

## دفترچه پاسخ



# آزمون ۱ تیر ماه ۱۴۰۳

## اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	دانیال ابراهیمی-مهرداد استقلالیان-توحید اسدی-امیر محمد باقری نصر آبادی-داود بوالحسنی محمدسجاد پیشوایی-عادل حسینی-سپیل ساسانی-محمدحسن سلامی-حسینی-پویان طهرانیان-رضا علی نواز کامیار علیپور-علیرضا فیضیان-سروش موئینی-سیدجواد نظری
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-معصومه اکبری صحت-علی ایمانی-رضا توکلی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان امیر هوشنگ خمسه-کیوان دارابی-سوگند روشنی-نریمان فتح اللهی-مصطفی کرمی-مجید محمدی نویسی نیلوفر مهدوی-سیدجواد نظری-مهدی نیک زاد-سرژ یقیا زاریان تبریزی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عباس اصغری-محمد اکبری-رضا امامی-عبدالرضا امینی نسب-احسان ایرانی زهره آقامحمدی-امیر حسین برادران-نادر حسین پور-محمد رضا خادمی-محمدجواد سورچی-سعید شرق مریم شیخ مموم-عرفان عسکریان چایجان-پوریا علاقه مند-مسعود قره خانی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گونه محمدصادق مام سیده-غلامرضا محبی-احسان مطلبی-مصطفی واتقی
شیمی	آرمان اکبری-علیرضا بیانی-مسعود جعفری-فرزاد حسینی-ارژنگ خانلری-عبدالرضا دادخواه-حسن رحمتی کوکنده علی رحیمی-علیرضا رضایی سراب-روزبه رضوانی-علی رفیعی-جواد سوری لکی-جهان شاهی بیگباغی میلاد شیخ الاسلامی-امیر حسین طیبی-رسول عابدینی زواره-سروش عبادی-محمدعظیمیان زواره-مجید غنچه علی متین قنبری-حسین ناصری ثانی-فرزاد نجفی کرمی-محمد رضا یوسفی

گزینه‌گران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینه‌گر	عادل حسینی	نوید مجیدی	نوید مجیدی	حسام نادری	امیر حسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



## ریاضیات

## گزینه «۱» -۱

(کمیار علیون)

ابتدا A را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{2^6 \times (3^3 \times 2 \times 5)^{\frac{1}{2}}}{3(3^2 \times 5^2)^{\frac{1}{4}}} = \frac{2^6 \times 3^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}}}{3 \times 3^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{13}{2}}$$

$$\sqrt[13]{2^{\frac{13}{2}}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \text{ برابر است با } 2^{\frac{1}{2}}.$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

## گزینه «۱» -۲

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

از قوانین لگاریتم استفاده می‌کنیم تا پس از ساده کردن، a و b را به هم ربط دهیم:

$$a = \log_2 42 = \log_2 2 \times 21 = \log_2 2 + \log_2 21 = 1 + \log_2 21 \\ \Rightarrow \log_2 21 = a - 1$$

$$b = \log_{21} 3 = \log_2 3 \times \log_{21} 2 = \log_2 3 \times \left(\frac{1}{a-1}\right)$$

$$\Rightarrow \log_2 3 = b(a-1) \Rightarrow \log_2 2 = \frac{1}{b(a-1)}$$

حال حاصل  $\log_2 8$  را حساب می‌کنیم:

$$\log_2 8 = \log_{2^3} 2^3 = \frac{3}{3} \log_2 2 = \frac{3}{3b(a-1)}$$

(مسئله ۱- تابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

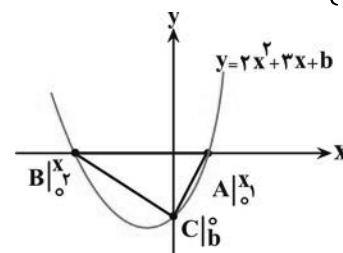
## گزینه «۴» -۳

(سروش موینی)

مثلث ABC قائم‌الزاویه است پس  $CA \perp CB$ 

$$\frac{b-0}{0-x_1} \times \frac{b-0}{0-x_2} = -1 \quad \text{و داریم: } m_{CA} \times m_{CB} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{x_1 x_2} = -1 \Rightarrow b^2 = -x_1 x_2 = \frac{-b}{2} \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

واضح است که b صفر نیست پس  $b = -\frac{1}{2}$  و داریم:

$$y = 2x^2 + 3x - \frac{1}{2}$$

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{4}$$

$$y_s = 2\left(\frac{-3}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{-3}{4}\right) - \frac{1}{2} \\ = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} - \frac{1}{2} = \frac{-9}{8} - \frac{4}{8} = \frac{-13}{8}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

(مسئله ۱- جبر و معادله: صفحه ۳۱)

## گزینه «۳» -۴

(مهمرب سباز پیشواپی)

با توجه به اینکه عبارت‌های زیر رادیکال معکوس هم هستند داریم:

$$\frac{4x+3}{7+6x} = A \Rightarrow \sqrt{A} + \sqrt{\frac{1}{A}} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\times 2\sqrt{A}} 2A + 2 = 5\sqrt{A}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 4A^2 + 8A + 4 = 25A \Rightarrow 4A^2 - 17A + 4 = 0$$

$$\Delta = 289 - 4(4)(4) = 225 \Rightarrow A_1, A_2 = \frac{17 \pm 15}{2(4)} \begin{cases} \frac{4}{1} \\ \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$(1) \frac{4x+3}{7+6x} = 4 \Rightarrow 4x + 24x = 4x + 3 \Rightarrow 20x = -25$$

$$x_1 = -\frac{25}{20} = -\frac{5}{4} = -1.25$$

$$(2) \frac{4x+3}{7+6x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 16x + 12 = 7 + 6x \Rightarrow 10x = -5 \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$x_1 + x_2 = -1.25 + (-0.5) = -1.75$$

(مسئله ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

## گزینه «۲» -۵

(دانیال ابراهیمی)

ابتدا شیب دو خط داده شده را به دست می‌آوریم. با توجه به اینکه دو ضلع مجاور مستطیل عمود بر هم هستند، داریم:

$$\begin{cases} ay + 4x = 3 \Rightarrow m_1 = -\frac{4}{a} \\ y = (a+1)x - 3 \Rightarrow m_2 = a+1 \end{cases} \Rightarrow m_1 \times m_2 = \frac{-4a-4}{a} = -1$$

$$\Rightarrow -4a-4 = -a \Rightarrow a = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{4}{3}y + 4x - 3 = 0 \\ y + \frac{1}{3}x - 3 = 0 \end{cases}$$

فاصله محل برخورد قطرها از ضلع‌های مجاور مستطیل، یک بار برابر با نصف عرض و یک بار برابر با نصف طول مستطیل است. پس داریم:

$$d_1 = \frac{\left| -\frac{4}{3}(1) + 4(1) - 3 \right|}{\sqrt{\frac{16}{9} + 16}} = \frac{\left| -\frac{4}{3} \right|}{\sqrt{\frac{10(16)}{9}}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2d_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



(راور بوالسنی)

۸- گزینه «۴»

ابتدا ضابطه  $y = f \circ f(x)$  را به دست می آوریم:

$$f \circ f(x) = \begin{cases} (-x-2)^2 + 1, & x \geq 0 \\ -x^2 - 3, & x < 0 \end{cases}$$

حال نقاط تلاقی  $f \circ f(x)$  و  $g(x)$  را به دست می آوریم:

$$x \geq 0: (-x-2)^2 + 1 = -x^2 + 1 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \checkmark \\ x=-3 \times \end{cases}$$

$$x < 0: -x^2 - 3 = -x - 4 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \\ x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \checkmark \end{cases}$$

مجموعه جواب:  $(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0) \cup (1, +\infty)$ 

$$a = \frac{1-\sqrt{5}}{2}, b = 0, c = 1 \Rightarrow 2a + b - c = 1 - \sqrt{5} + 0 - 1 = -\sqrt{5}$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها: صفحه های ۸۸ تا ۹۱)

(حسابان ۱- تابع: صفحه های ۶۶ تا ۷۰)

(پویان طهرانیان)

۹- گزینه «۳»

 $x = \frac{1}{2}$  در معادله صدق می کند پس:

$$\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} - \log_{\frac{1}{2}}^k = 3 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}-1} - \log_{\frac{1}{2}}^k = 3 \Rightarrow -1 + \log_{\frac{1}{2}}^k = 3$$

$$\log_{\frac{1}{2}}^k = 4 \Rightarrow k = 2^4 = 16$$

حال ریشه دیگر را با نوشتن مجدد معادله پیدا می کنیم.

$$\log_{\frac{1}{2}}^x - \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = 3 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^x - 4 \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = 3 \xrightarrow{\log_{\frac{1}{2}}^x = t}$$

$$t - 4(\frac{1}{2}) = 3 \xrightarrow{\times t} t^2 - 3t - 4 = 0 \quad \begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}^x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ \log_{\frac{1}{2}}^x = 4 \Rightarrow x = 16 \end{cases}$$

بنابراین ریشه دیگر معادله برابر  $x = 16$  است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های ۸۶ تا ۹۰)

(سید پوار نظری)

۱۰- گزینه «۳»

$$A = (1 + \sin \frac{\pi}{12})(1 + \sin \frac{5\pi}{12})(1 + \sin \frac{13\pi}{12})(1 + \sin \frac{17\pi}{12})$$

$$\Rightarrow A = (1 + \sin \frac{\pi}{12})(1 + \sin \frac{5\pi}{12})(1 + \sin(\pi + \frac{\pi}{12}))(1 + \sin(\pi + \frac{5\pi}{12}))$$

$$\Rightarrow A = (1 + \sin \frac{\pi}{12})(1 + \sin \frac{5\pi}{12})(1 - \sin \frac{\pi}{12})(1 - \sin \frac{5\pi}{12})$$

$$= (1 - \sin^2 \frac{\pi}{12})(1 - \sin^2 \frac{5\pi}{12})$$

$$d_y = \frac{|(1) + \frac{1}{3}(1) + 3|}{\sqrt{1 + \frac{1}{9}}} = \frac{\frac{13}{3}}{\frac{1}{3}\sqrt{10}} = \frac{13}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2d_y = \frac{26}{\sqrt{10}} \Rightarrow S = \frac{26}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{2\sqrt{10}} = \frac{13}{10} = 1.3$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه های ۲۹ تا ۳۶)

۶- گزینه «۲»

(دانیال ابراهیمی)

ابتدا حدود  $m$  را به دست می آوریم:

$$\frac{-3}{2} < m - \frac{9}{2} < \frac{3}{2} \Rightarrow 3 < m < 6$$

دقت کنید که ضابطه بالایی  $(f_1)$ ، یک سهمی با  $x_s = \frac{m}{2}$  و دهانه رو بهبالا، و ضابطه پایین  $(f_2)$  یک سهمی با  $x_s = m$  و دهانه رو به پاییناست. با توجه به اینکه  $3 < m < 6$ ، رأس هیچ کدام از دو سهمی دربازه های داده شده قرار نمی گیرد. پس برای اینکه برد تابع برابر با  $\mathbb{R}$  شود،

کمترین مقدار سهمی بالا باید کمتر یا مساوی با بیشترین مقدار سهمی پایین

باشد، بنابراین داریم:

$$f_1(3) \leq f_2(3) \Rightarrow 13 - 3m \leq 6m - 24 \Rightarrow 37 \leq 9m$$

$$\Rightarrow \frac{37}{9} \leq m$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با } 3 < m < 6} \frac{37}{9} \leq m < 6$$

در بازه داده شده فقط یک عدد  $m = 5$  طبیعی است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

(مهمربسپار پیشوایی)

۷- گزینه «۲»

در ضابطه  $f(x)$ ، رادیکال اول را  $a$  و رادیکال دوم را  $b$  قرار می دهیم پس داریم:

$$y = (a + b)$$

طرفین عبارت را به توان ۳ می رسانیم:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$y^3 = \underbrace{x^3 + \sqrt{x^6 + 1}}_{a^3} + \underbrace{x^3 - \sqrt{x^6 + 1}}_{b^3} + 3 \underbrace{\sqrt{-1}}_{ab} (y)$$

$$y^3 = 2x^3 - 3y \Rightarrow y^3 + 3y = 2x^3 \Rightarrow \frac{y^3 + 3y}{2} = x^3$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{y^3 + 3y}{2}} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x^3 + 3x}{2}}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه های ۵۷ تا ۶۲)



$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{b+x}{\pi b \sin x - b} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{b+x}{b} \times \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\pi \sin x - 1}$$

$$= \frac{b+x}{b} \times -\infty = +\infty$$

$$\frac{b+x}{b} < 0 \rightarrow -x < b < 0 \rightarrow -x < a < 0$$

بنابراین:

a شامل دو مقدار صحیح است.

(مسئله ۲- در نامتناهی و در در پی نواب: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴)

(علیرضا خیشیان)

۱۴- گزینه «۴»

در حد تابع اول، مخرج به ازای  $x=1$  برابر صفر می‌شود. پس صورت هم باید به ازای  $x=1$  صفر شود.

$$\Rightarrow 2 + 2^{a-1} - 6 = 0 \Rightarrow 2^{a-1} = 4 \Rightarrow a-1 = 2 \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x + 2^{3-x} - 6}{2^{x-1} - 1} = 0 \xrightarrow{\substack{2^x = t \\ \left\{ \begin{array}{l} x \rightarrow 1 \\ t \rightarrow 2 \end{array} \right.}} \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t + \frac{8}{t} - 6}{\frac{t}{2} - 1} \xrightarrow{\text{ضرب در } t} \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^2 + 8 - 6t}{t^2 - 2t} = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^2 - 6t + 8}{t^2 - 2t} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{(t-2)(t-4)}{t(t-2)} = -2 \Rightarrow b = -2$$

$$\text{بنابراین: } \lim_{x \rightarrow b} \frac{\sqrt{x+a} + \sqrt{x+b} + a}{x^3 - b^3} = \lim_{b \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} - 2}{x^3 + 8} \times \frac{\sqrt{x+6} + 2}{\sqrt{x+6} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)(\sqrt{x+6} + 2)} = \frac{1}{48}$$

(مسئله ۱- در و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

(سروش موثینی)

۱۵- گزینه «۳»

$$f(x) = \frac{-n+1}{(-n)^2+1} \quad \text{در } x = n \in \mathbb{Z} \text{ داریم:}$$

$$\lim_{x \rightarrow n^-} f(x) = \frac{-n+1}{(-n)^2+1}, \quad \lim_{x \rightarrow n^+} f(x) = \frac{-n-1+1}{(-n-1)^2+1}$$

پس شرط پیوستگی این است که:

$$\frac{-n+1}{n^2+1} = \frac{-n}{n^2+2n+2}$$

$$\Rightarrow (-n+1)(n^2+2n+2) = -n(n^2+1)$$

$$\Rightarrow -n^3 - 2n^2 - 2n + 2 = -n^3 - n$$

$$\Rightarrow 0 = n^2 - n - 2$$

$$n = -1 \text{ یا } n = 2$$

پس:

و دو نقطه مورد نظر  $A(2, \frac{-1}{5})$  و  $B(-1, 1)$  هستند.

$$AB = \sqrt{(-1-2)^2 + (1-\frac{-1}{5})^2} = \sqrt{9 + \frac{36}{25}} = \sqrt{\frac{261}{25}} = \frac{\sqrt{261}}{5}$$

(مسئله ۱- در و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

حال به کمک رابطه  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$  داریم:

$$A = (\cos^2 \frac{\pi}{12})(\cos^2 \frac{5\pi}{12}) = (\cos^2 \frac{\pi}{12})(\sin^2 \frac{\pi}{12})$$

$$= \frac{1}{4} (\sin^2 \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{4} (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{16}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(مهرداد استقلالیان)

۱۱- گزینه «۲»

طبق شکل نصف دوره تناوب برابر ۳ است یعنی  $T = 6$ .

$$T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{a} = 6 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$f(0) = -1, B \Big|_{-1}^0 \Rightarrow -2 \cos(0) + b = -1 \Rightarrow -2 + b = -1 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -2 \cos(\frac{\pi}{3}x) + 1$$

تابع  $f$  در نقطه  $A$ ، ماکزیمم دارد یعنی عبارت  $\cos(\frac{\pi}{3}x)$  برای اولین باربعد از صفر برابر  $-1$  شده است یعنی:

$$\frac{\pi}{3}x_A = \pi \Rightarrow x_A = 3, y_A = 3$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow -2 \cos(\frac{\pi}{3}x) + 1 = 0 \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{3}x) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{3}x = \frac{\pi}{3}, 2\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_C = 1, x_D = 5 \Rightarrow CD = 4$$

$$A(3, 3), B(0, -1) \Rightarrow AB = \sqrt{(3-0)^2 + (3+1)^2} = 5$$

$$\frac{CD}{AB} = \frac{4}{5} = 0.8$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(سؤال ۷ فردار ۱۴۰۰)

۱۲- گزینه «۴»

به جای عبارت  $\cos^2 x$ ،  $1 - \sin^2 x$  قرار می‌دهیم:

$$2(1 - \sin^2 x) = \sin x - 1 \Rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 3 = 0$$

با تغییر متغیر  $t = \sin x$ ، معادله بالا به یک معادله درجه دوم تبدیل می‌شود. البته می‌دانیم که  $-1 \leq t \leq 1$ . پس داریم:

$$2t^2 + t - 3 = (t-1)(2t+3) = 0 \xrightarrow{-1 \leq t \leq 1} t = 1$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(توفیر اسری)

۱۳- گزینه «۲»

چون حاصل حد برابر  $+\infty$  است بنابراین مخرج کسر در  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$  برابر صفر می‌گردد.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} a \sin x - b = 0 \rightarrow a \sin \frac{\pi}{2} - b = 0 \rightarrow a = b$$

## ۱۶- گزینه «۲»

(مفهم رسن سلامی مسینی)

نقاط گوشه‌ای تابع عبارتند از:  $x=0$  و  $x=2$  که در  $x=0$  معادله نیم‌ماس چپ و در  $x=2$  معادله نیم‌ماس راست را می‌یابیم.

$$A \Big|_0^2 \xrightarrow{\text{مشتق چپ}} y = |x^2 - 2x| = x^2 - 2x \rightarrow y' = 2x - 2$$

$$\xrightarrow{x=0} m = -2$$

$$x=0: \text{معادله نیم‌ماس چپ در } y = -2x$$

$$B \Big|_0^2 \xrightarrow{\text{مشتق راست}} y = |x(x-2)| = x^2 - 2x \rightarrow y' = 2x - 2$$

$$\xrightarrow{x=2} m = 2$$

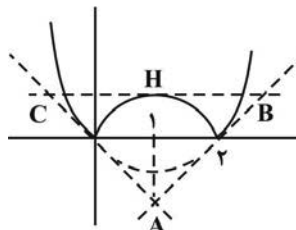
$$x=2: \text{معادله نیم‌ماس راست در } y - 0 = 2(x-2) \rightarrow y = 2x - 4$$

حال با هم قطع می‌دهیم تا مختصات نقطه A بدست آید:

$$\begin{cases} y = -2x \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow A \Big|_{-2}^1$$

چون نقطه  $x=1$  رأس این سهمی است لذا مماس در  $x=1$  خط افقی است.

که  $y=1$  معادله آن است حال باید با نیم‌ماس‌ها قطع دهیم تا نقاط B و C تولید شود.



$$\begin{cases} y = -2x \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow C \Big|_{-\frac{1}{2}}^{-1} \Rightarrow \begin{cases} \text{قاعده مثلث} = BC = 2 \\ \text{ارتفاع مثلث} = AH = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

(مسایان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

## ۱۷- گزینه «۱»

(رضا علی نواز)

با محاسبه مشتق  $g(x)$  داریم:

$$g'(x) = \frac{f'(x) \cdot x^2 - 2xf(x)}{x^4} \cdot f' \left( \frac{f(x)}{x^2} \right)$$

از طرفی  $f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{x+3}}$  است پس با جایگذاری  $x=1$  داریم:

$$g'(1) = \frac{f'(1) \cdot (1) - 2f(1)}{1} \cdot f' \left( \frac{f(1)}{1} \right) = \frac{-\frac{1}{4} - 2(0)}{1} \cdot f'(0) = \frac{-\frac{1}{4}}{1} \cdot f'(0)$$

$$= \frac{-1}{4} \times \frac{-1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{24}$$

(مسایان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

## ۱۸- گزینه «۲»

(سویل ساسانی)

$$f(3) = -\frac{25}{3} \Rightarrow 27a - 9 - 9 + b = -\frac{25}{3} \Rightarrow 27a + b = \frac{29}{3} (*)$$

$$f'(3) = 0 \Rightarrow 3ax^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow 27a - 9 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{*} 9 + b = \frac{29}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$$

B نقطه ماکزیمم نسبی:

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-1, \frac{7}{3})$$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

## ۱۹- گزینه «۲»

(عادل مسینی)

تابع هموگرافیک  $y = \frac{x}{1-x}$  نقطه عطف ندارد و تابع درجه سوم

$y = x^3 - x^2 + x$  در  $x = \frac{1}{3}$  دارای نقطه عطف است. پس تا اینجا

$x = \frac{1}{3}$  یکی از نقاط عطف نمودار تابع  $f$  است. در این تابع دو ضابطه‌ای نقطه مرزی بین ضابطه‌ها را نیز باید بررسی کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)^2} & ; x < 0 \\ 3x^2 - 2x + 1 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

تابع  $f$  در  $x=0$  مشتق پذیر است و  $f(0)=0$  است. حال اگر  $f''$  در آن تغییر علامت دهد، نقطه عطف نیز حساب می‌شود:

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{-2}{(x-1)^3} & ; x < 0 \\ 6x - 2 & ; x > 0 \end{cases}$$

که  $f''_+(0) < 0$  و  $f''_-(0) > 0$  است. در نتیجه  $x=0$  طول دیگر نقطه عطف نمودار تابع  $f$  است.

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۴۱ تا ۱۴۳)



۲۰- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow p$  نادرست است، پس  $p$  درست و  $p \wedge q$  نادرست است که با توجه به درست بودن  $p$ ،  $q$  لزوماً نادرست است. هر دو گزاره  $\sim p$  و  $q$  نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آنها یعنی  $\sim p \vee q$  نادرست است. از طرفی هر دو گزاره  $p$  و  $\sim q$  درست هستند، پس ترکیب عطفی آنها یعنی  $p \wedge \sim q$  درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۱- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)

$$\begin{aligned} & (A - B) \cup [(B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)] \\ &= (A \cap B') \cup [(B' \cup C') \cap ((B' \cup A) \cap B')] \\ & \quad \text{جذب: } B' \\ &= (A \cap B') \cup [(B' \cup C') \cap B'] = (A \cap B') \cup B' = B' \\ & \quad \text{جذب: } B' \end{aligned}$$

که طبق مطلوب سؤال، متمم آن مجموعه  $B$  است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۲- گزینه «۱»

(امیر هوشنگ فمسه)

طبق رابطه احتمال شرطی و با فرض  $P(A \cap B) = x$  داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{x}{\frac{7}{9}} \Rightarrow P(A) = \frac{7}{3}x$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{x}{\frac{2}{3}} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{2}x$$

$$P(A) - P(B) = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{7}{3}x - \frac{3}{2}x = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6}x = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{7}{3}x - x}{1 - \frac{3}{2}x} = \frac{\frac{4}{3}x}{1 - \frac{3}{2}x} = \frac{\frac{4}{3} \times \frac{1}{5}}{1 - \frac{3}{2} \times \frac{1}{5}} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{10}{10} - \frac{3}{10}} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۳- گزینه «۲»

(معمری نیک‌زار)

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{l} \text{انتخاب دوم مهر غیر هم رنگ} \rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \frac{\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{8}{15} \\ \text{انتخاب دوم مهر غیر هم رنگ} \rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10} \\ \text{انتخاب دوم مهر غیر هم رنگ} \rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \frac{\binom{5}{1}\binom{1}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{5}{15} \end{array} \right] \end{aligned}$$

اگر پیشامد هم رنگ نبودن دو مهره را  $A$  و پیشامد خارج شدن از کیسه اول را  $B$  بنامیم، داریم:

$$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{8}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{15} = \frac{22}{45}$$

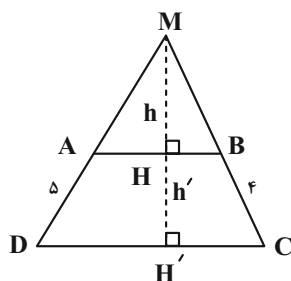
$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{8}{15} = \frac{8}{45}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{22}{45}} = \frac{4}{11}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۲۴- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)



دو مثلث  $MAB$  و  $MCD$  متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه است، پس داریم:

$$\begin{aligned} \frac{MH}{MH'} &= \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{h}{h+h'} = \frac{6}{9} \\ \text{تفصیل نسبت در مخرج} \rightarrow \frac{h}{h'} &= \frac{6}{3} = 2 \end{aligned}$$

$$\frac{S_{MAB}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}h \times AB}{\frac{1}{2}h'(AB+CD)} = \frac{h}{h'} \times \frac{AB}{AB+CD} = 2 \times \frac{6}{6+9} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۵)

از طرفی به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه AFD داریم:

$$\begin{cases} \text{AF} = \text{LI} = \lambda \\ \text{AD} = \gamma \circ \end{cases} \Rightarrow \text{FD} = \rho \xrightarrow{\text{FL} = \gamma \gamma} \text{DL} = \delta$$

### در نتیجه:

$$\text{حجم جزء بزرگتر} : \frac{1}{2} \times (DL + AI) \times LI \times HI = \frac{1}{2} \times (5 + 11) \times 8 \times 7$$

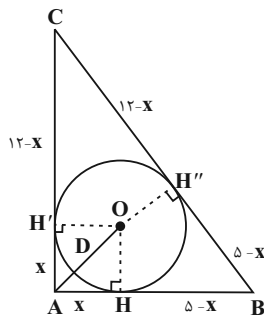
$$= \text{FFA}$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)

۲۸ - گزینہ «۴»

با توجه به اینکه اعداد ۵، ۱۲ و ۱۳ فیثاغورسی هستند، می توان نتیجه گرفت که مثلث  $ABC$  قائم الزاویه است. اگر از  $A$  به مرکز  $O$  وصل کنیم تا دایره را در نقطه  $D$  قطع کند، آنگاه  $AD$  نزدیک ترین فاصله  $A$  تا نقاط دایره است. با توجه به شکل داریم:



$$\text{CH}'' + \text{BH}'' = \text{BC} \Rightarrow (12 - x) + (5 - x) = 13 \Rightarrow x = 2$$

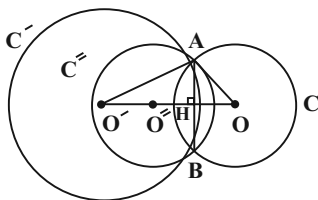
$$\overset{\Delta}{\text{OAH}} : \text{OA}^{\gamma} = \text{OH}^{\gamma} + \text{AH}^{\gamma} = \gamma^{\gamma} + \gamma^{\gamma} = \lambda \Rightarrow \text{OA} = \gamma\sqrt{\gamma}$$

$$\mathbf{AD} = \mathbf{OA} - \mathbf{OD} = r\sqrt{2} - r = r(\sqrt{2} - 1)$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(امیر حسین ابو محبوب)

۲۹- گزینہ «۴»



مطابق شکل در مثلث  $OO'A$  ،  $OO' = 5$  ،  $OA = 3$  و  $O'A = 4$  است. با توجه به اینکه طول اضلاع این مثلث در قضیه فیثاغورس صدق می‌کند، پس این مثلث قائم‌الزاویه است و طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$OA^{\gamma} = OH \times OO' \Rightarrow \gamma = OH \times \delta \Rightarrow OH = \frac{\gamma}{\delta}$$

اگر  $O''$  مرکز دایره  $C''$  باشد، با توجه به طولیایی بازتاب داریم:

$$O''H = OH = \frac{q}{\Delta} \Rightarrow O'O'' = \Delta - r \times \frac{q}{\Delta} = \frac{\gamma}{\Delta}$$

۲۵- گزینہ «۱»

(مجید محمدی نویسی)

$$\left. \begin{array}{l} \text{AB} \parallel \text{DE} \Rightarrow \overset{\Delta}{\text{ABF}} \sim \overset{\Delta}{\text{EDF}} \Rightarrow \frac{\text{AB}}{\text{DE}} = \frac{\text{BF}}{\text{DF}} \\ \text{BG} \parallel \text{AD} \Rightarrow \overset{\Delta}{\text{BGF}} \sim \overset{\Delta}{\text{DAF}} \Rightarrow \frac{\text{BG}}{\text{AD}} = \frac{\text{BF}}{\text{DF}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{AB}}{\text{DE}} = \frac{\text{BG}}{\text{AD}}$$

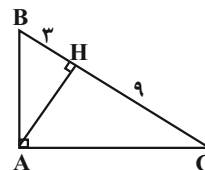
$$\Rightarrow \frac{10}{12} = \frac{BG}{5} \Rightarrow BG = \frac{50}{12} = \frac{25}{6}$$

(هندسه ۱- قضیة تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۲۶- گزینہ «۲»

(نریمان فتح اللہی)

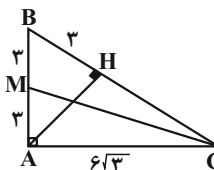
با توجه به اندازه‌های مشخص شده و روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع‌های  $AB$  و  $AC$  به دست می‌آیند.



$$AB^2 = BH \times BC = 3 \times 12 = 36 \Rightarrow AB = 6$$

$$AC^2 = CH \times CB = 9 \times 12 = 108 \Rightarrow AC = 6\sqrt{3}$$

بزرگترین میانه مثلث، میانه وارد بر کوچکترین ضلع مثلث است، بنابراین داریم:



$$(CM)^2 = (3)^2 + (6\sqrt{3})^2 = 117 \Rightarrow CM = \sqrt{117} \quad \text{بزرگترین میانه}$$

کوچک ترین ارتفاع مثلث، ارتفاع وارد بر وتر است، داریم:

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{6 \times 6\sqrt{3}}{12} = 3\sqrt{3}$$

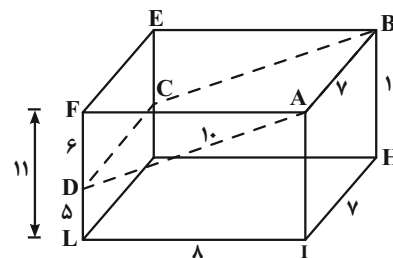
$$\frac{\text{بزرگترین میانه}}{\text{کوچکترین ارتفاع}} = \frac{\sqrt{117}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{39}}{3}$$

(هندسه ۱- قفسه تالار، تشابه و کاردهای آن صفحه‌های ۱۴۱ و ۱۴۲)

۲۷- گزینہ «۳»

(سید جواد نظری)

می‌دانیم سطح مقطع صفحه ABCD با مکعب مستطیل برابر ۷۰ واحد مربع است، پس:



$$\begin{cases} \text{AB} = \text{HI} = \gamma \\ S_{\text{ABCD}} = \gamma \cdot \end{cases} \Rightarrow \gamma \times \text{AD} = \gamma \cdot \Rightarrow \text{AD} = 1.$$



(کیوان دارابی)

۳۲- گزینه «۳»

شرط آنکه دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$  فاقد جواب باشد، آن است که  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$  باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{m+1}{-m+1} = \frac{2m-1}{-5m-1} \neq \frac{3m+2}{-4m+2}$$

$$\Rightarrow -5m^2 - 6m - 1 = -2m^2 + 3m - 1 \Rightarrow 3m^2 + 9m = 0$$

$$\Rightarrow 3m(m+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-3 \end{cases}$$

اما به ازای هر دو مقدار  $m=0$  و  $m=-3$ ، کسر سوم نیز با دو کسر دیگر برابر است، یعنی دستگاه بی‌شمار جواب دارد. پس برای  $m$  مقداری وجود ندارد که به ازای آن دستگاه تنها یک جواب داشته باشد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

(کیوان دارابی)

۳۳- گزینه «۱»

$$(1, 2) \in \text{دایره} \Rightarrow a(1+4) + b(1+2) = 0 \Rightarrow b = -\frac{5}{3}a$$

$$\Rightarrow a(x^2 + y^2) - \frac{5}{3}a(x+y) = 0 \xrightarrow{a \neq 0} x^2 + y^2 - \frac{5}{3}x - \frac{5}{3}y = 0$$

$$\Rightarrow O = \left(\frac{5}{6}, \frac{5}{6}\right) \Rightarrow R = \sqrt{\frac{25}{36} + \frac{25}{36}} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(افشین فاضل‌شان)

۳۴- گزینه «۴»

ابتدا معادله سهمی را به فرم استاندارد می‌نویسیم:

$$y^2 - 2y - 4x + 5 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 4x - 4 \Rightarrow (y-1)^2 = 4(x-1)$$

مختصات رأس سهمی برابر (۱، ۱) و  $a=1$  است و چون سهمی رو به راست باز می‌شود، مختصات کانون آن به صورت  $F(2, 1)$  است. بنابراین معادله دایره به مرکز کانون و شعاع ۵ برابر خواهد بود با:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$$

حال نقاط تقاطع سهمی و دایره را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 = 25 \\ (y-1)^2 = 4(x-1) \end{cases} \Rightarrow 25 - (x-2)^2 = 4(x-1)$$

$$\Rightarrow 25 - x^2 + 4x - 4 = 4x - 4 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-5 \end{cases} \text{ غرق ق}$$

$$(y-1)^2 = 4(5-1) = 16 \Rightarrow \begin{cases} y-1=4 \Rightarrow y=5 \\ y-1=-4 \Rightarrow y=-3 \end{cases}$$

بنابراین نقاط  $M(5, 5)$  و  $N(5, -3)$ ، نقاط تقاطع دایره و سهمی هستند که نقطه  $N$  در ربع چهارم قرار دارد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

شعاع دایره  $C''$  برابر شعاع دایره  $C$  است، پس طول مماس مشترک خارجی دایره‌های  $C'$  و  $C''$  برابر است با:

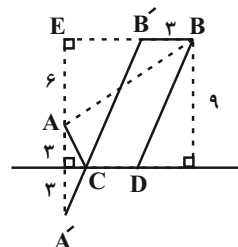
$$\sqrt{O'O''^2 - (R' - R'')^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2 - (4-3)^2} = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۳۰- گزینه «۳»

(معصومه اکبری صدت)

نقطه  $B$  را به اندازه ۳ کیلومتر (برابر طول  $CD$ ) موازی با  $CD$  به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نقطه  $B'$  حاصل شود.



چهار ضلعی  $B'DCB$  متوازی‌الاضلاع است، پس  $B'C = BD$  است. طبق مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین  $A$  و  $B'$  داریم:

$$\triangle AEB: BE^2 = AB^2 - AE^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow BE = 8$$

$$B'E = BE - BB' = 8 - 3 = 5$$

$$\triangle A'B'E: A'B'^2 = A'E^2 + B'E^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow A'B' = 13$$

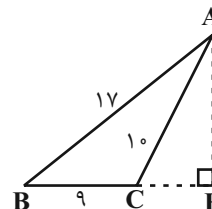
$$\Rightarrow A'C + CB' = 13 \Rightarrow AC + BD = 13$$

$$\text{طول کوتاه‌ترین جاده} = AC + CD + BD = 13 + 3 = 16$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۵)

(سیر ممد رضا حسینی فرد)

۳۱- گزینه «۲»

ابتدا به کمک رابطه هرون، مساحت مثلث  $ABC$  را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{17 \times 10 \times 9}{2} = 765 \Rightarrow S = \sqrt{18(18-17)(18-10)(18-9)}$$

$$= \sqrt{18 \times 1 \times 8 \times 9} = 36$$

$$S = \frac{AH \times BC}{2} \Rightarrow 36 = \frac{AH \times 9}{2} \Rightarrow AH = 8$$

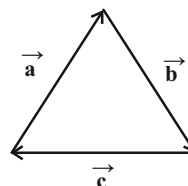
$$\triangle ACH: CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)



۳۵- گزینه «۱»

(سوکنر روشنی)



مطابق شکل ابتدای یک بردار بر انتهای یک بردار دیگر منطبق است. پس زاویه بین هر دو بردار از میان بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$ ، برابر  $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$  است و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 120^\circ = 3 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{2} \\ (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{c}) &= 2|\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{c} \\ &= 2|\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 9 + \left(-\frac{9}{2}\right) = 13 \frac{1}{2}\end{aligned}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۳۶- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

چون دو عدد ۶۸ و ۱۴۵ در تقسیم بر  $m$  باقی‌مانده مساوی دارند. پس:

$$\begin{aligned}145 \equiv 68 \pmod{m} &\Rightarrow 145 - 68 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow 77 \equiv 0 \pmod{m} \\ 77 \equiv 0 \pmod{m} &\xrightarrow{\text{طرفین } \times 2} 154 \equiv 0 \pmod{m}\end{aligned}$$

اگر به طرفین ۶ واحد اضافه کنیم، آن‌گاه به ۱۶۰ می‌رسیم.

$$154 + 6 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow 160 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow r = 6$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۷- گزینه «۳»

(رضا توکلی)

فرض کنید  $d = (11n + 3, 4n + 5)$  باشد. معادله سیاله موردنظر در صورتی به ازای هر عدد طبیعی دلخواه  $c$ ، در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است که  $d = 1$  باشد.

$$\left. \begin{aligned}d \mid 4n + 5 &\xrightarrow{\times 11} d \mid 44n + 55 \\ d \mid 11n + 3 &\xrightarrow{\times 4} d \mid 44n + 12\end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 43 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 43$$

بنابراین کافی است مقادیری از  $n$  را که به ازای آن  $d = 43$  می‌شود، پیدا کرده و از مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی حذف کنیم. داریم:

$$\begin{aligned}43 \mid 4n + 5 &\Rightarrow 4n + 5 \equiv 0 \pmod{43} \Rightarrow 4n \equiv -5 \equiv -5 - 43 \equiv -48 \pmod{43} \\ &\xrightarrow{+4} 4n \equiv -44 \pmod{43} \Rightarrow n \equiv -11 \pmod{43} \Rightarrow n = 43k - 11 \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \begin{cases} k=1 \Rightarrow n=32 \\ k=2 \Rightarrow n=75 \end{cases}\end{aligned}$$

پس تنها به ازای دو عدد طبیعی دو رقمی  $n$ ،  $d = 43$  است و در نتیجه به ازای  $88 = 90 - 2$  عدد طبیعی دو رقمی،  $d = 1$  است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۳۸- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

$$3x = \text{تعداد رأس‌های درجه } 3 \Rightarrow x = \text{تعداد رأس‌های درجه } 2$$

$$4x = \text{تعداد رأس‌های درجه } 4$$

$$2q = \text{جمع درجات} = 2 \times 35 = 70$$

$$\Rightarrow 2x + 9x + 4(20 - 4x) = 70$$

$$-5x + 80 = 70 \Rightarrow x = 2$$

$$12 = 20 - 4x = 20 - 4 \times 2 = 8$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۵)

۳۹- گزینه «۲»

(مصطفی کرمی)

خانه رنگ شده یکی از اعداد  $b$  یا  $c$  است و هر کدام از آن‌ها که باشد بقیه جدول به یک طریق کامل می‌شود.

۱			
	a		
		b	
			c

مثلاً اگر خانه رنگ شده  $b$  باشد داریم:

۱	c	a	b
b	a	c	۱
c	۱	b	a
a	b	۱	c

پس ۲ حالت برای انتخاب خانه رنگی و ۳! هم برای جایگشت  $a$  و  $b$  و  $c$  داریم و بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$2 \times 3! = 2 \times 6 = 12$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۴۰- گزینه «۳»

(نیلوفر مهری)

برای به دست آوردن جواب‌های صحیح معادله، لازم است  $\frac{8}{x_7}$  عددی صحیح باشد. پس ۴ حالت زیر امکان‌پذیر است:

$$x_7 = 1 \Rightarrow x_1 + 8 + x_7 = 13 \Rightarrow x_1 + x_7 = 5$$

$$\Rightarrow |S_1| = \binom{5+2-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6$$

$$x_7 = 2 \Rightarrow x_1 + 4 + x_7 = 13 \Rightarrow x_1 + x_7 = 9$$

$$\Rightarrow |S_2| = \binom{9+2-1}{2-1} = \binom{10}{1} = 10$$

$$x_7 = 4 \Rightarrow x_1 + 2 + x_7 = 13 \Rightarrow x_1 + x_7 = 11$$

$$\Rightarrow |S_3| = \binom{11+2-1}{2-1} = \binom{12}{1} = 12$$

$$x_7 = 8 \Rightarrow x_1 + 1 + x_7 = 13 \Rightarrow x_1 + x_7 = 12$$

$$\Rightarrow |S_4| = \binom{12+2-1}{2-1} = \binom{13}{1} = 13$$

بنابراین تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله برابر است با:

$$|S| = 6 + 10 + 12 + 13 = 41$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

## فیزیک

## گزینه «۴» ۴۱

(معمربوار سورپی)

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط به صورت زیر جرم کل را می یابیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}}$$

$$\frac{m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} \times V_{\text{آب}}}{V_{\text{الکل}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{(\rho_{\text{آب}} \times V_{\text{آب}}) + m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}}}$$

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, V_{\text{آب}} = 2 \text{ L} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 850 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_{\text{الکل}} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{L}} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$850 = \frac{(1000 \times 2 \times 10^{-3}) + m_{\text{الکل}}}{(2 \times 10^{-3}) + \frac{m_{\text{الکل}}}{800}}$$

$$\Rightarrow 1/2 + \frac{850}{800} m_{\text{الکل}} = 2 + m_{\text{الکل}} \Rightarrow \frac{17}{16} m_{\text{الکل}} - m_{\text{الکل}} = 0/3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} m_{\text{الکل}} = 0/3 \Rightarrow m_{\text{الکل}} = 4/8 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

## گزینه «۴» ۴۲

(عباس اصغری)

از آنجایی که گوی B توسط میله رانده می شود بنابراین بار گوی B هم نام با بار میله است. یعنی گوی B قطعاً بار منفی دارد.

با توجه به اینکه گوی A توسط میله جذب می شود، می توان نتیجه گرفت که گوی A یا باری ناهم نام با بار میله دارد، یعنی بار مثبت دارد و یا اینکه خنثی است.

توجه داشته باشید که اگر میله به گوی رسانای سبک خنثی نزدیک شود، در اثر تکنیک بار روی گوی رسانا و پدیده القای الکتریکی بین آنها جاذبه ایجاد می شود.

(فیزیک ۲- الکتریسته ساکن: صفحه های ۲ تا ۳)

## گزینه «۲» ۴۳

(بوار کمران)

با توجه به نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین مشخص است که با افزایش ارتفاع از سطح زمین فشار هوا کاهش پیدا می کند. بنابراین «الف» صحیح است. از طرفی می دانیم با افزایش ارتفاع هوا رقیق تر می شود و چگالی هوا کاهش می یابد. بنابراین «ب» نادرست است.

با توجه به نمودار، معلوم است که به ازای افزایش ارتفاع یکسان، کاهش فشار یکسانی نداریم. یعنی  $p_1 - p_2 > p_3 - p_4$  خواهد بود. بنابراین «پ» نادرست است.با توجه به نمودار، معلوم است که  $p_1 - p_4 > p_2 - p_3$  است. بنابراین مورد «ت» درست است.

بنابراین موارد الف و ت صحیح اند.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۳۶)

## گزینه «۲» ۴۴

(فسرو ارغوانی فردر)

چون متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت خود ۵۴m جابه جا شده است و شتاب

حرکت منفی می باشد، (شیب نمودار  $v-t$  منفی است) می توان نوشت:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow 54 = \frac{1}{2} a \times 9 + v_0 \times 3 \Rightarrow 54 = \frac{9}{2} a + 3 v_0 \quad (1)$$

برای ۳ ثانیه آخر حرکت، چون در انتها تندى متحرک صفر می باشد، می توان فرض کرد، متحرک از حال سکون شروع به حرکت نموده و در مدت ۳s به اندازه ۶m جابه جا شده است. در این حالت داریم:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a' t_2^2 + v_0 t_2 \xrightarrow{v_0 = 0} 6 = \frac{1}{2} a' \times 9 + 0 \Rightarrow a' = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{a < 0}{a = -\frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$(1) \rightarrow 54 = \frac{9}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right) + 3 v_0 \Rightarrow 60 = 3 v_0 \Rightarrow v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در آخر با داشتن  $v_0$  و  $a$ ، به صورت زیر  $t$  را می یابیم. دقت کنید، در لحظه  $t$ ، تندى برابر صفر است.

$$v = a t + v_0 \xrightarrow{v=0} 0 = -\frac{4}{3} t + 20 \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۵ تا ۲۰)

## گزینه «۱» ۴۵

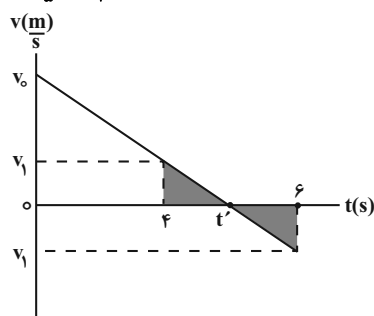
(عباس اصغری)

روش اول: می دانیم ۲ ثانیه سوم همان بازه زمانی  $t_1 = 4 \text{ s}$  تا  $t_2 = 6 \text{ s}$  است. از طرف دیگر می دانیم، اگر در حرکت با شتاب ثابت، در یک بازه زمانی جابه جایی متحرک صفر باشد، یعنی، در آن بازه زمانی متحرک تغییر جهت داده است. بنابراین، با توجه به این که جهت حرکت در ابتدا در جهت محور است و تغییر جهت متحرک، نمودار  $v-t$  متحرک را رسم می کنیم. با توجه به نمودار، متحرک در لحظه  $t'$  تغییر جهت می دهد که این لحظه با استفاده از تشابه دو مثلث هاشور خورده برابر  $t' = 5 \text{ s}$  است. زیرا:

$$\frac{v_1}{t' - 4} = \frac{v_1}{6 - t'} \Rightarrow 6 - t' = t' - 4 \Rightarrow 10 = 2 t' \Rightarrow t' = 5 \text{ s}$$

اکنون، با داشتن  $t'$  و استفاده از تشابه مثلث ها،  $v_0$  را بر حسب  $v_1$  می یابیم:

$$\frac{v_0}{t'} = \frac{v_1}{t' - 4} \Rightarrow \frac{v_0}{5} = \frac{v_1}{1} \Rightarrow v_0 = 5 v_1$$



در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_4$  ثانیه  $\Delta x > 0$ ، در بازه زمانی  $t_3$  تا  $t_4$  ثانیه  $\Delta x < 0$ ، در بازه زمانی  $0$  تا  $t_3$  ثانیه  $\Delta x > 0$  و در بازه زمانی  $0$  تا  $t_4$  ثانیه  $\Delta x = 0$  است. پس در بازه زمانی  $0$  تا  $t_3$  ثانیه هم سرعت متوسط هم شتاب متوسط هر دو مثبت هستند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

(بابک اسلامی)

گزینه «۴»

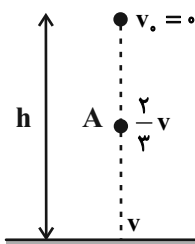
برای سرعت متوسط گلوله بین دو لحظه شروع حرکت تا رسیدن گلوله به

نقطه A که تندی آن برابر با  $\frac{2}{3}v$  است، می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_A + v_0}{2} \Rightarrow 20 = \frac{\frac{2}{3}v + 0}{2} \Rightarrow v = 60 \frac{m}{s}$$

تندی گلوله‌ای که در شرایط خلأ از حال سکون رها می‌شود، پس از طی

مسافت  $h'$  از رابطه  $v^2 = 2gh'$  به دست می‌آید. بنابراین داریم:



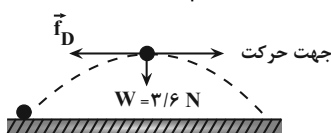
$$v^2 = 2gh \Rightarrow 60^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 180 m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(زهرا آقاممیری)

گزینه «۴»

ابتدا جرم توپ را به دست می‌آوریم:



$$W = mg \Rightarrow m = \frac{W}{g} = \frac{3/6}{10} = 0.036 kg$$

نیروی خالص وارد بر توپ در بالاترین نقطه مسیر حرکتش، برابر است با:

$$\vec{F}_{net} = f_D(-\vec{i}) + W(-\vec{j}) \Rightarrow F_{net} = \sqrt{f_D^2 + W^2}$$

$$\frac{F_{net}}{m} = a \Rightarrow ma = \sqrt{f_D^2 + W^2} \quad \begin{matrix} a = \frac{25 m}{s^2} \\ m = 0.036 kg \end{matrix}$$

$$0.036 \times \frac{25}{s^2} = \sqrt{f_D^2 + 3/6^2}$$

$$f_D^2 = \sqrt{4/5^2 - 3/6^2} = 0.9 \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$= 0.9 \times 3 = 2.7 N \Rightarrow \vec{f}_D = (-2.7 N) \vec{i}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

در آخر، با توجه به این که مساحت سطح محصور بین نمودار  $v-t$  و محور  $t$  برابر جابه‌جایی متحرک است، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \text{مسافت} = \ell &= \left( -\frac{v_0 \times t'}{2} \right) + \left| \frac{-v_1 \times (6-t')}{2} \right| \\ \Rightarrow \ell &= \frac{5v_1 \times 5}{2} + \left| \frac{-v_1 \times (6-5)}{2} \right| \Rightarrow \ell = \frac{25v_1}{2} + \frac{v_1}{2} \\ &= \frac{26v_1}{2} \Rightarrow \ell = 13v_1 \end{aligned}$$

$$\text{جابه‌جایی} = \Delta x = \frac{v_0 \times 5}{2} - \frac{v_1 \times 1}{2} = \frac{5v_1 \times 5}{2} - \frac{v_1}{2} \Rightarrow \Delta x = 12v_1$$

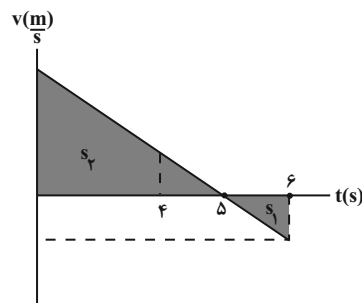
بنابراین، نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی برابر است با:

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{13v_1}{12v_1} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{13}{12}$$

روش دوم: می‌دانیم، نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت اضلاع آن‌ها است. بنابراین، اگر مساحت مثلث در بازه زمانی  $5s$  تا  $6s$  را برابر مسافت طی شده در این بازه زمانی و برابر  $d$  در نظر بگیریم، مساحت مثلث در بازه زمانی صفر تا  $5s$  برابر است با:

$$\frac{s_2}{s_1} = \left( \frac{5-0}{6-5} \right)^2 \xrightarrow{s_1=d} \frac{s_2}{d} = 25 \Rightarrow s_2 = 25d$$

اکنون با داشتن مساحت مثلث‌ها، می‌توان نوشت:



$$\ell = s_2 + |s_1| = 25d + d = 26d$$

$$\Delta x = s_2 - s_1 = 25d - d = 24d$$

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{26d}{24d} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{13}{12}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(زهرا آقاممیری)

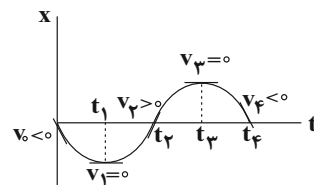
گزینه «۳»

می‌دانیم که سرعت در هر لحظه دلخواه  $t$ ، برابر شیب خط مماس بر نمودار

مکان - زمان در آن لحظه است. با توجه به رابطه شتاب متوسط  $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

در هر بازه زمانی که  $\Delta v > 0$  باشد،  $a_{av} > 0$  است. در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_4$   $\Delta v < 0$ ، در بازه زمانی  $t_4$  تا  $t_3$   $\Delta v < 0$ ، در بازه زمانی  $0$  تا  $t_3$   $\Delta v > 0$  و در بازه  $0$  تا  $t_4$   $\Delta v > 0$  است.

برای تعیین علامت سرعت متوسط در هر بازه زمانی باید علامت  $\Delta x$  را تعیین کنیم.





$$\Rightarrow \mu_s mg = m \frac{4\pi^2 r}{T_{\min}^2} \Rightarrow T_{\min}^2 = \frac{4\pi^2 r}{\mu_s g}$$

$$\frac{r=5\text{cm}}{\mu_s=0.5} \rightarrow T_{\min}^2 = \frac{4\pi^2 \times 0.05}{0.5 \times 10} \Rightarrow T_{\min} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

(امیرمسین برادران)

۵۲- گزینه «۲»

در هر لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر در حال کاهش است. انرژی جنبشی و در نتیجه تندی جسم در حال افزایش است. بنابراین نوع حرکت تندشونده است در حرکت تندشونده بردارهای سرعت و شتاب با یکدیگر هم‌جهت‌اند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(فسرو ارغوانی فرد)

۵۳- گزینه «۳»

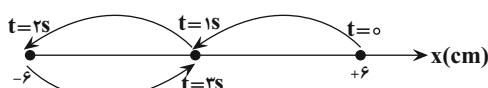
ابتدا دوره تناوب نوسانگر را می‌یابیم:

$$x = 0.06 \cos \frac{\pi}{2} t \Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}} \\ A = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}}} \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

با توجه به این که دوره تناوب  $T = 4 \text{ s}$  است، مدت زمان  $\Delta t = 3 - 0 = 3 \text{ s}$

برابر  $\frac{3}{4}$  دوره تناوب می‌باشد. بنابراین، با توجه به طرح زیر، می‌توان نوشت:



$$l = 3A \xrightarrow{A=6\text{cm}} l = 3 \times 6 = 18 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(محمدرضا ق مام‌سبیره)

۵۴- گزینه «۳»

با استفاده از رابطه تراز شدت صوت  $(\beta = 10 \log \frac{I}{I_0})$  به صورت زیر،

$\beta_1 - \beta_2$  را پیدا می‌کنیم:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \left( \log \frac{I_1}{I_0} - \log \frac{I_2}{I_0} \right) \xrightarrow{\log \frac{a}{b} = \log a - \log b}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \xrightarrow{I = \frac{P}{A}} \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{\frac{P}{A_1}}{\frac{P}{A_2}} = 10 \log \frac{A_2}{A_1}$$

$$\Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{\frac{A_2=24\text{cm}^2}{A_1=12\text{cm}^2}} \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{24}{12}$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2 \xrightarrow{\log 2=0.3} \beta_1 - \beta_2 = 10 \times 0.3 = 3$$

$$\Rightarrow \beta_1 = \beta_2 + 3 \text{ dB}$$

می‌بینیم، تراز شدت صوت دریافتی توسط شخص (۱)، ۳ دسی‌بل بیشتر از تراز شدت صوت دریافتی توسط شخصی (۲) است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۴۹- گزینه «۴»

(امسان مطلبی)

با توجه به این که شیب نمودار نیروی کشسانی بر حسب تغییرات طول فنر برابر با ثابت فنر است، ابتدا با توجه به نمودار رسم شده، ثابت فنرها را به دست می‌آوریم:

$$k_A = \frac{F_{eA}}{x_A} \Rightarrow k_A = \frac{5}{5} = 1 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, k_B = \frac{F_{eB}}{x_B} = \frac{4}{5} \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$, k_C = \frac{F_{eC}}{x_C} = \frac{1}{4} \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

اکنون، با توجه به این که نیروی کشسانی هر سه فنر یکسان است، می‌توان نوشت:

$$F_e = kx = k_A x_A = k_B x_B = k_C x_C$$

$$\Rightarrow \frac{x_B}{x_A} = \frac{k_A}{k_B} \xrightarrow{x_A=5\text{cm}, k_A=1\frac{\text{N}}{\text{cm}}} \frac{x_B}{5} = \frac{1}{\frac{4}{5}} \Rightarrow x_B = 62.5 \text{ cm}$$

$$\frac{x_C}{x_A} = \frac{k_A}{k_C} \xrightarrow{x_A=5\text{cm}, k_C=\frac{1}{4}\frac{\text{N}}{\text{cm}}} \frac{x_C}{5} = \frac{1}{\frac{1}{4}} \Rightarrow x_C = 20 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۵۰- گزینه «۱»

(مریم شیخ‌ممو)

وقتی در مکان جدید شتاب گرانشی جدید ۹۶ درصد کاهش یابد، شتاب گرانشی در آن مکان برابر  $g_h = g_e - 0.96g_e = 0.04g_e$  خواهد شد.

بنابراین، با استفاده از رابطه‌های  $g_h = \frac{GM_e}{(R_e+h)^2}$  و  $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$  به صورت زیر  $h$  را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{g_h}{g_e} = \left( \frac{R_e}{R_e+h} \right)^2 \xrightarrow{g_h=0.04g_e} \frac{0.04g_e}{g_e} = \left( \frac{R_e}{R_e+h} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{100} = \left( \frac{R_e}{R_e+h} \right)^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{2}{10} = \frac{R_e}{R_e+h}$$

$$\Rightarrow 2R_e + 2h = 10R_e$$

$$\Rightarrow 2h = 8R_e \Rightarrow h = 4R_e \xrightarrow{R_e=6400\text{km}} h = 4 \times 6400 = 25600 \text{ km}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه ۵۶)

۵۱- گزینه «۱»

(عرفان عسکریان پاییان)

در این سؤال، نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای سکه به همراه دیسک توسط نیروی اصطکاک ایستایی تامین می‌شود. چون کمترین دوره چرخش دیسک مورد سؤال است، اصطکاک ایستایی بیشینه خواهد بود. با استفاده از قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت، داریم:

$$F_{\text{net}} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow f_{s,\text{max}} = m \frac{4\pi^2 r}{T_{\min}^2} \Rightarrow \mu_s F_N = m \frac{4\pi^2 r}{T_{\min}^2}$$

## ۵۵- گزینه «۲»

(علیرضا کونه)

چون شونده A با تندی ثابت به سمت آمبولانس می‌رود. در مدت زمان یکسان در مقایسه با شونده ساکن با جبهه‌های موج بیش‌تری مواجه می‌شود و بسامد احساس آن بیش‌تر از بسامد واقعی می‌شود و چون شونده B با تندی ثابت در حال دور شدن از آمبولانس است، در مدت زمان یکسان در مقایسه با شونده ساکن با جبهه‌های موج کم‌تری مواجه می‌شود و در نتیجه بسامد احساسی آن کم‌تر از بسامد واقعی می‌شود و هم‌چنین چون آمبولانس ساکن است، لذا تجمع جبهه‌های موج در دو سوی آن یکسان بوده و در نتیجه طول موج دریافتی توسط هریک از دو شونده با طول موج چشمه موج برابر است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

## ۵۶- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

چون تندی صوت در هوا (محیط رقیق) کمتر از تندی صوت در آب (محیط غلیظ) است، در هنگام ورود موج صوتی از آب به هوا، پرتوهای موج که عمود بر جبهه‌های موج هستند، به خط عمود نزدیک می‌شوند. بنابراین، با توجه به رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$ ، چون بسامد موج ثابت است، با کاهش تندی موج، طول موج آن نیز کمتر می‌شود. لذا، جبهه‌های موج به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

## ۵۷- گزینه «۳»

(محمدرضا فارمی)

با افزایش دما، چگالی هوا کاهش می‌یابد که این سبب کاهش ضریب شکست آن می‌گردد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

## ۵۸- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم در هر رشته بلندترین طول موج گسیلی به ازای گذار الکترون از  $n = n' + 1$  به تراز  $n'$  و کوتاه‌ترین طول موج گسیلی به ازای گذار الکترون از تراز  $n = \infty$  به تراز  $n'$  است. بنابراین در رشته بالمر ( $n' = 2$ )، برای بلندترین طول موج  $n = 3$  و برای کوتاه‌ترین طول موج  $n = \infty$  است. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n=3, n'=\infty} \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{\infty} \right) = R \times \frac{9-4}{36}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{36}{5R}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n=3, n'=2} \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{4}{R}$$

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{\frac{36}{5R}}{\frac{4}{R}} = \frac{36}{5 \times 4} \Rightarrow \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = 1/8$$

در آخر داریم:

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

## ۵۹- گزینه «۳»

(عباس اصغری)

شکل داده شده در سؤال، مربوط به مدل اتمی رادرفورد است. بر مبنای این مدل اتمی، الکترون در حین گردش به دور هسته موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند و طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل شده از اتم، پیوسته می‌باشد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه ۱۲۶)

## ۶۰- گزینه «۳»

(مصطفی واتقی)

در واپاشی  $\alpha$ ، عدد اتمی و عدد نوترونی هر کدام ۲ واحد کاهش می‌یابد، و در واپاشی  $\beta^-$ ، عدد اتمی یک واحد افزایش و عدد نوترونی یک واحد کاهش می‌یابد.

$$(I) \quad N = 55 \Rightarrow N = 55 - 2 = 53$$

$$(II) \quad Z = 53 \Rightarrow Z = 53 - 2 = 51$$

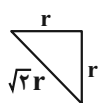
$$I, II \Rightarrow N + Z = 53 + 51 = 104$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵)

## ۶۱- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

ابتدا نیروی بین بارهای  $q_1$  و  $q_2$  را می‌یابیم. با توجه به شکل، فاصله بین بارهای  $q_1$  و  $q_2$  برابر  $\sqrt{2}r$  است. بنابراین داریم:



$$F_{12} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2} = \frac{kq^2}{(\sqrt{2}r)^2} = \frac{kq^2}{2r^2} = F \Rightarrow \frac{kq^2}{r^2} = 2F$$

اکنون نیروهای وارد بر بار  $q_3$  را رسم و برآیند آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$F_{13} = \frac{k |q_1| |q_3|}{(r_{13})^2} = \frac{kq(3q)}{r^2} = \frac{3kq^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{13} = 3 \times 2F = 6F$$

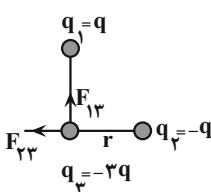
$$F_{23} = \frac{k |q_2| |q_3|}{(r_{23})^2} = \frac{kq(3q)}{r^2} = \frac{3kq^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{23} = 3 \times 2F = 6F$$

$$F_{T3} = \sqrt{(F_{13})^2 + (F_{23})^2} \Rightarrow F_{T3} = \sqrt{(6F)^2 + (6F)^2}$$

$$F_{T3} = 6\sqrt{2}F$$

(فیزیک ۲- الکتريسته ساکن؛ صفحه‌های ۵ و ۹)



## ۶۲- گزینه «۲»

(سعید شرق)

در این سوال با توجه به رابطه‌های مربوط به انرژی و ظرفیت خازن به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\text{گزینه «۱» : درست است. با توجه به رابطه } U = \frac{1}{2} CV^2$$

$$C = \frac{2U}{V^2} \Rightarrow [C] = \frac{J}{V^2}$$

در آخر، بیشینه توان خروجی باتری را از رابطه زیر، می‌یابیم:

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{12 \times 12}{4 \times 2} \Rightarrow P_{\max} = 18W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

(غلامرضا ممی)

گزینه «۱» ۶۵

چون مدار داده شده تک حلقه است، جریان عبوری از مقاومت خارجی  $R$  و مقاومت داخلی  $r$  یکسان است. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} V_R = RI \\ V_r = rI \end{cases} \Rightarrow \frac{V_R}{V_r} = \frac{RI}{rI} \Rightarrow \frac{V_R}{V_r} = \frac{R}{r} \Rightarrow R = \frac{V_R}{V_r} r = \frac{9}{1} r = 9$$

اکنون با داشتن  $\varepsilon$ ،  $I$  و  $r$  بر حسب  $R$ ، اندازه مقاومت  $R$  را به صورت زیر می‌یابیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{6}{R+9} \Rightarrow \frac{6}{R+9} = \frac{6}{10R} \Rightarrow R = 9$$

$$\Rightarrow \frac{6}{10R} = \frac{6}{10 \times 9} \Rightarrow R = 9$$

در نهایت توان مصرفی در مقاومت  $R$  را می‌یابیم:

$$P = RI^2 = \frac{R \times 27 \times 10^{-3}}{10} = 27 \times 10^{-3} = 0.27W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

(رضا امامی)

گزینه «۴» ۶۶

قبل از بستن کلید  $K$ ، هر سه لامپ در مدار به صورت متوالی به یکدیگر متصل شده اند. از طرف دیگر، چون لامپ‌ها مشابه و مقاومت یکسانی دارند، اختلاف پتانسیل دو سر آنها یکسان است. بنابراین، با توجه به این که باتری آرمانی است ( $r=0$ )، اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر  $V = \varepsilon$  می‌باشد. در این حالت می‌توان نوشت:

$$V_A + V_B + V_C = V \Rightarrow V_A + V_A + V_A = \varepsilon \Rightarrow 3V_A = \varepsilon \Rightarrow V_A = \frac{1}{3}\varepsilon$$

$$P_A = \frac{V_A^2}{R_A} = \frac{(\frac{1}{3}\varepsilon)^2}{R_A} \Rightarrow P_A = \frac{\varepsilon^2}{9R_A}$$

با بستن کلید  $K$ ، دو سر لامپ  $C$  با یک سیم به یکدیگر متصل شده (اتصال کوتاه رخ می‌دهد) و از مدار حذف می‌گردد. در این حالت فقط لامپ‌های  $A$  و  $B$  در مدارند و می‌توان نوشت:

$$V'_A + V'_B = V \Rightarrow V'_A + V'_A = \varepsilon \Rightarrow 2V'_A = \varepsilon \Rightarrow V'_A = \frac{1}{2}\varepsilon$$

$$P'_A = \frac{V'^2_A}{R_A} = \frac{(\frac{1}{2}\varepsilon)^2}{R_A} \Rightarrow P'_A = \frac{\varepsilon^2}{4R_A}$$

گزینه «۲» نادرست است. با توجه به رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$  داریم:

$$C = \frac{Q^2}{2U} \Rightarrow [C] = \frac{C^2}{J}$$

گزینه «۳» درست است. با توجه به رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$  داریم:

$$C = \frac{Q^2}{2U} \Rightarrow [C] = \frac{C^2}{J} \Rightarrow [C] = \frac{C^2}{N.m}$$

گزینه «۴» درست است. با توجه به رابطه  $C = \frac{Q}{V}$  داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow [C] = \frac{C}{V}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۴» ۶۳

ابتدا با استفاده از داده‌های روی نمودار و قانون اهم،  $R_A$  و  $R_B$  را می‌یابیم. به ازای اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت، جریان مقاومت‌ها برابر  $I_A = 4A$  و  $I_B = 2A$  است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$R_A = \frac{V_A}{I_A} = \frac{12V}{4A} \Rightarrow R_A = 3\Omega$$

$$R_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{12V}{2A} \Rightarrow R_B = 6\Omega$$

اکنون، با استفاده از رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$  و با توجه به این که  $P_A = P_B + 150$  است، به صورت زیر  $V$  را می‌یابیم:

$$P_A - P_B = 150 \Rightarrow \frac{V^2}{R_A} - \frac{V^2}{R_B} = 150 \Rightarrow \frac{V^2}{3} - \frac{V^2}{6} = 150 \Rightarrow \frac{2V^2 - V^2}{6} = 150 \Rightarrow \frac{V^2}{6} = 150 \Rightarrow V^2 = 900 \Rightarrow V = 30V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۰، ۶۷ و ۶۸)

(محمدر کبری)

گزینه «۱» ۶۴

با توجه به این که توان مصرفی مقاومت  $R$  برابر توان خروجی باتری است، ابتدا جریان الکتریکی مدار را به ازای مقاومت‌های  $R_1 = 4\Omega$  و  $R_2 = 6\Omega$ ، به دست می‌آوریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow 16W = 4 \times I_1^2 \Rightarrow I_1 = 2A$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow 18W = 6 \times I_2^2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{3}A$$

اکنون با استفاده از رابطه  $P = \varepsilon I - rI^2$  و با مقادیر  $\varepsilon$  و  $r$  را پیدا می‌کنیم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon}{4 + r} \Rightarrow \varepsilon = 8 + 2r \quad (I)$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\varepsilon}{6 + r} \Rightarrow 18 + 2r = 16 + 4r \Rightarrow r = 2\Omega$$

$$\Rightarrow r = 2\Omega \xrightarrow{(I)} \varepsilon = 8 + 2 \times 2 = 12V$$



$t=2s \rightarrow \phi = +0.02t = +0.04 \text{ Wb}$   
 برای به دست آوردن شارمغناطیسی در لحظه  $t = 7s$  نیز از معادله خط عبوری از نقاط  $(6, 0.06)$  و  $(9, -0.03)$  استفاده می‌کنیم:

$$t = 7s \Rightarrow \phi = -0.03(7) + 0.24 = +0.03 \text{ Wb}$$

اکنون طبق رابطه  $\varepsilon_{av} = \left| \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right|$  داریم:

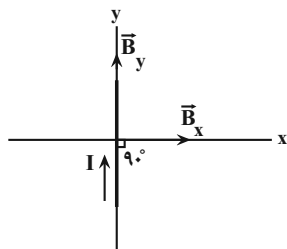
$$\varepsilon_{av} = \left| \frac{\phi_{7s} - \phi_{2s}}{7 - 2} \right| = \left| \frac{0.03 - 0.04}{5} \right| = \left| \frac{-0.01}{5} \right| = \frac{1}{500} = \frac{1}{500} \text{ V} = 2 \text{ mV}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

#### ۶۹- گزینه «۲»

(مریم شیخ‌موم)

با توجه به شکل زیر، چون سیم در راستای محور  $y$  قرار دارد، فقط مؤلفه افقی میدان مغناطیسی ( $B_x$ ) بر آن نیرو وارد می‌کند. زیرا، مؤلفه عمودی میدان مغناطیسی ( $B_y$ ) هم‌راستا با سیم است، در نتیجه  $180^\circ$  یا  $0^\circ$  می‌باشد، و طبق رابطه  $F_y = ILB \sin \theta$ ، نیرویی از طرف مؤلفه عمودی میدان مغناطیسی به آن وارد نمی‌شود، بنابراین، می‌توان نوشت:

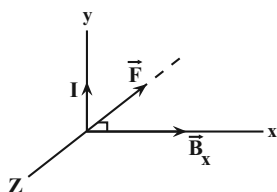


$$F_x = ILB_x \sin 90^\circ \quad \frac{\sin 90^\circ = 1, I = 1/2 \text{ A}}{\ell = 0.5 \text{ m}, B_x = 2 \text{ T}}$$

$$F_x = 1/2 \times 0.5 \times 2 \times 1 \Rightarrow F_x = 1/2 \text{ N}$$

$$F_{\text{کل}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad F_y = 0 \Rightarrow F_{\text{کل}} = F_x = 1/2 \text{ N}$$

با توجه به قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم در صفحه به صورت درون‌سو بوده؛ بنابراین در خلاف جهت محور  $Z$  است.



(فیزیک ۲- مغناطیسی: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

#### ۷۰- گزینه «۴»

(نادر حسین‌پور)

برای صفر شدن میدان مغناطیسی در نقطه  $M$ ، میدان مغناطیسی دو سیم‌لوله باید با یکدیگر برابر و در خلاف جهت یکدیگر باشند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$B_p = B_Q \quad \frac{B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}}{\ell_p} \rightarrow \frac{\mu_0 N_p I_p}{\ell_p} = \frac{\mu_0 N_Q I_Q}{\ell_Q}$$

در آخر درصد تغییر توان مصرفی لامپ  $A$  برابر است با:

$$\text{درصد تغییر توان مصرفی لامپ } A = \frac{P'_A - P_A}{P_A} \times 100 = \frac{\frac{\varepsilon^2}{4R_A} - \frac{\varepsilon^2}{9R_A}}{\frac{\varepsilon^2}{9R_A}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر توان مصرفی لامپ } A = \frac{1 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{9}} \times 100 = 125\%$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر توان لامپ } A = \frac{5}{4} \times 100 = 125\%$$

بنابراین توان مصرفی لامپ  $A$ ، ۱۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

#### ۶۷- گزینه «۴»

(زهرا آقاممیری)

با توجه به نمودار داده شده،  $I_{\text{max}} = 2\sqrt{5} \text{ A}$  و  $\frac{3T}{2} = \frac{1}{200} \text{ s}$  است. بنابراین، ابتدا با محاسبه  $T$  و استفاده از معادله جریان متناوب، جریان در

$$\text{لحظه } t = \frac{1}{3600} \text{ s} \text{ را می‌یابیم: } \frac{3T}{2} = \frac{1}{200} \Rightarrow T = \frac{1}{300} \text{ s}$$

$$I = I_{\text{max}} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \xrightarrow{T = \frac{1}{300} \text{ s}, t = \frac{1}{3600} \text{ s}} I = 2\sqrt{5} \times \sin\left(\frac{2\pi}{1} \times \frac{1}{3600}\right)$$

$$\Rightarrow I = 2\sqrt{5} \sin \frac{\pi}{6} = \sqrt{5} \text{ A}$$

اکنون انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله را محاسبه می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{L = 4/2 \text{ mH}} U = \frac{1}{2} \times 4/2 \times (\sqrt{5})^2 = 10/5 \text{ mJ}$$

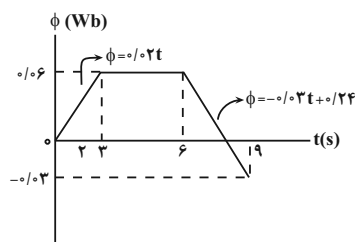
دقت کنید، چون  $U$  را برحسب میلی‌ژول خواسته است، ضریب القاوری ( $L$ ) را برحسب میلی‌هائری جایگذاری نموده‌ایم.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

#### ۶۸- گزینه «۲»

(امسان ایرانی)

بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در یک حلقه از رابطه  $\varepsilon_{av} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$  به دست می‌آید.



در بازه زمانی ۰ تا ۳s شارمغناطیسی به صورت خطی افزایش می‌یابد. با استفاده از معادله خط گذرنده از نقاط  $(0, 0)$  و  $(3, 0.06)$  می‌توانیم شارمغناطیسی در لحظه  $t = 2s$  را به دست آوریم.



(معمدرضا فارمی)

۷۳- گزینه «۴»

چون قطر گلوله برابر  $2/004 \text{ cm}$  و قطر داخلی حلقه برابر  $2 \text{ cm}$  است، لازم است، قطر حلقه حداقل به اندازه  $\Delta R = 2/004 - 2 = 0/004 \text{ cm}$  افزایش یابد. بنابراین، با استفاده از رابطه تغییر طول یک جسم جامد ( $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ )، برای قطر داخلی حلقه می توان نوشت:

$$\Delta R_{\text{حلقه}} = \alpha_{\text{حلقه}} R_1 \Delta T$$

$$\frac{\Delta R_{\text{حلقه}} = 0/004 \text{ cm} = 4 \times 10^{-3} \text{ cm}}{\alpha_{\text{حلقه}} = 2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}, R_1 \text{ حلقه} = 2 \text{ cm}} \rightarrow$$

$$4 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-5} \times 2 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 100 \text{ K}$$

بنابراین، برای عبور گلوله از حلقه، لازم است دمای حلقه را حداقل  $100 \text{ K}$  افزایش دهیم.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه های ۸۸ و ۸۹)

(معمدرضا قمارق مام سیره)

۷۴- گزینه «۱»

ابتدا کل گرمای داده شده به یخ توسط گرمکن الکتریکی را پیدا می کنیم. بنابراین، با توجه به طرح واره زیر می توان نوشت:

$$\boxed{\text{یخ } 0^\circ \text{C}} \xrightarrow{Q_1 = m L_F} \boxed{\text{آب } 0^\circ \text{C}} \xrightarrow{Q_2 = m c_{\text{آب}} \Delta \theta} \boxed{\text{آب } 80^\circ \text{C}}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = m L_F + m c_{\text{آب}} \Delta \theta \xrightarrow[m = 1 \text{ kg}, c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}]{L_F = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} Q_{\text{کل}} = 1 \times 334 + 1 \times 4/2 \times (80 - 0) = 334 + 336 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 670 \text{ kJ}$$

اکنون به صورت زیر توان الکتریکی گرمکن را پیدا می کنیم:

$$P = \frac{Q_{\text{کل}}}{t} \xrightarrow[t = 670 \text{ s}]{Q_{\text{کل}} = 670 \text{ kJ}} P = \frac{670 \text{ kJ}}{670 \text{ s}} = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} \Rightarrow P = 1 \text{ kW}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۰ و ۱۰۵)

(مسعود قره فانی)

۷۵- گزینه «۱»

چون گاز بر روی محیط کار انجام داده است، حجم آن افزایش می یابد، در نتیجه، علامت کار منفی است، لذا  $W = -380 \text{ J}$  می باشد.

از طرف دیگر چون انرژی درونی گاز افزایش یافته است،  $\Delta U = +800 \text{ J}$  خواهد بود. بنابراین، با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می توان نوشت:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow 800 = -380 + Q \Rightarrow Q = 1180 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۱)

$$\frac{\ell_P = \ell_Q}{N_P I_P = N_Q I_Q}$$

$$\frac{N_P = 500, N_Q = 200}{I_Q = 2 \text{ A}} \rightarrow 500 \times I_P = 200 \times 2 \Rightarrow I_P = 0/8 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۹۹ و ۱۰۰)

(عبدالرضا امینی نسب)

۷۱- گزینه «۴»

می دانیم فشار پیمانه ای برابر اختلاف فشار گاز و فشار هوا است. بنابراین، ابتدا فشار ناشی از هریک از مایعات را بر حسب  $\text{cmHg}$  محاسبه می کنیم، فشار ناشی از  $45 \text{ cm}$  از مایع با چگالی  $\rho_1$  بر حسب  $\text{cmHg}$  برابر است با:

$$\rho_1 h_1 = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}]{\rho_1 = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, h_1 = 45 \text{ cm}} \rho_1 h_1 = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$1/2 \times 45 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 4 \text{ cm} \Rightarrow P_1 = 4 \text{ cmHg}$$

فشار ناشی از  $81 \text{ cm}$  از مایع با چگالی  $\rho_2$  بر حسب  $\text{cmHg}$  برابر است با:

$$\rho_2 h_2 = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \xrightarrow[h_2 = 81 \text{ cm}]{\rho_2 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} 1 \times 81 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 6 \text{ cm} \Rightarrow P_2 = 6 \text{ cmHg}$$

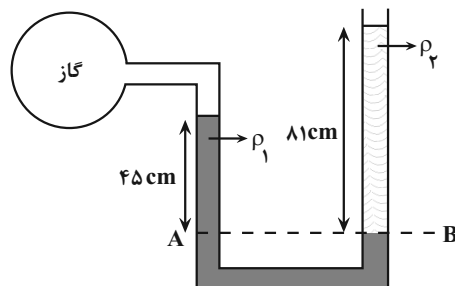
$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 6 \text{ cm} \Rightarrow P_2 = 6 \text{ cmHg}$$

اکنون برای نقاط هم تراز A و B شکل زیر، که فشار یکسانی دارند، می توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_1 = P_2 + P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = P_2 - P_1 \xrightarrow[P_1 = 4 \text{ cmHg}]{P_2 = 6 \text{ cmHg}} P_{\text{گاز}} - P_0 = 6 - 4 = 2 \text{ cmHg}$$

$$P_{\text{گاز}} - P_0 = 2 \text{ cmHg} \Rightarrow \text{فشار پیمانه ای} = 2 \text{ cmHg}$$



(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

(امیرحسین برادران)

۷۲- گزینه «۲»

با توجه به رابطه  $W = Fd \cos \theta$  می توان نوشت:

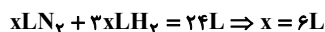
$$\frac{W_{\text{الف}} = Fd_{\text{الف}} \cos \theta_{\text{الف}}}{W_{\text{ب}} = Fd_{\text{ب}} \cos \theta_{\text{ب}}} \xrightarrow[\theta_{\text{ب}} = 60^\circ, \theta_{\text{الف}} = 30^\circ]{F_{\text{الف}} = F_{\text{ب}}, W_{\text{الف}} = W_{\text{ب}}} \frac{d_{\text{الف}} \cos 30^\circ}{d_{\text{ب}} \cos 60^\circ} = 1$$

$$\frac{d_{\text{الف}} \cos 30^\circ}{d_{\text{ب}} \cos 60^\circ} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{d_{\text{الف}}}{d_{\text{ب}}} = \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه های ۵۵ تا ۶۰)





از طرفی با توجه به رابطه حجم و ضریب گازها، حجم  $\text{NH}_3$  تولیدی باید  $2x$  لیتر یعنی  $12\text{L}$  باشد. حالا حجم مولی گازها را حساب می‌کنیم:

$$? \text{LNH}_3 = 1 \text{mol NH}_3 \times \frac{12 \text{LNH}_3}{4 \text{mol NH}_3} = 3 \text{LNH}_3$$

پس حجم مولی گازها  $30 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$  می‌باشد.

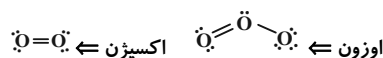
برای محاسبه چگالی  $\text{NH}_3$  داریم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم یک مول NH}_3}{\text{حجم (L)}} = \frac{17 \text{gNH}_3}{30 \text{LNH}_3} \approx 0.57 \text{g.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

(سراسری دافل تیر ۱۴۰۱)

۸۰- گزینه «۳»



- شمار الکترون‌های ناپیوندی در اوزون (۱۲ الکترون) بیش‌تر از اکسیژن (۸ الکترون) است.

- شمار الکترون‌های پیوندی در اوزون (۶ الکترون) بیش‌تر از اکسیژن (۴ الکترون) است.

- واکنش‌پذیری اوزون از اکسیژن بالاتر است، پس اکسیژن پایدارتر است.

- اوزون قطبی بوده و گشتاور دو قطبی بزرگ‌تر از صفر دارد، در حالی‌که اکسیژن ناقطبی و دارای گشتاور دو قطبی صفر است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(ارژنگ فاندلی)

۸۱- گزینه «۴»

بررسی موارد:

مورد (آ) با توجه به واکنش:  $4\text{Fe(s)} + 3\text{O}_2\text{(g)} \rightarrow 2\text{Fe}_2\text{O}_3\text{(s)}$ ، جرم قطعه آهن در واکنش زنگ زدن، افزایش می‌یابد.

مورد (ب) همه واکنش‌های شیمیایی از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.

مورد (پ) در یک معادله موازنه شده که قانون پایستگی جرم در مورد آن صادق است، مول‌های مواد واکنش‌دهنده و فراورده، می‌تواند متفاوت باشد.

مورد (ت) گوگرد، جامدی زردرنگ است که در واکنش با فلز نقره، به نقره سولفید تبدیل می‌شود.

مورد (ث) اگر مقدار زیادی شکر را با مقدار کمی آب مخلوط کنیم، رسوب تشکیل می‌شود در صورتی‌که تغییر شیمیایی رخ نداده است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

شیمی

۷۶- گزینه «۱»

(فسین ناصری ثانی)

نام ترکیب	آهن (III) کلرید	لیتیم نیتريد	آلومینیم نیتريت	منگنز سولفید	کروم (II) نیتريد	کلسیم اکسید
فرمول شیمیایی	$\text{FeCl}_3$	$\text{Li}_3\text{N}$	$\text{Al}(\text{NO}_2)_3$	$\text{MnS}$	$\text{Cr}_3\text{N}_2$	$\text{CaO}$
نسبت شمار آئین به کاتيون	$\frac{3}{1} = 3$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{1} = 3$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{1} = 1$

نتیجه: در آهن (III) کلرید و آلومینیم نیتريت، نسبت شمار آئین‌ها به شمار کاتيون برابر ۳ است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۷۷- گزینه «۱»

(علیرضا رضایی سراب)

فقط مورد چهارم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

مورد اول:  $6\text{Li} + 7\text{Li} = (2 \times 3) + (4 \times 7) = 19$  تعداد کل نوترون‌ها

مورد دوم:  $\bar{M} = \frac{(6 \times 3) + (7 \times 4)}{50} = 6.94 \text{amu}$

مجموع جرم اتم‌ها  $= 50 \times 6.94 = 347 \text{amu}$

مورد سوم:  $13 / 88 \text{gLi} \times \frac{1 \text{mol Li}}{6.94 \text{gLi}} \times \frac{6 \times 10^{23} \text{Li}}{1 \text{mol Li}} \times \frac{7 \text{Li}}{50 \text{Li}}$

اتم  $7 / 224 \times 10^{23} \text{Li}$

مورد چهارم: برخی از رفتارهای فیزیکی وابسته به جرم، متفاوت است.

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۸)

۷۸- گزینه «۴»

(غزارز نیفی کرمی)

عبارت‌های ب و پ نادرست‌اند.

عبارت آ و ب:  $^{99}\text{Tc}$  نخستین عنصر ساخت بشر است و همه تکنسیم موجود در جهان به‌طور مصنوعی تولید می‌شود. نیم عمر آن کم است و نمی‌توان مقدار زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد.

عبارت پ: در تصویربرداری پزشکی از خاصیت هم‌اندازه بودن یون دارای تکنسیم با یون یدید استفاده می‌کنند و در تشخیص مشکل غده پروانه‌ای شکل تیروئید کاربرد دارد.

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۷ و ۸)

۷۹- گزینه «۲»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:  $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$

طبق گفته سوال حجم مخلوط واکنش‌دهنده‌ها ۲۴ لیتر است. از طرفی کل واکنش‌دهنده‌ها به‌طور کامل مصرف می‌شوند این اتفاق تنها در صورتی رخ می‌دهد که حجم گازها متناسب با ضریبشان باشد. به عبارتی اگر حجم  $\text{N}_2$

را  $x$  لیتر فرض کنیم، حجم هیدروژن مورد نیاز برای واکنش کامل این دو گاز  $3x$  لیتر (متناسب با ضریبش) خواهد بود پس:



عبارت ت: نقطه جوش  $\text{H}_2\text{S}$ ،  $\text{HCl}$  و  $\text{PH}_3$  برحسب درجه سلسیوس به ترتیب برابر  $-۶۰$ ،  $-۸۵$  و  $-۸۷/۵$  می باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۸۵- گزینه «۱» (رسول عابدینی زواره)

بررسی عبارت ها:

(آ) عدد اتمی (Z) بنیادی ترین ویژگی عناصر است.

(ب) مطابق نمودار صفحه ۴ کتاب این عبارت درست است.

(پ) گازهای نجیب در گروه ۱۸ قرار دارند و همه آن ها بجز هلیوم (He)

عناصری از دسته p می باشند.

(ت) اولین و سومین فلز قلیایی  $\text{Li}$  و  $\text{K}$  (اختلاف عدد اتمی ۱۶) و اولین و سومین هالوژن (F و Br) (اختلاف عدد اتمی ۲۶) است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه های ۴ تا ۱۴)

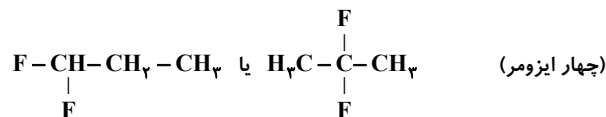
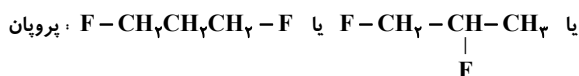
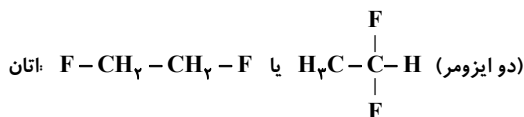
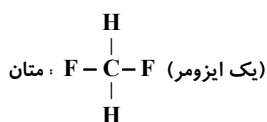
۸۶- گزینه «۳» (فیوار سوری کلی)

امروزه نفت خام در دنیای کنونی دو نقش اساسی ایفا می کند. نقش نخست آن، منبع تأمین انرژی بوده و در نقش دوم، ماده اولیه برای تهیه بسیاری از مواد و کالاهای است که در صنایع گوناگون از آنها استفاده می شود.

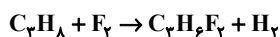
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه های ۲۹ و ۳۰)

۸۷- گزینه «۳» (مسعود جعفری)

برای تشخیص آلکان موردنظر، از ساده ترین آلکان، یعنی متان شروع می کنیم و سپس آلکان های بعد آن یعنی اتان، پروپان و ... را بررسی می کنیم و شمار ایزومرهای ساختاری ممکن برای هر کدام را به دست می آوریم:



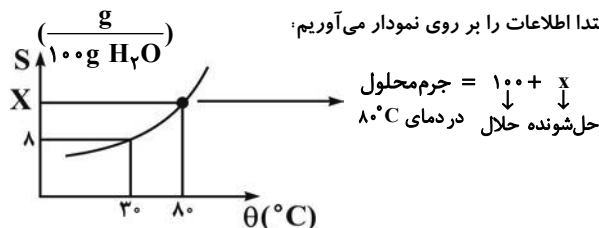
اکنون که مشخص شد آلکان x همان پروپان است دیگر نیازی به بررسی آلکان های دیگر نیست و واکنش آن را می نویسیم:



$$? \text{ g C}_3\text{H}_7\text{F} = \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_7\text{F}}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} \times \frac{80 \text{ g C}_3\text{H}_7\text{F}}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_7\text{F}}$$

۸۲- گزینه «۲» (فرزاد مسینی)

ابتدا اطلاعات را بر روی نمودار می آوریم:



حال اگر دمای محلول بالا یعنی  $(100+x)$  را از  $0^\circ\text{C}$  تا  $30^\circ\text{C}$  سرد کنیم به اندازه  $X-8$  گرم رسوب تشکیل می شود. حال با یک تناسب می توانیم داشته باشیم:

جرم رسوب	جرم محلول در $0^\circ\text{C}$
$X-8$	$(100+X)$
۱۵	۶۹

$$\Rightarrow 69(X-8) = 15(100+X) \Rightarrow X = 38 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۳- گزینه «۲» (روزبه رضوانی)

کلسیم فسفات ← نامحلول	نقره کلرید ← نامحلول
اتانول ← محلول	استون ← محلول
کلسیم سولفات ← کم محلول	شکر ← محلول
باریم سولفات ← نامحلول	نقره نیترات ← محلول
محلول ← ۴ ماده	
در نتیجه کم محلول ← ۱ ماده	
نامحلول ← ۳ ماده	

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۲ و ۱۰۷)

۸۴- گزینه «۳» (عبدالرضا دارقوا)

عبارت های (الف)، (ب) و (پ) نادرست می باشند.

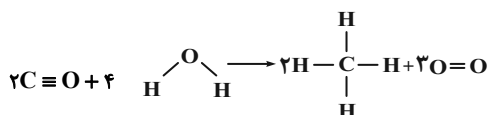
بررسی عبارت ها:

عبارت الف:  $\text{CO}$  و  $\text{HCN}$  مولکول هایی قطبی هستند، اما  $\text{CCl}_4$  مولکولی ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کند.

عبارت ب:  $\text{NO}_2$  برخلاف  $\text{CO}_2$ ، مولکولی قطبی است. از این رو نیروهای جاذبه بین مولکول های  $\text{NO}_2$ ، قوی تر بوده و دمای جوش بالاتری داشته و آسان تر از حالت گاز به حالت مایع تبدیل می شود.

عبارت پ: مولکول استون با ساختار  $\text{CH}_3-\text{C}(=\text{O})-\text{CH}_3$ ، نمی تواند با مولکولی مشابه خود پیوند هیدروژنی برقرار کند، زیرا در صورتی پیوند

هیدروژنی برقرار می شود که اتم H با یکی از اتم های O، F یا N پیوند اشتراکی داشته باشد. در آن صورت اتم H از یک مولکول می تواند با اتم F، O یا N از مولکول دیگر، پیوند هیدروژنی برقرار کند.



$$1038 = [2(C \equiv O) + 8(O-H)] - [8(C-H) + 3(O=O)]$$

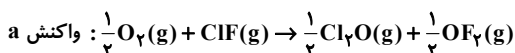
$$1038 = 2x + 8(463) - 8(415) - 3(495)$$

$$1038 - 3704 + 3320 + 1485 = 2139 = 2x \Rightarrow x = 1069.5 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

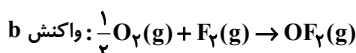
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۸ و ۷۲ تا ۷۵)

(متین قنبری)

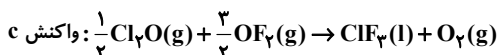
۹۱- گزینه «۳»



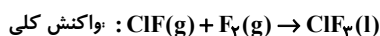
$$\Delta H = \frac{+168}{2} = +84 \text{ kJ}$$



$$\Delta H' = \frac{-44}{2} = -22 \text{ kJ}$$



$$\Delta H' = \frac{-394}{2} = -197 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = 84 + (-22) + (-197) = -135 \text{ kJ}$$

$$(\text{mol ClF} \times \frac{54 / \Delta g \text{ ClF}}{\text{mol ClF}}) + (\text{mol F}_2 \times \frac{28 g \text{ F}_2}{\text{mol F}_2}) = 92 / \Delta g \text{ Gas}$$

$$185 g \text{ Gas} \times \frac{135 \text{ kJ}}{92 / \Delta g \text{ Gas}} = 270 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow R = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{270 \text{ kJ}}{6 \times s} = 4 / \Delta \text{ kJ.s}^{-1}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow m = \frac{Q}{c\Delta\theta} \Rightarrow m = \frac{270 \times 10^3 \text{ J}}{0.45 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 40^\circ\text{C}}$$

$$\times \frac{1 \text{ kg Fe}}{10^3 \text{ g Fe}} = 15 \text{ kg Fe}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸، ۷۲ تا ۷۵، ۹۰ و ۹۱)

(ممد عظیمیان زواره)

۹۲- گزینه «۳»

اگر مقدار افزایش دمای آب درون هر دو ظرف یکسان باشد. مقدار گرمای لازم برای ظرف B ده برابر ظرف A خواهد بود.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) زیرا ظرفیت گرمایی به جرم جسم بستگی دارد. ظرفیت گرمایی آب در ظرف B بیشتر است.

(۲) دمای آب درون هر دو ظرف یکسان است.

(۴) انحلال گازها در آب گرماده است و باعث افزایش دمای آب می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

$$\times \frac{88}{100} = 70 / \Delta g \text{ C}_7\text{H}_8\text{F}_7$$

بازده

$$? g \text{ C}_7\text{H}_8\text{F}_7 = 1 \text{ mol C}_7\text{H}_8\text{F}_7 \times \frac{44 g \text{ C}_7\text{H}_8\text{F}_7}{1 \text{ mol C}_7\text{H}_8\text{F}_7} \times \frac{100 - 88}{100}$$

$$= 5 / 28 g \text{ C}_7\text{H}_8\text{F}_7$$

اکنون نسبت دو جرم به دست آمده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم C}_7\text{H}_8\text{F}_7 \text{ تولید شده}}{\text{جرم C}_7\text{H}_8\text{F}_7 \text{ باقی مانده}} = \frac{70 / 4}{5 / 28} \approx 13 / 3$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۸۸- گزینه «۴» (مید غنچه‌علی)



بررسی برخی موارد:

(آ) فرمول مولکولی ۲، ۶- دی‌برمو -۴- اتیل اوکتان نیز  $C_{10}H_{20}Br_2$  است.

$$\frac{\text{شمار پیوندهای C-C}}{\text{شمار پیوندهای C-H}} = \frac{8}{20} = 0.4 \Leftrightarrow C_1H_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۸۹- گزینه «۲» (علی رحیمی)

$$150 g \times \frac{30}{100} = 45 g \text{ چربی} \xrightarrow{\times \frac{38 \text{ kJ}}{g}} 1710 \text{ kJ}$$

با توجه به برابری ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها هر دو را با هم محاسبه می‌کنیم ۷۰ درصد دیگر مربوط به این دو ماده است.

$$150 - 45 = 105 g \text{ (کربوهیدرات‌ها + پروتئین‌ها)}$$

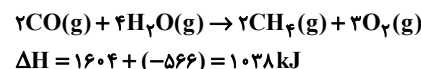
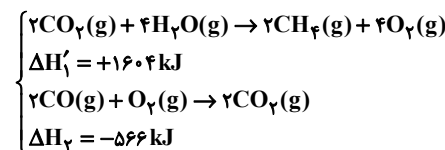
$$105 g \times 17 \frac{\text{kJ}}{g} = 1785 \text{ kJ}$$

$$1785 + 1710 = 3495 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۹۰- گزینه «۴» (فسن رمشتی کولنده)

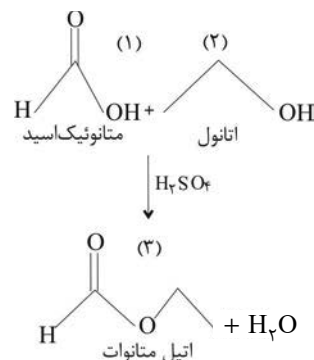
چون در سوال میانگین آنتالپی پیوند  $C=O$  موجود در مولکول  $CO_2$  داده نشده است. بنابراین واکنش I را در ۲ ضرب کرده و معکوس می‌کنیم تا به هنگام جمع دو واکنش I و II مولکول  $CO_2$  حذف شود:



۹۳- گزینه «۴»

(رسول عابرنی زواره)

ساده ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، متانوئیک اسید و دومین عضو خانواده الکلها، اتانول است.



در واکنش استری شدن از  $\text{H}_2\text{SO}_4$  می توان به عنوان کاتالیزگر استفاده کرد. (محیط اسیدی).

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان نابزیر: صفحه های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۹۴- گزینه «۳»

(آرمان اکبری)

موارد آ، پ و ث نادرست اند.

با توجه به ساختار داده شده فرمول شیمیایی آن برابر با  $\text{C}_{17}\text{H}_{19}\text{NO}_3$  است. بررسی موارد:

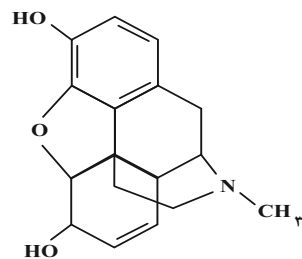
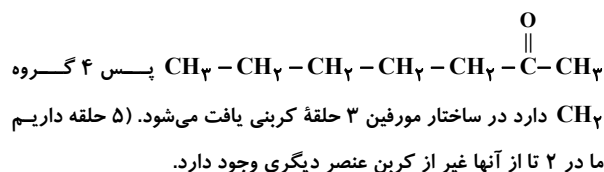
(آ) در ساختار آن ۲ گروه هیدروکسیل، ۱ گروه اتری و ۱ گروه آمینی مشاهده می شود پس در مجموع ۳ گروه عاملی متفاوت دارد (نه چهار تا)

(ب) تعداد هیدروژن های موجود در ساختار آن برابر ۱۹ و تعداد اتم های کربن نفتالن ( $\text{C}_{10}\text{H}_8$ ) برابر ۱۰ است.

(پ) مطابق ساختار تعداد پیوندهای  $\text{C}-\text{C}$  برابر ۱۴ و تعداد پیوندهای  $\text{C}-\text{H}$  برابر با ۱۷ است پس اختلاف این دو، ۳ واحد خواهد بود.

(ت) گشیش و ویتامین D هر دو دارای گروه هیدروکسیل هستند.

(ث) ساختار ۲- هپتانول به صورت زیر است:



(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه های ۶۸ تا ۷۰ و ۱۱۱)

۹۵- گزینه «۳»

(محمدرضا یوسفی)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: پاک کننده های غیرصابونی در صنعت و با استفاده از مواد پتروشیمیایی و طی واکنش های پیچیده ای تولید می شوند.

گزینه «۲»:

پاک کننده غیرصابونی:  $\text{C}_{19}\text{H}_{31}\text{SO}_3\text{Na} = 362 \text{ g.mol}^{-1}$

پاک کننده صابونی:  $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa} = 306 \text{ g.mol}^{-1}$

گزینه «۳»: نیروی بین مولکولی غالب در اتیلن گلیکول از نوع پیوند هیدروژنی بوده که در پاک کننده غیرصابونی وجود ندارد.

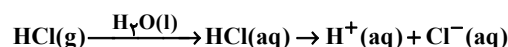
گزینه «۴»: با اضافه کردن صابون یا پاک کننده غیرصابونی به مخلوط آب و روغن، یک کلوئید پدید می آید که ناهمگن و پایدار بوده و قابلیت پخش نور را دارد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۴ تا ۱۱)

۹۶- گزینه «۴»

(فسین ناصری ثانی)

گاز هیدروژن کلرید بر اثر انحلال در آب به محلول هیدروکلریک اسید تبدیل می شود که اسیدی قوی است و به صورت کامل یونیده می شود:



ابتدا با توجه به مقدار pH، غلظت یون هیدرونیوم را محاسبه کرده و سپس با توجه به معادله واکنش بالا، حجم گاز HCl حل شده را به دست می آوریم:

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2/7} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [\text{HCl}] = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mL HCl(g)} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ mol HCl(aq)}}{1 \text{ L HCl(aq)}} \times \frac{22400 \text{ mL HCl(g)}}{1 \text{ mol HCl(g)}} = 44.8 \text{ mL}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol HCl(g)}}{1 \text{ mol HCl(aq)}} \times \frac{22400 \text{ mL HCl(g)}}{1 \text{ mol HCl(g)}} = 22 / 4 \text{ mL HCl(g)}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۴ تا ۲۸)



## ۹۷- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

تنها مورد پنجم درست است. بررسی همه موارد:

مورد اول: ذرات سازنده ترکیبات مولکولی، اتم‌ها هستند نه یون‌ها! ترکیب مولکولی، یون سازنده ندارد؛ تعریف درست یونش: به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌هایی تبدیل می‌شود.

مورد دوم: قدرت اسیدی به  $K_a$  بستگی دارد و رسانایی نیز به میزان یون‌های موجود در محلول بستگی دارد. ممکن است مولاریته اولیه یک اسید ضعیف آتقدیری زیاد باشد که شمار یون‌ها و رسانایی آن از محلول اسیدی که  $K_a$  بیشتری دارد نیز بیشتر شود.

مورد سوم:  $K_a$  با درجه یونش رابطه مستقیم دارد.  $(K_a = M\alpha^2)$  اما به این معنا نیست که  $K_a$  بیشتر به طور حتم باعث  $\alpha$  بیشتر شود. در صورتی این قضیه صادق است که غلظت دو محلول برابر باشد.

مورد چهارم: در سامانه‌های تعادلی، پس از برقراری تعادل نیز واکنش‌های رفت و برگشت با سرعت یکسان در حال انجام هستند.

مورد پنجم: نظریه آرنیوس درباره اسیدها و بازهای محلول در آب می‌تواند توضیح دهد. در این واکنش HCl حالت فیزیکی گازی دارد و در نظریه آرنیوس، بحث نمی‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

## ۹۸- گزینه «۲»

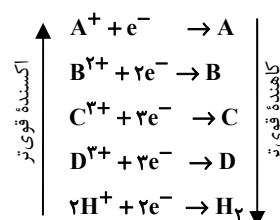
(علیرضا بیانی)

همه موارد نادرست است.

با توجه به قدرت اکسندگی می‌توان نوشت:

• ضعیف‌ترین کاهنده در بین گونه‌های فوق، A می‌باشد.

• تبدیل  $A^+$  به A، آسان‌تر انجام می‌شود. هرچه  $E^\circ$  نیم‌واکنش کاهش بزرگتر باشد، تمایل آن به گرفتن الکترون و کاهش، بیشتر است.



• برای حفاظت از فلز آهن در برابر خوردگی، باید از فلزی استفاده شود که نسبت به آهن کاهنده‌تر باشد در حالی که همه این فلزهای داده شده  $E^\circ$  مثبت دارند.

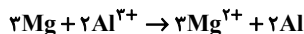
• جایگاه فلز X، در جدول  $E^\circ$  مشخص نیست پس به طور یقین نمی‌توان گفت که واکنش  $B + XCl_4 \rightarrow$  انجام می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۸)

## ۹۹- گزینه «۲»

(آرمان اکبری)

واکنش سلول به صورت زیر است:

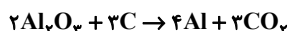


باتوجه به این که هر مول  $Al^{3+}$  طی واکنش ۳ مول الکترون می‌گیرد و ضریب آن در واکنش ۲ است پس در این واکنش ۶ مول الکترون مبادله می‌شود پس برای به‌دست آوردن میزان افزایش جرم تیغه Al داریم:

$$\frac{1}{80.6 \times 10^{22} e^-} \times \frac{1 \text{ mol } e^-}{6 \times 10^{23} e^-} \times \frac{2 \text{ mol } Al}{6 \text{ mol } e^-} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 0.27 \text{ g Al}$$

میزان افزایش جرم تیغه آلومینیومی ۰/۲۷ گرم است.

واکنش موازنه شده فرایند هال به صورت زیر است:



میزان کربن دی‌اکسید تولیدی به ازای تولید ۰/۲۷ گرم آلومینیم را به‌دست می‌آوریم:

$$0.27 \text{ g Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{3 \text{ mol } CO_2}{4 \text{ mol Al}} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 0.33 \text{ g } CO_2$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹ و ۵۱)

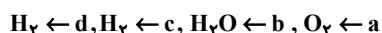
## ۱۰۰- گزینه «۱»

(علی رفیعی)

فقط مورد (ت) درست است.

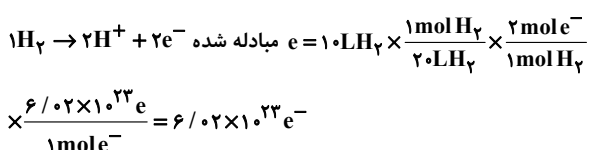
بررسی موارد:

(آ) با توجه به جهت حرکت الکترون‌ها



(ب) نیم‌واکنش‌ها جابه‌جا بیان شده‌اند.

(پ) حجم مولی گازها  $\Rightarrow \frac{22}{V} \Rightarrow 1/6 = \frac{\text{جرم مولی } O_2}{\text{حجم مولی گازها}} \Rightarrow d_{O_2} = 2.0 \text{ L.mol}^{-1}$



(ت)



نیم‌واکنش اکسایش آب در برعکافت:  $2H_2O \rightarrow 4H^+ + O_2 + 4e^-$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

## ۱۰۱- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

همه موارد نادرست هستند. بررسی موارد:

مورد «آ»:  $Br_2$  و جیوه در دمای اتاق حالت فیزیکی مایع دارند اما یک ترکیب مولکولی نیستند. برم یک عنصر با ساختار مولکولی می‌باشد. ترکیب مولکولی باید از چند عنصر تشکیل شده باشد.

مورد «ب»: در  $SiO_2$  که یک جامد کووالانسی می‌باشد، عنصر اکسیژن وجود دارد که به گروه ۱۶ جدول تناوبی تعلق دارد.

مورد «پ»: به عنوان مثال ترکیبات یونی در حالت محلول رسانا هستند، بعضی از ترکیب‌های یونی در ساختار خود عنصر فلزی ندارند. مانند آمونیوم کلرید





$$[\text{SO}_2] = \frac{x}{4}, [\text{SO}_3] = 1/5 \text{ mol.L}^{-1}, [\text{O}_2] = 0/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow K = \frac{(1/5)^2 \times 0/5}{(\frac{x}{4})^2} \rightarrow 0/5 = \frac{(1/5)^2 \times 0/5}{(\frac{x}{4})^2}$$

$$\rightarrow \frac{x}{4} = 1/5 \text{ mol.L}^{-1} \rightarrow x = 6 \text{ mol}$$

۴ مول گاز  $\text{SO}_3$  در ابتدا در تعادل اول وجود داشت که با جابجا شدن تعادل، ۲ مول گاز  $\text{SO}_3$  مصرف می‌شود پس از ۶ مول گاز  $\text{SO}_3$  تعادل نهایی، ۲ مول از قبل وجود داشته و ۴ مول  $\text{SO}_3$  اضافه شده است که جرم آن برابر است با:

$$4 \text{ mol SO}_3 \times \frac{80 \text{ g SO}_3}{1 \text{ mol SO}_3} = 320 \text{ g SO}_3$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۷)

(ارژنگ فاندلی)

۱۰۴- گزینه «۳»

فقط مورد «ت» درست است.

بررسی موارد:

مورد «آ»: با اضافه کردن مقداری  $\text{H}_2$  به سامانه تعادل به سمت راست جابجا می‌شود و در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه غلظت  $\text{NH}_3$  افزایش، غلظت  $\text{H}_2$  افزایش و غلظت  $\text{N}_2$  کاهش می‌یابد.

مورد «ب»: با کاهش حجم سامانه تعادل به سمت راست جابجا می‌شود و در نتیجه مقدار  $\text{NH}_3$  افزایش و مقدار  $\text{N}_2$  و  $\text{H}_2$  کاهش می‌یابد اما غلظت هر ۳ گونه افزایش می‌یابد.

مورد «پ»: با افزایش دما سرعت واکنش در هر دو جهت افزایش می‌یابد.

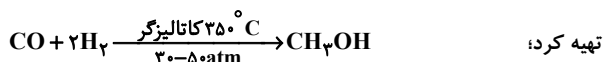
مورد «ت»: مقدار  $K$  فقط تابع دما است و با کاهش فشار، تعادل به سمت چپ که مول گازی بیشتر است جابجا می‌شود؛ پس شمار مول گازی سامانه افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

(پیمان شاه‌یکباغی)

۱۰۵- گزینه «۳»

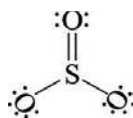
در صنعت از واکنش گاز  $\text{CO}$  (کربن مونوکسید) با  $\text{H}_2$  می‌توان متانول را



تهیه کرد؛

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

مورد «ت»: برای مثال:



یک مولکول چهاراثری است که در ساختار خود جفت الکترون ناپیوندی دارد اما بر روی اتم مرکزی خود جفت الکترون ناپیوندی ندارد؛ در نتیجه این مولکول ناقطبی است. اگر مولکولی بر روی اتم مرکزی خود جفت الکترون ناپیوندی داشته باشد مولکولی قطبی به شمار می‌رود.

(شیمی ۳- شیمی، بلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵ و ۷۸ تا ۸۰، ۸۷ و ۸۸)

(پوار سوری‌کلی)

۱۰۲- گزینه «۱»

$$1/43 \times 10^{-2} = \frac{|بار|}{140} \Rightarrow |بار| = 2$$

چون نافلز است پس بار آن ۲- است و ترکیب آن با سدیم به صورت  $\text{Na}_2\text{B}$  است.

$$? \text{ g Na}^+ = 0/5 \text{ mol Na}_2\text{B} \times \frac{2 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol Na}_2\text{B}}$$

$$\times \frac{23 \text{ g Na}^+}{1 \text{ mol Na}^+} = 23 \text{ g Na}^+$$

(شیمی ۳- شیمی، بلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(سروش عبادی)

۱۰۳- گزینه «۱»

گام «اول»: ابتدا غلظت تعادلی گازهای شرکت‌کننده در تعادل را به دست آورده سپس ثابت تعادل ( $K$ ) واکنش را محاسبه می‌کنیم:



$$[\text{SO}_2] = 2 \text{ mol.L}^{-1}, [\text{SO}_3] = 2 \text{ mol.L}^{-1}, [\text{O}_2] = 0/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow K = \frac{(0/5)^1 \times (2)^2}{(2)^2} = 0/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

گام «دوم»: با افزایش حجم ظرف و کاهش فشار، طبق اصل لوشاتلیه، تعادل باید در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر (رفت) پیش برود. همچنین با افزودن  $\text{SO}_3$  تعادل در جهت مصرف این ماده (رفت) پیش می‌رود. در تعادل اولیه، ۴ مول گاز  $\text{SO}_3$ ، در ظرف وجود دارد و در تعادل نهایی، شمار مول‌های گاز  $\text{SO}_3$  برابر است با:

$$384 \text{ g SO}_3 \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{64 \text{ g SO}_3} = 6 \text{ mol SO}_3$$

بنابراین در طی جابجایی تعادل، ۲ مول گاز  $\text{SO}_3$  تولید شده است؛ پس می‌توان گفت که جابجایی تعادل، ۱ مول گاز  $\text{O}_2$  تولید و شمار مول‌های این ماده در ظرف به ۲ مول می‌رسد و ۲ مول گاز  $\text{SO}_3$  مصرف می‌شود و شمار مول‌های این ماده به  $x$  می‌رسد. حال در تعادل جدید، ابتدا غلظت تعادلی مواد را محاسبه و سپس مقدار  $x$  را محاسبه می‌کنیم: