



# دفترچه پاسخ

## آزمون ۲۵ خرداد ماه ۱۴۰۳

### اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

#### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-طاہر دادستانی-محمد رضا راسخ-جمشید عباسی-کامیار علییون محمد گودرزی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-مهديار راشدي هومن عقيلي-نوید مجیدی-حمیدرضا ملکی-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
علیرضا جباری-محسن سلماسی-وند-محمد رضا سورچی-مهدی شریفی-ادریس محمدی-آراس محمدی-محمود منصوری حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
سعید تیزرو-امیر حاتمیان-روزبه رضوانی-محمد عظیمیان زواره-امیر محمد کنگرانی-رضا مسکن-شهرزاد معرفت ایزدی هادی مهدی زاده-میلاد میرحیدری	شیمی	

#### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	نوید مجیدی	نوید مجیدی	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیر محمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی	امیر محمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی بهنام شاهینی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه برتر	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش مهید خالتي	پارسا نوروزی منش مهید خالتي	حسین بصیر تر کمبور	احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی محسن دستجردی حسین شاهسواری

#### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

#### گروه آزمون

#### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



## ریاضیات

## گزینه ۱»

(عادل حسینی)

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x-a$  برابر  $p(a)$  است. داریم:

$$p(-2) = 2(-8) + 2a + 3 = -1 \Rightarrow a = 6$$

(مسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

## گزینه ۴»

(میشیر عباسی)

نقاط  $M$ ،  $N$  و  $P$  به ترتیب میانگین مختصات نقاط « $A$  و « $B$ »، « $B$  و « $C$ » و « $A$  و « $C$ » هستند. پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{A+B}{2} \\ N &= \frac{B+C}{2} \\ P &= \frac{A+C}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = M + P - N$$

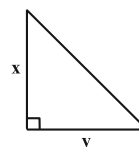
پس مختصات نقطه  $A$  به صورت  $A(4, -2)$  است که فاصله آن از مبدأ

$$\text{مختصات برابر } \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(مسابان ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۲)

## گزینه ۱»

(سعید تن‌آرا)



مثلث بالا را در نظر می‌گیریم. ارتفاع وارد بر وتر از رابطه

$$h = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ به دست می‌آید. حال چون } y = 4 - x \text{ داریم:}$$

$$h(x) = \frac{x(4-x)}{\sqrt{x^2 + (4-x)^2}} = \frac{4x - x^2}{\sqrt{2x^2 - 8x + 16}} = \frac{4 - (x-2)^2}{\sqrt{2}\sqrt{(x-2)^2 + 4}}$$

در جواب معادله  $h'(x) = 0$  مقدار  $h$  بیشترین مقدار خود را دارد:

$$h'(x) = \frac{-(x-2)((x-2)^2 + 12)}{\sqrt{2}\sqrt{((x-2)^2 + 4)^3}} \xrightarrow{h'(x)=0} x=2$$

البته این قابل حدس نیز بود. زمانی شرط مسئله برقرار می‌شود که مثلث

متساوی‌الساقین باشد. در این شرایط وتر  $2\sqrt{2}$  و ارتفاع وارد بر آن  $\sqrt{2}$  است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

## گزینه ۲»

(مسعود پرملا)

 $x=1$  طول نقطه عطف نمودار تابع است که خط مماس در آن افقی است.

$$f'(x) = 3ax^2 - 6x + b; f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + b = 6 \quad (1)$$

$$f''(x) = 6ax - 6; f''(1) = 0 \Rightarrow a = 1 \xrightarrow{(1)} b = 3 \Rightarrow ab = 3$$

نکته: در تابع  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  اگر خط مماس بر نمودار درنقطه عطف افقی باشد، تساوی  $b^2 = 3ac$  برقرار است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

## گزینه ۱»

(عادل حسینی)

جملات دنباله  $a_n$  به صورت زیر است:

۰، ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ...

اعداد دورقمی این دنباله عبارت‌اند از:

۱۲، ۱۵، ۱۸، ...

حال دنباله هندسی با بیشترین تعداد جمله ممکن با این اعداد، طوری ساخته

می‌شود که جمله اول آن ۱۲ و قدرنسبت آن ۲ باشد:

 $g_n: 12, 24, 48, 96$ 

که مجموع جملات آن برابر است با ۱۸۰.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

## گزینه ۴»

(عادل حسینی)

در حالت‌های زیر مجموعه جواب‌های نامعادله  $\mathbb{R}$  است:الف)  $x^3 + ax^2 + b$  مکعب  $x+1$  باشد که امکان‌پذیر نیست.



این معادله دو جواب حقیقی دارد که مجموع مربعات آن‌ها برابر است با:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-3)^2 - 2(-15) = 39$$

(مسئله ۱- پیر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۷ تا ۱۹)

(ممد رضا راسخ)

۸- گزینه «۳»

اگر  $m > 0$  باشد، برد تابع نمی‌تواند بازه محدود  $[-1, -\frac{m}{4}]$  باشد، پس

$m < 0$  است و در این شرایط تابع  $f$  اکیداً نزولی است؛ زیرا از مجموع دو

تابع اکیداً نزولی تشکیل شده است و دامنه تابع نیز بازه  $[-\frac{1}{m}, 0]$  است.

$$f(0) = 1$$

$$f(-\frac{1}{m}) = -2\sqrt{-\frac{1}{m}}$$

پس برد تابع بازه  $[-2\sqrt{-\frac{1}{m}}, 1]$  خواهد شد و داریم:

$$-\frac{m}{4} = 1 \Rightarrow m = -4 \Rightarrow f(x) = \sqrt{1-4x} - 2\sqrt{x}$$

اگر  $f^{-1}(0)$  را  $a$  در نظر بگیریم، داریم:

$$f(a) = \sqrt{1-4a} - 2\sqrt{a} = 0 \Rightarrow 1-4a = 4a \Rightarrow a = \frac{1}{8}$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(ممد کورزی)

۹- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه تابع fog را به دست می‌آوریم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = \frac{1}{4} \left( 2g(x) - \left\lfloor \frac{g(x)}{2} \right\rfloor \right)$$

$$= \frac{1}{4} (2[2x] + 12x - ([2x] + 2x)) \Rightarrow (fog)(x) = [2x] + 3x$$

حال برای محاسبه مقدار  $(fog)^{-1}(\sqrt{70})$  باید معادله  $(fog)(x) = \sqrt{70}$

$$\Rightarrow [2x] + 3x = \sqrt{70} \quad (*)$$

را حل کنیم:

ب)  $x^3 + ax^2 + b$  حاصل ضرب  $(x+1)(x-x_0)^2$  باشد.

$$\Rightarrow x^3 + ax^2 + b = (x+1)(x^2 - 2x_0x + x_0^2)$$

$$= x^3 + (1-2x_0)x^2 + (x_0^2 - 2x_0)x + x_0^2$$

با متحد قراردادن دو عبارت داریم:

$$x_0^2 - 2x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \text{ یا } 2$$

$$\xrightarrow{x_0=0} a=1, b=0 \Rightarrow ab=0$$

$$\xrightarrow{x_0=2} a=-3, b=4 \Rightarrow ab=-12$$

ب)  $x^3 + ax^2 + b$  به صورت حاصل ضرب  $x+1$  در یک عبارت درجه دوم باشد که  $\Delta$  ی عبارت درجه دوم منفی باشد:

$$\xrightarrow{b=1-a} \Rightarrow x^3 + ax^2 + b = (x+1)(x^2 + (a-1)x + 1-a)$$

دقت کنید که  $x = -1$  ریشه  $x^3 + ax^2 + b$  است، پس  $-1+a+b=0$  است.

$$\Rightarrow \Delta = (a-1)^2 - 4(1-a) = (a-1)(a+3) < 0 \Rightarrow -3 < a < 1$$

حاصل ضرب  $a$  و  $b$  در این شرایط  $a(1-a)$  است:

$$ab = a(1-a) = a - a^2 = \frac{1}{4} - (a - \frac{1}{4})^2$$

$$\xrightarrow{-3 < a < 1} -12 < a - a^2 \leq \frac{1}{4}$$

در نهایت حدود  $ab$  بازه  $[-12, \frac{1}{4}]$  خواهد شد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

(جوابش نیکنام)

۷- گزینه «۳»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{2}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}) + (\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3}) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x^2 + 3x} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x = 15 \Rightarrow x^2 + 3x - 15 = 0$$



$$\Rightarrow f(-\frac{3}{2}k) = f(-3) = 1$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و گاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

(عادل حسینی)

۱۱- گزینه «۴»

اگر جرم اولیه گاز را  $M_0$  در نظر بگیریم، جرم باقی‌مانده گاز پس از

گذشت  $n$  روز از رابطه  $M_n = M_0 \cdot (0.93)^n$  به دست می‌آید، حال باید

$$n \text{ را طوری پیدا کنیم که } \frac{M_n}{M_0} = \frac{1}{3} \text{ باشد؛}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = (0.93)^n \xrightarrow{\log} \log \frac{1}{3} = \log(0.93)^n$$

$$\Rightarrow -\log 3 = n(\log 93 - \log 100)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 3}{2 - (\log 3 + \log 31)} = \frac{0.48}{2 - 1.98} = \frac{0.48}{0.02} = 24$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و گاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(ظاهر درستانی)

۱۲- گزینه «۴»

عبارت‌های داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin(x - \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}) + \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = 1$$

$$\Rightarrow 2 \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = 1 \Rightarrow \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = \frac{1}{2}$$

حال داریم:

$$\cos(x + \frac{5\pi}{8}) = \cos(x - \frac{3\pi}{8} + \pi) = -\cos(x - \frac{3\pi}{8}) = -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(محمدرضا راسخ)

۱۳- گزینه «۲»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\tan x + \cot x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1}{\sin x \cos x}$$

حال از طرفین تساوی بالا جزء صحیح می‌گیریم، داریم:  $[2x] + [3x] = 8$

از طرفی برای عبارت  $[2x] + [3x]$  می‌توانیم تساوی‌های زیر را بنویسیم:

$$[2x] + [3x] = \begin{cases} 5n & ; n \leq x < n + \frac{1}{3} \\ 5n+1 & ; n + \frac{1}{3} \leq x < n + \frac{2}{3} \\ 5n+2 & ; n + \frac{2}{3} \leq x < n + \frac{2}{3} \\ 5n+3 & ; n + \frac{2}{3} \leq x < n+1 \end{cases} ; n \in \mathbb{Z}$$

به ازای  $n=1$  تساوی  $[2x] + [3x] = 8$  حاصل می‌شود، پس عدد  $x$  را

به صورت  $x = 1 + p$  در نظر می‌گیریم که در آن  $p$  بخش اعشاری عدد

است و در بازه  $(\frac{2}{3}, 1)$  قرار دارد.

$$\xrightarrow{(*)} x = \frac{\sqrt{70} - [2x]}{3} = \frac{\sqrt{70} - 3}{3}$$

پس  $\alpha = \frac{\sqrt{70} - 3}{3}$  است و مقدار  $f(\alpha)$  برابر است با:

$$f(\alpha) = \frac{1}{4} (\sqrt{70} - 3 - [\frac{\sqrt{70} - 3}{6}]) = \frac{\sqrt{70} - 3}{4} = \frac{3\alpha}{4}$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲ و ۶۶ تا ۶۹)

۱۰- گزینه «۴»

(کامیار علییون)

دامنه تابع  $\mathbb{R} - [-1, k]$  است که یعنی  $x = -1$  و  $x = k$  ریشه‌های

عبارت  $x^2 - ax + b$  هستند.

$$\xrightarrow{x=-1} 1 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -1 \quad (1)$$

از طرفی  $f(4) = 1$  است و داریم:

$$f(4) = \log(16 - 4a + b) = 1 \Rightarrow 16 - 4a + b = 10$$

$$\Rightarrow 4a - b = 6 \quad (2)$$

از (۱) و (۲) به دست می‌آید:  $a = 1$  و  $b = -2$ .

$$\Rightarrow f(x) = \log(x^2 - x - 2)$$



$$m^2x^2 - 6mx + 2m + n = m^2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2$$

$$= m^2x^2 - \frac{3}{2}m^2x + \frac{9m^2}{16}$$

از تساوی نظیر به نظیر ضرایب داریم:

$$6m = \frac{3}{2}m^2 \xrightarrow{m \neq 0} m = 4$$

$$2m + n = \frac{9m^2}{16} \xrightarrow{m=4} 8 + n = 9 \Rightarrow n = 1 \Rightarrow m + n = 5$$

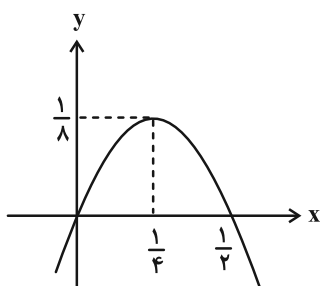
دقت کنید که اگر  $m = 0$  باشد، عبارت مخرج، مقدار ثابت می‌شود و در آن صورت حاصل حد نیز مقداری ثابت شده و نمی‌تواند بی‌نهایت شود.

(مسابقان ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

(عادل حسینی)

۱۶- گزینه «۳»

نمودار تابع  $g$  در شکل زیر رسم شده است:



$g(1) = -1$  است و تابع  $g$  در  $x = 1$  نزولی است. حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2mx - [-x]x^2}{2[x]x - m}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2mx}{-2x - m} = \frac{-2m}{2 - m}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2mx - [-x]x^2}{2[x]x - m}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2mx - x^2}{-4x - m} = \frac{-2m - 1}{4 - m}$$

حدهای چپ و راست باید برابر باشند:

$$\Rightarrow \frac{-2m}{2 - m} = \frac{-2m - 1}{4 - m} \Rightarrow 2m^2 - 8m = 2m^2 - 3m - 2 \Rightarrow m = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}}{\sin 2x}$$

حال اگر طرفین تساوی را به توان ۲ برسانیم، داریم:

$$1 + \sin 2x = \frac{2}{\sin^2 2x} \Rightarrow \sin^2 2x + \sin^2 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (\sin 2x - 1)(\sin^2 2x + 2\sin 2x + 2) = 0 \Rightarrow \sin 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

فقط باید حواسمان باشد که علامت  $\sin 2x$  و  $\sin x + \cos x$  یکسان

باشد که فقط در  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$  رخ می‌دهد. بنابراین معادله در بازه

$[0, 2\pi]$  فقط ۱ جواب دارد.

(مسابقان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(شاهین پروازی)

۱۴- گزینه «۱»

روش اول:

$$L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x\sqrt[3]{x-1} - 2}{x^2 - 4} \times \frac{x^2\sqrt[3]{(x-1)^2} + 2x\sqrt[3]{x-1} + 4}{x^2\sqrt[3]{(x-1)^2} + 2x\sqrt[3]{x-1} + 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2(x-1) - 8}{(x^2 - 4)(x^2\sqrt[3]{(x-1)^2} + 2x\sqrt[3]{x-1} + 4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + x^2 + 2x + 4)}{(x-2)(x+2)(x^2\sqrt[3]{(x-1)^2} + 2x\sqrt[3]{x-1} + 4)}$$

$$= \frac{20}{4 \times 12} = \frac{5}{12}$$

روش دوم: از قضیه هوییتال کمک می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x\sqrt[3]{x-1} - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-1} + \frac{x}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}}{2x}$$

$$= \frac{1 + \frac{2}{3}}{4} = \frac{5}{12}$$

(مسابقان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(محمدرضا راسخ)

۱۵- گزینه «۲»

با توجه به حد داده شده متوجه می‌شویم که  $x = \frac{3}{4}$  ریشه مضاعف مخرج

است، در نتیجه داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} f'_-(1) = 2 + a\pi \\ f'_+(1) = \frac{a}{2} + b \end{cases} \xrightarrow{\text{برابر}} 2 + a\pi = \frac{a}{2} + b$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} - \pi\right)a + b = 2 \quad (2)$$

از (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$$a = -\frac{2}{2\pi + 1}, \quad b = \frac{2\pi + 3}{2\pi + 1}$$

در این شرایط شیب خط مماس برابر است با:

$$f'(1) = 2 + a\pi = \frac{a}{2} + b = \frac{2\pi + 2}{2\pi + 1}$$

این خط مماس از نقطه (۱, ۱) می‌گذرد، پس معادله آن به صورت زیر است:

$$y = \frac{2\pi + 2}{2\pi + 1}x - \frac{1}{2\pi + 1}$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹ و ۹۳ تا ۹۶)

(پویش نیکنام)

۱۸- گزینه «۲»

ابتدا طول نقاط اکسترمم را پیدا می‌کنیم:

$$f'(x) = k(\sqrt{1-x^2} + 1) + kx\left(\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}\right) = k \frac{1-2x^2 + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0} 2x^2 - 1 = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow 4x^4 - 4x^2 + 1 = 1 - x^2$$

$$\Rightarrow 4x^4 - 3x^2 = x^2(4x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{یا} \quad \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$x = 0$  طول اکسترمم نسبی نیست؛ زیرا مشتق همسایگی آن تغییر علامت

نمی‌دهد. پس  $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$  طول نقاط اکسترمم نسبی تابع هستند و مقادیر

$$f\left(\pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = k\left(\pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right) \quad \text{تابع در این نقاط برابر است با:}$$

پس برای این که عرض این نقاط نیز  $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$  شود، باید  $k = \frac{2}{3}$  باشد.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\frac{4}{5}x - [-x]x^2}{2[x]x - \frac{2}{5}}$$

حال حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 1^-} [(g \circ f)(x)]$  را حساب می‌کنیم. در یک همسایگی

چپ  $x = 1$  ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = -\frac{5}{2}x^2 - 2x$  است که

در  $x = 1$  نزولی است، پس این تابع با مقادیر بیشتر از  $-\frac{9}{2}$  به آن نزدیک

می‌شود و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [g(f(x))] = \lim_{x \rightarrow (-\frac{9}{2})^+} [g(x)]$$

تابع  $g(x)$  در  $x = -\frac{9}{2}$  صعودی است، بنابراین وقتی  $x \rightarrow (-\frac{9}{2})^+$

تابع از مقادیر بیشتر از  $-45$  به آن نزدیک می‌شود. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{9}{2})^+} [g(x)] = [(-45)^+] = -45$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۴۰)

۱۷- گزینه «۳» (عادل حسینی)

تابع در  $x = 1$  مشتق دارد، پس در ابتدا در این نقطه باید پیوسته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - a \sin \pi x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (a\sqrt{x \cos^2 \pi x} + bx) = a + b$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی}} a + b = 1 \quad (1)$$

و در ضمن مشتق‌های چپ و راست باید با هم برابر باشند:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - a\pi \cos \pi x & ; x < 1 \\ \frac{a(\cos^2 \pi x - \pi x \sin 2\pi x)}{2\sqrt{x \cos^2 \pi x}} + b & ; x \geq 1 \end{cases}$$



$$S_{ABN} = 2S_{ABM} \Rightarrow 13 + S_{ABO} = 2(3 + S_{ABO})$$

$$\Rightarrow S_{ABO} = 7 \Rightarrow S_{ABM} = 7 + 3 = 10 \Rightarrow S_{ABCD} = 40$$

(هنر سه ا- پنر ضلعی ها: صفحہ ۶۵)

(امیرمسین ابومعوب)

۲۱- گزینه «۲»

در یک منشور با قاعده  $n$  ضلعی، خط شامل هر یال جانبی مانند  $AF$  با

$(n-2)$  خط شامل یال از هر کدام از وجه‌های بالا و پایین متناظر است.

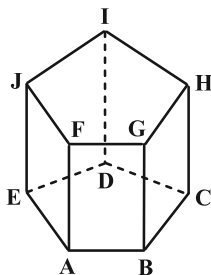
همچنین هر یک از خطوط شامل یال‌های قاعده پایین مانند  $AB$  با

$(n-1)$  خط شامل یال از قاعده بالا و  $(n-2)$  خط شامل یال از یال‌های

جانبی متناظر است و به‌طور مشابه این وضعیت برای هر کدام از یال‌های

قاعده بالا نیز برقرار است. بنابراین خط شامل یک یال حداکثر می‌تواند با

$(2n-3)$  خط از بین خطوط شامل یال‌های دیگر متناظر باشد.



(هنر سه ا- تقسم فضایی: صفحہ‌های ۷۹ تا ۸۲)

(مهرزاد ملونری)

۲۲- گزینه «۳»

مطابق یکی از تمرین‌های کتاب درسی هندسه (۲)، نیمساز زاویه داخلی  $\hat{A}$

و عمودمنصف ضلع  $BC$  در نقطه‌ای روی دایره محیطی (که وسط کمان

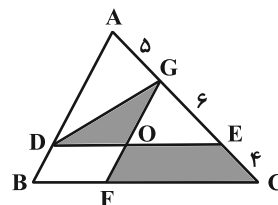
$\widehat{BC}$  است) متقاطع‌اند.

۱۹- گزینه «۳»

(نوبر مبینی)

نقطه برخورد پاره‌خط‌های  $DE$  و  $GF$  را  $O$  می‌نامیم. در این صورت

داریم:



$$\frac{S_{\triangle DOG}}{S_{\triangle GOE}} = \frac{DO}{OE} \stackrel{\text{تالس}}{=} \frac{AG}{GE} = \frac{5}{6} \quad (1)$$

$$\triangle GOE \sim \triangle GFC \Rightarrow \frac{S_{\triangle GOE}}{S_{\triangle GFC}} = \left(\frac{GE}{GC}\right)^2 = \left(\frac{6}{10}\right)^2 = \frac{9}{25} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب طرفین (۱) در (۲)}} \frac{S_{\triangle DOG}}{S_{\triangle GFC}} = \frac{5}{6} \times \frac{9}{25} = \frac{3}{10} \quad (3)$$

اما بنابر (۲) می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{S_{\triangle OECF}}{S_{\triangle GFC}} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \quad (4)$$

در پایان، با تقسیم طرفین (۴) بر طرفین (۳) داریم:

$$\frac{S_{\triangle OECF}}{S_{\triangle DOG}} = \frac{16}{25} \times \frac{10}{3} = \frac{32}{15}$$

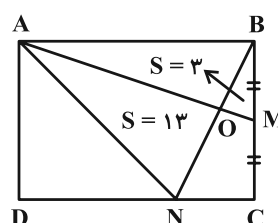
(هنر سه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحہ‌های ۳۴ تا ۳۷)

۲۰- گزینه «۳»

(سیرمهرضا حسینی‌فرد)

می‌دانیم مساحت مثلث  $ABN$  نصف مساحت مستطیل و مساحت  $ABM$

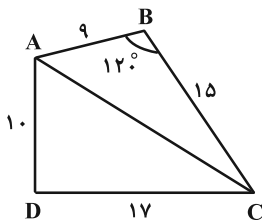
به اندازه  $\frac{1}{4}$  مساحت مستطیل است. پس داریم:



(عمیدرضا ملکی)

۲۴- گزینه «۳»

قطر AC را رسم می‌کنیم. بنابر قضیه کسینوس‌ها داریم:



$$AC^2 = 9^2 + 15^2 - 2 \times 9 \times 15 \times \cos 120^\circ$$

$$= 81 + 225 - 2 \times 9 \times 15 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 441 \Rightarrow AC = 21$$

حال مساحت مثلث ACD را با دستور هرون محاسبه می‌کنیم.

$$2P = 10 + 17 + 21 = 48 \Rightarrow P = 24$$

$$S = \sqrt{24 \times 14 \times 7 \times 3} = 84$$

از طرفی داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 9 \times 15 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 135 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

بنابراین مساحت چهارضلعی برابر است با:

$$S = 84 + 135 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 84 \\ b = 135 \end{cases} \Rightarrow a + b = 219$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

(هومن عقیلی)

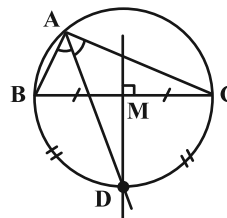
۲۵- گزینه «۱»

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & c & 1 & -1 \\ 2 & 6 & 2 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 12 - 10 + 2c - (20c + 2 - 6) = -48$$

$$\Rightarrow 2 + 2c - 20c + 4 = -48 \Rightarrow -18c = -54 \Rightarrow c = 3$$

$$a = 5, b = 4 \Rightarrow a + b + c = 12$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)



(هنر سه ۲- دایره: صفحه ۲۹)

۲۳- گزینه «۲»

(نوبر مبینی)

با دوران گفته شده،  $A'$  بر  $A$  منطبق می‌شود (مرکز دوران، نقطه ثابت

است) و با انتقال گفته شده نسبت به بردار  $\vec{V} = \frac{1}{3}\vec{AC}$ ، نقطه  $A$  به

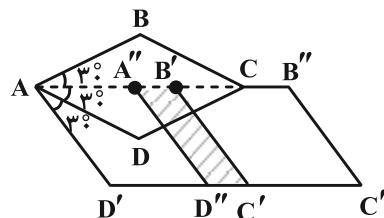
$A''$  که همان نقطه برخورد قطرهای لوزی است (در لوزی، قطرهای

عمودمنصف یکدیگرند)، تصویر می‌شود. پس اگر اندازه ضلع لوزی را  $a$

بگیریم، آنگاه  $AC = a\sqrt{3}$  و در نتیجه  $AA'' = \frac{a\sqrt{3}}{3}$  که نتیجه

می‌دهد  $A''B' = (1 - \frac{\sqrt{3}}{3})a$ . حال کافی است مساحت ناحیه میان

چهارضلعی‌های تصویر شده یعنی متوازی‌الاضلاع هاشورخورده را بیابیم، داریم:



$$S_{A''B'C'D''} = A''D'' \times A''B' \times \sin \hat{A}''$$

$$= a \times (1 - \frac{\sqrt{3}}{3})a \times \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{S_{A''B'C'D''}}{S_{ABCD}} = \frac{a^2 (1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{a^2 \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

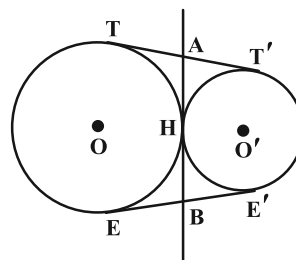
(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربرد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)





۲۶- گزینه «۱»

(اسحاق اسفندیار)

مرکز و شعاع دو دایره  $C(O, r)$  و  $C'(O', r')$  را به دست می‌آوریم:

$$O(1, 2), r=3$$

$$O'(-2, -2), r'=2$$

$$OO' = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

دو دایره مماس خارج‌اند.  $OO' = r + r' \Rightarrow$ 

$$\left. \begin{aligned} AT = AH, AH = AT' &\Rightarrow AH = \frac{1}{2} TT' \\ BH = BE, BH = BE' &\Rightarrow BH = \frac{1}{2} EE' \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow AH + BH = \frac{1}{2} (TT' + EE')$$

$$AB = \frac{1}{2} (2TT') = TT' = \sqrt{5^2 - (3-2)^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

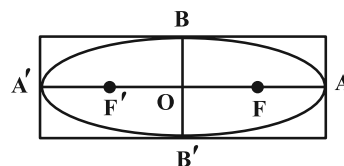
۲۷- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌نار)

$$\begin{cases} 2c = a + b \\ c^2 = a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2c = a + b \\ \frac{c}{2} = a - b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{4}c \\ b = \frac{3}{4}c \end{cases} \Rightarrow (2a)(2b) = 9/6 \Rightarrow \frac{15}{4}c^2 = 9/6$$

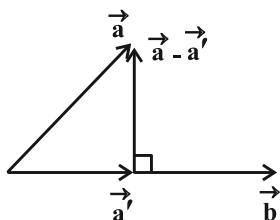
$$\Rightarrow c^2 = \frac{9 \times 9/6}{15} = 2/56 \Rightarrow c = 1/6 \Rightarrow 2c = 3/2$$



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۲۸- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

با توجه به شکل زیر، بردارهای  $\vec{a} - \vec{a}'$  و  $\vec{a}'$  بر یکدیگر عمودند:

$$(\vec{a} - \vec{a}') \cdot \vec{a}' = 0$$

مطابق شکل داریم:

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$(1, 0, 2) \cdot (0, 0, -1) = -2$$

(۱) نادرست

$$(-1, -1, 1) \cdot (2, 1, 0) = -3$$

(۲) نادرست

$$(1, -1, 3) \cdot (0, 1, -2) = -7$$

(۳) نادرست

$$(0, 0, 1) \cdot (1, 0, 0) = 0$$

(۴) درست

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۲۹- گزینه «۲»

(سیرمهرضا حسینی‌فر)

$$\cos 60^\circ = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1+m}{\sqrt{6}\sqrt{m^2+2}}$$

$$\Rightarrow 4(1+m)^2 = 6(m^2+2) \Rightarrow 3(m^2+2) - 2(1+m^2+2m) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (2, 1, -1) \\ \vec{b} = (1, 2, 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (3, -3, 3)$$

$$\text{حجم متوازی‌السطوح} = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 27$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)



## ۳۰- گزینه «۴»

(نویز میبری)

می‌دانیم که ارزش گزاره شرطی  $r \Rightarrow s$  تنها در صورتی نادرست است که  $r$

(مقدم) درست و  $s$  (تالی) نادرست باشد. گزاره  $(p \wedge \sim p)$  همواره نادرست

است، پس گزاره صورت سؤال تنها در صورتی درست است که  $\sim p \Rightarrow q$

نادرست باشد. در این صورت  $\sim p$  درست و  $q$  نادرست است، یعنی هر دو

گزاره  $p$  و  $q$  نادرست هستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

## ۳۱- گزینه «۱»

(کیوان دارایی)

$$|A| = n \Rightarrow |A'| = |U| - |A| = 10 - n$$

$$|A \times A'| = 21 \Rightarrow |A| \times |A'| = 21 \Rightarrow n(10 - n) = 21$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 7 \end{cases}$$

با توجه به اعضای مجموعه  $A$ ، این مجموعه نمی‌تواند ۷ عضوی باشد؛ بنابراین

۳ عضوی است. پس باید دو عضو آن با هم برابر باشند تا مجموعه  $A$ ، یک

مجموعه ۳ عضوی شود. ۵ حالت مختلف وجود دارد که همه را بررسی می‌کنیم.

$$1) \quad 2x - 1 = 1 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x + 1 = 2 \Rightarrow A = \{1, 2, 3\}$$

$$2) \quad 2x - 1 = 3 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow A = \{1, 3\}$$

این مجموعه دو عضوی است، یعنی جواب مسئله نیست.

$$3) \quad x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 2x - 1 = -1 \Rightarrow A = \{1, -1, 3\}$$

این مجموعه قابل قبول نیست چون زیر مجموعه  $U$  نیست.

$$4) \quad x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2x - 1 = 3$$

قابل قبول نیست  $A = \{1, 3\}$

$$5) \quad x + 1 = 2x - 1 \Rightarrow x = 2$$

قابل قبول نیست  $A = \{1, 3\}$

پس تنها یک جواب برای  $x$  وجود دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

## ۳۲- گزینه «۴»

(نویز میبری)

به کمک اصول احتمال و تعریف احتمال شرطی، خواهیم داشت:

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P[(A \cup B)']}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{P(B')}$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری داده‌ها}} 0.25 = \frac{1 - 0.82}{P(B')}$$

$$\Rightarrow \frac{P(B')}{4} = \frac{18}{100} \Rightarrow P(B') = \frac{18}{25}$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25} = 0.28$$

اما چون  $A$  و  $B$  ناسازگارند، پس  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  و از

این‌رو داریم:

$$0.82 = P(A) + 0.28 \Rightarrow P(A) = 0.54$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۵، ۴۶، ۵۲ تا ۵۴)

## ۳۳- گزینه «۲»

(مهریار راشدی)

تعداد توابعی که از مجموعه سه عضوی  $A$  به مجموعه ۴ عضوی  $B$  تعریف

$$\overset{a}{\boxed{4}} \times \overset{b}{\boxed{4}} \times \overset{c}{\boxed{4}} = 64$$

می‌شود برابر است با:

تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  برابر است با:

$$P(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$$

بنابراین احتمال این که تابع انتخاب شده، یک‌به‌یک باشد، برابر است با:

$$\frac{24}{64} = \frac{3}{8}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۷۸)

(ریاضی ۱ - آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۷ تا ۱۵۲)



۳۴- گزینه «۱»

(نیلو فر مهروری)

نکته: داده‌ای که بیشترین فراوانی (یا فراوانی نسبی) را داشته باشد مد نامیده می‌شود.

با توجه به نکته فوق مد داده‌ها برابر ۳ است.

می‌دانیم فراوانی نسبی هر داده برابر نسبت فراوانی آن داده به تعداد کل داده‌ها است، پس داریم:

$$۵ = ۵ \times ۱۰ / ۰ : \text{فراوانی داده } ۳$$

$$۲ = ۲ \times ۱۰ / ۰ : \text{فراوانی داده } ۴$$

$$۱ = ۱ \times ۱۰ / ۰ : \text{فراوانی داده } ۵$$

$$۲ = ۲ \times ۱۰ / ۰ : \text{فراوانی داده } ۸$$

تعداد داده‌ها زوج و برابر ۱۰ است، پس میانه برابر با میانگین داده‌های مرتب شده پنجم و ششم است. داده پنجم عدد ۳ و داده ششم عدد ۴ است. در نتیجه:

$$\text{میانه} = \frac{۳+۴}{۲} = ۳/۵ \Rightarrow \text{حاصل ضرب میانه و مد} = ۳ \times ۳/۵ = ۱۰/۵$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۳۵- گزینه «۱»

(غریزاد جوادری)

می‌دانیم مربع هر عدد فرد، فرد و مربع هر عدد زوج، زوج می‌شود. چون

مجموع دو مربع کامل، عدد فرد ۵۱۹ شده است، نتیجه می‌گیریم از بین  $x^2$

و  $y^2$  یکی فرد و دیگری زوج بوده است، یعنی بین  $x$  و  $y$  یکی فرد و

دیگری زوج بوده است. (مثلاً فرض کنید  $x$  فرد و  $y$  زوج بوده باشد).

$$\begin{cases} x = 2k+1 \Rightarrow x^2 = 4k^2+4k+1 \\ y = 2k' \Rightarrow y^2 = 4k'^2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 519 \Rightarrow (4k^2+4k+1) + (4k'^2) = 519 \Rightarrow 4k^2+4k'+1 = 518$$

$$4(\underbrace{2k+1}_{q'}) = 518 \Rightarrow 4q'' = 518 \Rightarrow q'' = \frac{518}{4} \notin \mathbb{Z}$$

پس هیچ نقطه‌ای با طول و عرض صحیح روی این منحنی واقع نیست.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۷)

۳۶- گزینه «۳»

(نوید میبیری)

بنابر داده‌های سؤال و نمایش اعداد در مبنای ۱۰، می‌توانیم بنویسیم:

$$\overline{(2ab)ab} = 1809k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \overline{(2ab)ab} = 2(\overline{ab}) \times 100 + (\overline{ab})$$

$$= 201(\overline{ab}) = 1809k \quad (*)$$

اما از آن‌جا که  $1809 = 9 \times 201$ ، پس از رابطه (\*) نتیجه می‌گیریم که

$\overline{ab}$  باید مضربی از ۹ باشد؛ یعنی  $\overline{ab} = 9m$  که  $m \in \mathbb{Z}$ ؛ از این‌رو

حالت‌های ممکن برای رقم‌های  $a$  و  $b$  عبارتند از:

$$\left\{ \begin{matrix} a=9 \\ b=0 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} a=8 \\ b=1 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} a=7 \\ b=2 \end{matrix} \right\}, \dots, \left\{ \begin{matrix} a=1 \\ b=8 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} a=9 \\ b=9 \end{matrix} \right\}$$

در نتیجه ۱۰ دسته جواب برای  $a$  و  $b$ ، یا به عبارتی ۱۰ عدد دو رقمی

$\overline{ab}$  وجود دارد. توجه کنید که حالت  $a=0$  و  $b=9$  پذیرفتنی نیست؛

زیرا در این صورت  $\overline{ab}$  دو رقمی نمی‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۷- گزینه «۲»

(نوید میبیری)

گراف ساده و همبند  $G$  از مرتبه ۷ با درجه‌های رئوس مورد نظر را به ۴

حالت زیر می‌توانیم رسم کنیم (گراف‌های  $G_1$  تا  $G_4$ ) که همان‌گونه که

روشن است در گراف  $G_4$ ، کمترین تعداد دور پدید می‌آید. این دورها

عبارتند از دنباله‌های  $abga$  و  $befb$  که هر دو با طول ۳ هستند.

از طرفی بزرگ‌ترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال گراف  $P_{15}$ ، شامل ۸ رأس مشخص شده در شکل فوق، یعنی مجموعه  $\{a, c, e, g, i, k, m, o\}$  است. اشتراک این دو مجموعه، به صورت  $\{e, k\}$  یعنی شامل دو عضو است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۵۴)

(نیلوفر مهروی)

گزینه «۴» - ۳۹

یک مربع لاتین چرخشی مورد نظر از مرتبه  $n$  به صورت زیر است:

۱	۲	۳	...	...	...	$n-1$	$n$
$n$	۱	۲	۳	...	...	$n-2$	$n-1$
$n-1$	$n$	۱	۲	۳	...	$n-3$	$n-2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
۳	۴	۵	...	...	...	۱	۲
۲	۳	۴	...	...	...	$n$	۱

درایه آخر سطر دوم برابر  $n-1$  و درایه آخر سطر سوم برابر  $n-2$  است.

$$(n-1) + (n-2) = 9 \Rightarrow 2n-3=9 \Rightarrow 2n=12 \Rightarrow n=6$$

مجموع درایه‌های یک سطر از مربع لاتین  $6 \times 6$  برابر است با:

$$1+2+\dots+6 = \frac{6 \times 7}{2} = 21$$

در مربع لاتین  $6 \times 6$ ، شش سطر وجود دارد پس مجموع کل درایه‌ها برابر

$$21 \times 6 = 126$$

است با:

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه ۶۳)

(مهرادر ملونری)

گزینه «۲» - ۴۰

اگر  $m$  جلسه ریاضی را پشت گذاشته باشیم، معلم از  $4m$  دانش‌آموز سؤال کرده است. طبق تعمیم اصل لانه کبوتری داریم:

$$k+1=6 \Rightarrow k=5$$

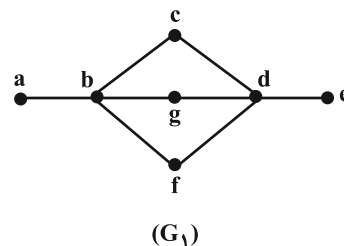
با توجه به فرض  $n=29$  است؛ لذا اگر تعداد دانش‌آموزانی که معلم از آن‌ها سؤال کرده است، حداقل  $29 \times 5 + 1 = 146$  تا باشد، آن‌گاه حکم مورد نظر محقق می‌شود، پس:

$$4m \geq 146 \Rightarrow m \geq \frac{146}{4} = 36.5 \Rightarrow \min(m) = 37$$

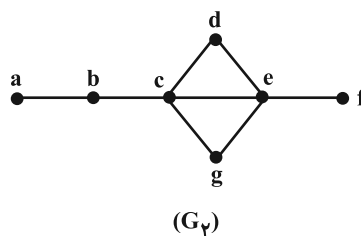
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

توجه: دقت کنید که یک دور به طول ۴ (برخلاف شبه پروانه

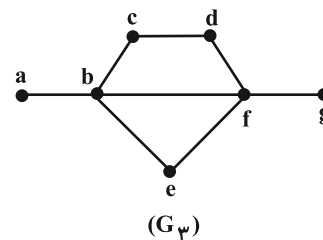
) نیست و نباید به اشتباه آن را دور با طول ۴ به حساب آورید.



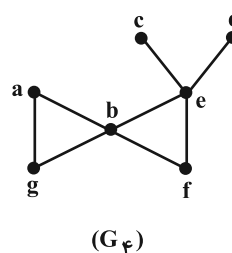
( $G_1$ )



( $G_2$ )



( $G_3$ )

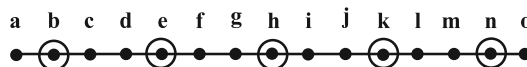


( $G_4$ )

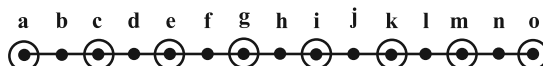
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

(امیرمسین ابومیسوب)

گزینه «۳» - ۳۸



در گراف  $P_{15}$ ، مجموعه احاطه‌گر مینیمم، یکتاست و مطابق شکل فوق به صورت  $\{b, e, h, k, n\}$  است.





## فیزیک

۴۱- گزینه «۳»

(مسام نادری)

ابتدا آهنگ افزایش مساحت را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{10^4 \text{ (یارد)}^2}{10 \text{ s}} = 10^3 \frac{\text{یارد)}^2}{\text{s}}$$

حال به کمک تبدیل زنجیره‌ای عدد به دست آمده را برحسب یکای مورد

نظر به دست می‌آوریم:

$$10^3 \frac{\text{یارد)}^2}{\text{s}} = ? \frac{\text{کیلواینچ)}^2}{\text{h}} \Rightarrow 10^3 \frac{\text{یارد)}^2}{\text{s}} \times \left(\frac{3 \text{ فوت}}{1 \text{ یارد}}\right)^2$$

$$\times \left(\frac{12 \text{ اینچ}}{1 \text{ فوت}}\right)^2 \times \left(\frac{1 \text{ کیلواینچ}}{10^3 \text{ اینچ}}\right)^2 \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 4668 / 6 \frac{\text{کیلواینچ)}^2}{\text{h}}$$

توجه: برای محاسبه تبدیل یکاهای توان‌دار مثل  $\text{km}^2$  به  $\text{m}^2$  می‌توان

ابتدا ضریب تبدیل بین یکاهای بدون توان را نوشت و بعد کل عبارت را به

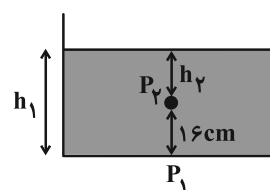
توان مورد نظر رساند.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۲- گزینه «۳»

(محمود منصوری)

در ابتدا ارتفاع کل مایع را محاسبه می‌کنیم:



$$V = Ah \Rightarrow h_1 = \frac{V}{A} \Rightarrow h_1 = \frac{2000}{50} = 40 \text{ cm}$$

دقت کنید که برای تعیین فشار ناشی از مایع در هر نقطه به فاصله قائم آن تا

سطح آزاد مایع نیاز داریم، یعنی:

$$h_2 = 40 - 16 = 24 \text{ cm}$$

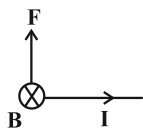
$$P = \rho gh \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho gh_1}{\rho gh_2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{40}{24} = \frac{5}{3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۴۳- گزینه «۴»

(مهری شریفی)

ابتدا با استفاده از قانون دست راست جهت نیروی وارد بر سیم را مشخص می‌کنیم:

با کاهش مقاومت رثوستا، جریان مدار افزایش یافته،  $F$  (نیروی مغناطیسی)

زیاد می‌شود و عدد نیروسنج کاهش می‌یابد. با افزایش مقاومت رثوستا،

جریان مدار کاهش یافته،  $F$  کاهش می‌یابد و عدد نیروسنج افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۴۴- گزینه «۴»

(مسام نادری)

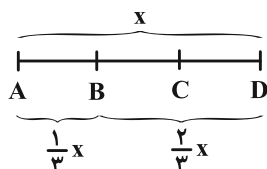
میل‌های کنترل معمولاً از مواد جذب‌کننده نوترون مانند کادمیم و بور ساخته

می‌شوند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه ۱۵۱)

۴۵- گزینه «۴»

(مبینی نکوئیان)

مطابق با شکل زیر و با توجه به رابطه تندی متوسط  $(s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t})$  می‌توان نوشت:

$$s_{avAB} = \frac{\overline{AB}}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = \frac{\frac{1}{3}x}{\frac{1}{20}} = \frac{x}{60}$$

کل زمان حرکت از B تا D را  $t$  در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$s_{avBC} = \frac{\overline{BC}}{\Delta t_{BC}} \xrightarrow{s_{avBC}=v} \overline{BC} = \frac{1}{4} vt$$

$$s_{avCD} = \frac{\overline{CD}}{\Delta t_{CD}} \xrightarrow{s_{avCD}=2v} \overline{CD} = \frac{1}{4} vt$$



(معمور منبوری)

۴۷- گزینه «۱»

ابتدا جابه‌جایی متحرک را در مدت ۲۰s محاسبه می‌کنیم. در ۱۰ ثانیه

ابتدایی حرکت، داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2 + 0 \times 10 \Rightarrow \Delta x_1 = 50 \text{ m}$$

سرعت متحرک در لحظه  $t_1 = 10 \text{ s}$  برابر است با:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 1 \times 10 + 0 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی ۱۰s تا ۲۰s برابر است با:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_1 t_2 = \frac{1}{2} \times (-2) \times 10^2 + 10 \times 10 \Rightarrow \Delta x_2 = 0$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{t_1 + t_2} = \frac{50 + 0}{20} \Rightarrow v_{av} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

(ادریس ممدری)

۴۸- گزینه «۲»

ابتدا حرکت جسم را قبل از پاره شدن طناب بررسی می‌کنیم:

$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow F - f_k = ma_1 \xrightarrow{f_k = \mu_k mg = 20 \mu_k} \rightarrow$$

$$24 - 20 \mu_k = 2a_1 \Rightarrow 12 - 10 \mu_k = a_1 \quad (I)$$

شتاب را نیز از رابطه  $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$  به دست می‌آوریم (v سرعت جسم در

هنگام پاره شدن نخ است):

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow a_1 = \frac{v - 0}{t} \Rightarrow a_1 = \frac{v}{t} \quad (II)$$

$$12 - 10 \mu_k = \frac{v}{t} \quad \text{رابطه‌های (I) و (II) را برابر قرار می‌دهیم:}$$

اکنون به بررسی حرکت جسم بعد از پاره شدن نخ می‌پردازیم. دقت شود در

این حالت تنها نیروی اصطکاک جنبشی به جسم وارد می‌شود.

$$F_{net} = ma_2 \Rightarrow -f_k = ma_2 \Rightarrow -20 \mu_k = 2a_2$$

$$\Rightarrow a_2 = -10 \mu_k \quad (III)$$

$$\overline{BC} + \overline{CD} = \frac{2}{3}x \xrightarrow{\frac{10}{4}vt = \frac{2}{3}x} \Rightarrow t = \frac{4x}{15v}$$

و همین‌طور می‌توان نوشت:

$$s_{avT} = \frac{\ell_T}{\Delta t_T} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}}{\Delta t_{AB} + \Delta t_{BC} + \Delta t_{CD}}$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{x}{\frac{x}{60} + \frac{4x}{15v}} = \frac{60v}{v + 16} \Rightarrow v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

(معمور سوری)

۴۹- گزینه «۲»

ابتدا معادله مکان- زمان دو متحرک را می‌نویسیم. سپس معادله  $\Delta x - t$ 

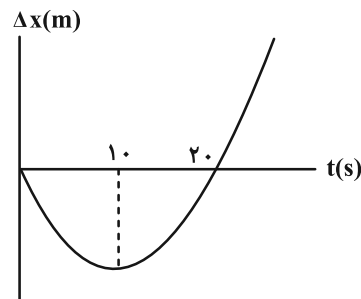
آنها را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \quad \text{موتورسوار : متحرک (۱)}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} (2) t^2 + 0(t) + x_0 \Rightarrow x_1 = t^2 + x_0$$

$$x = vt + x_0 \quad \text{خودرو : متحرک (۲)} \Rightarrow x_2 = 20t + x_0$$

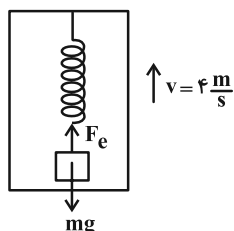
$$\Delta x = x_1 - x_2 = (t^2 + x_0) - (20t + x_0) = t^2 - 20t$$

اکنون نمودار  $\Delta x - t$  را رسم می‌کنیم.مطابق شکل فاصله دو متحرک ( $|\Delta x|$ ) از ۰s تا ۱۰s افزایش، از ۱۰s

تا ۲۰s کاهش و سپس افزایش می‌یابد. بنابراین نسبت خواسته شده برابر

$$\frac{20 - 10}{(10 - 0) + (60 - 20)} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} \quad \text{است با:}$$

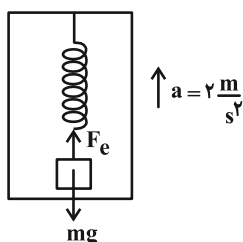
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)



$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow k\Delta l = mg$$

$$\Delta l = \frac{2 \times 10}{40} = 0.5 \text{ cm} \Rightarrow l - l_0 = 0.5 \xrightarrow{l_0 = 10 \text{ cm}} l = 10.5 \text{ cm}$$

در حالت حرکت شتابدار گفته شده، داریم:



$$F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = m(g + a) = 2(10 + 2) = 24 \text{ N}$$

$$\xrightarrow{F_e = k\Delta l} 40 \times \Delta l = 24 \Rightarrow \Delta l = 0.6 \text{ cm} \Rightarrow l' - l_0 = 0.6 \text{ cm}$$

$$\xrightarrow{l = 10 \text{ cm}} l' = 10.6 \text{ cm}$$

حال نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{l}{l'} = \frac{10.5}{10.6} = \frac{105}{106}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۴۳ و ۴۴)

(مسام نادر)

۵۰- گزینه «۳»

مدار همگام با زمین مداری است که در آن دوره گردش ماهواره به دور

زمین با مدت زمان یک دور چرخش زمین به دور خودش، یعنی  $24/0 \text{ h}$

یکسان باشد. حال کافی است روابط دوره گردش ماهواره به دور زمین و

تندی مداری ماهواره را با هم ترکیب کنیم:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{2\pi r}{v} \\ v_{\text{ماهواره}} &= \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{(GM_e)} \Rightarrow r^3 = \frac{GM_e T^2}{4\pi^2}$$

شتاب جسم را نیز در این مرحله به دست می‌آوریم.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow a_y = \frac{0 - v}{3t} \Rightarrow a_y = -\frac{v}{3t} \quad (\text{IV})$$

(III) و (IV) را برابر قرار می‌دهیم:

$$-10\mu_k = -\frac{v}{3t} \Rightarrow 30\mu_k = \frac{v}{t}$$

با مقایسه روابط به دست آمده،  $\mu_k$  به راحتی به دست می‌آید:

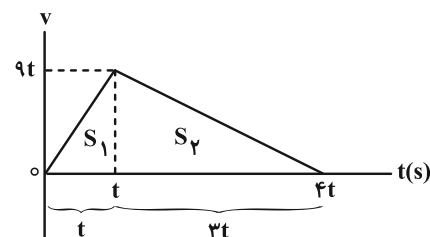
$$\left. \begin{aligned} 12 - 10\mu_k &= \frac{v}{t} \\ 30\mu_k &= \frac{v}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 12 - 10\mu_k = 30\mu_k$$

$$\Rightarrow 40\mu_k = 12 \Rightarrow \mu_k = 0.3$$

حال برای قسمت دوم سؤال،  $v$  را برحسب  $t$  به دست می‌آوریم:

$$10\mu_k = \frac{v}{3t} \xrightarrow{\mu_k = 0.3} v = 9t$$

سپس نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم:



$$S_1 = \frac{9t \times t}{2} = \frac{9}{2} t^2 = 4.5 t^2$$

$$S_2 = \frac{9t \times 3t}{2} = \frac{27}{2} t^2 = 13.5 t^2$$

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{4.5 t^2}{18 t^2} = \frac{45}{180} = \frac{1}{4}$$

خواسته سؤال:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

(مسام نادر)

۴۹- گزینه «۴»

مسئله را در دو حالت گفته شده بررسی می‌کنیم.

در حالت حرکت با سرعت ثابت خواهیم داشت:



$$\Delta t_A = t_{\text{هلیم}} - t_{\text{فلز}} = 0.36 \text{ s} \xrightarrow{t = \frac{d}{v}} \frac{d}{1000} - \frac{d}{v_{\text{فلز}}} = 0.36 \quad (1)$$

$$\Delta t_B = t_{\text{الکل}} - t_{\text{فلز}} = 0.28 \text{ s} \xrightarrow{t = \frac{d}{v}} \frac{d}{1200} - \frac{d}{v_{\text{فلز}}} = 0.28 \quad (2)$$

طبق روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{d}{1000} - 0.36 = \frac{d}{1200} - 0.28$$

$$\Rightarrow \frac{d}{1000} - \frac{d}{1200} = \frac{\lambda}{100} \Rightarrow d = 480 \text{ m}$$

اکنون با جای گذاری  $d$  در رابطه (۱) یا (۲) تندی صوت در فلز را به دست

$$\frac{480}{1000} - \frac{480}{v_{\text{فلز}}} = \frac{36}{100} \Rightarrow v_{\text{فلز}} = 4000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{می آوریم:}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

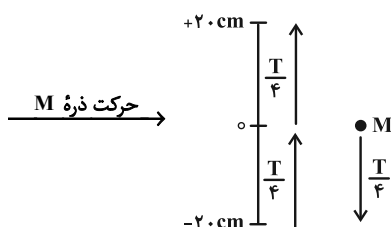
(مسام تارری)

۵۳- گزینه «۴»

فاصله بین دو قله موج همان طول موج است:

$$\left. \begin{aligned} \lambda = \Delta x = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m} \\ f = 20 \text{ Hz} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \lambda f = 20 \times 0.8 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} \xrightarrow{\Delta t = \frac{3}{20} \text{ s}} \Delta t = 3 \times \frac{T}{4}$$



سرعت در مرکز نوسان بیشینه است، در نتیجه پس از لحظه نشان داده شده

در شکل، یک بار سرعت و در نتیجه انرژی جنبشی ذره  $M$  بیشینه می‌شود.

حال مسافتی را که موج در مدت  $\frac{3}{20} \text{ s}$  طی می‌کند، می‌یابیم:

$$\Delta x = v \Delta t = 16 \times \frac{3}{20} = 2.4 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

$$\Rightarrow r^3 = \frac{6/67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (86400)^2}{4(3)^2} = 8/3 \times 10^{22} \text{ m}^3$$

(فیزیک ۳- رینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۵۱- گزینه «۴»

(آراس ممبری)

برای این که ساعت عقب بماند، باید دوره تناوب آن افزایش یابد تا کندتر نوسان

کند. طبق سؤال به ازای هر نوسان کامل، ساعت ۱۵ جلو می‌رود. حال برای آن که

ساعت در هر دقیقه ۲۰ س عقب بیافتد، باید به جای ۶۰ نوسان، ۴۰ نوسان انجام

دهد ( $60 - 20 = 40$ ) در نتیجه دوره تناوب آن  $\frac{60}{40}$  برابر می‌گردد:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \xrightarrow{\frac{T'}{T} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}} \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{9}{4}$$

از فصل (۴) فیزیک دهم به یاد داریم که:

$$L' - L = L \alpha \Delta \theta \Rightarrow L' = L(1 + \alpha \Delta \theta)$$

طبق رابطه انبساط طولی داریم:

$$\frac{L'}{L} = 1 + \alpha \Delta \theta \xrightarrow{\frac{L'}{L} = \frac{9}{4}, \alpha = 2/5 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ \text{C}}} \frac{9}{4} = 1 + 2/5 \times 10^{-3} \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} = 2/5 \times 10^{-3} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 500^\circ \text{C}$$

با توجه به  $\frac{L'}{L} = \frac{9}{4}$ ، طول میله آونگ افزایش یافته است و در نتیجه

تغییرات دما افزایشی است. توجه کنید دمای اولیه میله آونگ تأثیری در حل

سؤال نداشت.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۵۲- گزینه «۱»

(آراس ممبری)

در ابتدا به این نکته دقت شود که تندی صوت در جامدات بیشتر از گازها و

مایعات است پس زمان طی شدن موج در جامدات کمتر است:





طبق قانون عمومی شکست می توان نوشت:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_{\text{مایع}} \times \sin 37^\circ = n_{\text{هوا}} \sin 53^\circ \Rightarrow n_{\text{مایع}} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۴ تا ۹۹)

(مسام تدری)

گزینه «۴» -۵۶

پهنای نوارهای تاریک یا روشن در آزمایش ینگ متناسب با طول موج نور به کار رفته است. از آنجایی که طول موج نور سبز از قرمز کمتر است، پس پهنای نوارها کاهش می یابد. طول موج نور در آب کمتر از طول موج نور در هوا است، پس پهنای نوارها کاهش می یابد.

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۱۰۴ و ۱۰۵)

(علیرضا جباری)

گزینه «۳» -۵۷

سومین حالت برانگیخته الکترون مربوط به حالتی است که الکترون در مدار چهارم قرار دارد. یعنی  $n' = 4$ . سپس شماره مداری را به دست می آوریم در آنجا انرژی الکترون  $-0.544 \text{ eV}$  است.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad \frac{E_n = -0.544 \text{ eV}}{E_R = 13.6 \text{ eV}} \rightarrow -0.544 = -\frac{13.6}{n^2}$$

$$\Rightarrow n^2 = \frac{13.6}{0.544} = 25 \Rightarrow n = 5$$

از طرفی  $a_n$  همان  $r_1$  یعنی شعاع اولین مدار در اتم هیدروژن است و داریم:

$$r_n = n^2 a_n$$

$$r_n - r_{n'} = n^2 a_n - n'^2 a_n \xrightarrow{n=5, n'=4} r_5 - r_4 = 25a_n - 16a_n$$

$$r_5 - r_4 = 9a_n \xrightarrow{a_n = 5.1 \times 10^{-11} \text{ m}} r_5 - r_4 = 9 \times 5.1 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$= 4.5 \times 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow r_5 - r_4 = 450 \text{ pm}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه ۱۲۷)

(ریاضی خارج ۱۴۰۰)

گزینه «۳» -۵۸

$$K_{\max_1} = \frac{6/4 \times 10^{-19} \text{ J}}{1/6 \times 10^{-19}} = 4 \text{ eV}$$

$$K_{\max_2} = 0.25 \times K_{\max_1} = 0.25 \times 4 = 1 \text{ eV}$$

گزینه «۴» -۵۴

(علیرضا جباری)

ابتدا نسبت شدت صوت حاصل از بلندگو را در حالت دوم نسبت به حالت

اول پیدا می کنیم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{A_2=10A_1, f_2=10f_1, r_1=r_2}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^2 \times 10^2 = 10^4$$

سپس تراز شدت صوت در حالت اول را حساب می کنیم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\beta_2 = \beta_1 + 0.4 \beta_1 = 1.4 \beta_1, \frac{I_2}{I_1} = 10^4}$$

$$1.4 \beta_1 - \beta_1 = 10 \log 10^4 \Rightarrow 0.4 \beta_1 = 40 \Rightarrow \beta_1 = 100 \text{ dB}$$

در پایان با معلوم بودن شدت صوت مرجع و تراز شدت صوت اولیه می توانیم

شدت صوت در حالت اول را به دست آوریم:

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \xrightarrow{\beta_1 = 100 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} 100 = 10 \log \frac{I_1}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_1}{10^{-12}} = 10 \Rightarrow \frac{I_1}{10^{-12}} = 10^{10} \Rightarrow I_1 = 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۸۰ و ۸۱)

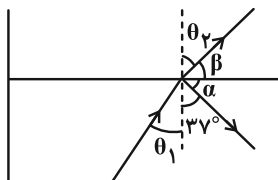
گزینه «۳» -۵۵

(محمود منصوری)

با توجه به قانون عمومی بازتاب و برابری زاویه های تابش و بازتابش می توان

$$\theta_1 = 37^\circ$$

گفت:



$$\alpha + 37^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 53^\circ, \quad \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 37^\circ$$

$$\theta_2 = 90^\circ - \beta = 53^\circ$$



$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) = R \frac{15}{16} \Rightarrow \lambda = \frac{16}{15R}$$

سؤال نسبت این طول موجها را خواسته:

$$\frac{\lambda_{\max} \text{ جذب}}{\lambda_{\min} \text{ گسیل}} = \frac{\frac{16 \times 25}{9R}}{\frac{16}{15R}} = \frac{15 \times 25}{9} = \frac{125}{3}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۴)

(آراس مضموری)

۶۰- گزینه «۲»

روش بهتر برای حل این سؤال، استفاده از شکل و طرح‌واره زیر است:

$$84g \xrightarrow{6 \text{ روز}} 42g \xrightarrow{6 \text{ روز}} 21g$$

در این مرحله،  $x$  گرم ماده پرتوزا را کم می‌کنیم:

$$21 - x \xrightarrow{6 \text{ روز}} \frac{21 - x}{2} \xrightarrow{6 \text{ روز}} \frac{21 - x}{4}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ماده پرتوزای باقی‌مانده در روز ۲۴} &= \frac{21 - x}{4} \\ \text{ماده پرتوزای باقی‌مانده در روز ۶} &= 42 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق سؤال}} \frac{21 - x}{4} = \frac{1}{12} (42) \Rightarrow 21 - x = 14 \Rightarrow x = 7g$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(ادریس مضموری)

۶۱- گزینه «۲»

با توجه به این که براینده نیروهای وارد بر هر سه بار صفر است، داریم:

$$\begin{array}{ccc} & y & x \\ & \text{---} & \text{---} \\ \bullet & & \bullet & & \bullet \\ q_1 = 36 \mu C & & q_2 = -4 \mu C & & q_3 = 9 \mu C \end{array}$$

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{22} \Rightarrow \frac{kq_1q_2}{y^2} = \frac{kq_2q_3}{x^2} \Rightarrow \frac{36}{y^2} = \frac{9}{x^2}$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} y = 2x$$

چون سؤال مقایسه‌ای است برای سادگی در محاسبات  $x = 1$  و  $y = 2$

در نظر می‌گیریم، حال طبق شکل زیر داریم:

$$K_{\max} = hf - W_e \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}, W_e = hf_e} K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_e} = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

$$\begin{cases} K_{\max_1} = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \\ K_{\max_2} = hc \left( \frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 1200 \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \\ 1 = 1200 \left( \frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{2 \text{ رابطه را از هم کم می‌کنیم.}} 3 = 1200 \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{400} = \frac{1}{2\lambda} \Rightarrow \lambda = 200 \text{ nm}$$

با استفاده از یکی از روابط بالا، طول موج آستانه فلز را حساب کرده و پس از

آن بسامد آستانه فلز را می‌یابیم:

$$4 = 1200 \left( \frac{1}{200} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \Rightarrow \frac{1}{300} = \frac{1}{200} - \frac{1}{\lambda_e}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_e} = \frac{1}{200} - \frac{1}{300} = \frac{1}{600} \Rightarrow \lambda_e = 600 \text{ nm}$$

$$f_e = \frac{c}{\lambda_e} = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz} = 500 \text{ THz}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

(مضمور منصور)

۵۹- گزینه «۳»

جذب هنگامی اتفاق می‌افتد که الکترون به مدار بالاتر برود. بلندترین

طول موج یعنی کمترین انرژی پس الکترون تنها باید به یک تراز بالاتر برود.

پس در اینجا الکترون از  $n = 4$  به  $n' = 5$  می‌رود که طول موج مربوط به

آن برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) = R \left( \frac{9}{16 \times 25} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{16 \times 25}{9R}$$

گسیل هنگامی اتفاق می‌افتد که الکترون به مدار پایین‌تر برود و کوتاه‌ترین

طول موج (بیشترین انرژی) برای هنگامی است که الکترون از مدار  $n$  به

پایین‌ترین مدار یعنی  $n' = 1$  برود که طول موج مربوط به آن برابر است با:



$$\frac{W_E = -3 \times 10^{-3} \text{ J} ; m = 4 \times 10^{-3} \text{ kg}}{W_{mg} = 9 \times 10^{-3} \text{ J} ; v_A = 0} \rightarrow$$

$$(-3 \times 10^{-3}) + (9 \times 10^{-3}) = 2 \times 10^{-3} v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 3 \Rightarrow v_B = \sqrt{3} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

(معمور منموری)

۶۳- گزینه «۳»

اگر  $6mC$  بار از صفحه منفی جدا کنیم بار این صفحه به مقدار

$6mC$  کم می‌شود و اگر  $6mC$  را به صفحه مثبت بدهیم بار این

صفحه هم به اندازه  $6mC$  خنثی شده و  $6mC$  کم می‌شود. در نهایت

می‌توان گفت اندازه بار صفحات  $6mC$  کاهش یافته یعنی،

$Q_2 = Q_1 - 6mC$ . از طرفی هم به گفته سؤال انرژی خازن  $9J$  کاهش

یافته، پس  $U_2 = U_1 - 9J$ . چون خازن از مولد جدا شده اختلاف پتانسیل

بین صفحات آن ثابت نیست بنابراین بهتر است از بین روابط

$$U = \frac{Q^2}{2C} \quad U = \frac{1}{2} QV \quad U = \frac{1}{2} CV^2 \quad \text{و} \quad U = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{از رابطه} \quad U = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{که}$$

متغیر  $V$  در آن وجود ندارد) کمک بگیریم.

$$\frac{Q_2^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2C} - 9 \Rightarrow \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2C} = -9$$

$$\frac{(Q_2 - Q_1)(Q_1 + Q_2)}{2C} = -9 \quad \begin{matrix} Q_2 = Q_1 - 6mC \\ C = 6\mu F = 6 \times 10^{-6} F, \quad Q_1 = x mC = x \times 10^{-3} \end{matrix} \rightarrow$$

$$\frac{(-6 \times 10^{-3})(2x \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-3})}{2 \times 6 \times 10^{-6}} = -9$$

$$\Rightarrow \frac{x-3}{3} = 3 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow Q_1 = 12mC$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

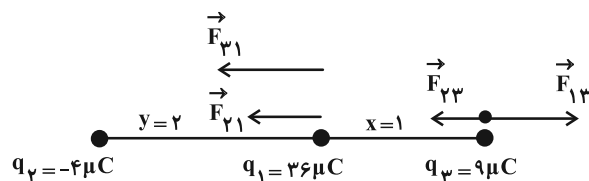
(علیرضا جباری)

۶۴- گزینه «۳»

نمودار اختلاف پتانسیل برحسب جریان برای دو سر یک باتری به صورت یک

خط شیبدار است که شیب این خط برابر با  $r$  و عرض از مبدأ آن برابر با

$\mathcal{E}$  و طول از مبدأ آن برابر با  $\frac{\mathcal{E}}{r}$  است.



$$\left. \begin{aligned} F_{12} &= \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow F_{12} = \frac{k \times 36 \times 4}{2^2} \Rightarrow F_{12} = 324k \\ F_{23} &= \frac{kq_2q_3}{r^2} \Rightarrow F_{23} = \frac{k \times 4 \times 9}{3^2} \Rightarrow F_{23} = 4k \end{aligned} \right\} F_{T_2} = 320k$$

$$\left. \begin{aligned} F_{31} &= \frac{kq_3q_1}{r^2} \Rightarrow F_{31} = \frac{k \times 9 \times 36}{1^2} \Rightarrow F_{31} = 324k \\ F_{21} &= \frac{kq_2q_1}{r^2} \Rightarrow F_{21} = \frac{k \times 4 \times 36}{3^2} \Rightarrow F_{21} = 36k \end{aligned} \right\} F_{T_1} = 360k$$

در آخر خواسته سؤال  $(\frac{F_{T_2}}{F_{T_1}})$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{T_2}}{F_{T_1}} = \frac{320k}{360k} \Rightarrow \frac{F_{T_2}}{F_{T_1}} = \frac{8}{9}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

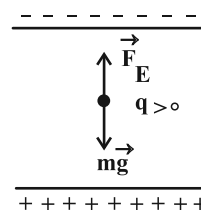
۶۲- گزینه «۱»

(مجتبی نکل‌نایان)

مطابق با شکل زیر، ذره بارداری در جهت نیروی وزن و خلاف جهت نیروی

الکتریکی وارد بر آن جابه‌جا می‌شود. بنابراین کار نیروی وزن وارد بر ذره،

مثبت و کار نیروی الکتریکی وارد بر آن منفی است، بنابراین داریم:



$$W_{mg} = -\Delta U_g = 9 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_E = -\Delta U_E = -3 \times 10^{-3} \text{ J}$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{mg} = \frac{1}{2} m(v_B^2 - v_A^2)$$



از طرفی جریانی که بین مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_{2,3}$  بخش می‌شود برابر است با  $I_F + I_D + I_C$  که  $4x$  است و چون مقاومت آن‌ها یکسان است پس جریان گذرنده از هر کدام از آن‌ها  $2x$  می‌باشد. حال خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_D}{P_1} = \frac{R_D I_D^2}{R_1 I_1^2} \xrightarrow{I_D=x, I_1=2x} \frac{P_D}{P_1} = \frac{12 \times x^2}{14 \times 4x^2} = \frac{3}{14}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۶)

(علیرضا جباری)

گزینه «۴»

با توجه به رابطه  $B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$  میدان مغناطیسی درون یک سیملوله حامل

جریان، با تعداد حلقه‌ها و جریان عبوری از سیملوله، نسبت مستقیم دارد، اما با طول سیملوله نسبت وارون دارد. در اینجا تعداد حلقه‌ها تغییر نکرده است. بنابراین داریم:

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{I_2}{I_1} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} \xrightarrow{I_2=I_1+1, \ell_2=\ell_1-0.1\ell_1=0.9\ell_1} \frac{B_2}{B_1} = \frac{I_1+1}{I_1} \times \frac{\ell_1}{0.9\ell_1}$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی درون سیملوله، افزایش یافته

$$B_2 = B_1 + 0.25B_1 = 1.25B_1 \quad \text{است. پس می‌توان نوشت:}$$

$$\frac{1.25B_1}{B_1} = \frac{I_1+1}{I_1} \times \frac{1}{0.9} \Rightarrow \frac{9}{8} = \frac{I_1+1}{I_1} \Rightarrow I_1 = 8A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

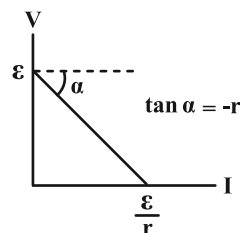
(علیرضا جباری)

گزینه «۲»

ابتدا آهنگ متوسط تغییر میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_2 - B_1}{t_2 - t_1} = \frac{0.08t_2 + 0.05 - (0.08t_1 + 0.05)}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{0.08(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_1)} = 0.08 \frac{T}{s}$$



در شکل (الف)، شیب خط‌ها یکسان است ( $r_A = r_B$ ) اما عرض از مبدأ باتری B بیشتر است. ( $\epsilon_B > \epsilon_A$ ). در شکل (ب)، اندازه شیب خط C بیشتر از شیب خط D است ( $r_C > r_D$ ) اما  $\epsilon_D = \epsilon_C$  است. در شکل (پ)، طول از مبدأ باتری‌های E و F یکسان است.

$$\frac{\epsilon_E}{r_E} = \frac{\epsilon_F}{r_F} \xrightarrow{\epsilon_E=1.0V, \epsilon_F=2.0V} \frac{1.0}{r_E} = \frac{2.0}{r_F} \Rightarrow r_F = 2r_E$$

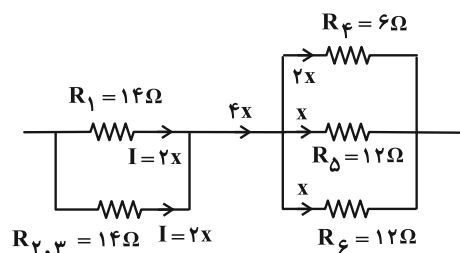
بنابراین در گزینه «۳» تمامی موارد درست هستند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

(ادرس ممبری)

گزینه «۳»

با بستن کلید k، مقاومت  $R_4$  اتصال کوتاه شده و مقاومت‌های  $R_F$ ،  $R_D$  و  $R_3$  موازی می‌شوند (چرا؟). از طرفی دو مقاومت  $R_3$  و  $R_4$  متوالی هستند. مدار ساده شده به شکل زیر است:



اگر جریان گذرنده از مقاومت  $R_6$  را x در نظر بگیریم، جریان مقاومت‌های  $R_5$  و  $R_4$  را نیز می‌توان برحسب x به دست آورد (دقت شود در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر است):

$$V_F = R_F I_F \xrightarrow{R_F=12\Omega, I_F=x} V_F = 12x$$

$$\begin{cases} V_F = V_D \Rightarrow 12x = 12I_D \Rightarrow I_D = x \\ V_F = V_4 \Rightarrow 12x = 6 \times I_4 \Rightarrow I_4 = 2x \end{cases}$$

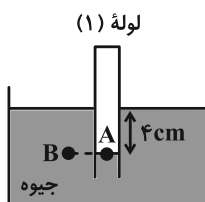
$$\text{اولین بار} \rightarrow 100\pi t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{600} \text{ s}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(مسام نادری)

۶۹- گزینه «۱»

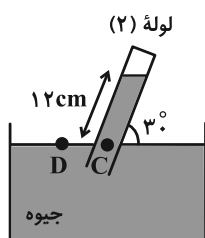
ابتدا فشار گاز درون لوله (۱) را حساب می‌کنیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_0 + P_{\text{جیوه}} = 76 + 4 = 80 \text{ cmHg}$$

حال فشار گاز درون لوله (۲) را حساب می‌کنیم. توجه شود که ارتفاع عمودی

ستون مایع در محاسبه فشار اهمیت دارد:



$$P_C = P_D \Rightarrow P_2 + P_{\text{جیوه}} = P_0$$

$$\xrightarrow{P_{\text{جیوه}} = 12 \times \sin 30^\circ = 6 \text{ cmHg}} P_2 = 76 - 6 = 70 \text{ cmHg}$$

$$\text{سؤال} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{80}{70} = \frac{8}{7}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(آراس مموری)

۷۰- گزینه «۳»

دقت کنید در هر دو مرحله، تغییرات انرژی جنبشی افزایشی است؛ زیرا تندی

افزایش یافته است:

$$\begin{cases} 7 + 4 > 7 - 2 \Rightarrow 4 > -2 \\ 27 + 5 > 7 + 4 \Rightarrow 7 > -1 \end{cases}$$

در اینجا نیروی محرکه القایی و جریان القایی حاصل از آن، ناشی از تغییر میدان مغناطیسی است.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{av} &= -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \\ \Phi &= BA \cos \theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \epsilon_{av} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{N=1, \cos \theta=1} \begin{aligned} A &= 1.0^2 \text{ cm}^2 = 1.0^2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 1.0^{-1} \text{ m}^2 \\ A &= 1.0^2 \text{ cm}^2 = 1.0^2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 1.0^{-1} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\epsilon_{av} = -1 \times 1.0^{-1} \times 1 \times \frac{\Delta B}{\Delta t} \xrightarrow{\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0.8 \frac{\text{T}}{\text{s}}} \epsilon_{av} = -1 \times 1.0^{-1} \times 1 \times 0.8 = -0.8 \text{ V}$$

$$|\epsilon_{av}| = 0.8 \text{ V} = 8 \text{ mV}$$

جریان الکتریکی القایی متوسط در قاب را حساب می‌کنیم:

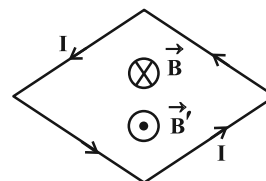
$$I_{av} = \frac{|\epsilon_{av}|}{R} \xrightarrow{\begin{aligned} |\epsilon_{av}| &= 8 \text{ mV} \\ R &= 8 \times 10^{-3} \Omega \end{aligned}} I_{av} = \frac{8}{8} = 1 \text{ mA}$$

با توجه به این که شار مغناطیسی در حال افزایش است، طبق قانون لنز، جهت

میدان مغناطیسی القایی  $\vec{B}'$  باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی اولیه  $\vec{B}$

باشد تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند. بنابراین با استفاده از قاعده

دست راست معلوم می‌شود که جریان القایی درون قاب، پادساعتگرد است.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۱، ۱۱۲ و ۱۱۷)

(معمود منصوری)

۶۸- گزینه «۴»

ابتدا جریان عبوری از رسانا را در لحظه مورد نظر به دست می‌آوریم:

$$V = RI \Rightarrow 5 = 10 \times I \Rightarrow I = 0.5 \text{ A}$$

با توجه به رابطه جریان متناوب داریم:

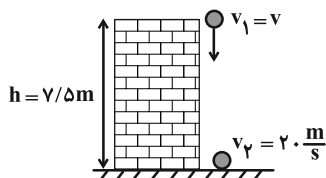
$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{T=20 \text{ ms} = 20 \times 10^{-3} \text{ s}}$$

$$0.5 = 1 \times \sin\left(\frac{2\pi}{0.02} t\right) \Rightarrow \sin(100\pi t) = \frac{1}{2}$$

(ارزیس مموری)

۷۱- گزینه «۳»

چون در هر دو حالت گلوله مسافت یکسانی را طی می‌کند و نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در دو حالت یکسان فرض شده است، پس کار نیروی مقاومت هوا در دو حالت با یکدیگر برابر است. حال با توجه به شکل‌های زیر، روابط پایستگی انرژی را برای هر دو حالت می‌نویسیم:

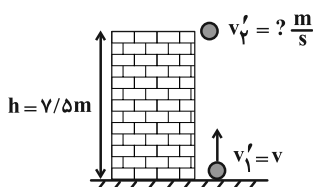


$$W_{fD} = E_f - E_i \Rightarrow W_{fD} = (U_f + K_f) - (U_i + K_i)$$

$$\frac{U_f = 0, U_i = mgh}{v_1 = v, v_2 = 2 \cdot \frac{m}{s}} \rightarrow W_{fD} = (0 + \frac{1}{2} m \times v_2^2) - (mgh + \frac{1}{2} m v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{fD} = 200m - 7\Delta m - \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow W_{fD} = 12\Delta m - \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$



$$W_{fD} = E'_f - E'_i \Rightarrow W_{fD} = (U'_f + K'_f) - (U'_i + K'_i)$$

$$W_{fD} = (mgh + \frac{1}{2} m v'^2_2) - (0 + \frac{1}{2} m v'^2_1)$$

$$\frac{h=7\Delta m}{v'_1=v} \rightarrow W_{fD} = 7\Delta m + \frac{1}{2} m v'^2_2 - \frac{1}{2} m v^2 \quad (2)$$

حال از برابر قرار دادن رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$12\Delta m - \frac{1}{2} m v^2 = 7\Delta m + \frac{1}{2} m v'^2_2 - \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow 50m = \frac{1}{2} m v'^2_2 \Rightarrow v'^2_2 = 100 \Rightarrow v'_2 = 10 \cdot \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

همچنین دقت کنید که تندی همواره مثبت است پس قطعاً از ۱- بزرگ‌تر است.

$$K_f - K_i = 12\Delta \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = 12\Delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m ((v+4)^2 - (v-2)^2) = 12\Delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (12v + 12) = 12\Delta \quad (1)$$

$$K_f - K_i = 37\Delta \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = 37\Delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m ((2v+5)^2 - (v+4)^2) = 37\Delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (3v^2 + 12v + 9) = 37\Delta \quad (2)$$

عبارت (۱) را بر (۲) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{12v+12}{3v^2+12v+9} = \frac{12\Delta}{37\Delta} \Rightarrow \frac{12v+12}{3(v^2+4v+3)} = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده‌سازی و طرفین وسطین}} v^2 + 4v + 3 = 12v + 12$$

$$\Rightarrow v^2 - 8v - 9 = (v-9)(v+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 9 \frac{m}{s} \text{ ق ق} \\ v = -1 \frac{m}{s} \text{ غ ق} \end{cases}$$

برای به دست آوردن انرژی جنبشی خواسته شده، باید  $\frac{1}{2} m$  را به دست

آوریم. پس تندی به دست آمده را  $(v = 9 \frac{m}{s})$  در عبارت (۱) یا (۲)

جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} m (12)(v+1) = 12\Delta \xrightarrow{v=9} \frac{1}{2} m = \frac{12\Delta}{120} = \frac{2\Delta}{24}$$

حال خواسته سؤال را حساب می‌کنیم:

$$K_f = \frac{1}{2} m (4v)^2 \xrightarrow{\frac{1}{2} m = \frac{2\Delta}{24}, v=9 \frac{m}{s}}$$

$$K = \frac{2\Delta}{24} \times (36)^2 \Rightarrow K = 12\Delta \cdot J = 1/25 kJ$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)



$$Q_1 = 42000 \text{ m}, Q_F = mL_F = 336000 \text{ m}$$

$$Q_\Delta = m_p c_p \Delta\theta = m_p \times 4200 \times (0 - 20) = -84000 m_p$$

$$Q_1 + Q_F + Q_\Delta = 0 \Rightarrow 42000 m + 336000 m - 84000 m_p = 0$$

$$\Rightarrow m + 8m - 2m_p = 0 \Rightarrow m_p = 4 / \Delta m$$

در نهایت جرم یخ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} m = 10 m_1 \\ m_p = 4 / \Delta m \end{cases} \Rightarrow m_p = 4 \Delta m_1 \xrightarrow{m_1 - m_1 = 4400 \text{ g}} \rightarrow$$

$$44 m_1 = 4400 \text{ g} \Rightarrow m_1 = 100 \text{ g} \xrightarrow{m = 10 m_1} m = 1000 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

(مفسر سلامتی و نر)

گزینه «۳» ۷۴

$$\Delta U = W + Q$$

$$W \xrightarrow{\text{در فرایند هم‌حجم}} \Rightarrow \Delta U = Q \Rightarrow U_p - U_1 = Q \quad (I)$$

از طرفی می‌دانیم که انرژی درونی تابع دمای گاز است.

$$U \propto T \Rightarrow \frac{U_p}{U_1} = \frac{T_p}{T_1}$$

$$\frac{U_p}{U_1} = \frac{77 + 273}{27 + 273} = \frac{350}{300} = \frac{7}{6} \Rightarrow U_1 = \frac{6}{7} U_p \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} U_p \left(1 - \frac{6}{7}\right) = 400 \Rightarrow U_p = 2800 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۲)

(مسام ندری)

گزینه «۴» ۷۵

$$\begin{cases} Q_H = 1000 \text{ J} \\ |Q_L| = 720 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow |W| = Q_H - |Q_L| = 280 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{280}{1000} = 0.28 \Rightarrow 28\% \text{ بازده}$$

$$P = \frac{|W|}{t} = \frac{280}{0.7} = 400 \text{ W}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

گزینه «۲» ۷۲

(ممبریوار سورپی)

می‌دانیم در لحظه شروع سرریز شدن مایع، حجم ظرف با حجم مایع برابر

است. بنابراین طبق رابطه  $V_p = V_1(1 + \beta \Delta\theta)$  داریم:

$$V_p = V_2 \Rightarrow V_1(1 + \beta \Delta\theta) = V_2 \Rightarrow V_1 \text{ ظرف} = V_2 \text{ مایع}$$

$$\xrightarrow{V_1 \text{ ظرف} = A(40 + L), \beta_{\text{ظرف}} = 10^{-4} \frac{1}{K}, V_2 \text{ مایع} = A \times 40, \beta_{\text{مایع}} = 10^{-2} \frac{1}{K}, \Delta\theta = \frac{\Delta F}{9} \times 100 / 8 = 56^\circ \text{C}}$$

$$A(40 + L)(1 + 10^{-4} \times 56) = A \times 40(1 + 10^{-2} \times 56)$$

$$(40 + L)(1.0056) = 40(1.56) \Rightarrow 40 / 224 + 1.0056 L = 42 / 24$$

$$\Rightarrow L \approx 2 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

گزینه «۳» ۷۳

(ممبریوار سورپی)

کمترین مقدار آب برای این که دمای تعادل مجموعه صفر درجه سلسیوس

شود مربوط به حالتی است که تمام آب یخ بزند، بنابراین داریم:

$$m_1 \text{ آب } 20^\circ \text{C} \xleftarrow{Q_r} m_1 \text{ آب } 0^\circ \text{C} \xleftarrow{Q_r} m_1 \text{ یخ } 0^\circ \text{C}$$

$$m \text{ یخ } 0^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_1} m \text{ یخ } -20^\circ \text{C}$$

$$Q_1 = mc \Delta\theta \Rightarrow Q_1 = m \times 2100 \times (0 - (-20)) = 42000 m$$

$$Q_r = m_1 c_p \Delta\theta' \Rightarrow Q_r = m_1 \times 4200 \times (0 - 20) = -84000 m_1$$

$$Q_r = -m_1 L_F \Rightarrow Q_r = -m_1 \times 336000 = -336000 m_1$$

$$Q_1 + Q_r + Q_p = 0 \Rightarrow 42000 m - 84000 m_1 - 336000 m_1 = 0$$

$$m - 2m_1 - 8m_1 = 0 \Rightarrow m = 10 m_1$$

از طرفی بیشترین مقدار آب برای این که دمای تعادل مجموعه صفر درجه

سلسیوس شود، مربوط به حالتی است که تمام یخ ذوب شود، بنابراین داریم:

$$m_p \text{ آب } 20^\circ \text{C} \xleftarrow{Q_\Delta} m_p \text{ آب } 0^\circ \text{C}$$

$$m \text{ آب } 0^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_f} m \text{ یخ } 0^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_1} m \text{ یخ } -20^\circ \text{C}$$



شیمی

۷۶- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست:

$$\frac{3/7 \text{ g Ca}_3\text{N}_2 \times \frac{1 \text{ mol Ca}_3\text{N}_2}{148 \text{ g Ca}_3\text{N}_2} \times \frac{5 \times 6 + 0.2 \times 10^{23}}{1 \text{ mol Ca}_3\text{N}_2}}{\text{یون}}$$

$$= 7/525 \times 10^{22} \text{ یون}$$

$$Z = \frac{A - (n - e) + \text{بار یون}}{2} = \frac{115 - 20 + 3}{2} = 49 \quad \text{درست: (۲)}$$

عنصر با عدد اتمی ۴۹، در دوره ۵ و گروه ۱۳ جدول دوره‌ای جای دارد و

آرایش الکترونی این عنصر به صورت  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 4s^1$  می‌باشد.

عناصر قبل و بعد از این عنصر به ترتیب متعلق به دو دسته d و p

می‌باشند.

(۳) نادرست؛ با افزایش فاصله از هسته اتم (افزایش مقدار n) اختلاف انرژی

بین دو لایه متوالی کاهش و اختلاف طول موج افزایش می‌یابد.

(۴) نادرست؛ آرایش الکترونی عناصر استثناء ( $\text{Cr}$ ،  $\text{Cu}$  و ...) از اصل

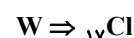
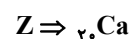
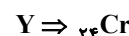
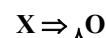
آفیا پیروی نمی‌کند.

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۲۷ تا ۳۲)

۷۷- گزینه «۳»

(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

موارد (الف) و (ت) نادرست می‌باشند.



بررسی موارد نادرست:

الف) اتم X (اکسیژن) با گرفتن دو الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب

هم‌دوره خود می‌رسد.



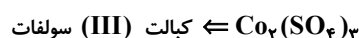
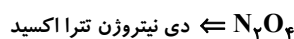
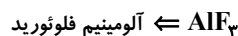
(ت)

در زیرلایه با  $l = 2$ ، ۳ الکترون وجود دارد نه ۴ الکترون.

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ و ۳۰ تا ۳۴)

۷۸- گزینه «۳»

(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

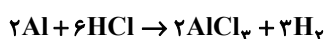


نکته: CO کربن مونوکسید - Co کبالت

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۷۹- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times V_1}{273} = \frac{2 \times 1/12}{273 + 91}$$

$$\Rightarrow V_1 = 1/68 \text{ L} \quad \text{حجم گاز در شرایط STP}$$

حال جرم Al مصرف شده را با استفاده از حجم گاز تولید شده در شرایط

STP به دست می‌آوریم:

$$\text{g Al} = 1/68 \text{ L H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{22/4 \text{ L H}_2} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol H}_2} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}}$$

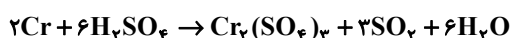
$$= 1/35 \text{ g Al}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۸۰- گزینه «۱»

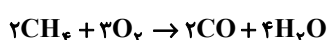
(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

معادله به شکل زیر موازنه می‌شود:



که مجموع ضرایب مواد برابر ۱۸ است. از طرفی معادله سوختن ناقص متان

به صورت زیر است:



$$\frac{18}{2} = 9$$

که ضریب CO برابر ۲ می‌باشد. پس:

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴ تا ۸۴)





۸۱- گزینه «۴»

(سعی تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱)

$$O_3 = \frac{\text{جرم مولی } O_3}{\text{حجم مولی } O_3} = \frac{48 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{20 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}} = 2.4 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$(2) \text{ با توجه به رابطه } \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی}}{\text{جرم مولی}} = M, \text{ می توان}$$

نتیجه گرفت در غلظت‌های مولی و چگالی یکسان، درصد جرمی محلولی که جرم مولی بیشتری دارد، بیشتر است.

$$164 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (3 \times 22) + 31 + (4 \times 16)$$

$$142 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (2 \times 22) + 32 + (4 \times 16)$$

(۳)

$$S = 0/3(30) + 27 = 36 \text{ g}$$

$$680 \text{ g} \times \frac{36 \text{ g KCl}}{136 \text{ g محلول}} = 180 \text{ g KCl}$$

(۴) در ترکیب یونی  $\text{Li}_2\text{SO}_4$ ، دو یون  $\text{Li}^+$  وجود دارد. در نتیجه می‌توان

نتیجه گرفت غلظت مولی یون  $\text{Li}^+$  دو برابر غلظت مولی یون  $\text{SO}_4^{2-}$

است، نه درصد جرمی و ppm آن.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی؛

صفحه‌های ۷۸، ۷۹، ۹۴، ۹۵، ۹۸، ۹۹ و ۱۰۳)

۸۲- گزینه «۱»

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{S_2}{0/29} = \frac{3}{1} \Rightarrow S_2 = 3 \times 0/29$$

$$2 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \Rightarrow 2000 \text{ g}$$

در نهایت جرم  $\text{CO}_2$  آزاد شده را از فرمول زیر به دست می‌آوریم.

می‌دانیم که اول  $\text{CO}_2$  در فشار ۳ atm بوده و بعد با باز کردن درب

بطری فشار به ۱ atm رسیده است.

جرم  $\text{CO}_2$  آزاد شده

$$= \frac{(\text{جرم انحلال‌پذیری در دمای ثانویه} - \text{جرم انحلال‌پذیری در دمای اولیه})}{100}$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} \times \frac{3 \times 0/29 - 0/29}{100}$$

خارج شده از بطری  $\text{CO}_2$  ۱۱/۶ g

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۸۳- گزینه «۲»

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

هنگامی که یک ترکیب یونی در آب انحلال‌پذیر باشد رابطه مورد نظر برقرار است.

نیروی جاذبه یون - دوقطبی در محلول < میانگین نیروی جاذبه بین پیوند یونی در کنار پیوند هیدروژنی در آب

لیتم سولفات و منیزیم کلرید و منیزیم سولفات در آب حل می‌شوند و از جمله داده شده تبعیت می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۹۸)

شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم؛ صفحه ۱۹

شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه ۱۱

۸۴- گزینه «۲»

(هاری مهری‌زاده)

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 200 = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{1000} \times 10^6$$

$$\text{جرم حل‌شونده} = 0/2 \text{ g } (\text{CO}_3^{2-})$$

$$? \text{ mol } \text{CO}_3^{2-} = 0/2 \text{ g } \text{CO}_3^{2-} \times \frac{1 \text{ mol } \text{CO}_3^{2-}}{60 \text{ g } \text{CO}_3^{2-}}$$

$$\approx 0/003 \text{ mol } \text{CO}_3^{2-}$$

با توجه به این که فرمول شیمیایی آمونیوم کربنات  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  است، پس:

$$? \text{ mol } \text{NH}_4^+ = 2 \times 0/003 = 0/006 \text{ mol } \text{NH}_4^+$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۸۵- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

(الف) نادرست؛ فلزها الکترون از دست می‌دهند و به اشتراک نمی‌گذارند.

(ب) نادرست؛ این مورد برای هالوژن‌ها درست است، هالیدها یون‌های یک بار منفی هالوژن‌ها هستند.

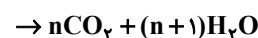
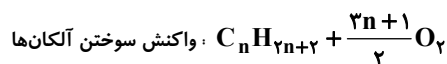
(پ) نادرست؛ گاز هیدروژن در دمای اتاق با برم واکنش نمی‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)



۸۶- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)



$$4/2 g C_nH_{2n+2} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n+2}}{(14n+2) g} \times \frac{(n+1) \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_nH_{2n+2}}$$

$$\times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 6/3 g H_2O$$

$$\Rightarrow 21n + 3 = 18n + 18 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow \text{آلکان مورد نظر } C_5H_{12}$$

$$C_5H_{12}: \text{آلکان مورد نظر } 3n+1 \Rightarrow 3(5)+1=16$$

$$3n-4+1 \Rightarrow 3^{5-4}+1=3$$

$$\Rightarrow 16-3=13$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۲، ۳۳ و ۷۰)

۸۷- گزینه «۳»

(میلاد میرمیدری)

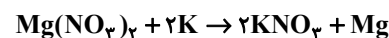
بررسی گزینه‌ها:

(۱) واکنش تا ثانیه ۴۰ ادامه داشته است پس با گذشت ۴۰ ثانیه از آغاز واکنش تمام فلز پتاسیم مصرف شده است.

(۲)

$$\bar{R}_{Mg(NO_3)_2} = \frac{\Delta[Mg(NO_3)_2]}{\Delta t} = \left| \frac{0/5 (\text{mol} \cdot L^{-1}) - 2/5 (\text{mol} \cdot L^{-1})}{40(s)} \right|$$

$$= 0/5 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \times (0/5 L) = 0/25 \text{ mol} \cdot s^{-1}$$



$$\frac{\bar{R}_K}{2} = \bar{R}_{Mg(NO_3)_2} \Rightarrow \bar{R}_K = 0/5 \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

(۳)

$$\bar{R} = \bar{R}_{Mg(NO_3)_2} = 0/5 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \times \frac{60 s}{1 \text{ min}}$$

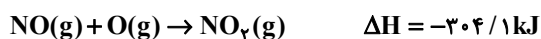
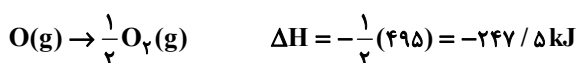
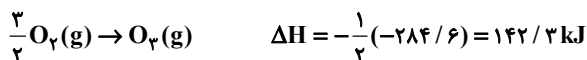
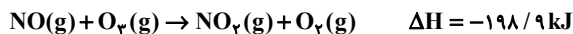
$$= 3 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(۴) سرعت متوسط واکنش، نصف سرعت متوسط مصرف پتاسیم و ترکیب دارای پتاسیم است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۸۸- گزینه «۱»

(امیرمهر کنکرائی)



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

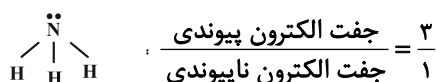
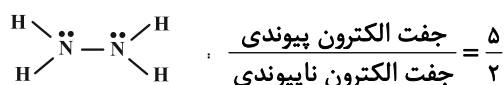
۸۹- گزینه «۳»

(سعید تیزرو)

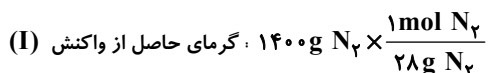
بررسی گزینه‌ها:

(۱) واکنش (I) گرماگیر بوده و در آن واکنش دهنده‌ها پایدارترند. همچنین به دلیل تولید فراورده ناپایدار امکان تعیین گرمای مبادله شده در این واکنش با استفاده از گرماسنج (روش مستقیم) وجود ندارد.

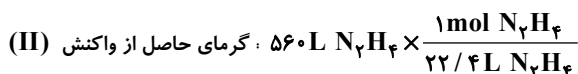
(۲) ساختار لوویس فراورده‌های دو واکنش به صورت زیر است:



(۳)

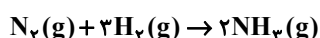


$$\times \frac{91 kJ}{1 \text{ mol } N_2} = 4550 kJ$$



$$\times \frac{183 kJ}{1 \text{ mol } N_2H_4} = 4575 kJ$$

(۴) از جمع واکنش‌های (I) و (II) می‌توان واکنش زیر را به دست آورد:

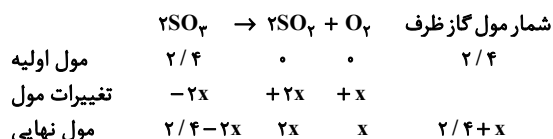


در نتیجه  $\Delta H$  این واکنش را می‌توان از جمع  $\Delta H$  آن دو واکنش به دست آورد:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = 91 - 183 = -92 kJ$$



بعد از ثانیه ۴۵ از شروع واکنش، شمار مول‌های گاز موجود در ظرف برابر  $3/84$  مول است.



$$2/4 + x = 3/84 \Rightarrow x = 1/44 \text{ mol}$$

$2x$  مول  $(2/88)$  گاز  $SO_2$  تولید شده، چون حجم ظرف برابر  $3L$  است. غلظت مولار گاز  $SO_2$  برابر  $0/96$  مول بر لیتر است.

$$\bar{R}_{SO_2} = \frac{0/96 \text{ mol} \cdot L^{-1}}{45s \times \frac{1 \text{ min}}{60s}} = \frac{1/28 \text{ mol}}{L \cdot \text{min}} SO_2$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۹۲- گزینه «۳» (شهرزاد معرفت‌ایزدی)

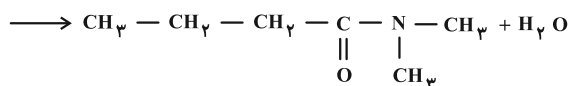
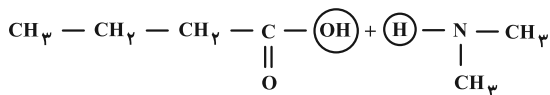
موارد (لف)، (ب) و (پ) نادرست و مورد (ت) درست است.

بررسی موارد:

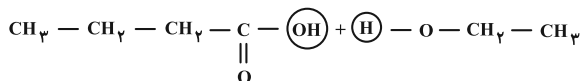
الف) با افزایش شمار کربن در ترکیبات آلی، نقطه جوش آن‌ها افزایش و انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد.

ب) بوی سیب (متیل بوتانوات) و بوی انگور (اتیل هپتانوات) به ترتیب ناشی از ترکیبات  $a$  و  $b$  است.

پ) اسید سازنده ترکیب  $b$ ، بوتانوئیک اسید ( $C_3H_7COOH$ ) است که با دی متیل آمین، آمیدی با فرمول  $C_6H_{13}NO$  می‌سازد.



ت) اسید سازنده  $b$ ، بوتانوئیک اسید بوده که با الکل سازنده  $a$  (تانول) واکنش داده و اتیل بوتانوآت حاصل می‌شود که عامل بو و طعم سازنده استر موجود در آناناس است.



گرمای آزاد شده به ازای  $1020$  گرم  $NH_3$ :

$$1020 \text{ g } NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17 \text{ g } NH_3} \times \frac{92 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } NH_3} = 2760 \text{ kJ}$$

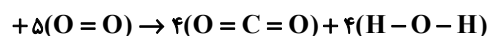
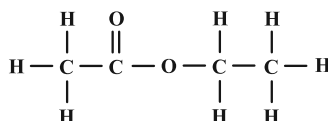
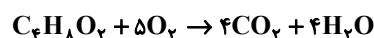
$$= 2/76 \times 10^6 \text{ J}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۲، ۷۲ و ۷۳)

(امیرمحمدرنگرانی)

۹۰- گزینه «۳»

۱) در مرحله اول  $\Delta H$  واکنش سوختن را حساب می‌کنیم:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [4\Delta H_{C-H} + 2\Delta H_{C-C} + 2\Delta H_{C-O} + 5\Delta H_{O=O}]$$

$$- [2\Delta H_{C=O} + 8\Delta H_{O-H}]$$

$$= [(8 \times 415) + (2 \times 348) + (2 \times 357) + (5 \times 495)]$$

$$- [(2 \times 799) + (8 \times 463)] = 7205 - 9297 = -2092 \text{ kJ}$$

۲) درصد خلوص اتیل استات ( $P$ ) را به دست می‌آوریم، از  $100$  کم

می‌کنیم تا درصد ناخالصی به دست بیاید:

روش اول:

$$18/48 \text{ g } C_6H_8O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_8O_2}{88 \text{ g } C_6H_8O_2}$$

$$\times \frac{2092 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_6H_8O_2} \times \frac{P}{100} = 418/4 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow P \approx 95/2\% \Rightarrow 100 - P = 4/8\%$$

روش دوم:

$$\frac{\text{گرمای آزاد شده}}{|\Delta H|} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{گرم اتیل استات}}{\text{ضریب استوکیومتری} \times \text{جرم مولی اتیل استات}}$$

$$\frac{18/48 \times P}{88 \times 100} = \frac{418/4}{2092} \Rightarrow P \approx 95/2\%$$

$$100 - 95/2 = 4/8\% = \text{درصد ناخالصی}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۶۷)

(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

۹۱- گزینه «۳»

در ظرف واکنش به حجم  $3L$ ،  $12$  گوی که معادل با  $2/4$  مول گاز  $SO_3$  است وجود دارد. در دمای ثابت فشار گازهای درون ظرف  $60\%$  افزایش یافته و  $1/6$  فشار اولیه شده است.

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = 3/84 \text{ mol}$$



$$\Delta[H^+] = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot s^{-1} \times 2s = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH_{\text{اولیه}} = 1/4 \Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+]_{\text{ثانویه}} = 0.04 - 0.008 = 0.032 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH_{\text{ثانویه}} = -\log 3.2 \times 10^{-2} = 1/5$$

$$\Delta pH = 1/5 - 1/4 = 0/1$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(امیر هاتمیان)

۹۶- گزینه «۱»

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم هر محلول اسید را حساب می‌کنیم:

$$pH = 2/7 \Rightarrow [H^+]_1 = [HCl]_1 = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{0/7}$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = 2/3 \Rightarrow [H^+]_2 = [HCl]_2 = 10^{-2/3} = 10^{-3} \times 10^{0/3}$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال با استفاده از فرمول زیر غلظت یون هیدرونیوم نهایی را به دست می‌آوریم:

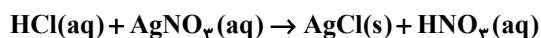
$$[H^+]_{\text{نهایی}} = \frac{[H^+]_1 \times V_1 + [H^+]_2 \times V_2}{V_1 + V_2}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-3} \times 30 + 5 \times 10^{-3} \times 20}{30 + 20} = 3/2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال pH محلول نهایی را حساب می‌کنیم:

$$pH = -\log 3.2 \times 10^{-3} = -(\log 3.2 + \log 10^{-3}) = -(\log 3.2 - 3) = 2/5$$

حال در اثر واکنش هیدروکلریک اسید با نقره نیترات داریم:

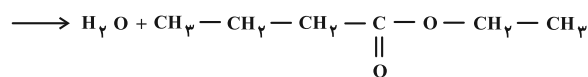


$$? \text{ mg AgCl} = 10 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{1000 \text{ mL HCl}}$$

$$\times \frac{3/2 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol HCl}}$$

$$\times \frac{143/5 \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} \times \frac{1000 \text{ mg AgCl}}{1 \text{ g AgCl}} = 4/592 \text{ mg}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)



اتیل بوتانوات

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۸، ۱۱۲ و ۱۱۳)

۹۳- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)

تنها مورد سوم نادرست است؛ به ترتیب در ریتالین ۸ اتم و در استامینوفن ۶

اتم تنها به یک اتم H متصل‌اند. هر دو ساختار دارای سه پیوند  $C=C$

هستند؛ در نتیجه برای سیر شدن آن‌ها به ۳ مول هیدروژن و ۳ مول برم نیاز

است. هر دو ساختار دو اتم O و یک اتم N دارند که در مجموع ۵ جفت

الکترون ناپیوندی خواهند داشت. همچنین هر کدام از ساختارها دارای دو نوع

گروه عاملی می‌باشند و مجموع عدد اکسایش اتم‌های N و O در دو

ساختار برابر و مساوی ۷- است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۴- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

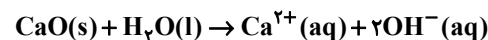
رسانایی این محلول در غلظت یکسان از محلول HF بیشتر است چون به

مقدار بیشتری در آب یونیده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) کلسیم اکسید یک باز آرنیوس است و از حل شدن ۵/۰ مول از آن، ۱

مول یون هیدروکسید در آب تولید می‌شود.



(۲) HBr ترکیب مولکولی است و از یون‌های  $H^+$  و  $Br^-$  تشکیل نشده

است اما وقتی در آب حل می‌شود به یون‌های  $H^+$  و  $Br^-$  یونیده می‌شود.

(۴) در صنعت کشاورزی برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک

می‌افزایند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

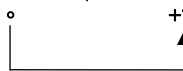
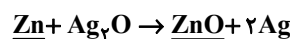
۹۵- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

$$R_{H^+} = 2 \times 2 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot s^{-1}$$

۹۷- گزینه «۳»

(روزه رضوانی)



با توجه به تغییر عدد اکسایش، هر مول روی ۲ مول الکترون از دست می‌دهد.

$$? \text{ روز} = 0.75 \text{ g Zn} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \text{ g Zn}} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mol e}^-}$$

$$\times \frac{1 \text{ s}}{5 \times 10^{15} \text{ e}^-} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ روز}}{24 \text{ h}} = 25/7 \text{ روز}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۶۳)

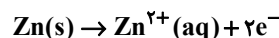
۹۸- گزینه «۱»

(مهمرب عظیمیان/زواره)

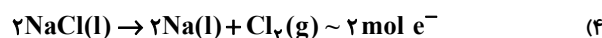
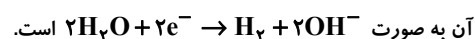
زیرا فلز Al کاتیون دو بار مثبت تشکیل نمی‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) زیرا Zn آند سلول را تشکیل داده و اکسایش می‌یابد.



(۳) زیرا مولکول‌های آب در آند دستگاه اکسایش می‌یابند. نیم‌واکنش کاتدی



$$? \text{ L Cl}_2 = 6.02 \times 10^{23} \text{ e}^- \times \frac{1 \text{ mol e}^-}{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{22.4 \text{ L Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 1/12 \text{ L Cl}_2$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴، ۴۵، ۴۷، ۵۴ و ۵۵)

۹۹- گزینه «۴»

(مهمرب عظیمیان/زواره)

با توجه به شکل کتاب در برقافت سدیم کلرید مذاب جنس الکترودهای

کاتد و آند متفاوت است (با رنگ متفاوتی نشان داده شده است).

بررسی سایر گزینه‌ها:

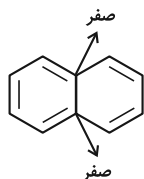
(۱) به عنوان مثال ذوب کردن و خشک کردن، فیزیکی و برقافت یا تبدیل

(۲) به عنوان مثال ذوب کردن و خشک کردن، فیزیکی و برقافت یا تبدیل

(۳) به عنوان مثال ذوب کردن و خشک کردن، فیزیکی و برقافت یا تبدیل

(۲) گاز  $\text{H}_2$  را می‌توان از واکنش Al با محلول سدیم هیدروکسید تهیه نمود. در فصل ۱ محلول پودر Al و NaOH یک پاک‌کننده خورنده بود که علاوه بر تولید گرما گاز  $\text{H}_2$  نیز تولید می‌کرد.

(۳) زیرا از ۱۰ اتم کربن در نفتانل دو اتم فاقد H بوده و عدد اکسایش آن‌ها برابر صفر است.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲، ۵۳، ۵۵، ۵۶ و ۶۱)

۱۰۰- گزینه «۳»

(روزه رضوانی)

سطح آنتالپی الماس از گرافیت بالاتر است، بنابراین از سوختن الماس در مقایسه با گرافیت گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه ۷۲)

۱۰۱- گزینه «۱»

(میلاد میرفیدری)

الف) تمام مواد کووالانسی و یونی در دمای اتاق جامد هستند. از بین فلزها فقط جیوه در دمای اتاق مایع است. اما بسیاری از مواد مولکولی در دمای اتاق به شکل گاز وجود دارند.

ب) با توجه به نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی و توزیع نامتقارن بار الکتریکی، این مولکول قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۵، ۷۶ و ۱۰۷)

۱۰۲- گزینه «۳»

(رضا مسکن)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ از اجزای سازنده جامدات یونی است.

ب) درست

پ) درست



ب) با افزایش فشار، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کمتر پیش می‌رود و با افزایش فشار و کاهش حجم، غلظت همه گونه‌های گازی در ظرف افزایش می‌یابد.

پ) این تعادل گرماگیر است، پس با افزایش دما، در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

ت) کاتالیزگر تأثیری در جابه‌جایی تعادل ندارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۸، ۹۹ و ۱۰۶ تا ۱۰۸)

### ۱۰۵- گزینه «۴»

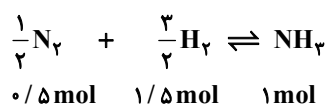
(شهرزاد معرفت‌ایزری)

بررسی گزینه‌ها:

۱) چون نقطه جوش آمونیاک نسبت به  $N_2$  و  $H_2$  بالاتر است، در فرایند هابر برای جداسازی آمونیاک تولید شده از مخلوط واکنش از تفاوت آشکار در نقطه جوش آمونیاک با سایر مواد استفاده می‌شود.

۲) در فرایند هابر با کاهش دما، پیشرفت واکنش و بازده افزایش می‌یابد و سرعت انجام واکنش هم با این تغییرات کم می‌شود. برای انجام شدن این واکنش در دمای کم با سرعت بالا از کاتالیزگر Fe استفاده می‌شود.

۳) به ازای تولید هر مول گاز آمونیاک در واکنش تعادلی  $N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$  مجموعاً ۲ مول واکنش‌دهنده گازی مصرف می‌شود.



$$\frac{1}{5} + \frac{0}{5} = 2 \text{ mol واکنش‌دهنده} \times \frac{22/4L}{1 \text{ mol}} = 44/8L$$

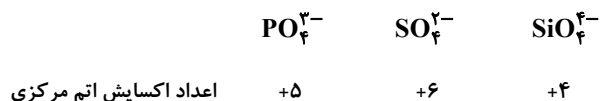
۴) فرایند هابر یک واکنش گرماده ( $\Delta H < 0$ ) است پس می‌توان گفت با افزایش دمای محیط درصد پیشرفت واکنش تولید  $NH_3$  در هابر کاهش می‌یابد.  $500^\circ K$  همان  $227^\circ C$  است و این مقدار از دمای  $200^\circ C$  بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

بار یون = مجموع اعداد اکسایش



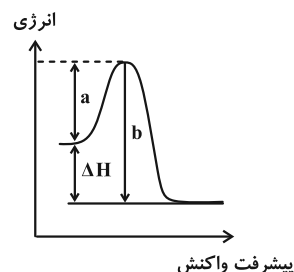
ت) درست



(شیمی ۳- شیمی، فلواید از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه ۹۰)

### ۱۰۳- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)



$$b = 2a + 2$$

$$|\Delta H| = 2a$$

$$|\Delta H| = b - a = 2a \Rightarrow b = 3a$$

$$\begin{cases} b = 3a \\ b = 2a + 2 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 6$$

$$a + b = 8$$

با توجه به این که کاتالیزگر مقدار  $a$  و  $b$  را به یک میزان کاهش می‌دهد، لذا در مقدار آنتالپی تغییری ایجاد نکرده و در محاسبه نیز می‌توان آن را وارد نکرد. به عبارتی کاهش ۲۵٪ انرژی فعال‌سازی توسط کاتالیزگر به عنوان نکته انحرافی مطرح شده است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

### ۱۰۴- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

بررسی موارد:

الف) افزایش فشار به یک واکنش تعادلی با شمار مول‌های گازی برابر در دو سوی معادله واکنش، تأثیری بر جابه‌جایی تعادل نخواهد داشت.