)

همه موارد به درستی بیان شده اند؛ ترکیب (الف) بنزوئیک اسید و ترکیب (ب) لیکوپن می باشد.

بررسی همه موارد:

مورد اول: بنزوئیک اسید در تمشک و توت فرنگی و لیکوپن در هندوانه و گوجه فرنگی یافت می شود.

مورد دوم: بنزوئیک اسید یک نگهدارنده و لیکوپن یک بازدارنده است؛ در نتیجه هر دوی آن ها می توانند سرعت واکنش های خاصی را کاهش دهند و نتیجه مدت زمان انجام همان واکنش ها را افزایش دهند.

مورد سوم: در ساختار لیکوپن، ۱۳ پیوند دوگانه یافت می شود؛ فرمول مولکولی بنزوئیک اسید ($\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$) می باشد.

مورد چهارم: فرمول مولکولی لیکوپن $\text{C}_{40}\text{H}_{56}$ است و ۲۶ پیوند $\text{C}-\text{C}$ در ساختار هر مولکول از خود دارد.

مورد پنجم: بنزوئیک اسید به خانواده کربوکسیلیک اسیدها تعلق دارد؛ شناخته ترین عضو این خانواده اتانوئیک اسید می باشد.

$$\begin{aligned}\text{CH}_3\text{COOH} \begin{cases} \text{جفت } e^- \text{ پیوندی} \Rightarrow \frac{(2 \times 4) + (4 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = 8 \\ \text{جفت } e^- \text{ ناپیوندی} \Rightarrow 2 \times 2 = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 8 + 4 = 12$$

(شیمی ۲- صفحه های ۸۲، ۸۸ و ۸۹)

گزینه «۳»: فرمول مولکولی بنزوئیک اسید $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$ بوده که دارای ۱۵ اتم و ۱۹ پیوند اشتراکی است. بنابراین نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی به تعداد اتم ها $(\frac{19}{15})$ بزرگ تر از یک خواهد بود.

گزینه «۴»: درست

(شیمی ۲- صفحه های ۸۲ تا ۸۹)

۴۷- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

بررسی همه موارد:

(الف) نادرست؛ KI کاتالیزگر این واکنش می باشد، در نتیجه با افزایش سرعت واکنش، مدت زمان انجام واکنش را کاهش می دهد.

(ب) درست؛ اگر در این واکنش از آب گرم استفاده کنیم؛ انحلال پذیری گاز در آب کاهش می یابد و حجم گاز بیشتری جمع آوری می شود.

(پ) نادرست؛ کاهش فشار تنها سرعت واکنش هایی را کاهش می دهد که واکنش دهنده گازی داشته باشد؛ واکنش مطرح شده واکنش دهنده گازی ندارد.

(ت) درست؛ در همه واکنش ها با گذر زمان سرعت انجام واکنش کاهش می یابد؛ در نتیجه در این واکنش که ملاک پیشرفت آن تغییر رنگ محلول است قطعاً میزان تغییر شدت رنگ محلول در دقیقه اول نسبت به دقیقه دوم بیشتر است.

(شیمی ۲- صفحه های ۷۷ تا ۸۱)

۴۸- گزینه «۲» (ممد رضا پوریاوید)

افزایش فشار تنها بر روی سرعت واکنش هایی موثر است که حداقل یکی از واکنش دهنده های آن گازی شکل باشند. با افزایش فشار، غلظت مواد گازی زیاد شده و سرعت واکنش نیز افزایش می یابد. چنین شرایطی فقط در واکنش آخر وجود دارد.

(شیمی ۲- صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۴۹- گزینه «۴» (ممد رضا پوریاوید)

واکنش موازنه شده عبارت است از:



در ابتدا با استفاده از اطلاعات داده شده، سرعت تولید محلول مس (II)

نیترات را در بازه زمانی مشخص شده به دست می آوریم:



ریاضی ۱

گزینه «۲» - ۵۱

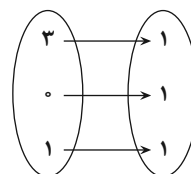
(معمربا > پیشوایی)

می‌دانیم تابع همانی دارای ضابطه $f(x) = x$ است. پس:

$$f(x) = ax^4 + (b-2)x^2 + (3+c)x = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \\ 3 + c = 1 \Rightarrow c = -2 \end{cases}$$

پس تابع موردنظر به صورت زیر می‌باشد:

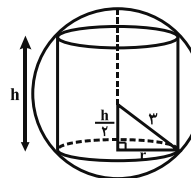


که یک تابع ثابت است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۱۰)

گزینه «۳» - ۵۲

(سیدرضا اسلامی)

شعاع استوانه را r در نظر می‌گیریم.ابتدا حجم استوانه را بر حسب r و h می‌نویسیم:

$$V = \pi r^2 h$$

برای به دست آوردن رابطه‌ای بر حسب r و h ، در مثلث قائم‌الزاویه

رسم شده، از قاعده فیثاغورس کمک می‌گیریم:

$$r^2 + \frac{h^2}{4} = 9 \Rightarrow r^2 = 9 - \frac{h^2}{4}$$

$$\Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi \left(9 - \frac{h^2}{4}\right) h$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

گزینه «۳» - ۵۳

(سعید علم‌پور)

ابتدا مقادیر a و تابع ثابت f را می‌یابیم:

$$f(x) = \frac{(2a+1)x+5}{3x-1} = k \quad ; x \neq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow (2a+1)x+5 = 3kx-k \Rightarrow \begin{cases} 2a+1 = 3k \\ -k = 5 \end{cases} \Rightarrow k = -5, a = -8$$

حال با توجه به مقدار a داریم:همانی نیست. $g = \{(1,1), (10,-6)\}$: گزینه «۱»همانی نیست. $g(x) = -8x$: گزینه «۲»همانی است. $g = \{(0,0), (3,3)\}$: گزینه «۳»همانی نیست. $g = \{(-8,64), (64,-8)\}$: گزینه «۴»

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

گزینه «۲» - ۵۴

(شمیر علیزاده)

تابع همانی f را به صورت $f(x) = x$ و تابع ثابت g را به صورت $g(x) = c$ تعریف می‌کنیم. داریم:

$$\begin{cases} \frac{f(3)}{g(3)} + \frac{1}{2}g(3) = \frac{3}{c} + \frac{1}{2}c \\ \frac{5}{f(2)} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{c} + \frac{1}{2}c = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow c^2 - 5c + 6 = (c-2)(c-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow \left| c - \frac{5}{2} \right| = \left| \pm \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

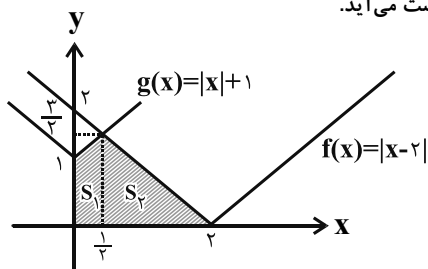
(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

گزینه «۴» - ۵۵

(کاظم اجلائی)

نمودار تابع f از انتقال دو واحدی نمودار تابع $y = |x|$ به سمت راستبه دست می‌آید و نمودار تابع g از انتقال یک واحدی نمودار تابع $y = |x|$

به بالا به دست می‌آید.





(وهاب نازری)

۵۸- گزینه «۲»

متمم حداقل یک حرف بین دو حرف «۲» فاصله وجود داشته باشد این است که حروف «۲» در کنار هم باشند.

حروف «۲» کنار هم

کل

$$\frac{7!}{2!} - \frac{6!}{2!} = \frac{7!}{2!} - \frac{6!}{2!} = 1260 - 360 = 900$$

دو حرف e تکراری دو حرف ۲ تکراری

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

(سروش موثینی)

۵۹- گزینه «۴»

یک بار رقم یکان را ۵ و بار دیگر صفر در نظر می‌گیریم.

$$4 \times 4 \times 3 \times 1 + 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 48 + 60 = 108$$

یکان صفر

یکان ۵

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96 + 120 = 216$$

یکان صفر

یکان ۵

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 216$$

یکان صفر

یکان ۵

$$216 + 216 + 108 = 540$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

(فرشاد صدیقی‌فر)

۶۰- گزینه «۳»

سه حالت مطلوب وجود دارد:

$$\frac{1}{F} \frac{2}{F} \frac{1}{F} \frac{3}{F} \frac{2}{F} \frac{4}{F} \frac{3}{F} = 4! \cdot 3!$$

$$\frac{1}{F} \frac{1}{F} \frac{2}{F} \frac{2}{F} \frac{3}{F} \frac{3}{F} \frac{4}{F} = 4! \cdot 3!$$

$$\frac{1}{I} \frac{1}{F} \frac{2}{F} \frac{2}{F} \frac{3}{F} \frac{3}{F} \frac{4}{F} = 4! \cdot 3!$$

$$4! \cdot 3! \cdot 3 = 432$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

$$0 \leq x \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = x+1 \\ f(x) = -x+2 \end{cases} \Rightarrow x+1 = -x+2$$

$$\Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

مقدار $S_1 + S_2$ مورد نظر سؤال است.

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} \text{ و } S_1 = \frac{\left(1 + \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{5}{8}$$

$$S_1 + S_2 = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

(یاسین سپهر)

۵۶- گزینه «۱»

سه حالت داریم:

الف) حرف اول با «ی» شروع شده و حرف آخر یکی از حروف (و، ا، ل) باشد:

$$3 \times 5! \times 1$$

ب) حرف اول با یکی از حروف «ف، ت، ب» شروع شده و حرف آخر «ی» باشد:

$$1 \times 5! \times 3$$

پ) حرف اول با یکی از حروف «ف، ت، ب» شروع شده و حرف آخر یکی از حروف «ا، ل، و» باشد:

$$3 \times 5! \times 3$$

$$3 \times 5! + 3 \times 5! + 9 \times 5! = 15 \times 5!$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

(رمیم مشتاق‌نظم)

۵۷- گزینه «۱»

حالت‌هایی که برای سخنرانی این دو نفر در بین افراد رخ می‌دهد به صورت زیر است:

ترتیب سخنرانی‌ها و تعداد حالت‌ها:

$$\begin{array}{ccccccc} \overset{7}{\bigcirc} & \overset{6}{\bigcirc} & \overset{5}{\bullet} & \overset{4}{\bigcirc} & \overset{3}{\bigcirc} & \overset{2}{\bigcirc} & \overset{1}{\bullet} \rightarrow \\ & & & & & & = 2! \times 5! \\ \bigcirc & \bullet & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bullet & \bigcirc \\ & & & & & & = 2! \times 5! \\ \bullet & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bullet & \bigcirc & \bigcirc \\ & & & & & & = 2! \times 5! \end{array}$$

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = 3 \times 2 \times 5! = 6 \times 5! = 6!$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)



فیزیک ۱

گزینه «۳» - ۶۱

(مریم شیخ‌ممو)

با استفاده از رابطه $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ و با توجه به این‌که $\theta = F - 8$

می‌باشد، به صورت زیر دما برحسب درجهٔ فارنهایت را پیدا می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta = F - 8} F = \frac{9}{5}(F - 8) + 32$$

$$\Rightarrow F = \frac{9}{5}F - \frac{72}{5} + 32 \Rightarrow F - \frac{9}{5}F = -\frac{72}{5} + 32$$

$$\Rightarrow \frac{-4F}{5} = \frac{-72 + 160}{5} \Rightarrow -4F = 88 \Rightarrow F = -22^\circ F$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

گزینه «۲» - ۶۲

(هاشم زمانیان)

افزایش طول کل میله برابر است با:



$$\Delta L_{Cu} + \Delta L_{Fe} = 6/3 \times 10^{-3} m$$

$$\Rightarrow L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta + L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta = 6/3 \times 10^{-3}$$

$$\xrightarrow{\Delta\theta = 100^\circ C} \alpha_{Cu} = 1/8 \times 10^{-5} \frac{1}{K} \text{ و } \alpha_{\text{آهن}} = 1/2 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

$$L_{Cu} \times 1/8 \times 10^{-5} \times 100 + L_{Fe} \times 1/2 \times 10^{-5} \times 100 = 6/3 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 1/8 L_{Cu} + 1/2 L_{Fe} = 6/3 \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم مجموع طول اولیهٔ دو میله برابر با $(2) L_{Cu} + L_{Fe} = 4m$ است؛ حال داریم:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} 1/8 L_{Cu} + 1/2 L_{Fe} = 6/3 \\ L_{Cu} + L_{Fe} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1/8 L_{Cu} + 1/2 L_{Fe} = 6/3 \\ -1/2 L_{Cu} - 1/2 L_{Fe} = -4/8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3/8 L_{Cu} = 1/5 \Rightarrow L_{Cu} = 2/5 m$$

$$\Rightarrow L_{Fe} = 1/5 m$$

درصد طول میله که از مس ساخته شده است:

$$\frac{L_{Cu}}{L} \times 100 = \frac{2/5}{4} \times 100 = 62/5\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

گزینه «۳» - ۶۳

(مهری سلطانی)

هرگاه اختلاف افزایش حجم مایع و ظرف به اندازهٔ حجم فضای خالی بالای ظرف باشد، مایع در آستانهٔ سرریز شدن قرار می‌گیرد.

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 100 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{\text{مایع}} \beta \Delta\theta$$

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_{\text{ظرف}} \alpha \Delta\theta$$

$$100 = (1900 \times 5 \times 10^{-4} - 2000 \times 7/5 \times 10^{-5}) \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 125^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۳)

گزینه «۲» - ۶۴

(عبدالرضا امینی نسب)

قسمت ابتدایی نمودار، مربوط به حالتی است که جسم گرما دریافت کرده و فقط دمای آن افزایش یافته است. بنابراین داریم:

$$Q_1 = mc\Delta\theta = P \cdot t_1$$

$$\Rightarrow 0/5 \times c \times (70 - 20) = 200 \times 100 \Rightarrow c = 800 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$$

قسمت دوم نمودار که موازی محور زمان است، یعنی در بازهٔ زمانی ۱۰۰s تا ۳۰۰s گرمای دریافتی توسط جسم صرف تغییر حالت آن (ذوب شدن) می‌شود. داریم:

$$Q_2 = mL_F = P t_2 \Rightarrow 0/5 \times L_F = 200 \times (300 - 100)$$

$$\Rightarrow L_F = 80000 \frac{J}{kg}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{c}{L_F} = \frac{800}{80000} = \frac{1}{100}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

گزینه «۱» - ۶۵

(غلامرضا ممینی)

ابتدا تعادل گرمایی را بین m گرم آب $^\circ C$ با مثلاً m' گرم آب $80^\circ C$ در نظر بگیرید و سپس در حالت دوم می‌توان فرض کرد که دمای تعادل بین $4m$ گرم آب $^\circ C$ و m' گرم آب $80^\circ C$ برابر $40^\circ C$ شده است. ابتدا تعادل جرم m با m' گرم آب $80^\circ C$ را در نظر بگیرید.

$$\Rightarrow mc(\delta_0 - \theta) = m'c(80 - \delta_0)$$



(مصطفی واتقی)

۶۸- گزینه «۱»

جرم آب بخار شده m و جرم یخ ایجاد شده m' است. در نتیجه:

$$\begin{cases} m + m' = 140 & * \\ mL_V = m'c|\Delta\theta| + m'L_F & \\ \Rightarrow 2268000m = (m' \times 4200 \times 10) + 336000m' & \\ \Rightarrow 6m = m' & ** \end{cases}$$

با حل کردن دو معادله (*) و (**) مقادیر $m = 20g$ و $m' = 120g$ به دست می‌آید.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

(غلامرضا ممینی)

۶۹- گزینه «۴»

تنها گزاره (ب) درست بیان نشده است.

انتقال گرما از طریق همرفت و رسانش به محیط مادی نیاز دارد. برخلاف این روش‌های انتقال گرما، تابش به محیط مادی نیاز ندارد و به همین دلیل انتقال گرما از طریق تابش، تنها راه انتقال گرما در خلأ است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۴ و ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(مسعود قره‌فانی)

۷۰- گزینه «۳»

مطابق قانون گازهای کامل می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

فشار ۲۰ درصد افزایش یافته، یعنی:

دما $30^\circ C$ افزایش یافته و باید آن را به دمای مطلق تبدیل کنیم، یعنی:

$$T_1 = 273 + 27 = 300K \quad \text{و} \quad T_2 = 330K$$

حجم سرنگ از فرمول $V = Ah$ به دست می‌آید و از آنجا که A ثابت است تنها تغییر h یعنی طول استوانه هوا، حجم را تغییر می‌دهد و می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{P_1 \times A \times 18}{300} = \frac{1/2 P_1 \times A \times h}{330}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1/2 h}{33} \Rightarrow h = \frac{99}{6} = 16.5 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

اکنون تعادل جرم $4m$ با m' گرم آب 80° در نظر بگیرید.

$$\Rightarrow 4mc(40 - \theta) = m'c(80 - 40)$$

بنابراین از تقسیم دو رابطه خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه}} \frac{80 - \theta}{4(40 - \theta)} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 80 - \theta = 120 - 3\theta \Rightarrow \theta = 20^\circ C$$

$$\Rightarrow T = 35 + 273 = 308K$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

(مصطفی کیانی)

۶۶- گزینه «۳»

ابتدا کل گرمایی که یخ می‌گیرد تا از $0^\circ C$ به آب $50^\circ C$ تبدیل شود، می‌یابیم. به همین منظور با توجه به طرح‌واره زیر داریم:

$$\boxed{\text{یخ } 0^\circ C} \xrightarrow{Q_1 = mL_F} \boxed{\text{آب } 0^\circ C} \xrightarrow{Q_2 = mc\Delta\theta} \boxed{\text{آب } 50^\circ C}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mL_F + mc\Delta\theta$$

$$\xrightarrow{m=1\text{ kg}, L_F=336\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}}=4/2\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ C}}$$

$$Q_{\text{کل}} = 1 \times 336 + 1 \times 4 / 2 \times (50 - 0) = 546 \text{ kJ}$$

اکنون به صورت زیر، t را پیدا می‌کنیم:

$$P = \frac{Q}{t} \xrightarrow{P=1\text{ kW}, Q=546\text{ kJ}} 1 = \frac{546}{t} \Rightarrow t = 546 \text{ s}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

(مریم شیخ‌ممو)

۶۷- گزینه «۳»

از بین موارد داده شده، موردهای (الف)، (ب) و (پ) درست و مورد (ت) نادرست است. بنابراین، سه مورد از موارد داده شده درست می‌باشد. دقت کنید با افزایش سطح مایع، فاصله مولکول‌ها از سطح مایع کمتر می‌شود و سریع‌تر می‌توانند مایع را ترک کنند. همچنین افزایش فشار بر سطح مایع باعث می‌شود مولکول‌ها به سهولت از سطح مایع جدا نشوند، در نتیجه آهنگ تبخیر سطحی کندتر انجام گیرد. در ضمن، تبخیر سطحی در هر دمایی رخ می‌دهد و لازم نیست مایع به نقطه جوش خود برسد.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۰)



حسابان ۲

۷۱- گزینه «۴»

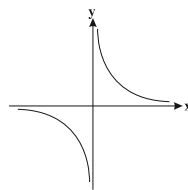
(مهمرمصطفی ابراهیمی)

اگر $f(x)$ اکیداً صعودی و همواره مثبت باشد، آنگاه $\frac{1}{f(x)}$ اکیداً نزولی

است. تابع $y = \sqrt{x}$ اکیداً صعودی است، پس تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ اکیداً نزولی

خواهد بود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نمودار $y = \frac{1}{x}$ شبیه شکل زیر است.

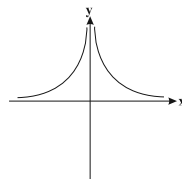


این تابع غیر یکنواست.

گزینه «۲»:

$$y = \frac{1}{|x|} = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ -\frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$$

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



گزینه «۳»: به ازای x های مثبت چون با افزایش مقادیر x ، مقدار x^2

زیاد می‌شود، پس مقادیر $\frac{1}{x^2}$ کم می‌شود. به علاوه به ازای x های منفی

چون با افزایش مقادیر x ، مقادیر x^2 کم می‌شود، پس $\frac{1}{x^2}$ زیاد می‌شود.

تابع غیر یکنواست.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۷۲- گزینه «۱»

(مهمرمسن سلامی‌فسینی)

$$R = f(-2) = -8 + 8 + 6 + a = a + 6$$

$$f(x) = (x+2)g(x) + (a+6), \quad f(-1) = g(-1) \quad (1)$$

پس:

$$f(-1) = (-1+2)g(-1) + a + 6 \Rightarrow f(-1) = g(-1) + a + 6 \xrightarrow{(1)} a + 6 = 0$$

$$\Rightarrow a = -6 \Rightarrow f\left(\frac{a}{3}\right) = f(-2) = -8 + 8 + 6 - 6 = 0$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۷۳- گزینه «۴»

(سعید مریرشراسانی)

مراحل تبدیل نمودار به صورت زیر است:

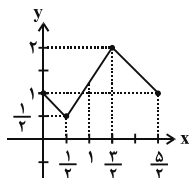
$$f(x) \xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{انتقال ۳ واحد}} f(x+3) \xrightarrow[\text{باضرب ۲}]{\text{انقباض افقی}} f(2x+3)$$

$$\xrightarrow[\text{محور } y]{\text{قرینه نسبت به}} f(-2x+3) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{قرینه نسبت به}}$$

$$-f(3-2x) \xrightarrow[\text{باضرب ۲}]{\text{انقباض عمودی}} -\frac{1}{2}f(3-2x)$$

$$\xrightarrow[\text{واحد به بالا}]{\text{انتقال یک}} -\frac{1}{2}f(3-2x) + 1$$

با انجام تبدیلات فوق، نمودار به صورت زیر در می‌آید:



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۴- گزینه «۲»

(مهمرمسن سلامی‌فسینی)

می‌دانیم اگر $f(x)$ در بازه $[a, b]$ نزولی اکید باشد $-f(-x)$ نیز در بازه

$[-b, -a]$ نزولی اکید است پس کفایت فقط محدوده $[-3, 0]$ را در نظر بگیریم:

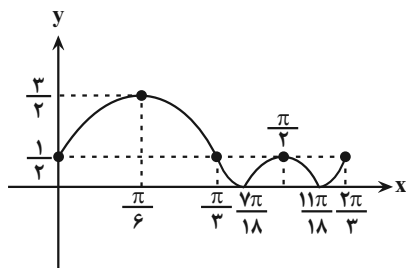
$$-3 \leq x \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x+2 \leq 2$$

پس ورودی قسمت نزولی اکید در محدوده $[-1, 2]$ است حال در تابع جدید داریم:

$$-1 \leq \frac{4-x}{2} \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 4-x \leq 4 \Rightarrow 6 \geq x \geq 0$$

سایر انتقالات نقشی در صعودی یا نزولی بودن تابع ندارند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)



همانطور که از نمودار توابع f و g مشخص است دوره تناوب تابع $f(x)$ و $g(x)$

$$\frac{T_f}{T_g} = \frac{1}{2}$$

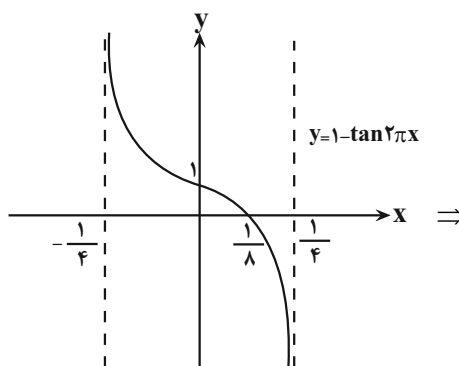
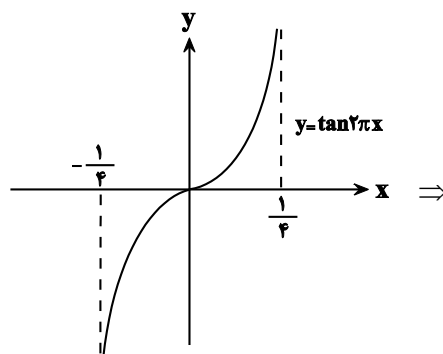
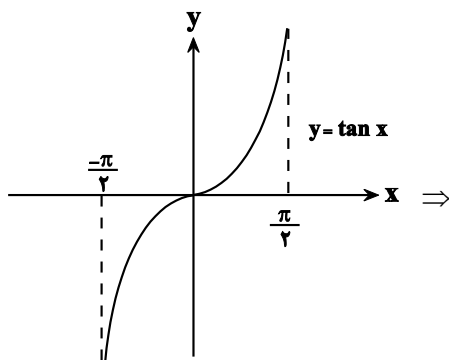
به ترتیب $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{2\pi}{3}$ داریم؛

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(مصطفی کرمی)

گزینه «۳» ۷۷

نمودار تابع f را در یک دوره تناوب رسم می‌کنیم:



(ممیر علیزاده)

گزینه «۲» ۷۵

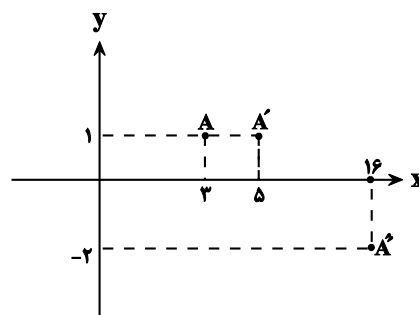
$$A = (3, 1) \in y = f(2x - 1) \Rightarrow 1 = f(2(3) - 1) \Rightarrow f(5) = 1$$

پس نقطه $A'(5, 1)$ واقع بر منحنی تابع $y = f(x)$ می‌باشد.

$$A'(5, 1) \xrightarrow{\text{x ها تقسیم بر } \frac{1}{4}} (4, 1) \xrightarrow{\text{x ها منهای یک}} (3, 1)$$

$$(3, 1) \xrightarrow{\text{y ها با ۳ اضافه یک}} (16, -2) \xrightarrow{\text{y ها در ۳ ضرب}} (16, -3)$$

$$f(5) = 1 \Rightarrow \frac{1}{4}x + 1 = 5 \Rightarrow x = 16$$



تابع یکنواست \Rightarrow تابع نزولی است $\Rightarrow \{(3, 1), (5, 1), (16, -2)\}$

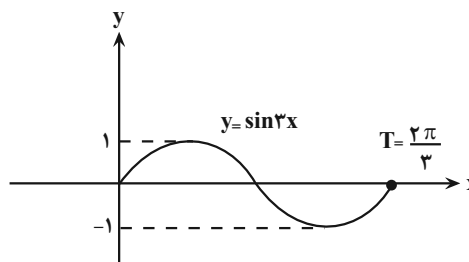
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵ و ۱۸ تا ۱۹)

(عباس اشرفی)

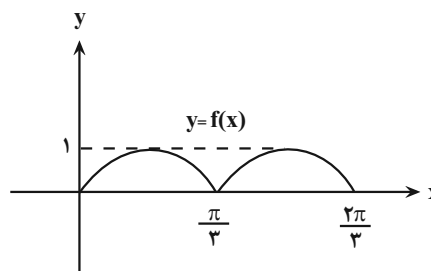
گزینه «۳» ۷۶

نمودار $y = \sin 3x$ را در یک دوره تناوب رسم می‌کنیم و از روی آن

نمودارهای دو تابع f و g را می‌کشیم تا دوره تناوب آنها را تعیین کنیم.



نمودار صحیح تابع $f(x) = |\sin 3x|$:



نمودار صحیح تابع $g(x) = \left| \sin 3x + \frac{1}{2} \right|$:



(مهمربسن سلامی عسینی)

گزینۀ «۲» - ۷۹

$$0 < x < \frac{2\pi}{3} \Rightarrow -\frac{\pi}{12} < 3x - \frac{\pi}{12} < 2\pi - \frac{\pi}{12} \quad (1)$$

چون a و b هر دو مثبت هستند پس مینیمم تابع زمانی است که

$$\sin(3x - \frac{\pi}{12})$$
 دارای بیشترین مقدار باشد که با توجه به (۱) داریم:

$$3x_1 - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2} \text{ و در نتیجه } x_1 = \frac{7\pi}{36}$$

$$\sin(3x - \frac{\pi}{12})$$
 دارای کمترین مقدار باشد که با توجه به (۱) داریم:

$$3x_2 - \frac{\pi}{12} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{19\pi}{36}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{19\pi}{36} - \frac{7\pi}{36} = \frac{12\pi}{36} = \frac{\pi}{3}$$

پس:

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(نیم‌اگروریان)

گزینۀ «۳» - ۸۰

$$f(x) = a \tan((bx + 1)\frac{\pi}{9}) = a \tan(\frac{b\pi}{9}x + \frac{\pi}{9})$$

$$2T = \frac{4}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3}, T = \frac{\pi}{|b\frac{\pi}{9}|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3$$

با فرض $b = 3$ و جایگذاری مختصات نقطه $(\frac{1}{9}, 1)$ در تابع f مقدار a را نیز

مشخص می‌کنیم:

$$f(x) = a \tan(\frac{3\pi}{9}x + \frac{\pi}{9}) \Rightarrow 1 = a \tan(\frac{3\pi}{9} \times \frac{1}{9} + \frac{\pi}{9})$$

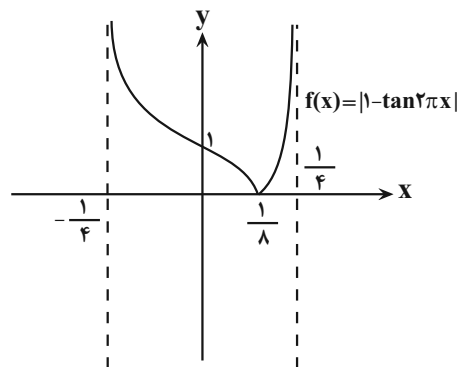
$$\Rightarrow 1 = a \tan(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{9}) \Rightarrow a = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3}a + b = -1 + 3 = 2$$

توجه: به ازای $b = -3$ ، مقدار $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ به دست می‌آید که در آن صورت،

عبارت مورد نظر برابر ۲- خواهد شد.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

تابع در بازه $(\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$ یکنوا است.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

گزینۀ «۳» - ۷۸

(غرشار حسن زاده)

مبدأ مختصات روی نمودار تابع f قرار دارد، پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow a \cos(-\frac{2\pi}{3}) + 1 = a(\frac{-1}{2}) + 1 = 0 \Rightarrow a = 2$$

از طرفی طبق فرض:

$$S_{\Delta ABC} = 3 / \Delta \pi \Rightarrow \frac{1}{2}(3 \times AC) = 3 / \Delta \pi \Rightarrow AC = \frac{7\pi}{3}$$

همچنین طبق نمودار، نقطه A اولین ریشه معادله $f(x) = 0$ قبل از $x = 0$ ونقاط D و C به ترتیب دومین و چهارمین ریشه همین معادله است:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \cos(bx - \frac{2\pi}{3}) = \frac{-1}{2} \Rightarrow bx - \frac{2\pi}{3} = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow bx - \frac{2\pi}{3} = \dots, \frac{-4\pi}{3}, \frac{-2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$x_A \quad x=0 \quad x_D \quad x_C$$

$$(bx_C - \frac{2\pi}{3}) - (bx_A - \frac{2\pi}{3}) = \frac{14\pi}{3} \Rightarrow b(\frac{x_C - x_A}{\frac{7\pi}{3}}) = \frac{14\pi}{3} \Rightarrow b = 2$$

پس ضابطه تابع $f(x) = 2 \cos(2x - \frac{2\pi}{3}) + 1$ است و داریم:

$$f(\frac{23\pi}{12}) = 2 \cos(\frac{19\pi}{6}) + 1 = -2 \cos \frac{\pi}{6} + 1 = -\sqrt{3} + 1$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

$$\Rightarrow \gamma x + x^\gamma - \gamma x + a - ax = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - ax + a = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4a = 0 \Rightarrow a(a - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غقق} \\ a = 4 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتر س) و ک، م، دها: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

(امیر حسین، ابو مصیوب)

۸۴- گزینہ «۲»

در یک ماتریس قطری تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر هستند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x + 7y = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{A}^\gamma = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\gamma & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix} = \gamma \mathbf{I}$$

$$\Rightarrow A^f = (qI)^r = \lambda I \Rightarrow A^d = A^f \times A = \lambda A$$

$$\Rightarrow A^4 + A^5 = \lambda I + \lambda A = \lambda(I + A)$$

$$= \lambda_1 \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \right) = \lambda_1 \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 81(-2+4) = 162$$

(هنر سه ۳- ماتر س) و کارمدها: صفحه های ۱۲ تا ۲۱)

(احمد، رضا فلاح)

۸۵- گزینہ «۲»

دو ماتریس A و $A - 3I$ وارون هم هستند، بنابراین داریم:

$$A^{-1} = 3I - A \Rightarrow A + A^{-1} = 3I$$

هنگامه ۳

۸۱- گزینہ «۲»

(امیر حسین، ابو محبوب)

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می آوریم:

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}$$

بنابراین برای توان‌های طبیعی ماتریس A داریم:

$$A^n = \begin{cases} I : \text{زوج } n \\ A : \text{فرد } n \end{cases}$$

$$A^{10} - A^9 = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

یس مجموع درایه‌های این ماتریس، برابر ۱ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

۸۲- گزینہ «۳»

(خمرزانه خاکپاش)

برای به دست آوردن درایهٔ واقع در سطر دوم و ستون اول ماتریس BCA ، کافی است سطر دوم ماتریس B را در ماتریس C ضرب کرده و سپس حاصل را در ستون اول ماتریس A ضرب کنیم. اگر $D = BCA$ باشد، آنگاه داریم:

$$d_{Y1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \gamma \begin{bmatrix} \Delta & \gamma & 1 \\ -\gamma & \Delta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \Delta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1\Delta & \gamma & 1\Delta \\ \gamma & \Delta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \Delta \\ \gamma \end{bmatrix} = 13\Delta$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

۸۳- گزینہ «۳»

(امیر حسین ابو محبوب)

$$\begin{bmatrix} 1 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -x \\ a \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} y+x & y & 1-x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -x \\ a \end{bmatrix} = 0$$



$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2m}{3m} = \frac{2}{3}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۳ تا ۲۶)

(امیر حسین ابومیسوب)

۸۹- گزینه «۱»

دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در صورتی فاقد جواب است که

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{m+1}{1} = \frac{3}{m-1} \Rightarrow (m+1)(m-1) = 3$$

$$\Rightarrow m^2 - 1 = 3 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

حال به ازای هر یک از مقادیر به دست آمده، برقراری رابطه $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ را

بررسی می کنیم.

$$m = 2 \Rightarrow \frac{3}{2-1} \neq \frac{2}{2} \quad \text{دستگاه جواب ندارد.}$$

$$m = -2 \Rightarrow \frac{3}{-2-1} = -\frac{2}{2} \quad \text{دستگاه بی شمار جواب دارد.}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه ۲۶)

(مهمردی ابوترابی)

۹۰- گزینه «۴»

اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ b & -5 \end{bmatrix}$ ، $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -b & a \end{bmatrix} \xrightarrow{|A|=17} A^{-1} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -b & a \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -34 \\ -4b + 7a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ \frac{7a - 4b}{17} \end{bmatrix} \Rightarrow x = -2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۲ تا ۲۶)

$$\Rightarrow (A + A^{-1})^2 = (3I)^2 = 9I^2 = 9I = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 9 + 9 = 18$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۸۶- گزینه «۱»

(یوار فاطمی)

$$AB = B + 2I \Rightarrow AB - B = 2I \Rightarrow \frac{1}{2}(A - I)B = I$$

یعنی ماتریس B، وارون ماتریس $\frac{1}{2}(A - I)$ است. داریم:

$$A - I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A - I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \left(\frac{1}{2}(A - I)\right)^{-1} = 2(A - I)^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

(یوار فاطمی)

۸۷- گزینه «۲»

$$A^3 + A^2 + A + I = \bar{O} \Rightarrow A^3 = -A^2 - A - I \quad (1)$$

$$A^3 + A^2 + A + I = \bar{O} \Rightarrow -A^3 - A^2 - A = I$$

$$\Rightarrow A(-A^3 - A^2 - A) = I \Rightarrow A^{-1} = -A^3 - A^2 - A \xrightarrow{(1)} A^{-1} = A^3$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

(مهمردی فخران)

۸۸- گزینه «۲»

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m \\ 3m \end{bmatrix}$$



ریاضیات گسسته

۹۱- گزینه «۴»

(نیلوفر مهری)

دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۱) از ۳۳ روز قبل تا ۱۲ روز بعد، $۳۳+۱۲=۴۵$ روز فاصله است. $۴۵ \equiv ۳ \pmod{۷}$

۲) از ۴۸ روز قبل تا ۱۲ روز بعد، $۴۸+۱۲=۶۰$ روز فاصله است. $۶۰ \equiv ۴ \pmod{۷}$

۳) از ۴۶ روز قبل تا ۱۲ روز بعد، $۴۶+۱۲=۵۸$ روز فاصله است. $۵۸ \equiv ۲ \pmod{۷}$

۴) از ۳۵ روز قبل تا ۱۲ روز بعد، $۳۵+۱۲=۴۷$ روز فاصله است. $۴۷ \equiv ۵ \pmod{۷}$

در گزینه «۴»؛ باقی مانده تقسیم عدد بر ۷، دقیقاً با روز شنبه تطابق دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۴)

۹۲- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید عددی طبیعی که دارای ویژگی صورت سوال باشد را x نمایش

دهیم. در این صورت داریم:

$$۷x + ۵ \equiv ۰ \pmod{۹} \Rightarrow ۷x \equiv -۵ \equiv -۱۴ \pmod{۹}$$

$$\xrightarrow{+۷} \frac{۹}{(۷,۹)=۱} x \equiv -۲ \pmod{۹} \Rightarrow x = ۹k - ۲ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$۱۰ \leq x \leq ۹۹ \Rightarrow ۱۰ \leq ۹k - ۲ \leq ۹۹ \Rightarrow ۱۲ \leq ۹k \leq ۱۰۱$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} ۲ \leq k \leq ۱۱$$

بنابراین به ازای ۱۰ مقدار k ، x عددی طبیعی و دو رقمی است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۹۳- گزینه «۴»

(سامان اسپهرم)

$$۱۰۰۰ = ۷ \times ۱۴۲ + ۶ \Rightarrow ۱۰۰۰ \equiv ۶ \pmod{۷}$$

$$\Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \equiv (-۱)^{۱۳} \equiv -۱ \pmod{۷} \Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \times ۱۲ \equiv -۱۲ \pmod{۷}$$

$$\Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \times ۱۲ + ۱۰ \equiv -۱۲ + ۱۰ \equiv -۲ \pmod{۷}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۹۴- گزینه «۲»

(علی منتصف‌شکری)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{۱۴۰۰}{a} \in \mathbb{N} \Rightarrow a \mid ۱۴۰۰ \\ \frac{a}{۲۰} \in \mathbb{N} \Rightarrow ۲۰ \mid a \Rightarrow a = ۲۰k \end{array} \right\} \Rightarrow ۲۰k \mid ۱۴۰۰ \Rightarrow k \mid ۷۰$$

$$۷۰ = \{۱, ۲, ۵, ۷, ۱۰, ۱۴, ۳۵, ۷۰\} = \text{مجموعه مقسوم‌علیه‌های طبیعی } ۷۰$$

بنابراین ۸ عدد طبیعی برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۵- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

$$\left. \begin{array}{l} x \in A \Rightarrow x \equiv ۱ \pmod{۶} \\ x \in B \Rightarrow x \equiv ۳ \pmod{۸} \end{array} \right\} \Rightarrow x \equiv ۱۹ \pmod{۲۴} \Rightarrow x = ۲۴k - ۵$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۹۶- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

$$\left. \begin{array}{l} (a, ۶) = ۱ \text{ یا } ۲ \text{ یا } ۳ \text{ یا } ۶ \\ (b, ۷) = ۱ \text{ یا } ۷ \end{array} \right\} \Rightarrow (a, ۶) = (b, ۷) = ۱$$

$$(a, ۶) = ۱ \Rightarrow (a, ۲ \times ۳) = ۱ \Rightarrow \begin{cases} (a, ۲) = ۱ \\ (a, ۳) = ۱ \end{cases} \Rightarrow (a, ۲) = (a, ۳)$$



(افشین فاضله‌فان)

۹۹- گزینه «۴»

$$\overline{abab}^{11} \equiv 4 - b + a - b + a \equiv 2a - 2b + 4 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 2a - 2b \equiv -4 \xrightarrow{(2,11)=1} a - b \equiv -2$$

به ازای $a = 7$ و $b = 9$ ، بزرگ‌ترین مقدار $a + b$ حاصل می‌شود کهبرابر $a + b = 16$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(غرزانه فاکپاش)

۱۰۰- گزینه «۱»

دو عدد $2a + 9$ و $7a - 4$ در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۱۱ قرار دارند،

پس این دو عدد به پیمانه ۱۱ هم‌نهشت هستند.

$$7a - 4 \equiv 2a + 9 \Rightarrow 5a \equiv 13 \equiv 13 + 2 \times 11 \equiv 35$$

$$\xrightarrow{(5,11)=1} a \equiv 7$$

$$a \equiv 7 \xrightarrow{\text{به توان ۳}} a^3 \equiv 343 \equiv 3 - 4 + 3 \equiv 2$$

$$a \equiv 7 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a^2 \equiv 49 \equiv 5$$

$$a \equiv 7 \xrightarrow{\times 3} 3a \equiv 21 \equiv 10$$

$$a^3 + a^2 + 3a + b \equiv 7 \Rightarrow 2 + 5 + 10 + b \equiv 7$$

$$\Rightarrow b \equiv -10 \equiv 1 \Rightarrow b = 11k + 1 \ (k \in \mathbb{Z})$$

پس به ازای $b = 1$ ، عدد $a^3 + a^2 + 3a + b$ به 7 تقبل دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

اعداد $a = 7 \times 5$ و $b = 6 \times 5$ ، مثال نقض گزینه‌های «۱» و «۲» هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق ویژگی‌های رابطه عاد کردن (بخش‌پذیری) داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a + 4 \mid a + 4 \xrightarrow{\times a} a + 4 \mid a^2 + 4a \\ a + 4 \mid a^2 + 2 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow a + 4 \mid 4a - 2$$

$$\left. \begin{array}{l} a + 4 \mid a + 4 \xrightarrow{\times 4} a + 4 \mid 4a + 16 \\ a + 4 \mid 4a - 2 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow a + 4 \mid 18$$

بنابراین $a + 4$ باید یکی از مقسوم‌علیه‌های ۱۸ باشد. با توجه به اینکهعددی طبیعی است، پس $a + 4 \geq 5$ و در نتیجه داریم:

$$a + 4 = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$a + 4 = 9 \Rightarrow a = 5$$

$$a + 4 = 18 \Rightarrow a = 14$$

یعنی به ازای ۳ عدد طبیعی a ، عدد $a^2 + 2$ بر عدد $a + 4$ بخش‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۸- گزینه «۳»

(غرزانه فاکپاش)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a = 6q + 1 \xrightarrow{\times 4} 4a = 24q + 4 \\ a = 8q' + 5 \xrightarrow{\times 3} 3a = 24q' + 15 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow a = 24(q - q') - 11$$

$$\Rightarrow a = 24(q - q') - 24 + 24 - 11 = 24(\underbrace{q - q' - 1}_{q''}) + 13$$

$$\Rightarrow a = 24q'' + 13$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۴ برابر ۱۳ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)



فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۲»

(مسعود قره‌فانی)

$$\begin{cases} t_1 = 3s \Rightarrow v_1 = 3 \times 3^2 - 6 \times 3 = 9 \frac{m}{s} \\ t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = 3 \times 6^2 - 6 \times 6 = 72 \frac{m}{s} \end{cases}$$

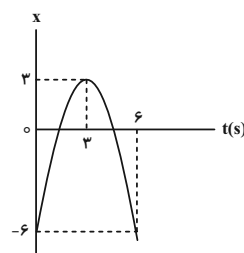
$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{72 - 9}{3} = \frac{63}{3} = 21 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۰۲- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی‌نسب)

روش اول: با رسم نمودار مکان- زمان می‌توان مسافت را به دست آورد. در بازه زمانی صفر تا ۳s متحرک مسافت ۹m را طی می‌کند و در بازه ۳s تا ۶s نیز مسافت ۹m را طی می‌کند.

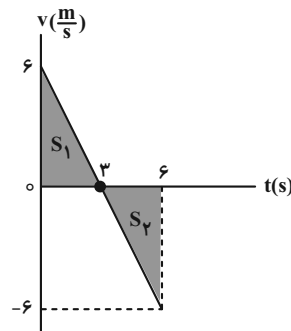


$$L = 9 + 9 = 18m$$

روش دوم: (رسم نمودار $v-t$): با مقایسه معادله مکان- زمان به صورت

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 6 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 6$$

اکنون نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:

$$L = |S_1| + |S_2|$$

$$L = \left| \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \right| + \left| \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \right| = 18m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

(میثم دشتیان)

۱۰۳- گزینه «۲»

اگر برای هر قسمت از رابطه $\Delta x = v_{av} \Delta t$ استفاده کنیم، داریم:

$$(1) \quad \Delta x_1 = 6 \times 2 = 12m$$

$$(2) \quad \Delta x_2 = -10 / 8 \times 5 = -4m$$

$$(3) \quad \Delta x_3 = 4 \times (t' - 7) = 4t' - 28$$

$$s'_{av|0, t'} = \frac{\ell|_0, t'}{\Delta t}, \quad \ell|_0, t' = \underbrace{|\Delta x_1|}_{12} + \underbrace{|\Delta x_2|}_{4} + \underbrace{|\Delta x_3|}_{4t' - 28}$$

$$= 4t' - 12$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{4t' - 12}{t'} \Rightarrow t' = 12s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مسعود قره‌فانی)

۱۰۴- گزینه «۳»

از آنجایی که در بازه زمانی ۳ تا ۵ ثانیه سرعت متحرک منفی است، پس هیچ تغییری جهت رخ نداده است. بنابراین اندازه جابه‌جایی با مسافت یکسان است. اما از آنجا که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند پس جابه‌جایی منفی است.

$$s = 20m \Rightarrow \Delta x = -20$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مصطفی کیانی)

۱۰۵- گزینه «۲»

با توجه به نمودار شتاب- زمان، تا لحظه t_1 شتاب منفی و در لحظه‌های بعد از لحظه t_1 شتاب مثبت است. با توجه به این که سرعت اولیه متحرک منفی است، بنابراین در بازه زمانی صفر تا t_1 سرعت و شتاب هم‌علامت‌اند، لذا حرکت شتاب‌دار تندشونده است. برای لحظه‌های بعد از لحظه t_1 ، شتاب مثبت و سرعت منفی است، بنابراین، حرکت شتاب‌دار کندشونده می‌شود و از یک زمانی به بعد سرعت مثبت می‌شود و شتاب هم مثبت است، بنابراین حرکت در نهایت تندشونده می‌شود.



از طرف دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر جمع برداری نیروهای وارد بر آن است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow 6\vec{i} - 9\vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{i} - 9\vec{j} + \vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = -3\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5\text{N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(مهم‌سازگی)

۱۰۹- گزینه «۳»

زمانی که نخ را به سرعت می‌کشیم، زمان انتقال نیرو به گوی وجود ندارد و طبق قانون اول نیوتون، جسم تمایل دارد حالت اولیه خود را حفظ کند. در نتیجه نخ (۲) پاره می‌شود. زمانی که نیروی وارد بر گوی به آرامی افزایش یابد، زمان کافی برای انتقال نیرو به گوی وجود دارد و چون نیروی وارد بر نخ (۱) به اندازه وزن گوی بیشتر از نیروی وارد بر نخ (۲) است، نخ (۱) پاره می‌شود.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(مهم‌سازگی)

۱۱۰- گزینه «۱»

نیروی که از طرف شخص به جعبه وارد می‌شود، به سمت راست است و نیرویی که از طرف زمین به جعبه وارد می‌شود به سمت پایین است. بنابراین طبق قانون سوم نیوتون واکنش این دو نیرو از طرف جعبه به شخص به سمت غرب و از طرف جعبه به زمین به سمت بالا است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

دقت کنید، تغییرات اندازه شتاب در نوع حرکت تاثیری ندارد، بلکه نوع حرکت را علامت شتاب و سرعت، با هم مشخص می‌کنند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۶- گزینه «۴» (مصطفی کیانی)

چون در لحظه‌های $t_1 = 1\text{s}$ و $t_2 = 3\text{s}$ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر صفر است، لذا در این لحظه‌ها سرعت متحرک برابر صفر می‌باشد، بنابراین، بنابه رابطه $a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ شتاب متحرک صفر می‌باشد.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 0}{3 - 1} = 0$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۰۷- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

ابتدا با مقایسه معادله مکان- زمان جسم با معادله مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب جسم را می‌یابیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = -2t^2 + 8t - 10 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی خالص وارد بر جسم را می‌یابیم:

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, m = 5\text{kg}} F_{\text{net}} = 5 \times (-4) = -20\text{N}$$

$$\Rightarrow |F_{\text{net}}| = 20\text{N}$$

چون $F_{\text{net}} < 0$ است، جهت آن در سوی مخالف محور x می‌باشد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۰۸- گزینه «۳» (مریم شیخ‌ممو)

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$\vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow{m = 3\text{kg}, \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}} \vec{F} = 3 \times (2\vec{i} - 3\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F} = 6\vec{i} - 9\vec{j}$$



شیمی ۳

۱۱۱- گزینه «۱»

(ایمان حسین نژاد)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها برای نظافت از موادی شبیه صابون امروزی استفاده می‌کردند.

(۳) وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل نبود بهداشت و آلوده شدن آب به سرعت شیوع می‌یابد.

(۴) با افزایش سطح تندرستی و بهداشت فردی و همگانی، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.

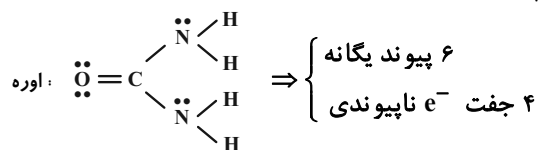
(شیمی ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

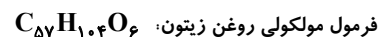
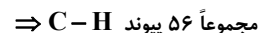
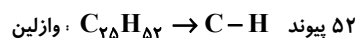
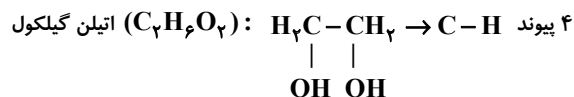
بررسی همه موارد:

مورد اول:



مورد دوم: عسل مولکول‌های قطبی دارد و NaCl ترکیب یونی است. در نتیجه هر دو در آب حل می‌شوند و در اوکتان (C₈H₁₈) حل نمی‌شوند؛ ولی صابون هم در آب و هم در اوکتان حل می‌شود.

مورد سوم:



(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۶)

۱۱۳- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

بررسی گزینه‌ها:

(۱ و ۲) درست؛ با افزایش دما، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد و یا با افزایش دما مقدار درصد لکه باقی‌مانده کاهش می‌یابد.

(۳) درست؛ هر چه مقدار صابون در آب بیشتر باشد، کف ایجاد شده بیشتر است. ولی با رسیدن غلظت صابون حل شده در آب به یک مقدار مشخص، ارتفاع کف تغییری نمی‌کند.

(۴) نادرست؛ هر چه مقدار صابون بیشتر باشد مقدار پاک‌کنندگی نیز افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۱۱۴- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

موارد اول و دوم درست است.

بررسی موارد:

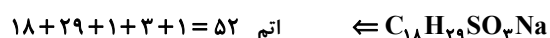
مورد اول: هر دو دارای حلقه بنزنی هستند.

مورد دوم: از ترکیب‌های کلردار به منظور افزایش قدرت میکروب‌کشی صابون‌ها استفاده می‌شود.

مورد سوم: شمار عنصرهای ترکیب الف:



شمار اتم‌های ترکیب ب:



بنابراین:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های (ب)}}{\text{شمار عنصرهای (الف)}} = \frac{52}{4} = 13$$

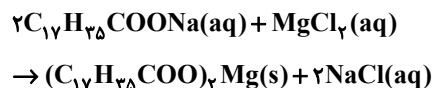
مورد چهارم: هر چه شوینده مواد شیمیایی بیشتری داشته باشد عوارض جانبی آن نیز بیشتر خواهد بود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۱۵- گزینه «۲»

(امیرمسین مسلمی)

با توجه به این که فرمول عمومی صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COONa}$ است، پس فرمول شیمیایی صابون $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$ خواهد بود:



$$\frac{\text{رسوب } 1 \text{ mol}}{2 \text{ mol صابون}} \times \frac{1 \text{ mol صابون}}{306 \text{ g صابون}} \times 61/2 \text{ g رسوب} = ? \text{ g رسوب}$$

$$\times \frac{590 \text{ g رسوب}}{1 \text{ mol رسوب}} = 59 \text{ g}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶ تا ۹)



۱۱۶- گزینه «۳»

(ممبر رضا پورشاویر)

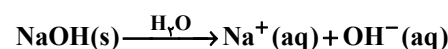
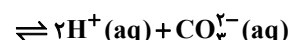
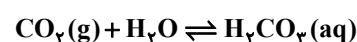
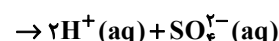
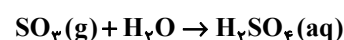
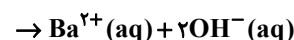
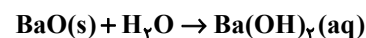
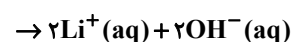
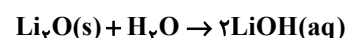
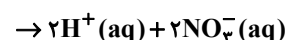
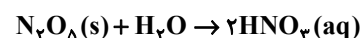
اتیلن گلیکول و اتانول (C_2H_5OH) به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و موادی اسیدی یا بازی به شمار نمی‌آیند. در حالی که کربن دی اکسید (CO_2) با حل شدن در آب مقدار یون $H_2PO_4^+$ را افزایش می‌دهد و یک اسید آرنیوس خواهد بود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۱۷- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

معادله انحلال ترکیبات داده شده در آب:



اکسیدهای بازی از بین ترکیبات داده شده، BaO و Li_2O هستند که از انحلال یک مول از هر یک از آن‌ها در مجموع ۴ مول یون OH^- تولید می‌شود. تذکر: $NaOH$ اکسید بازی نیست! (هیدروکسید است).

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ترکیب از ۶ ترکیب داده شده (۶۷٪) حالت فیزیکی جامد دارند؛ به این معنی که نقطه ذوب آن‌ها از دمای اتاق ($25^\circ C$)، بیشتر می‌باشد.

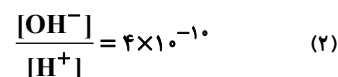
(۲) ترکیب از ۶ ترکیب داده شده (۵۰٪) در صورت انحلال در آب یون H^+ ایجاد می‌کنند و pH آن را کاهش می‌دهند.

(۳) از بین اسیدهای آرنیوس داده شده، N_2O_5 مول یون‌های بیشتری تولید می‌کند؛ در نتیجه رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۱۱۸- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)



$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{[H^+]^2} = 4 \times 10^{-10} \Rightarrow [H^+]^2 = 25 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \Rightarrow \text{pH} = 3 - \log 5 = 3 - 0.7 = 2.3$$

$$\%a = \frac{[H^+]}{M} \times 100 = \frac{5 \times 10^{-3}}{1/25} \times 100 = 125\%$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۱۹- گزینه «۲»

(امیرمسین مسلمی)

بررسی عبارت‌ها:

(۱) درست؛ از این پاک‌کننده برای باز کردن مجاری مسدود شده با چربی‌ها استفاده می‌شود.

(ب) نادرست؛ این مخلوط در اثر واکنش با آب، گاز هیدروژن تولید می‌کند.

(پ) درست

(ت) درست؛ واکنش این مخلوط با آب گرماده است و باعث افزایش دمای محلول می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۲۰- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

pH به اندازه ۴ واحد کاهش یابد به این معناست که pH محلول از ۷ به ۳ برسد.

$$\text{pH} = 3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} \Rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-4} = \frac{10^{-6}}{M - 10^{-3}} \Rightarrow 6M - 6 \times 10^{-3} = 10 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 6M = 16 \times 10^{-3} \Rightarrow M = \frac{16 \times 10^{-3}}{6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow n = M \times V \Rightarrow n = \frac{16 \times 10^{-3}}{6} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1/5 \text{ L}$$

$$= 4 \times 10^{-3} \text{ mol HF}$$

$$? \text{ mL HF} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol HF} \times \frac{22/4 \text{ L HF}}{1 \text{ mol HF}}$$

$$\times \frac{10^3 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 89/6 \text{ mL HF}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۶)



هندسه ۱

۱۲۱- گزینه «۱»

(عمیدرضا هقان)

می‌دانیم مجموع فواصل یک نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع a از سه ضلع مثلث برابر است با: $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. از طرفی مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است با $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$. بنابراین داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 3\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

$$\text{مجموع فواصل} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ صفحه ۶۸)

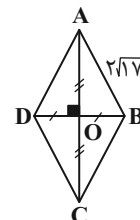
۱۲۲- گزینه «۲»

(عمیدرضا هقان)

می‌دانیم در هر لوزی قطرهای منصف یکدیگرند. پس مطابق فرض داریم:

$$AC = 4BD \Rightarrow 2OA = 2(2OB) \Rightarrow OA = 4OB$$

در مثلث قائم‌الزاویه AOB داریم:



$$\begin{aligned} AB^2 &= OA^2 + OB^2 \Rightarrow (2\sqrt{17})^2 = (4OB)^2 + OB^2 \\ \Rightarrow 4(17) &= 17OB^2 \Rightarrow OB^2 = 4 \\ \Rightarrow OB &= 2, \quad OA = 4 \times 2 = 8 \end{aligned}$$

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{AC \times BD}{2} = \frac{16 \times 4}{2} = 32$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ مشابه تمرین ۱ صفحه ۷۲)

۱۲۳- گزینه «۱»

(ریم مشتاق‌نظم)

فرض کنید مساحت شکل‌های بیرونی و درونی را به ترتیب با S' و S نمایش دهیم. در این صورت طبق فرمول پیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{5}{2} + 11 - 1 = 13 \frac{1}{2}$$

$$S' = \frac{b'}{2} + i' - 1 = \frac{3}{2} + 2 - 1 = 2 \frac{1}{2}$$

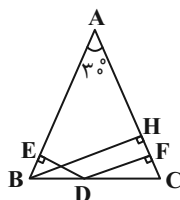
$$\text{مساحت قسمت سایه زده} = S - S' = 13 \frac{1}{2} - 2 \frac{1}{2} = 11$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۱۲۴- گزینه «۳»

(رضا عباسی اصل)

ارتفاع BH را در این مثلث رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه ABH ، ضلع BH رو به رو به زاویه 30° و اندازه آن نصف اندازه وتر است، پس داریم:



$$BH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

مجموع فواصل هر نقطه واقع بر قاعده یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، بنابراین داریم:

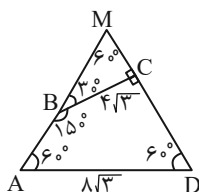
$$DE + DF = BH \Rightarrow 2 + DF = 6 \Rightarrow DF = 4$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ صفحه ۶۸)

۱۲۵- گزینه «۴»

(پوار هاتمی)

دو ضلع AB و CD را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند. مثلث MAD متساوی‌الاضلاع است. همچنین با توجه به اندازه زوایای داده شده، BC بر CD عمود و مثلث MCB قائم‌الزاویه است.



$$\Delta MCB : \tan 60^\circ = \frac{BC}{MC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{MC} \Rightarrow MC = 4$$

$$S_{ABCD} = S_{MAD} - S_{MCB} = \frac{\sqrt{3}}{4}AD^2 - \frac{1}{2}BC \times MC$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(8\sqrt{3})^2 - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 48\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ صفحه ۶۵)

۱۲۶- گزینه «۴»

(فرزانه کاکپاش)

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel BC$$

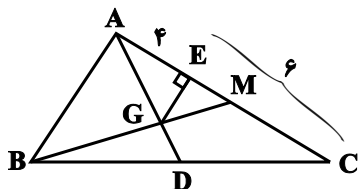
$$\xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \Delta AMN \sim \Delta ABC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{AMN} = \frac{1}{4}S_{ABC} \quad (1)$$



(علی ایمانی)

۱۲۹- گزینه «۳»



$$AE = 4, EC = 6 \Rightarrow AC = 10$$

اگر میانه BM را رسم کنیم، آنگاه $AM = 5$ است و داریم:

$$S_{AGM} = \frac{1}{6} S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} (3)(5) = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

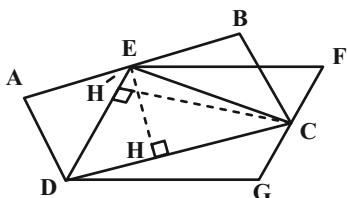
$$\Rightarrow \frac{15}{2} = \frac{1}{6} S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC} = 45$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)

(سرژ یقینازاریان تبریزی)

۱۳۰- گزینه «۱»

نقاط E (روی ضلع AB) و C (روی ضلع FG) را به یکدیگر وصل می کنیم.



می توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} S_{EDC} &= \frac{1}{2} EH \times DC \\ S_{ABCD} &= EH \times DC \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{EDC}$$

$$\left. \begin{aligned} S_{EDC} &= \frac{1}{2} CH' \times ED \\ S_{EFGD} &= CH' \times ED \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{EFGD} = 2S_{EDC}$$

از آنجا که مساحت مثلث EDC برابر با نصف مساحت هریک از

متوازی الاضلاع های ABCD و EFGD است، بنابراین می توان نتیجه

گرفت:

$$S_{ABCD} = S_{EFGD}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۵)

از طرفی نقطه G، نقطه همرسی میانه های مثلث ABC است و در نتیجه داریم:

$$S_{BGC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{BGC}} = \frac{\frac{1}{4} S_{ABC}}{\frac{1}{3} S_{ABC}} = \frac{3}{4}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)

۱۲۷- گزینه «۳»

(فرزانه فاکپاش)

اگر تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه ای به ترتیب برابر b و i باشد، آنگاه طبق فرمول پیک، مساحت این چندضلعی برابر

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \text{ است که همواره } b \geq 3 \text{ و } i \geq 0 \text{ است. بنابراین داریم:}$$

$$7/5 = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{b}{2} = 8/5 - i \Rightarrow b = 17 - 2i$$

$$b \geq 3 \Rightarrow 17 - 2i \geq 3 \Rightarrow 2i \leq 14 \Rightarrow i \leq 7 \xrightarrow{i \geq 0} 0 \leq i \leq 7$$

بنابراین تعداد نقاط درونی این چندضلعی شبکه ای می تواند یکی از هشت

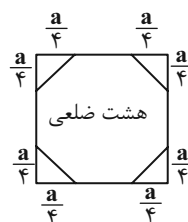
مقدار متفاوت ۰، ۱، ۲، ...، ۷ را دارا باشد.

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۹ تا ۷۱)

۱۲۸- گزینه «۲»

(سها ممبری پور)

با توجه به شکل داریم:



$$S = \frac{a}{4} \times \frac{a}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{a^2}{32} \text{ مثلث قائم الزاویه}$$

$$\text{مثلث قائم الزاویه } S = S_{\text{مربع}} - 4S$$

$$\Rightarrow S_{\text{هشت ضلعی}} = a^2 - \frac{4a^2}{32} = a^2 - \frac{a^2}{8} = \frac{7a^2}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{مربع}}}{S_{\text{هشت ضلعی}}} = \frac{a^2}{\frac{7a^2}{8}} = \frac{8}{7}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۵)



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) توسعه پایدار، شامل ملاحظات زیست محیطی، اجتماعی و اقتصادی است و ملاحظات سیاسی را شامل نمی‌شود.

(ب) مولکول‌های اوزون به‌طور عمده در لایه استراتوسفر قرار دارند که لایه مفید اوزون را تشکیل می‌دهند ولی در لایه تروپوسفر هم وجود دارد.

(پ) دگرشکل‌ها یا آلوتروپ‌ها به شکل‌های مختلف مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود که ممکن است فرمول مولکولی متفاوتی داشته باشند.

مانند اوزون O_3 و مولکول اکسیژن O_2

(ت) با توجه به صفحه ۷۵ کتاب درسی درست است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۳۲- گزینه «۲»

(امیر حسین مسلمی)

جرم کاسته شده همان جرم CO_2 خارج شده است:

$$? g CaO = 13/2 g CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 g CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\times \frac{56 g CaO}{1 \text{ mol } CaO} = 16/8 g$$

$$? g CaCO_3 = 13/2 g CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 g CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\times \frac{100 g CaCO_3}{1 \text{ mol } CaCO_3} = 30 g$$

$$CaCO_3 = 50 - 30 = 20 g$$

$$\text{اختلاف مواد جامد} = 20 - 16/8 = 3/2 g$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۳۳- گزینه «۱»

(امیر حسین طیبی)

مورد سوم به درستی بیان شده است.

بررسی همه موارد:

مورد اول: برای توصیف یک نمونه گاز، باید مقدار و دما و فشار آن مشخص باشد؛ در اینجا فشار نمونه گاز داده نشده است. در نتیجه نمی‌تواند توصیفی از یک نمونه گاز باشد.

مورد دوم: در شرایط STP یک مول از هر گازی ۲۲/۴ لیتر حجم دارد. (نه هر ماده‌ای!)

مورد سوم: ابتدا حجم مولی گازها در آن شرایط را محاسبه می‌کنیم؛ سپس جرم Cl_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$? L SO_2 = 32 g SO_2 \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{64 g SO_2} \times \frac{v_m L SO_2}{1 \text{ mol } SO_2}$$

$$= 25 L SO_2 \Rightarrow v_m = 5 \frac{L}{mol}$$

$$? g Cl_2 = 10 L Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{50 L Cl_2} \times \frac{71 g Cl_2}{1 \text{ mol } Cl_2} = 14/2 g Cl_2$$

مورد چهارم: با کاهش تعداد وزنه‌های بالای پیستون، فشار محفظه گاز کاهش

می‌یابد و حجم گاز افزایش می‌یابد. می‌دانیم چگالی یک گاز از رابطه

$$d = \frac{m}{V}$$

است؛ در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۱۳۴- گزینه «۳»

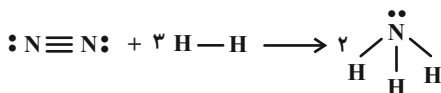
(روزبه رضوانی)

موارد اول و چهارم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: آمونیاک نقطه جوش بالاتری دارد.

مورد دوم: نادرست؛



مورد سوم: نادرست؛ روابط استوکیومتری بر پایه شمار مول مواد است.

مورد چهارم: H و N جزء فراوان‌ترین عناصر مشتری هستند.

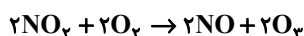
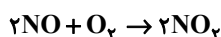
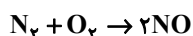
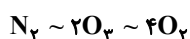
(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۳۵- گزینه «۲»

(امیر حسین طیبی)

ابتدا هر سه واکنش را موازنه می‌کنیم، به‌طوری که ضریب ماده مشترک بین

هر دو واکنش برابر شود:

درمی‌یابیم که به ازای هر مول N_2 مصرفی، ۲ مول O_3 تولید می‌شود و درمجموع ۳ واکنش، ۴ مول O_3 به مصرف می‌رسد؛ یا به عبارتی:

$$? g O_2 = 9/03 \times 10^{24} \text{ atom N} \times \frac{1 \text{ mol N}}{6/02 \times 10^{23} \text{ atom N}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol N}} \times \frac{2 \text{ mol } O_3}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{48 g O_3}{1 \text{ mol } O_3} = 720 g O_3$$

$$? L O_2 = 9/03 \times 10^{24} \text{ atom N} \times \frac{1 \text{ mol N}}{6/02 \times 10^{23} \text{ atom N}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol N}} \times \frac{4 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{22/4 L O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 672 L O_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۸۱)



۱۳۶ - گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

تنها مورد دوم به نادرستی بیان شده است.

بررسی همه موارد:

مورد اول: مطابق متن کتاب درسی است.

مورد دوم: بیانگر ارتباط بین زیست کره (جانداران آبی) و هواکره می باشد.

مورد سوم: فراوان ترین آنیون چند اتمی موجود در آب دریا، یون سولفات

 $(\text{SO}_4)^{2-}$ می باشد.

$$\frac{\text{شمار اتم}}{\text{مقدار بار}} = \frac{5}{|-2|} = \frac{5}{2} = 2.5$$

مورد چهارم: با توجه به متن کتاب درسی درست می باشد.

مورد پنجم: غلظت محلول ۰.۲٪ جرمی اگر به ppm تبدیل شود؛ برابر

۲۰۰۰۰ ppm خواهد بود؛ در نتیجه دو محلولی که غلظت یکسان دارند

شدت رنگ یکسانی نیز دارند. $\text{ppm} = 2 \times 10^4 = 20000$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۸۵ تا ۸۹ و ۹۳ تا ۹۶)

۱۳۷ - گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

ابتدا جرم حلال و حل شونده را مشخص می کنیم:

$$\%a = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 71 = \frac{\text{جرم حل شونده}}{180} \times 100$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 127/8 \text{ g Na}_2\text{SO}_4 \\ 52/2 \text{ g H}_2\text{O} \end{cases}$$

سپس شمار مول اتم های اکسیژن در Na_2SO_4 و آب را جداگانه حساب

می کنیم و در آخر با یکدیگر جمع می کنیم:

$$? \text{ mol O} = 127/8 \text{ g Na}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}$$

$$\times \frac{4 \text{ mol O}}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} = 3/6 \text{ mol O}$$

$$? \text{ mol O} = 52/2 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$= 2/9 \text{ mol O}$$

$$\text{O} \text{ مجموع مول اتم } = 3/6 + 2/9 = 6/5 \text{ mol O}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۶ و ۹۷)

۱۳۸ - گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

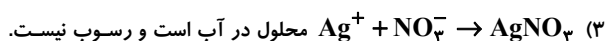
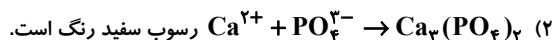
در $\frac{3}{8} \times 100 = 37.5\%$ از ترکیبات داده شده نسبت شمار اتم ها به

عنصرها بیشتر از ۲ می باشد. (رد گزینه های «۱» و «۲»)

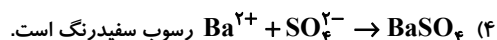
بررسی همه گزینه ها:



(رد گزینه «۱»)



(رد گزینه «۳»)



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۸۹ تا ۹۲)

۱۳۹ - گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

آنیون	کاتیون	
Ni_2S_3	$\frac{3}{2}$	نیکل (III) سولفید
$\text{Ba}_3(\text{PO}_4)_2$	$\frac{2}{3}$	باریم فسفات
$\text{Sc}_2(\text{SO}_4)_3$	$\frac{3}{2}$	اسکاندیم سولفات
$\text{Al}_2(\text{CO}_3)_3$	$\frac{3}{2}$	آلومینیم کربنات
$\text{Ga}_2(\text{SO}_4)_3$	$\frac{3}{2}$	گالیم سولفات
$\text{Cr}(\text{NO}_3)_3$	$\frac{3}{1}$	کروم (III) نترات

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۹۲)

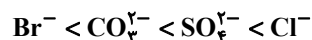
۱۴۰ - گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

موارد (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی گزینه های نادرست:

الف) ترتیب مقدار آنیون های حل شده در آب دریا:



ب) اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم آب های موجود همه سطح آن را

تا ارتفاع بیش از ۲ کیلومتر می پوشانند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۸۶ تا ۸۸)

(I)

(II)

	فرمول ترکیب	نسبت شمار اتم ها به عنصرها	فرمول ترکیب	نسبت شمار اتم ها به عنصرها
a	BaBr_2	$\frac{2}{1} = 2$	$\text{Al}(\text{NO}_3)_3$	$\frac{12}{3} = 4$
b	FePO_4	$\frac{4}{1} = 4$	LiCl	$\frac{1}{1} = 1$
c	AgF	$\frac{1}{1} = 1$	$\text{Ca}(\text{OH})_2$	$\frac{5}{2} = 2.5$
d	$(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$	$\frac{14}{4} = 3.5$	K_2SO_4	$\frac{4}{2} = 2$