



# آزمون ۱ دی ۱۴۰۲

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

### دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	عادل حسینی-افشین خاصه-خان-طاهر دادستانی-حمید علیزاده-کامیار علییون-سپهر متولی
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی-فرید غلامی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-فرزاد جواد-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-مهرداد ملوندی
فیزیک	عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-امیر حسین برادران-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-معصومه شریعت ناصری-مهدی شریفی-مریم شیخ-ممو-شیلا شیرزادی-کاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم
شیمی	هدی بهاری پور-محمد رضا پورجواد-احمد رضا جعفری-نژاد-امیر حاتمیان-پیمان خواجهی-مجد-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی-پارسا عیوض پور-علیرضا کیانی دوست-شهرزاد معرفت ایزدی-هادی مهدی زاده-امین نوروزی

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار	امیر حسین برادران	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	مهدی شریفی زهره آقامحمدی دانیال راستی سعید ناصری	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی امیر رضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سپهر تقی زاده	مهدی خالئی	مهدی خالئی	معین یوسفی نیا حسین بصیر	امیر رضا واشقانی مهدی سهامی احسان پنجه شاهی ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین برادران	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۶۳



## حسابان ۲

## گزینه «۲»

(ممید علیزاده)

۱- حاصل حد تابع وقتی  $x \rightarrow +\infty$ ، در هر دو ضابطه باید برابر باشند، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x+1} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^b + 10}{ax^f + 3x} = 3 \xrightarrow{b=f} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^f + 10}{ax^f + 3x} = \frac{1}{a} = 3$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow a+b = \frac{1}{3} + f = \frac{13}{3}$$

دقت کنید که اگر  $a = 0$  و  $b = 1$  باشد، حاصل حد نمی‌تواند برابر ۳ شود.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

## گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

حد تابع را وقتی  $x \rightarrow \pm\infty$  حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{4x+1}{3x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{4x}{3x}\right) = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{4x+1}{3x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{4x}{-3x}\right) = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$

خطوط  $y = \frac{7}{3}$  و  $y = -\frac{1}{3}$  مجانب‌های افقی نمودار تابع هستند که فاصله آن‌ها برابر  $\frac{8}{3}$  است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

## گزینه «۲»

(ظاهر دارستانی)

۳- چون  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ ، خط  $y = 1$  مجانب افقی است. باید معادله زیر ریشه نداشته باشد:

$$\frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + 2x + 3} = 1 \Rightarrow x^2 + ax + 1 = x^2 + 2x + 3$$

$$\Rightarrow (a-2)x = 2 \Rightarrow a = 2$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

## گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)

۴- فرض می‌کنیم  $f(1) = a$ ، ابتدا معادله خط را می‌نویسیم:

$$y - 0 = \frac{a-0}{1-5}(x-5) \Rightarrow f(x) = -\frac{a}{4}(x-5)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{a}{4}x}{x} = -\frac{a}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

## گزینه «۱»

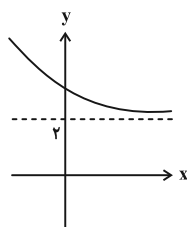
(سپهر متولی)

۵- با توجه به این که  $1 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0$  است، تابع

$$f(x) = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + 2$$

$y = 2$  است و با توجه به نمودار، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = [2^+] = 2$

مقدار  $a = 2$  است.



پس ضابطه تابع  $g$  به صورت زیر است:

$$g(x) = \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 8}$$

$$\Rightarrow y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 8} = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

طول نقطه تقاطع را حساب می‌کنیم:

$$\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 8} = 1 \Rightarrow x^2 + 4x = x^2 + 8 \Rightarrow x = 2$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

## گزینه «۱»

(کامیار علیون)

۶- ابتدا مجانب افقی تابع را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 - x + 1}{2x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2}{2x^2} = \frac{m}{2}$$

یعنی خط افقی  $y = \frac{m}{2}$  بر نمودار تابع  $g$  مماس است، پس می‌توان نتیجه

گرفت عرض رأس سهمی  $y = g(x)$  برابر با  $y_s = \frac{m}{2}$  می‌باشد.

$$g(x) = x^2 - 4x - m \Rightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(1)} = 2$$

$$\Rightarrow y_s = g(2) = 4 - 8 - m = -m - 4$$

بنابراین:

$$-m - 4 = \frac{m}{2} \Rightarrow m = -\frac{8}{3}$$

حاصل ضرب صف‌های تابع  $f$  همان حاصل ضرب صف‌های عبارت صورت  $f$

$$\text{و برابر } \frac{1}{m} = -\frac{3}{8} \text{ است.}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] = [(-1)^+] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] = [0^+] = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(عادل حسینی)

۱۰- گزینه «۳»

ابتدا حد تابع را در  $\pm\infty$  حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - x^3) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f^{-1}(x) = +\infty$$

حال با این نکات خط (های) مجانب افقی نمودار تابع  $gof$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (gof)(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{xf^{-1}(x)} = \frac{1}{(+\infty)(-\infty)} = \frac{1}{-\infty} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (gof)(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{xf^{-1}(x)} = \frac{1}{(-\infty)(+\infty)} = \frac{1}{-\infty} = 0 \end{aligned}$$

اما در هر دو حالت علامت تابع  $g$  منفی است، پس نمودار گزینه «۳» درست است.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

### حسابان ۲- آشنا

(کتاب آبی)

۱۱- گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 - 2(-2) = 1 + 4 = 5$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب آبی)

۱۲- گزینه «۴»

فرض کنید  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ ، با استفاده از قضایای حد در

بی‌نهایت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = A \Rightarrow a - b = A \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x)) = B \Rightarrow a + b = B \end{cases}$$

۷- گزینه «۲»

(کلمیار علی‌پور)

با توجه به این که حاصل حد عددی حقیقی است، درجه صورت و مخرج برابر است، پس  $a = 0$  خواهد بود. از طرفی:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{b|x| + 2}{2x + 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-bx + 2}{2x + 4} = -\frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = -2$$

حال با توجه به مقادیر  $a$  و  $b$  حاصل حد خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x+1)^3 + (-2x+1)^3}{2x^2 - 1} \\ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{((2x+1) + (-2x+1))((2x+1)^2 - (2x+1)(-2x+1) + (-2x+1)^2)}{2x^2 - 1} \end{aligned}$$

با توجه به قضیه پرتوان، حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2(12x^2)}{2x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{24x^2}{2x^2} = 12$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۸- گزینه «۱»

(سپهر متولی)

با توجه به این که  $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$  است:

$$f(x) = \frac{2x + \sqrt{(x-4)^2}}{x^2 + |x^3 - 2|} = \frac{2x + |x - 4|}{x^2 + |x^3 - 2|}$$

حال حاصل حد‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + |x - 4|}{x^2 + |x^3 - 2|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + x - 4}{x^2 + x^3 - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 4}{2x^3 - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{2x^3} = \frac{3}{2x^2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + |x - 4|}{x^2 + |x^3 - 2|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x + 4}{x^2 - x^3 + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 4}{2} = -\infty$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۹- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

$$\text{تابع } g(x) = \frac{2^x - 1}{5^x + 1} \text{ را در نظر می‌گیریم و ابتدا حد تابع } g \text{ را در } \pm\infty$$

حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x}{5^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^x = 0$$

نمودار تابع  $g$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  بالاتر از خط  $y = -1$  است؛ زیرا

$$0 < \frac{2^x - 1}{5^x + 1} - (-1) = \frac{2^x - 1}{5^x + 1} + 1$$

داریم:



$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} :$$

برای آنکه عامل ابهام یعنی  $x - \frac{1}{2}$  در صورت و مخرج ظاهر شود، صورت و

مخرج را بر  $x - \frac{1}{2}$  یا  $2x - 1$  تقسیم می‌کنیم که حاصل برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(2x-1)(2x^2-2x-1)}{(2x-1)(x^2+4x+2)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2-2x-1}{x^2+4x+2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - 1 - 1}{\frac{1}{4} + 2 + 2} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{17}{4}} = -\frac{6}{17}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(داخل ریاضی ۹۹)

۱۶- گزینه «۱»

ابتدا تابع را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$y = \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 2 \times 2^{1-2n}} = \frac{2^{1-2n}(2^{4n} - 1)}{2^{1-2n}(2^{4n} + 2)} = \frac{2^{4n} - 1}{2^{4n} + 2}$$

پس خواهیم داشت:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{4n} - 1}{2^{4n} + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{4n}}{2^{4n}} = 1$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(داخل ریاضی ۱۱۰۰)

۱۷- گزینه «۲»

می‌دانیم  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (ax^n + bx^{n-1} + \dots) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$  ، پس:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2-1)(a^4x^4-1)\dots(a^{100}x^{100}-1)}}{a^{49}x^k - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2)(a^4x^4)\dots(a^{100}x^{100})}}{a^{49}x^k}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{a^{2+4+\dots+100} x^{2+4+\dots+100}}}{a^{49}x^k}$$

با استفاده از رابطه  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  داریم:

$$2 + 4 + \dots + 100 = 2(1 + 2 + \dots + 50) = 2 \times \frac{50 \times 51}{2} = 50 \times 51$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{a^{50 \times 51} x^{50 \times 51}}}{a^{49}x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a^{51}x^{51}|}{a^{49}x^k}$$

با توجه به اینکه  $x \rightarrow -\infty$ ، داریم:  $|x^{51}| = -x^{51}$ ، بنابراین:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^{51} |a^{51}|}{a^{49}x^k}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a = \frac{A+B}{2}, b = \frac{B-A}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b = \frac{B-A}{2} \text{، بنابراین}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب آبی)

۱۳- گزینه «۱»

وقتی  $n \rightarrow +\infty$ ، عبارت  $\frac{n-1}{n} = 1 - \frac{1}{n}$  با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ میل

می‌کند. پس با فرض  $\frac{n-1}{n} = t$  داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{n-1}{n}\right) = \lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = \lim_{t \rightarrow 1^-} (1-t) = 1-1 = 0$$

وقتی  $n \rightarrow +\infty$  عبارت  $\frac{2n+3}{n} = 2 + \frac{3}{n}$  با مقادیر بزرگتر از ۲ به ۲

میل می‌کند. پس با فرض  $\frac{2n+3}{n} = c$  داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{2n+3}{n}\right) = \lim_{c \rightarrow 2^+} f(c) = \lim_{c \rightarrow 2^+} (3c+4)$$

$$= 3 \times 2 + 4 = 10$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( f\left(\frac{n-1}{n}\right) - 2f\left(\frac{2n+3}{n}\right) \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{n-1}{n}\right) - 2 \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+3}{n}\right) = 0 - 2 \times 10 = -20$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب آبی)

۱۴- گزینه «۱»

وقتی  $x \rightarrow +\infty$ ، آنگاه  $f(x) \rightarrow 0^+$ ، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x)) = \lim_{f(x) \rightarrow 0^+} f(f(x))$$

با فرض  $f(x) = t$ ، خواهیم داشت:

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = -1$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(فارغ ریاضی ۹۹)

۱۵- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} = 2$$

حد در بی‌نهایت، مقداری حقیقی است، پس درجه صورت و مخرج باید برابر باشد، یعنی  $n = 3$ ، زیرا در غیر این صورت هیچ حالت قابل قبولی نداریم تا حاصل حد برابر ۲ شود.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3}{ax^3} = 2 \Rightarrow \frac{4}{a} = 2 \Rightarrow a = 2$$



$$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{a}{2} \Rightarrow y = \frac{4}{2} = 2$$

که جواب‌های ۲ و  $\frac{5}{6}$  در گزینه‌ها نیستند.

(هسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۹- گزینه «۴»

(داخل ریاضی ۹۱)

$$f(x) = \frac{x+3}{2x+1}, \quad g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{g(x)+3}{2g(x)+1} = \frac{\frac{2x-1}{x+2}+3}{2\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)+1} = \frac{\frac{2x-1+3x+6}{x+2}}{\frac{2(2x-1)+x+2}{x+2}} = \frac{4x+5}{5x+2}$$

$$= \frac{(2x-1)+3(x+2)}{2(2x-1)+(x+2)} = \frac{4x+5}{5x+2} = \frac{5x+5}{5x+2}, \quad x \neq -2$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \frac{5x+5}{5x+2} \Rightarrow \text{ریشهٔ مخرج: } x = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+5}{5x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{5x} = 1$$

$\Rightarrow y = 1$  (مجانِب افقی)

بنابراین محل تلاقیِ مجانب‌ها نقطهٔ  $(-1, 1)$  است.

(هسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲۰- گزینه «۱»

(فارج ریاضی ۹۸)

برای یافتن معادلهٔ مجانب افقی، حد تابع را وقتی  $x \rightarrow \pm\infty$  حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

فرض کنید خط  $y = L$  مجانب افقی نمودار تابع  $y = f(x)$  باشد و بدانیم

اگر  $x \rightarrow +\infty$  آنگاه  $(f(x) - L) \rightarrow 0^-$ ، آنگاه در  $x \rightarrow +\infty$  نمودار

تابع  $f$  پایین مجانب افقی خود قرار می‌گیرد و اگر  $(f(x) - L) \rightarrow 0^+$

آنگاه نمودار تابع  $f$  بالای مجانب افقی خود قرار می‌گیرد. مشابه چنین حالتی

را برای وقتی  $x \rightarrow -\infty$  نیز می‌توان در نظر گرفت.

در این سؤال  $L = 2$  و داریم:

$$f(x) - L = \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x} - 2 = \frac{2x^2 - x - 2 - 2(x^2 + 2x)}{x^2 + 2x} = \frac{-5x - 2}{x^2 + 2x}$$

$$\text{در } x \rightarrow \pm\infty, \text{ حد عبارت } \frac{-5x - 2}{x^2 + 2x} \text{ با حد عبارت } \frac{-5x}{x^2} = \frac{-5}{x} \text{ برابر}$$

است. پس وقتی  $x \rightarrow +\infty$ ، این عبارت به  $0^-$  میل می‌کند و نمودار پایین

مجانِب افقی خود قرار می‌گیرد و وقتی  $x \rightarrow -\infty$ ، این عبارت به  $0^+$  میل

می‌کند و نمودار بالای مجانب افقی خود قرار می‌گیرد. بنابراین نمودار گزینهٔ

(۱) درست است.

(هسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

برای آنکه حاصل حد اخیر برابر با  $-1$  شود، باید درجهٔ  $x$  در صورت و مخرج با هم برابر باشند. یعنی  $k = 51$  که در این صورت داریم:

$$-1 = \frac{-|a^{51}|}{a^{49}} \Rightarrow \frac{|a^{51}|}{a^{49}} = 1$$

صورت کسر سمت چپ تساوی مثبت و سمت راست آن هم مثبت است، پس

باید مخرج کسر هم مثبت باشد یعنی  $a^{49} > 0$ ، پس  $a > 0$  و داریم:

$$\frac{a^{51}}{a^{49}} = 1 \Rightarrow a^2 = 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

(هسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۸- گزینه «۲»

(فارج ریاضی ۹۹ با تغییر)

$$\text{از آنجا که تابع } f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c} \text{ فقط یک مجانب قائم } x = 2 \text{ دارد،}$$

مخرج کسر دارای ریشهٔ مضاعف  $x = 2$  است، یعنی:

$$2x^2 + bx + c = 2(x-2)^2 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2(x-2)^2}$$

از طرفی  $f(3) = 6$ ، پس:

$$\frac{a(3)^2 + 7(3)}{2(3-2)^2} = 6 \Rightarrow \frac{9a + 21}{2} = 6 \Rightarrow 9a + 21 = 12 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{2x^2} = \frac{a}{2} = -\frac{1}{2}$$

پس معادلهٔ مجانب افقی تابع  $f$ ، به صورت  $y = -\frac{1}{2}$  است.

توجه کنید که اگر مخرج ریشهٔ مضاعف نداشته باشد و ریشهٔ دیگر مخرج،

ریشهٔ صورت نیز باشد، در آن حالت هم تابع  $f$  فقط یک مجانب قائم دارد. از

آنجا که  $x = 2$  ریشهٔ مخرج است و ضریب  $x^2$  برابر ۲ است، می‌توان ریشهٔ

دیگر مخرج را  $x = k$  در نظر گرفت و ضابطهٔ تابع را به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x-k)}$$

ریشه‌های عبارت صورت برابر با  $x = 0$  و  $x = \frac{-7}{a}$  هستند، بنابراین:

$$\text{اگر } k = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x)} = \frac{ax+7}{2(x-2)}$$

$$\frac{f(3)=6}{2(3-2)} \Rightarrow \frac{3a+7}{2} = 6 \Rightarrow 3a+7=12 \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

$$\text{مجانِب افقی: } y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{a}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{6}$$

$$\text{اگر } k = \frac{-7}{a} \Rightarrow f(x) = \frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x+\frac{7}{a})} = \frac{ax}{2(x-2)}$$

$$\frac{f(3)=6}{2(3-2)} \Rightarrow \frac{3a}{2} = 6 \Rightarrow a = 4$$



## هندسه ۳

## ۲۱- گزینه «۱»

(اعمرضا فلاح)

ضرایب  $x^2$  و  $y^2$  در این معادله باید با هم برابر باشند:

$$3a - 1 = 2a^2 \Rightarrow 2a^2 - 3a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = \frac{1}{2}$$

$$1) a = 1 \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2x + 3y + 4 = 0$$

$$\xrightarrow{+2} x^2 + y^2 + x + \frac{3}{2}y + 2 = 0$$

$$a^2 + b^2 - 4c = 1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4(2)$$

$$= 1 + \frac{9}{4} - 8 < 0 \Rightarrow \text{معادله دایره نیست.}$$

$$2) a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + x + 3y + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\times 2} x^2 + y^2 + 2x + 6y + 4 = 0$$

$$a^2 + b^2 - 4c = 2^2 + 6^2 - 4(4) > 0 \Rightarrow \text{دایره است.}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

## ۲۲- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

اگر نقطه A خارج دایره باشد  $OA > R$  و مرکز دایره  $O(-1, 2)$ 

$$\text{است. در نتیجه } OA = \sqrt{4+0} = 2 \text{ و } R = \frac{\sqrt{4+16-4m}}{2} \text{ پس}$$

$$2 > \frac{\sqrt{20-4m}}{2} \text{ یعنی } m > 1 \text{ و } 4+16-4m > 0 \text{ در نتیجه}$$

 $m < 5$  که گزینه صحیح  $1 < m < 5$  می‌باشد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

## ۲۳- گزینه «۱»

(کیوان دارابی)

دو قطر یکدیگر را در مرکز دایره قطع می‌کنند، پس کافی است معادله دو خط را با هم تلاقی دهیم تا مختصات مرکز را بیابیم:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow O(1, 2)$$

دایره محور x ها را در نقطه  $A(3, 0)$  قطع کرده است، پس این نقطه روی

دایره واقع است و فاصله مرکز دایره از آن برابر با شعاع دایره است.

$$O(1, 2) \Rightarrow R = |OA| = \sqrt{(3-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{8}$$

حال فرض می‌کنیم دایره محور y ها را در نقطه  $B(0, y)$  قطع کرده باشد، فاصله این نقطه نیز از مرکز دایره باید با شعاع دایره برابر باشد:

$$|OB| = R \Rightarrow \sqrt{(1-0)^2 + (2-y)^2} = \sqrt{8}$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 + 1 = 8 \Rightarrow (y-2)^2 = 7$$

$$\Rightarrow y-2 = \pm\sqrt{7} \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{7}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

## ۲۴- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومویب)

مرکز دایره روی عمودمنصف هر کدام از وترهای دایره واقع است، پس ابتدا معادله عمودمنصف وتر AB یعنی خط d را پیدا می‌کنیم:

$$(AB \text{ وسط}) M = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$m_{AB} = \frac{2-3}{-1-2} = \frac{1}{3} \Rightarrow m_d = -3$$

$$d \text{ معادله خط: } y - \frac{5}{2} = -3\left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = -3x + 4$$

از تلاقی خط d و خط  $y = -2x + 3$ ، مرکز دایره (نقطه O) حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Rightarrow -2x + 3 = -3x + 4 \Rightarrow x = 1, y = 1$$

بنابراین  $O(1, 1)$  مرکز این دایره است و شعاع دایره برابر می‌شود با:

$$R = OA = \sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

## ۲۵- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

$a < 0$  بنابراین نقطه A در ناحیه دوم دستگاه مختصات قرار دارد. پس مختصات مرکز این دایره  $O(-R, R)$  خواهد بود به طوری که شعاع دایره است. بنابراین معادله این دایره در حالت کلی به صورت زیر است:

$$(x+R)^2 + (y-R)^2 = R^2$$

حال داریم:

$$R = 1 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$$



$$O(2, 0), \quad O'(-1, 4) \Rightarrow d = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\begin{cases} r = \frac{1}{2}\sqrt{16+4a+4} = \sqrt{5+a} \\ r' = \frac{1}{2}\sqrt{4+64-68+4a} = \sqrt{a} \end{cases}$$

$$\sqrt{5+a} + \sqrt{a} = 5 \Rightarrow \sqrt{5+a} = 5 - \sqrt{a}$$

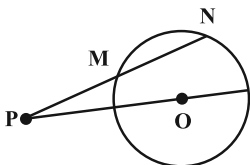
$$\Rightarrow 5+a = 25 - 10\sqrt{a} + a \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۲» - ۲۹

طبق روابط طولی دو دایره در هندسه ۲ خواهیم داشت:



$$PM \times PN = (OP - R)(OP + R) = |OP|^2 - R^2$$

$$\begin{cases} O(1, -3) \\ |OP| = \sqrt{(4-1)^2 + (-1+3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \\ R = \frac{1}{2}\sqrt{4+36-4} = 3 \end{cases}$$

$$PN \times PM = 13 - 9 = 4$$

بنابراین:

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۲» - ۳۰

مرکز را به صورت  $O(\alpha, -\alpha)$  در نظر می‌گیریم و می‌دانیم فاصله مرکز دایره تا هر خط مماس برابر  $R$  است.

$$R = \frac{|\alpha + 2\alpha - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{|-\alpha - 2\alpha - 10|}{\sqrt{10}}$$

$$\begin{cases} 4\alpha - 6 = -4\alpha - 10 \Rightarrow 8\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \\ 4\alpha - 6 = 4\alpha + 10 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow O(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

$$R = \frac{|4\alpha - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{|-2 - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow S = \pi R^2 = \frac{\pi \times 64}{10} = \frac{64}{5}\pi$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

اما نقطه  $A(a, 1)$  روی این دایره واقع است. پس در معادله آن صدق می‌کند.

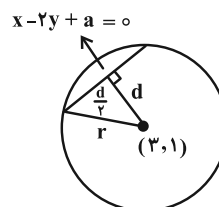
$$(a+1)^2 + (1-1)^2 = 1 \Rightarrow (a+1)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+1=1 \Rightarrow a=0 \\ a+1=-1 \Rightarrow a=-2 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(افشین فاضل‌نار)

گزینه «۲» - ۲۶



$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = a+16$$

$$d = \frac{|3-2(1)+a|}{\sqrt{1+4}} = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}}$$

$$r^2 = d^2 + \frac{d^2}{4} = \frac{\Delta(a+1)^2}{20} = \frac{(a+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow r^2 = a+16 = \frac{(a+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=9 \Rightarrow r=5 \\ a=-7 \Rightarrow r=3 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۳۳)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۳» - ۲۷

$$(x-y)^2 + (2x-3)(y+2) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 3y - 6 = 0$$

مرکز و شعاع دایره  $O(-2, \frac{3}{2})$  و  $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$  و مرکز و شعاع دایره

$x^2 + y^2 = m$  برابر  $O'(0, 0)$  و  $r' = \sqrt{m}$  است. چون دو دایره

مماس داخلند، پس:

$$OO' = |r - r'| \Rightarrow \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \left| \frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{m} \right|$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = \left| \frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{m} \right|$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{m} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{m} = 1, \sqrt{m} = 6 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=36 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۳۴)

(مهمر صمد‌کر)

گزینه «۱» - ۲۸

این دو دایره، سه مماس مشترک دارند، پس مماس خارج هستند. بنابراین

اگر فاصله مراکز دو دایره برابر  $d$  و اندازه شعاع‌های دو دایره برابر  $r$  و

$r'$  باشند آن‌گاه خواهیم داشت:

$$d = r + r'$$



## ریاضیات گسسته

## ۳۱- گزینه «۴»

(فرزاد یواری)

$$q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2} \quad \text{یادآوری ۱:}$$

$$q(P_n) = n-1 \quad \text{یادآوری ۲:}$$

یادآوری ۳:  $K_p$  ها  $(p-1)$  منتظم هستند.

$$q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 45 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p(p-1) = 90$$

$$\Rightarrow p = 10$$

مطابق یادآوری ۳، گراف  $K_{10}$ ، ۹- منتظم است. پس:

$$\Delta(K_p) = \delta(K_p) = 9$$

چون  $P_n$  دارای ۸ یال است مطابق یادآوری ۲،  $n = 9$  می‌باشد. در  $P_9$ ،

دو رأس از درجه ۱ و مابقی درجه ۲ می‌باشند. پس:

$$\Delta(P_n) = 2, \quad \delta(P_n) = 1$$

$$P_n: \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet$$

با توجه به یافته‌های بالا گزینه «۴» درست است. یعنی:

$$\delta(K_p) + \Delta(P_n) = 9 + 2 = 11$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

## ۳۲- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

بهتر است زیرگراف‌ها را برحسب مرتبه، مرتب کنیم، سپس تعداد آن‌ها را بشماریم.

(۱) زیرگراف‌های مرتبه ۳:

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ \bullet & \text{---} & \bullet \\ \bullet & & \bullet \end{array} \quad \text{تعداد} = 2 \times 2 = 4$$

(۲) زیرگراف‌های مرتبه ۲:

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & a \\ \bullet & \text{---} & \bullet & \bullet \\ \bullet & & \bullet & \bullet \end{array} \quad \text{تعداد} = 5$$

(۳) زیرگراف‌های مرتبه ۱:

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ \bullet & & \bullet \end{array} \quad \text{تعداد} = 3$$

بنابراین تعداد کل زیرگراف‌ها برابر است با:

$$4 + 5 + 3 = 12$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۷)

## ۳۳- گزینه «۳»

(مهمر صدکار)

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow a + b + 3 + 2 + 2 = 2 \times 6$$

$$\Rightarrow a + b = 12 - 7 = 5$$

حالت‌های ممکن به صورت زیر است:

a	۵	۴	۳
b	۰	۱	۲
	۵, ۳, ۲, ۲, ۰	۴, ۳, ۲, ۲, ۱	۳, ۳, ۲, ۲, ۲
	گراف نیست		یا

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ و ۳۸)

## ۳۴- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

درجات رئوس گراف را به ترتیب می‌چینیم:

$$6, 6, \overbrace{?, ?}^{\text{رأس ۶}}, \dots, 3$$

حال هدف، گرافی با بیشترین اندازه ممکن است. پس ۶ رأس باقی‌مانده را از بزرگ‌ترین درجه ممکن انتخاب می‌کنیم. می‌دانیم  $\Delta = 6$  و گراف تنها دو رأس از درجه  $\Delta$  دارد، پس بیشترین درجه‌ای که برای رأس‌های باقی‌مانده می‌توانیم انتخاب کنیم ۵ است. اما اگر هر ۶ رأس را از درجه ۵ انتخاب کنیم، در کنار رأس درجه ۳، ۷ رأس فرد تشکیل می‌شود که می‌دانیم امکان‌پذیر نیست. پس یکی از رأس‌های درجه ۵ را به درجه ۴ تبدیل می‌کنیم تا تعداد رأس‌های فرد، زوج باشد. دنباله درجات گراف مطلوب ما به شکل زیر است:

$$6, 6, 5, 5, 5, 5, 4, 3$$

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 44 = 2q \Rightarrow q = 22$$

توجه کنید که گرافی با درجات فوق وجود دارد؛ سعی کنید آن را رسم کنید.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

## ۳۵- گزینه «۲»

(مهمر صدکار)

تعداد یال‌های  $G$  و  $\bar{G}$  (مکمل  $G$ ) را به ترتیب  $q$  و  $q'$  می‌گیریم.

داریم:

$$\begin{cases} q + q' = \frac{p(p-1)}{2} \\ q' = 2q \end{cases} \Rightarrow 3q = \frac{p(p-1)}{2}$$





در نتیجه اگر ۸ رأس را درگیر ۲۶ یال کنیم بقیه رئوس تنها خواهند ماند.

$$b = 73 - 8 = 65$$

و برای این که حداقل رئوس تنها را داشته باشیم سعی می کنیم بیشترین تعداد رأس ها را از تنهایی دریاوریم. برای این منظور، با هر یال، دو رأس را به هم وصل می کنیم، یعنی تا حد امکان گراف های  $P_2$  می سازیم. حال با ۲۶ یال می توانیم ۵۲ رأس را تبدیل به رأس درجه یک کنیم و سایر رأس ها را تنها نگه می داریم. بنابراین گراف دارای  $73 - 26 \times 2$  رأس تنها خواهد بود.

$$a = 73 - 26 \times 2 = 73 - 52 = 21$$

$$b - a = 65 - 21 = 44$$

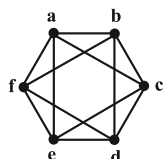
بنابراین:

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۴۰)

(امیرحسین ایومفیوب)

۳۹- گزینه «۲»

چون گراف منتظم است، پس درجه همه رأس ها یکسان است. پس هر یال در هر سر خود (یعنی در هر رأس) با ۳ یال دیگر مجاور است. یعنی از هر رأس ۴ یال عبور می کند. پس گراف  $G$ ، گراف ۴- منتظم مرتبه ۶ است. این گراف را رسم کرده و تعداد دورهای به طول ۳ در آن را می شماریم. با توجه به شکل، تعداد این دورها برابر با ۸ است.

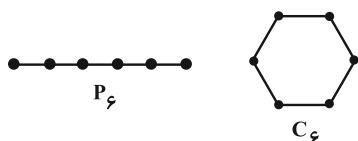


(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ و ۳۶)

(مهرراز ملونری)

۴۰- گزینه «۳»

هر گراف با ماکسیمم درجه  $\Delta = 2$ ، اجتماعی از چند گراف  $P_n$  و  $C_n$  است؛ پس تنها گراف های همبند از مرتبه  $p$  با ماکسیمم درجه  $\Delta = 2$ ، مسیر  $p$  رأسی ( $P_n$ ) و دور  $p$  رأسی ( $C_n$ ) است. در نتیجه تنها ۲ گراف همبند مطلوب وجود دارد:



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۳۹)

$$\Rightarrow \begin{cases} 3q = \frac{p(p-1)}{2} \\ 3p = 2q \end{cases} \Rightarrow 3\left(\frac{3p}{2}\right) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow \frac{9p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\Rightarrow p-1 = 9 \Rightarrow p = 10$$

$$\Rightarrow q = \frac{3 \times 10}{2} = 15$$

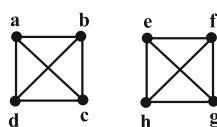
$$\Rightarrow p + q = 10 + 15 = 25$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

۳۶- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

گراف مطلوب به شکل گراف زیر است:



تعداد دورهای به طول ۴ در هر بخش برابر است با:

$$\binom{4}{2} \frac{3!}{2} = 1 \times \frac{6}{2} = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

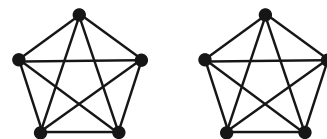
پس تعداد کل دورهای به طول ۴ برابر است با:

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۳۸)

۳۷- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

گراف شرایط گزینه «۳» ممکن است اجتماع دو گراف  $K_5$  باشد، یعنی در این صورت ناهمبند خواهد بود.



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۸ و ۳۹)

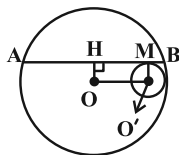
۳۸- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

$$\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q \Rightarrow 52 = 2q \Rightarrow q = 26$$

تعداد یال های این گراف ۲۶ است.

$$q \leq \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p(p-1) \geq 52 \Rightarrow p_{\min} = 8$$



$$AH^2 = OA^2 - OH^2 = 8^2 - 2^2 = 60 \Rightarrow$$

$$AH = 2\sqrt{15} \Rightarrow BH = 2\sqrt{15}$$

چهار ضلعی  $OO'MH$  مستطیل است، پس داریم:

$$MH = OO' = 8 - 2 = 6 \Rightarrow \begin{cases} MA = 2\sqrt{15} + 6 \\ MB = 2\sqrt{15} - 6 \end{cases}$$

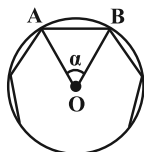
$$\frac{MA}{MB} = \frac{2\sqrt{15} + 6}{2\sqrt{15} - 6} \times \frac{2\sqrt{15} + 6}{2\sqrt{15} + 6} = \frac{96 + 24\sqrt{15}}{24} = 4 + \sqrt{15}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۰)

(امیررضا خلاح)

گزینه «۲» - ۴۴

یک  $n$  ضلعی منتظم را مطابق شکل درون یک دایره محاط کرده‌ایم. داریم:



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}, \quad OA = OB = R$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi R^2 = 36\pi \Rightarrow R = 6$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow S_{\text{ضلعی } n} = n S_{\Delta OAB} = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n} = 108$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 36 \times \sin \frac{360^\circ}{n} = 108$$

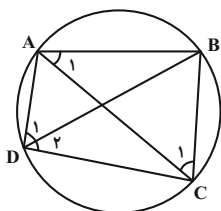
$$\Rightarrow \sin \frac{360^\circ}{n} = \frac{6}{n} \xrightarrow{\text{گزینه‌ها}} n = 12$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

(امیررضا خلاح)

گزینه «۳» - ۴۵

نکته: مجموع زوایای مقابل یک چهارضلعی محاطی  $180^\circ$  می‌باشد.



هندسه ۲

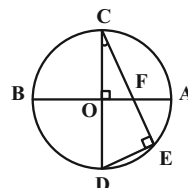
گزینه «۴» - ۴۱

مطابق شکل داریم:

$$\hat{E} = 90^\circ, \hat{O} = 90^\circ \text{ (روبه روی قطر)}$$

$$\begin{cases} \hat{O} = \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{نزد}} \Delta OFC \sim \Delta CDE$$

$$\Rightarrow \frac{CO}{CE} = \frac{OF}{DE} \quad (*)$$



از طرفی در مثلث CDE طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$$

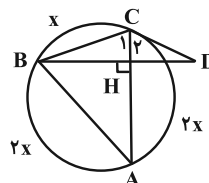
$$\xrightarrow{(*)} \frac{5}{8} = \frac{OF}{6} \Rightarrow OF = \frac{5 \times 6}{8} = \frac{15}{4} = 3.75$$

$$AF = 5 - 3.75 = 1.25$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

(افشین خاضه‌فان)

گزینه «۲» - ۴۲



طبق داده‌های مسأله:

$$x + 2x + 2x = 360^\circ \Rightarrow x = 72^\circ$$

از طرفی مثلث BCD متساوی الساقین است چون:

$$\begin{matrix} \text{مخاطی} & \text{ظلی} \\ \uparrow & \uparrow \\ \hat{C}_1 & = & \hat{C}_2 = x \end{matrix}$$

یعنی ارتفاع CH نیمساز نیز می‌باشد.

$$\hat{BCD} = 2x = 144^\circ \Rightarrow \hat{D} = \frac{180^\circ - 144^\circ}{2} = 18^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۴» - ۴۳

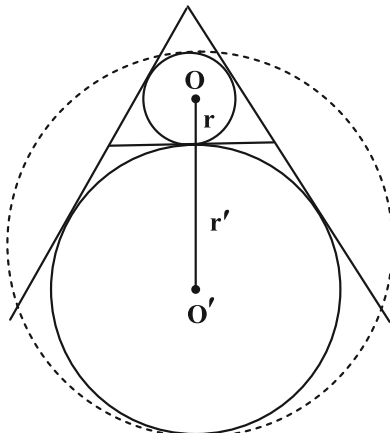
از نقطه O (مرکز دایره بزرگ‌تر) بر وتر AB عمود می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند. از طرفی چون AB موازی خط‌المركزین دو دایره است، پس OH برابر شعاع دایره کوچک‌تر یعنی ۲ است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OAH داریم:



$$r' = \frac{S}{p-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3a}{2}-a} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow \begin{cases} r=1 \\ r'=3 \end{cases}$$

مطابق شکل، قطر کوچک ترین دایره که با هر یک از دو دایره، مماس درون باشد، برابر می شود با:

$$2R = 2r + 2r' = 2 + 6 = 8 \Rightarrow R = 4 \Rightarrow S = 16\pi$$



(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۵ و ۲۶)

#### ۴۹- گزینه «۲»

(قریر غلامی)

فرض کنیم شعاع دایره محاطی داخلی و  $h_a$ ،  $h_b$  و  $h_c$  ارتفاع های مثلث باشند. داریم:

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$\Rightarrow h_a = \frac{2S}{a}, \quad h_b = \frac{2S}{b}, \quad h_c = \frac{2S}{c}$$

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S}$$

$$= \frac{a+b+c}{2S} = \frac{2p}{2S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{37}{60} \Rightarrow r = \frac{60}{37}$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۵، ۲۶ و ۳۰)

#### ۵۰- گزینه «۳»

(امیر حسین ایوبیوب)

دو دایره که سه مماس مشترک داشته باشند، مماس برون هستند. برای این دو دایره داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = 2\sqrt{RR'} \Rightarrow 4\sqrt{35} = 2\sqrt{RR'}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{35} = \sqrt{RR'} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 140 = RR'$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+2) = 140 \Rightarrow m^2 - 4 = 140$$

$$\Rightarrow m^2 = 144 \xrightarrow{m>0} m = 12$$

طول خط المکزین دو دایره مماس برون، برابر مجموع شعاع های دو دایره است، پس داریم:

$$d = R + R' = (m-2) + (m+2) = 2m = 2 \times 12 = 24$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

طبق تعریف زاویه محاطی در دایره داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 = \hat{D}_2 = \frac{\widehat{BC}}{2} &\Rightarrow 6\alpha + 15^\circ = 4\beta + 15^\circ \Rightarrow 2\alpha = 2\beta \\ \hat{D}_1 = \hat{C}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} &\Rightarrow 2\alpha + 10^\circ = \beta + 15^\circ \Rightarrow 2\alpha - \beta = 5^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} \alpha = 10^\circ \\ \beta = 15^\circ \end{cases}$$

از طرفی  $\hat{D} + \hat{B} = 180^\circ$  است، پس:

$$\hat{D} = (2\alpha + 10^\circ) + (4\beta + 15^\circ) = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$

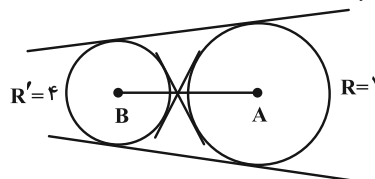
$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۱۳، ۱۴ و ۲۷)

#### ۴۶- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

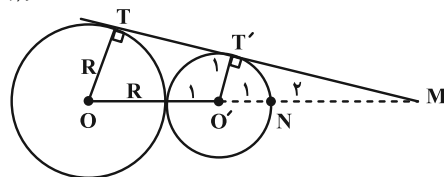
این خط بر دایره ای به مرکز A و شعاع ۷ و همچنین بر دایره ای به مرکز B و شعاع ۴ مماس است در نتیجه مماس مشترک آن ها محسوب می شود و چون  $12 > 7 + 4$  یعنی  $AB > R + R'$  پس دو دایره متخارج هستند که چهار مماس مشترک دارند.



(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

#### ۴۷- گزینه «۲»

(مهرادر ملوندی)



با توجه به شکل و فرض سؤال، در مثل OTM داریم:

$$O'T' \parallel OT \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{O'T'}{OT} = \frac{MO'}{MO}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{3}{4+R} \Rightarrow 4+R = 3R \Rightarrow R = 2$$

می دانیم طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع های  $R, R'$  برابر  $2\sqrt{RR'}$  است، پس:

$$TT' = 2\sqrt{2 \times 1} = 2\sqrt{2}$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

#### ۴۸- گزینه «۴»

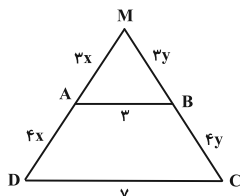
(سوکندر روشنی)

$$2p = 6\sqrt{3} \Rightarrow p = 3\sqrt{3}$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$



$$\Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} MA = 3x \\ AD = 4x \end{cases}, \begin{cases} MB = 3y \\ BC = 4y \end{cases}$$



حال محیط مثلث و دوزنقه را بر حسب  $x$  و  $y$  بیان می‌کنیم:

$$\text{محیط مثلث } MAB = 3x + 3y + 3 = 3(x + y) + 3$$

$$\text{محیط دوزنقه } ABCD = 4x + 4y + 3 + y = 4(x + y) + 10$$

از طرفی طبق فرض:

$$\text{محیط مثلث } \Delta X = 1/5$$

$$\Rightarrow 4(x + y) + 10 = 1/5 \times 3(x + y) + 4/5 \Rightarrow 0/5(x + y) = 5/5$$

$$\Rightarrow x + y = 11$$

$$\Rightarrow \text{مجموع دو ساق} = 4(x + y) = 4 \times 11 = 44$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

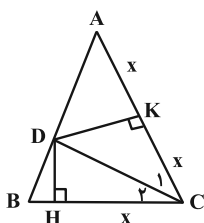
(امیدرضا خلاح)

گزینه «۴» -۵۳

$$S_{ADC} = 2S_{DHC} \Rightarrow \frac{1}{2} DK \times AC = 2 \times \frac{1}{2} DH \times CH$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} DK \times 2CH = DH \times CH \Rightarrow DK = DH$$

بنابراین  $CD$  نیمساز زاویه  $C$  است.



با توجه به شکل، دو مثلث قائم‌الزاویه  $DHC$  و  $DKC$  به حالت تساوی

$$CH = CK$$

وتر و ضلع قائمه با هم نهشتانند و داریم:

$$CH = \frac{AC}{2} \Rightarrow \frac{AC}{2} = CK \Rightarrow AK = KC$$

از طرفی:

هندسه ۱

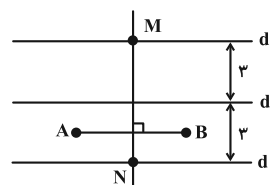
گزینه «۲» -۵۱

(امیرمسین ابومصوب)

نقاطی از صفحه که از دو نقطه  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  قرار دارند. همچنین نقاطی از صفحه که از خط  $d$  به فاصله ۳ واحد باشند، روی دو خط موازی با  $d$  و در طرفین آن واقع‌اند. تعداد نقاط برخورد عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  و این دو خط، مطابق شکل‌های زیر است.

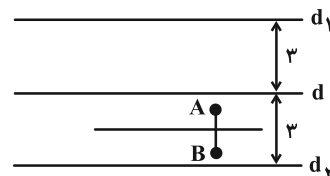
الف) عمودمنصف  $AB$ ، هر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  را قطع کند. در این صورت

مسئله ۲ جواب دارد.



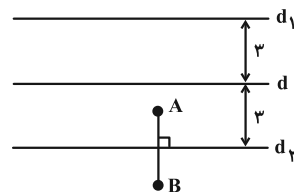
ب) عمودمنصف  $AB$  با هر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازی باشد. در این صورت

مسئله جواب ندارد.



پ) عمودمنصف  $AB$  بر یکی از دو خط  $d_1$  یا  $d_2$  منطبق باشد. در این

صورت مسئله بی‌شمار جواب دارد.



(هنر سه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

گزینه «۱» -۵۲

(کیوان دارابی)

طبق قضیه تالس (جزء به کل) در مثلث  $MDC$  خواهیم داشت:

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{3}{y} \Rightarrow \frac{MA}{MD - MA} = \frac{3}{y - 3}$$



$$\Delta MAC : EB \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MB}{MC} = \frac{ME}{MA} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{MA}{MD} = \frac{ME}{MA} \Rightarrow \frac{x+3}{x+10} = \frac{x}{x+3}$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 = x(x+10) \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 10x$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

حال با توجه به رابطه (۱) داریم:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{MA}{MD} = \frac{\frac{9}{4} + 3}{\frac{9}{4} + 10} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{49}{4}} = \frac{21}{49} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{7}{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۷)

(مهردار ملونری)

گزینه «۲» -۵۶

a, b و c موقعی می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند که داشته باشیم:

$$\begin{cases} a < b + c \\ b < a + c \\ c < a + b \end{cases}$$

در نتیجه در این سؤال داریم:

$$\begin{cases} 5x - 2 < (3x + 4) + (x + 1) \Rightarrow x < 7 \\ 3x + 4 < (5x - 2) + (x + 1) \Rightarrow 3x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{3} \\ x + 1 < (5x - 2) + (3x + 4) \Rightarrow 7x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{7} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{5}{3} < x < 7$$

برای این که طول اضلاع مثلث، اعدادی صحیح باشند و محیط مثلث، کمترین

مقدار ممکن باشد، باید  $x = 2$  و در آن صورت داریم:

$21 =$  کمترین مقدار محیط  $\Rightarrow 10, 3, 8$  : اضلاع

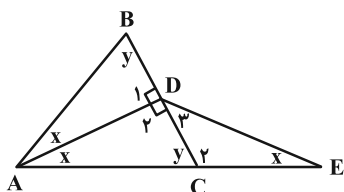
(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(افشین فاصه‌شان)

گزینه «۴» -۵۷

چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، نیمساز رأس A، عمودمنصف

BC نیز خواهد بود، پس:



پس در مثلث ADC، ارتفاع DK، میانه بوده و در نتیجه نوع مثلث

ADC متساوی‌الساقین است و داریم:

$$\hat{A} = \hat{C}_1$$

از طرفی دیگر:

$$\hat{B} = \hat{C} = 2\hat{C}_1$$

بنابراین اگر فرض کنیم  $\hat{C}_1 = \alpha$  آن گاه خواهیم داشت:

$$2\alpha + 2\alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow 5\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

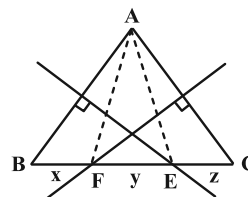
(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

(مهم‌صحت کار)

گزینه «۱» -۵۴

EA = EB = 5

نقطه E روی عمودمنصف AB است. پس:



FA = FC = 7

نقطه F روی عمودمنصف AC است. پس:

از طرفی دیگر با توجه به شکل:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 7 \\ x + y + z = 9 \end{cases} \Rightarrow x + 2y + z = 12 \Rightarrow y = 3$$

پس  $EF = 3$  و در نتیجه محیط مثلث AEF برابر است با:

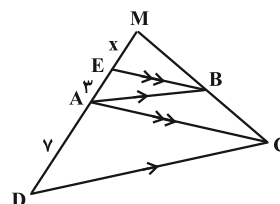
$$5 + 7 + 3 = 15$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

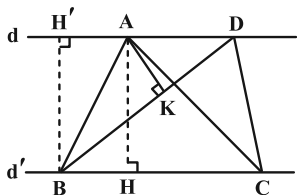
(هومن عقیلی)

گزینه «۲» -۵۵

با توجه به شکل داریم:



$$\Delta MCD : AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{CD} = \frac{MB}{MC} = \frac{MA}{MD} \quad (۱)$$



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{AD}{BC} = \frac{3}{5} \quad (*)$$

$$S_{ABC} = 70 \text{ cm}^2 \xrightarrow{(*)} S_{ABD} = 77 \text{ cm}^2$$

برای مساحت مثلث **ABD** داریم:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} BD \times AK = \frac{1}{2} \times 6 \times AK = 24$$

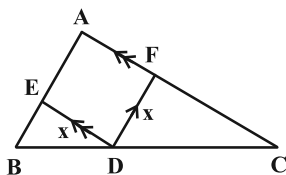
$$\Rightarrow AK = 1 \text{ cm}$$

(هندسه ۱- قفسه تالسم، تشابه و کاهنده‌های آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(مہر داد ملونڈی)

۶- گزینہ «۳»

طول ضلع لوزی را  $X$  می گیریم. مطابق شکل داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{DF} \parallel \text{AB} \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{\text{AB}} = \frac{\text{CD}}{\text{BC}} \quad (1) \\ \text{DE} \parallel \text{AC} \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{\text{AC}} = \frac{\text{BD}}{\text{BC}} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = \frac{BD + CD}{BC} = 1$$

$$\Rightarrow x\left(\frac{3+2}{12}\right) = 1 \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{12}{4} = \frac{CD}{1} \Rightarrow CD = \frac{24}{1} \\ \frac{12}{6} = \frac{BD}{1} \Rightarrow BD = \frac{16}{1} \end{array} \right. \Rightarrow CD - BD = \frac{1}{1} = 1/1$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

$$\hat{D}_1 = \hat{D}_Y = 90^\circ \quad \Delta ACD : \hat{D}_Y > y \xrightarrow{\text{زاوية برتر}} AC > AD$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{AC=AB}} \text{AB} > \text{AD} \quad : \text{گزینه (۳)} \\ \xrightarrow{\text{AD=DE}} \text{AC} > \text{DE} \quad : \text{گزینه (۱)} \end{array} \right.$$

$$\Delta \text{DEC} : \begin{cases} \hat{C}_r = 90^\circ + x \\ y = 90^\circ - x \\ y = \hat{D}_r + x : \text{زاوية خارجي} \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_r > y > \hat{D}_r$$

گزینه (۲):  $\xrightarrow{\text{زاویه برتر}} DE > CE \xrightarrow{AD=DE} AD > CE$

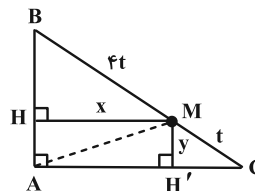
الزاماً در مثلث متساوی الساقین  $ABC$  نمی‌توان نتیجه گرفت که  $\sphericalangle x < y$  و از آنجا  $AC > BC$  را نتیجه گرفت.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۵۸ - گزینہ «۴»

(کیوان دارا پر)

در مثلث  $ABC$  دو بار قضیهٔ تالس را می‌نویسیم تا اندازهٔ پاره‌خط‌های  $MH$  و  $MH'$  را محاسبه کنیم.



$$\mathbf{MH'} \parallel \mathbf{AB} \Rightarrow \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{AB}} = \frac{\mathbf{CM}}{\mathbf{CB}} \Rightarrow \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{3}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} \Rightarrow \mathbf{y} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}$$

$$\mathbf{MH} \parallel \mathbf{AC} \Rightarrow \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{AC}} = \frac{\mathbf{BM}}{\mathbf{BC}} \Rightarrow \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{f}} = \frac{\mathbf{f}}{\mathbf{5}} \Rightarrow \mathbf{x} = \frac{\mathbf{16}}{\mathbf{5}}$$

حال AM قطر مستطیلی با اضلاع  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{16}{5}$  است، بنابراین:

$$AM = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{295}}{5}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۵۹- گزینہ «۴»

(معداد ملونہ)

در دو مثلث  $ABD$  و  $ABC$ ، طول دو ارتفاع  $AH$  و  $BH'$  با هم برابرند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با:



## فیزیک ۳

گزینه «۴» - ۶۱

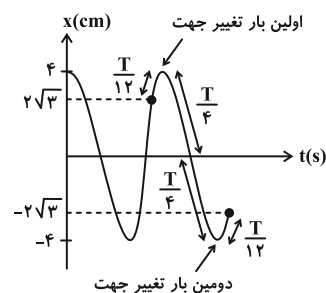
(معمود منتهی)

$$A = \frac{\text{طول پاره خط}}{2} = \frac{8 \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \xrightarrow{\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s}$$

با توجه به اطلاعات سؤال و این که نوسانگر دو بار تغییر جهت می‌دهد، نمودار

آن را رسم کرده و سپس سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta x = x_f - x_i = -2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{8T}{12} \xrightarrow{T=2\text{s}} \Delta t = \frac{8 \times 2}{12} = \frac{4}{3} \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-4\sqrt{3} \text{ cm}}{\frac{4}{3} \text{ s}} = -3\sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

گزینه «۲» - ۶۲

(ممتبی نکلوتیان)

با توجه به معادله مکان- زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{x = -\frac{\sqrt{3}}{2} A, t = \frac{7}{5} s} -\frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{7}{5}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{7\pi}{5} = \frac{14\pi}{5T} \Rightarrow T = \frac{12}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi \text{ rad}}{6 \text{ s}}$$

سپس مکان نوسانگر را در لحظات  $t_1$  و  $t_2$  به دست می‌آوریم:

$$t_1 = 0 / 4 \text{ s} \Rightarrow x_1 = A \cos\left(\frac{5\pi}{6} \times \frac{0}{4}\right)$$

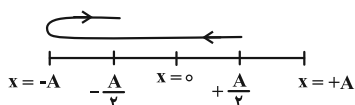
$$= A \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{A}{2} \quad (\text{ربع اول})$$

$$t_f = 1/6 \text{ s} \Rightarrow x_f = A \cos\left(\frac{5\pi}{6} \times \frac{1}{6}\right)$$

$$= A \cos\left(\frac{5\pi}{36}\right) = -\frac{A}{2} \quad (\text{ربع سوم})$$

و در نهایت با استفاده از مسیر حرکت نوسانگر، تندی متوسط و سرعت

متوسط آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2A}{1/2} = \frac{5A}{3} \Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = 3$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{A}{1/2} = -\frac{5A}{6}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

گزینه «۴» - ۶۳

(ممتبی نکلوتیان)

با توجه به رابطه تکانه داریم:

$$P_{max} = mv_{max} \xrightarrow{P_{max} = 4 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}, m = 8 \times 10^{-2} \text{ kg}} v_{max} = \frac{P_{max}}{m} = \frac{4 \times 10^{-2}}{8 \times 10^{-2}} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$4 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-2} v_{max} \Rightarrow v_{max} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی طبق رابطه بیشینه تندی در حرکت هماهنگ ساده و بسامد زاویه‌ای

آونگ ساده کم‌دامنه داریم:

$$\begin{cases} v_{max} = A\omega \\ \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \end{cases} \Rightarrow v_{max} = A\sqrt{\frac{g}{L}} \xrightarrow{v_{max} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, L = 4 \times 10^{-1} \text{ m}} A = \frac{v_{max}}{\sqrt{\frac{g}{L}}} = \frac{0.5}{\sqrt{\frac{10}{4}}} = 1 \text{ cm}$$

$$0.5 \times 10^{-2} = A \sqrt{\frac{10}{4 \times 10^{-1}}} \Rightarrow A = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

گزینه «۳» - ۶۴

(امیرامیر میرسعید)

با توجه به نمودارهای شکل می‌توان گفت:

$$\frac{T_B}{4} = \frac{3T_A}{4} \Rightarrow T_B = 3T_A$$

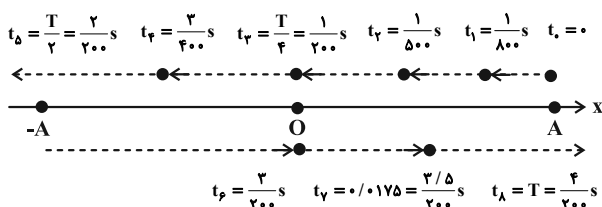
نوسانگر A در مدت ۱ دقیقه ۳۰ بار طول پاره خط را طی کرده پس ۱۵

نوسان کامل انجام داده است.



$$\Rightarrow \begin{cases} f = 50 \text{ Hz} \\ T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ s} \end{cases}$$

با توجه به مقدار بسامد می توان گفت که این نوسانگر در هر ثانیه ۵۰ نوسان کامل انجام می دهد. بنابراین گزاره (الف) نادرست است. اگر مسیر حرکت متحرک در محور  $x$  را همانند شکل زیر نمایش دهیم، موقعیت متحرک در لحظات نشان داده شده، مطابق شکل زیر است:



با توجه به شکل در بازه زمانی  $\frac{3}{400} \text{ s}$  تا  $\frac{3}{200} \text{ s}$  جهت حرکت متحرک تغییر کرده است. بنابراین مسافت از جابه جایی بیشتر است، پس گزاره (ب) نادرست است. در بازه زمانی  $\frac{1}{800} \text{ s}$  تا  $\frac{1}{500} \text{ s}$  متحرک در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است بنابراین حرکت آن تندشونده است. همچنین در لحظه  $t = 0.175 \text{ s}$  متحرک در حال نزدیک شدن به انتهای مسیر است و تندی و انرژی جنبشی آن در حال کاهش است. لذا گزاره های (پ) و (ت) درست هستند.

(فیزیک ۳ - صفحه های ۶۱ تا ۶۴)

#### ۶۸ - گزینه «۴»

(عباس اصغری)

در حین وقوع زمین لرزه اگر بسامد نوسان های واداشتی که توسط زمین لرزه ایجاد می شود به بسامد نوسان طبیعی سازه ای نزدیک تر باشد و با آن برابر باشد برای آن سازه تشدید رخ می دهد و انرژی بیشتری به آن منتقل می شود. لذا دامنه نوسان آن سازه بیشتر شده و احتمال تخریب آن بیشتر است. بنابراین پاسخ این سؤال به این بستگی دارد که بسامد نوسان های واداشته ناشی از زمین لرزه به کدام گروه از سازه ها نزدیک تر باشد.

(فیزیک ۳ - صفحه های ۶۸ و ۶۹)

#### ۶۹ - گزینه «۳»

(شیرازادی)

می دانیم که انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه  $E = \frac{1}{2} k A^2$  به دست می آید که در آن  $k$ ، ثابت فنر و  $A$  دامنه نوسان است. پس:

$$n_A = \frac{60}{T_A} \Rightarrow 15 = \frac{60}{T_A} \Rightarrow T_A = 4 \text{ s} \Rightarrow T_B = 3T_A = 12 \text{ s}$$

$$n'_A = \frac{180}{4} = 45$$

$$n'_B = \frac{180}{12} = 15$$

تعداد نوسان هایی که در مدت ۱۸۰ s نوسانگر  $A$  جلو می افتد، برابر است با:

$$n'_A - n'_B = 45 - 15 = 30$$

(فیزیک ۳ - صفحه های ۶۳ تا ۶۷)

#### ۶۵ - گزینه «۳»

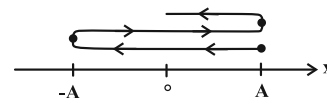
(مهمر نهاوندی مقدم)

ابتدا زمان های داده شده را در معادله حرکت جایگذاری می کنیم تا مکان های متحرک در این لحظه ها تعیین شود.

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = A \cos 0 = A$$

$$t_2 = 0.25 \text{ s} \Rightarrow x_2 = A \cos(1.0 \pi \times 0.25) = A \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

با توجه به  $\frac{2}{5\pi}$  متوجه می شویم متحرک یک دور و یک ربع دور زده است که با توجه به شکل زیر داریم:



که متحرک دو بار تغییر جهت داده است.

(فیزیک ۳ - صفحه ۶۴)

#### ۶۶ - گزینه «۳»

(مهمر نهاوندی مقدم)

از رابطه شتاب بیشینه و تندی بیشینه ابتدا بسامد زاویه ای را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{aligned} a_{\max} &= A\omega^2 \Rightarrow A\omega^2 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_{\max} &= A\omega \Rightarrow A\omega = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

حال از رابطه بسامد زاویه ای، دوره را محاسبه می نماییم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{25} \text{ s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه های ۶۳ تا ۶۷)

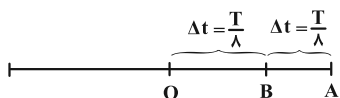
#### ۶۷ - گزینه «۳»

(عباس اصغری)

براساس معادله داده شده، دوره و بسامد حرکت را محاسبه می کنیم:

$$x = 0.2 \cos 100\pi t \Rightarrow \omega = 100\pi, \quad \omega = 2\pi f$$





در مسیر دوم  $B'$  وسط پاره خط  $O'A'$  است و در واقع مکان نقطه  $B'$

نصف دامنه حرکت بوده و با توجه به بازه‌های زمانی خاص مدت زمان طی

این مسافت برابر با  $\frac{T'}{6}$  است. پس:

$$\Delta t' = \frac{T'}{6} \xrightarrow{\Delta t' = 2\Delta t} 2\Delta t = \frac{T'}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T'}{12}$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} \Delta t = \frac{T}{8} \\ \Delta t = \frac{T'}{12} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{12} = \frac{T}{8} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(علیرضا جباری)

۷۲- گزینه «۱»

با توجه به نمودار، دامنه نوسان ۸ cm است.

$$A = 8 \text{ cm}, \ell = 24 \text{ cm} = 3A$$

هر بار که نوسانگر دامنه را می‌پیماید، زمان سپری شده  $\frac{T}{4}$  یعنی ربع دوره

است. پس وقتی ۳ برابر دامنه را می‌پیماید، زمان سپری شده  $\Delta t = \frac{3T}{4}$

است.

از طرفی با توجه به نمودار داده شده می‌توان نوشت:

$$\frac{5T}{4} = 2 \Rightarrow T = \frac{8}{5} = 1.6 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{6}{5} \text{ s}$$

بنابراین:

در لحظه  $t = \frac{3}{4}T$ ، نوسانگر در حال عبور از مرکز نوسان است و در این

وضعیت بیشینه سرعت را دارد.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times (0.1)^2 = 40 \times 0.01 = 0.4 \text{ J}$$

از طرفی می‌دانیم  $E = K + U$  که در آن  $K$  انرژی جنبشی و  $U$  انرژی پتانسیل می‌باشد. پس:

$$E = K + U \Rightarrow 0.4 = K + 0.1 \Rightarrow K = 0.3 \text{ J}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۶)

(مجموعه شریعت ناصری)

۷۰- گزینه «۳»

می‌دانیم در نقاط بازگشتی، انرژی پتانسیل بیشینه است. پس از طریق رابطه‌های انرژی جنبشی و پتانسیل می‌توانیم در نقطه تعادل مقدار سرعت را به دست آوریم:

$$x = A \Rightarrow 0.16 \text{ J} = U_{\max} \Rightarrow \begin{cases} U_{\max} = K_{\max} \\ U_{\max} = 0.16 \end{cases} \Rightarrow K_{\max} = 0.16$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow 0.16 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حالا باید سرعت را در مکان  $x_1$  به دست آوریم. با توجه به مقادیر  $E$  و  $U$  در این نقطه می‌توانیم مقدار  $K$  را به دست آوریم:

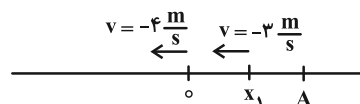
$$x_1 \Rightarrow U = 0.07 \text{ J}$$

$$E = K_{\max} = U_{\max} = 0.16 \text{ J}$$

$$K = E - U = 0.16 - 0.07 = 0.09 \text{ J} \Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 0.09 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times v^2 \Rightarrow v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{v_{\max} - v}{\Delta t} = \frac{-4 + 3}{0.2} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(مجموعه شریعت ناصری)

۷۱- گزینه «۳»

مدت زمانی که نوسانگر از بیشینه دامنه مثبت به نقطه تعادل می‌رسد برابر

است. چون بنابر صورت سؤال مدت زمان حرکت از  $A$  تا  $B$  با مدت

زمان حرکت از  $B$  تا  $O$  یکسان است. بنابراین نوسانگر هر کدام از این

مسیرها را در مدت  $\frac{T}{8}$  طی می‌کند. پس داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{8}$$



سرعت نوسانگر در عبور از مرکز نوسان همان سرعت ماکزیمم است. در

نتیجه داریم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{A=\frac{L}{2}=15\text{cm}} v_{\max} = \frac{15}{100} \times \frac{2\pi}{2} = \frac{9\pi}{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(زهره آقاممدری)

۷۵- گزینه «۲»

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسان را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f=25\text{Hz}} \omega = 2\pi \times 25 = 50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

با توجه به نمودار، در محل تلاقی در نمودار انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی داریم:

$$U = K = 400\pi^2 \text{mJ} = 400\pi^2 \times 10^{-3} \text{J} = 0.4\pi^2 \text{J}$$

در نتیجه انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = K + U = 0.4\pi^2 + 0.4\pi^2 = 0.8\pi^2 \text{J}$$

می‌دانیم که انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \xrightarrow{\substack{m=100\text{g}=0.1\text{kg} \\ \omega=50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}} \Rightarrow A^2 = \frac{0.8\pi^2 \times 2}{0.1 \times 2500\pi^2} = 64 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 8 \times 10^{-2} \text{m}$$

$$0.8\pi^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (50\pi)^2 A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{0.8\pi^2 \times 2}{0.1 \times 2500\pi^2} = 64 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 8 \times 10^{-2} \text{m}$$

اکنون با داشتن  $A$  و  $\omega$  می‌توانیم معادله مکان-زمان نوسانگر را بنویسیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{\substack{A=0.08\text{m} \\ \omega=50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}} x = 0.08 \cos 50\pi t$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(محمود منصوری)

۷۶- گزینه «۲»

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم و سپس مدت زمانی را که

طول می‌کشد ۵ نوسان انجام دهد، محاسبه می‌کنیم.

$$|v_{\max}| = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{A=8\text{cm}, T=1/6\text{s}} \rightarrow$$

$$|v_{\max}| = 8 \times \frac{2\pi}{1/6} = 10\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

۷۳- گزینه «۱»

ابتدا تغییرات شتاب گرانشی را محاسبه می‌کنیم، سیاره زمین را با اندیس  $e$

و سیاره دیگر را با اندیس  $x$  نمایش می‌دهیم.

$$\frac{g_x}{g_e} = \frac{M_x}{M_e} \cdot \left(\frac{R_e}{R_x}\right)^2 = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$$

دوره تناوب آونگ از رابطه  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$  به دست می‌آید. داریم:

$$\frac{T_x}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_x} \times \frac{L_x}{L_e}} \Rightarrow 1 = \sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{L_x}{L_e}}$$

$$\Rightarrow \frac{L_x}{L_e} = 4 \Rightarrow L_x = 4L_e$$

تغییرات طول برابر است با:

$$\Delta L = L_x - L_e = 4L - L = 3L$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۵)

(عبدالرضا امینی نسب)

۷۴- گزینه «۳»

با توجه به این که نوسانگر در هر دوره تناوب مسافتی ۴ برابر دامنه را طی

می‌کند، بنابراین در مدتی که نوسانگر مسافتی به اندازه  $180^\circ$  برابر دامنه را

طی می‌کند  $45 = \frac{180}{4}$  نوسان کامل انجام می‌دهد.

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3} \text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{4}{3}} = \frac{3\pi}{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



یعنی در هر ۹/۶ ساعت، عقربه ساعت‌شمار ۱۲ ساعت دوران می‌کند، لذا در ۲۴ ساعت ۳۰ ساعت دوران خواهد کرد و ۶ ساعت جلو خواهد افتاد.

$$t = \frac{24 \times 12}{9/6} = 320 \text{ h} \Rightarrow \Delta t = 30 - 24 = 6 \text{ h}$$

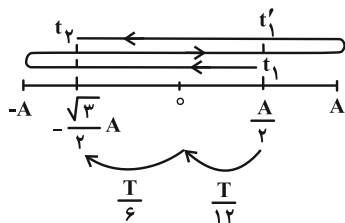
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(امیرمسین برادران)

۷۹- گزینه «۴»

اگر مطابق شکل زیر، مسیر حرکت نوسانگر را رسم کنیم، می‌بینیم بازه زمانی بین  $t_1$  تا  $t'_1$  برابر با یک دوره تناوب ( $T$ ) و بازه زمانی بین  $t_1$  و  $t_2$  برابر

با  $\frac{T}{6} + \frac{T}{12}$  است. بنابراین در مجموع داریم:



$$t_2 - t_1 = T + \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{4} \quad t_2 - t_1 = 0.75s \Rightarrow \frac{5T}{4} = 0.75s$$

$$\Rightarrow T = \frac{0.75}{5} = \frac{3}{20} \text{ s} \quad f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{20}{3} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(امیرمسین برادران)

۸۰- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) درست؛ بردارهای تکانه و سرعت هم‌جهت‌اند. همچنین بردارهای نیرو و شتاب نیز هم‌جهت‌اند. در حرکت هماهنگ ساده زمانی که نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود تندی آن افزایش می‌یابد. در این لحظه بردارهای مکان و سرعت خلاف جهت یکدیگرند و بالعکس.

ب) درست؛ در لحظه عبور از مرکز نوسان بردار مکان تغییر جهت می‌دهد و در این لحظه تندی نوسانگر بیشینه است.

پ) درست؛ در لحظه‌ای که بردارهای شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند، نوع حرکت تندشونده و نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل آن در حال کاهش است.

ت) نادرست؛ بنابه رابطه  $a = -\omega^2 x$  همواره بردار مکان و بردار شتاب خلاف جهت یکدیگرند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad m = 0.5 \text{ kg}, \pi = 3 \quad T = 2 \times 3 \sqrt{\frac{0.5}{200}} = 2 \times 3 \times \frac{1}{20} = 0.3 \text{ s}$$

$$n = \frac{t}{T} \quad n = 5 \quad T = 0.3 \text{ s} \Rightarrow \Delta = \frac{t}{3} \Rightarrow t = 1.5 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۵)

(امیرمسین برادران)

۷۷- گزینه «۲»

انرژی جنبشی آونگ هنگام عبور از وضع تعادل برابر با انرژی مکانیکی آونگ است.

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad a_{\max} = A \omega^2 \rightarrow E = \frac{1}{2} F_{\max} A$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{(F_{\max})_A}{(F_{\max})_B} \times \frac{A_A}{A_B} \quad \frac{(F_{\max})_A}{E_A} = \frac{(F_{\max})_B}{E_B}$$

$$3 = \frac{1}{2} \times \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 6$$

اکنون با توجه به رابطه شتاب بیشینه داریم:

$$a_{\max} = A \omega^2 \Rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{L_B}{L_A}\right)$$

$$\frac{L_B}{L_A} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(مریم شیخ‌ممو)

۷۸- گزینه «۳»

ابتدا دوره تناوب آونگ را بعد از کاهش طول آن می‌یابیم. چون طول آونگ را

۳۶ درصد کاهش داده‌ایم، می‌توان نوشت:

$$L_2 = L_1 - 0.36 L_1 \Rightarrow L_2 = 0.64 L_1$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{0.64 L_1}{L_1}} \Rightarrow T_2 = 0.8 T_1$$

یعنی در حالت جدید عقربه ساعت‌شمار آونگ  $0.8 T_1$  زمان نیاز دارد که

یک دور کامل بزند، می‌دانیم عقربه ساعت‌شمار برای دور زدن کامل ۱۲

ساعت نیاز دارد. پس می‌توان نوشت:

$$T_2 = 0.8 \times 12 = 9.6 \text{ h}$$



## فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۲»

(معدری شریفی)

بعد از این که میله A را به الکتروسکوپ تماس می دهیم، بار الکتروسکوپ هم علامت بار میله A می شود. با توجه به این که با نزدیک کردن میله B به الکتروسکوپ، ورقه ها ابتدا نزدیک و سپس دور می شوند، میله B غیرهم علامت با بار الکتروسکوپ و در نتیجه بار میله A است. در نهایت بار ورقه ها بعد از نزدیک شدن میله B، هم علامت میله B است. بنابراین بار میله B منفی و بار میله A مثبت است.

(فیزیک ۲- صفحه های ۳ و ۴)

۸۲- گزینه «۲»

(امیراحمد میرسعید)

ابتدا بار هسته Y را به دست می آوریم.

$$q_1 = n_1 e = 40 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} = 64 \times 10^{-13} \text{ C}$$

از قانون کولن می توان بار هسته X را به دست آورد.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 2 / 88 \times 10^{-8} = \frac{9 \times 10^9 \times 64 \times 10^{-13} q_2}{16 \times 10^{-18}}$$

$$q_2 = 8 \times 10^{-18} \text{ C}$$

$$q_2 = n_2 e \Rightarrow 8 \times 10^{-18} = n_2 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n_2 = 50$$

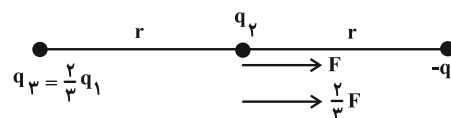
تعداد پروتون ها در هسته X، ۵۰ عدد می باشد پس تعداد نوترون ها ۷۰ عدد می باشد.

(فیزیک ۲- صفحه های ۴ و ۵)

۸۳- گزینه «۱»

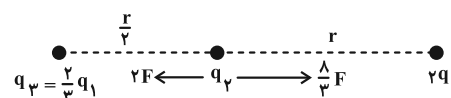
(امیراحمد میرسعید)

اگر نیروی بین بار  $-q_1$  و  $q_2$  در فاصله r از یکدیگر را F بنامیم، برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  در ابتدا به صورت زیر است. (فرض کنید  $q_1$  و  $q_2$  هم نام اند).



$$F_1 = F + \frac{2}{3}F = \frac{5}{3}F$$

در حالت دوم شکل به صورت زیر می شود:



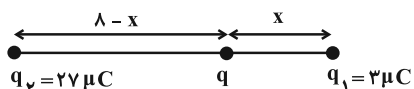
$$F_2 = \frac{1}{3}F - 2F = -\frac{5}{3}F$$

$$\frac{\frac{2}{3}F}{-\frac{5}{3}F} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ و ۷)

۸۴- گزینه «۳»

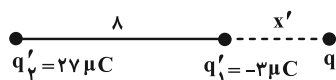
(معصومه شریعت ناصری)

اندازه نیرویی که  $q_1$  و  $q_2$  بر  $q$  وارد می کنند، برابر است.

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{kq |q_1|}{x^2} = \frac{kq |q_2|}{(\lambda - x)^2} \Rightarrow \left(\frac{\lambda - x}{x}\right)^2 = \left|\frac{q_2}{q_1}\right|$$

$$\frac{q_2 = 27 \mu\text{C}}{q_1 = 3 \mu\text{C}} \Rightarrow \left(\frac{\lambda - x}{x}\right)^2 = \frac{27}{3} \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

در حالت دوم، چون بار  $q'_1$  و  $q'_2$  غیرهم علامت هستند، نقطه صفر شدن برآیند نیروها، خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچک تر است.



$$F'_1 = F'_2 \Rightarrow \frac{kq |q'_1|}{(x')^2} = \frac{kq |q'_2|}{(\lambda + x')^2} \Rightarrow \left(\frac{\lambda + x'}{x'}\right)^2 = \left|\frac{q'_2}{q'_1}\right|$$

$$\frac{q'_2 = 27 \mu\text{C}}{q'_1 = -3 \mu\text{C}} \Rightarrow \left(\frac{\lambda + x'}{x'}\right)^2 = \frac{27}{3} \Rightarrow x' = 4 \text{ cm}$$

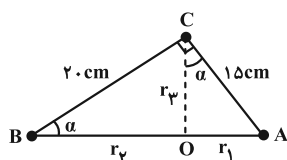
بار  $q$  در ابتدا ۲ cm سمت چپ  $q_1$  بود و اکنون ۴ cm سمت راست آن است بنابراین  $2 + 4 = 6 \text{ cm}$  جابه جا شده است.

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ و ۷)

۸۵- گزینه «۲»

(زهرا آقاممدری)

با توجه به رابطه فیثاغورث طول ضلع AB برابر ۲۵ cm خواهد شد.



$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \text{ cm}$$

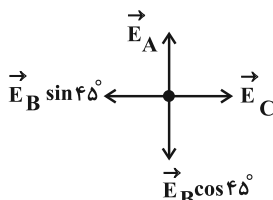
با مساوی قرار دادن  $\cos \alpha$  در دو مثلث ABC و AOC فاصله  $r_3$  را می یابیم:

$$\cos \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{r_3}{AC} \Rightarrow \frac{20}{25} = \frac{r_3}{15} \Rightarrow r_3 = 12 \text{ cm}$$



(امیرحسین برادران)

۸۶- گزینه «۲»

ابتدا میدان الکتریکی حاصل از بار  $q_A$  را در نقطه  $M$  به دست می آوریم:

$$E_A = 9 \times 10^9 \times \frac{4}{36} = 10^9 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_A = 10^9 \vec{j}$$

اکنون میدان الکتریکی بار  $q_B$  در نقطه  $M$  و مقدار بار  $q_B$  را به دست می آوریم.

$$E_t = E_B \cos 45^\circ - E_A \Rightarrow 1/5 \times 10^9 = E_B \cos 45^\circ - 10^9$$

$$\Rightarrow E_B \cos 45^\circ = 2/5 \times 10^9 \frac{N}{C}$$

$$\frac{\cos 45^\circ = \frac{5}{7}}{E_B = 9 \times 10^9 \times \frac{q_B}{(6\sqrt{2})^2}} \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q_B}{36 \times 2} \times \frac{5}{7} = 2/5 \times 10^9$$

$$\Rightarrow q_B = 28 \mu C$$

با توجه به این که میدان در نقطه  $M$  مؤلفه افقی ندارد، بنابراین برابری میدان حاصل از بار  $q_C$  و مؤلفه افقی میدان حاصل از بار  $q_B$  در نقطه  $M$  صفر است.

$$E_B \sin 45^\circ = E_C \Rightarrow \frac{q_B}{(\sqrt{2} \times 6)^2} \times \frac{5}{7} = \frac{|q_C|}{6^2}$$

$$\Rightarrow |q_C| = 10 \mu C$$

با توجه به جهت میدانها در نقطه  $M$ ،  $q_C < 0$  و  $q_B > 0$  است. پس داریم:

$$\begin{cases} q_A = -4 \mu C \\ q_B = 28 \mu C \\ q_C = -10 \mu C \end{cases}$$

پس از تماس، بار هر کدام از گویها برابر است با:

$$q'_A = q'_B = q'_C = \frac{q_A + q_B + q_C}{3}$$

$$= \frac{-4 + 28 - 10}{3} = \frac{14}{3} \mu C$$

اکنون نسبت نیرویی که گوی  $A$  و  $B$  در حالت دوم به هم وارد می کنند را به حالت قبل به دست می آوریم:سپس  $\sin \alpha$  را در دو مثلث  $ABC$  و  $AOC$  مساوی قرار داده و  $r_1$  و  $r_2$  را به دست می آوریم:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{r_1}{AC} \Rightarrow \frac{15}{25} = \frac{r_1}{15}$$

$$\Rightarrow r_1 = 9 \text{ cm} \Rightarrow r_2 = 25 - r_1 = 16 \text{ cm}$$

اکنون میدانهای الکتریکی حاصل از بارها را در نقطه  $O$  می یابیم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{q_1 = 18 \times 10^{-9} \text{ C}}{r_1 = 9 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

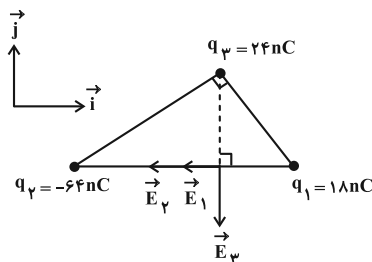
$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-9}}{81 \times 10^{-4}} \Rightarrow E_1 = 2 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{64 \times 10^{-9}}{(16 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 64}{16 \times 16 \times 10^{-4}}$$

$$= 2/25 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{24 \times 10^{-9}}{(12 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 24}{12 \times 12 \times 10^{-4}}$$

$$= 1/5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

با توجه به این که بردار میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می شود، جهت میدانها را در نقطه  $O$  رسم می کنیم:

از شکل مشخص است که:

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = 2 \times 10^4 (-\vec{i}) \\ \vec{E}_2 = 2/25 \times 10^4 (-\vec{j}) \\ \vec{E}_3 = 1/5 \times 10^4 (-\vec{j}) \end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = -2 \times 10^4 \vec{i} - 2/25 \times 10^4 \vec{j} - 1/5 \times 10^4 \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -4/25 \times 10^4 \vec{i} - 1/5 \times 10^4 \vec{j}$$

$$= (-425 \vec{i} - 150 \vec{j}) \times 10^2 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۱۴ تا ۱۶)



$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow[\text{میدان یکنواخت}]{\text{ثابت } E} \frac{V_M - V_A}{d'} = \frac{V_M - V_N}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{0 - (-12)}{d'} = \frac{0 - (-20)}{40} \Rightarrow \frac{12}{d'} = \frac{20}{40} \Rightarrow d' = 24 \text{ cm}$$

$$d'' = 40 - 24 = 16 \text{ cm} = 160 \text{ mm}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

(دانیال راستی)

۸۹ - گزینه «۱»

ابتدا بار کره را بعد از جدا کردن الکترون‌ها حساب می‌کنیم:

$$q = ne \xrightarrow[n=3 \times 10^{15}]{e=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} q = 480 \times 10^{-6} = 480 \mu\text{C}$$

بار الکتریکی روی سطح خارجی رسانا قرار می‌گیرد. بنابراین چگالی سطحی بار الکتریکی در سطح داخلی پسته صفر خواهد شد و تمامی بار روی سطح خارجی قرار خواهد گرفت.

$$\sigma_{\text{خارجی}} = \frac{q}{A_{\text{خارجی}}} = \frac{q}{4\pi r_{\text{خارجی}}^2} \quad \pi r_{\text{خارجی}}^2 = 25 \text{ cm}^2 = \frac{1}{4} \text{ m}^2, \quad q = 480 \mu\text{C}$$

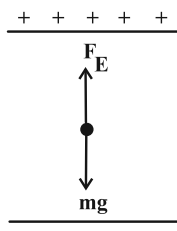
$$\sigma_{\text{خارجی}} = \frac{480}{4 \times 3 \times (\frac{1}{4})^2} = 640 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

(امیرمسین برادران)

۹۰ - گزینه «۴»

در ابتدا که حرکت بار یکنواخت است چون جهت نیروی وزن به سمت پایین است، پس جهت  $\vec{F}_E$  به سمت بالا است و با توجه به این که صفحه بالایی مثبت است، بنابراین  $q < 0$  است و از آنجا که بار با تندی ثابت در حال حرکت است پس  $F_E = mg$  است. با عوض شدن پایانه‌های باتری جهت نیروی میدان هم عکس شده و بار با شتاب  $2g$  به سمت پایین به صورت تندشونده به حرکت خود ادامه می‌دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. با توجه به توضیحات تنها مورد (ب) نادرست است.



(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

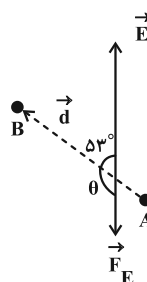
$$\frac{F'_{AB}}{F_{AB}} = \frac{\frac{14}{3} \times \frac{14}{3}}{4 \times 28} = \frac{7}{36}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

(علیرضا جباری)

۸۷ - گزینه «۳»

نیروی الکتریکی  $\vec{F} = q\vec{E}$  در خلاف جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  یعنی رو به پایین بر بار  $q$  اثر می‌کند. زیرا  $q < 0$  است. همچنین با توجه به شکل، این نیرو با جهت جابه‌جایی  $\vec{d}$  که از  $A$  به طرف  $B$  است زاویه  $\theta = 53^\circ - 18^\circ$  می‌سازد. اکنون کار نیروی الکتریکی را به دست می‌آوریم:



$$W_E = |q| E d \cos \theta \xrightarrow[|q|=5 \times 10^{-3} \text{ C}, E=6 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}]{d=20 \text{ cm}=0.2 \text{ m}, \theta=18^\circ-53^\circ}$$

$$W_E = 5 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^4 \times 0.2 \cos(18^\circ - 53^\circ)$$

$$= 60(-\cos 53^\circ) = 60(-0.6) \Rightarrow W_E = -36 \text{ J}$$

تغییر انرژی پتانسیل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta U = -W_E \xrightarrow{W_E = -36 \text{ J}} \Delta U = 36 \text{ J}$$

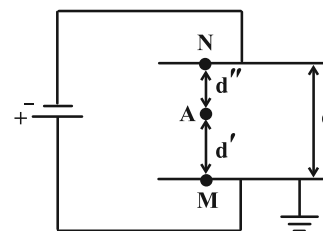
علامت مثبت نشان می‌دهد که انرژی پتانسیل افزایش یافته است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

(علی بزرگر)

۸۸ - گزینه «۴»

با توجه به شکل می‌توان پتانسیل صفحه پایینی را برابر صفر گرفت؛ چون به زمین وصل است.



$$V_M - V_N = 20 \xrightarrow{V_M=0} V_N = -20 \text{ V}$$



## فیزیک ۱

گزینه ۱» ۹۱-

(امیرحسین برادران)

$$۵ \text{ یکای اصلی متمایز} = R = \frac{J}{\text{mol} \cdot K} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{mol} \cdot K}$$

$$۳ \text{ یکای اصلی متمایز} = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot A \cdot m} = \frac{\text{kg}}{A \cdot \text{s}^2}$$

$$۳ \text{ یکای اصلی متمایز} = \frac{J}{\text{kg} \cdot K} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{kg} \cdot K} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot K}$$

$$۴ \text{ یکای اصلی متمایز} = \frac{N}{C} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot A}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۷)

گزینه ۲» ۹۲-

(کاظم منشاری)

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$9 \times 10^5 \text{ W} \mu\text{s} \times \frac{1000 \text{ mW}}{1 \text{ W}} \times \frac{1 \text{ s}}{10^6 \mu\text{s}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 2.5 \times 10^{-1} \text{ mWh}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه ۴» ۹۳-

(مجتبی نکلثیان)

تبدیل یکای هر کدام از گزینه‌ها را به صورت زیر انجام می‌دهیم:

$$3 / 9 \times 10^{-7} \text{ cm}^2$$

$$= 3 / 9 \times 10^{-7} \text{ cm}^2 \times \left( \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} \right)^2 = 39 \mu\text{m}^2$$

(۲)

$$1 / 2 \times 10^7 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^3} = 1 / 2 \times 10^7 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^3} \times \frac{10^{-9} \text{ s}}{1 \text{ ns}} \times \frac{1 \text{ Ts}}{10^{12} \text{ s}}$$

$$\times \left( \frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right)^3 = 1 / 2 \times 10^4 \frac{\text{Ts}}{\text{km}^3}$$

(۳)

$$2 / 3 \times 10^{-7} \frac{\text{ms}}{\text{Mm}^3} = 2 / 3 \times 10^{-7} \frac{\text{ms}}{\text{Mm}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ s}}{1 \text{ ms}} \times \frac{1 \text{ ps}}{10^{-12} \text{ s}}$$

$$\times \left( \frac{1 \text{ Mm}}{10^6 \text{ m}} \times \frac{10^9 \text{ m}}{1 \text{ Gm}} \right)^3 = 2 / 3 \times 10^{11} \frac{\text{Ps}}{\text{Gm}^3}$$

(۴)

$$10^{-7} \frac{\mu\text{m}^2}{\text{ng} \cdot \text{ps}^2} = 10^{-7} \frac{\mu\text{m}^2}{\text{ng} \cdot \text{ps}^2} \times \left( \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} \right)^2$$

$$\times \frac{1 \text{ ng}}{10^{-9} \text{ g}} \times \frac{10^1 \text{ g}}{1 \text{ dag}} \times \left( \frac{1 \text{ ps}}{10^{-12} \text{ s}} \times \frac{10^9 \text{ s}}{1 \text{ Gs}} \right)^2 = 10^{37} \frac{\text{cm}^2}{\text{dag} \cdot \text{Gs}^2}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه ۳» ۹۴-

(کاظم منشاری)

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow \text{انرژی} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} \\ B \rightarrow \text{زمان} = \text{s} \end{array} \right.$$

وات یکا می‌باشد نه کمیت!

$$C \rightarrow \text{فشار} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \Rightarrow CD = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \times D$$

$$\Rightarrow [D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۱)

گزینه ۲» ۹۵-

(دانیال راستی)

ابتدا چگالی محلول اولیه را که از جرم برابری از A و B تشکیل شده است، را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{m_A = m_B, V_A = \frac{m_A}{\rho_A}} \rho = \frac{m_A + m_A}{V_A + V_B} \xrightarrow{V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{m_A}{\rho_B}}$$

$$\rho = \frac{m_A + m_A}{\rho_A + \frac{m_A}{\rho_B}} \xrightarrow{\rho_A = 1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_B = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$$

$$\rho = \frac{2m_A}{\frac{m_A}{1/5} + \frac{m_A}{1}} = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

محلول نهایی از ترکیب حجم برابری از محلول اولیه و مایع A به دست می‌آید. بنابراین چگالی محلول نهایی، برابر میانگین این دو است:

$$\rho' = \frac{\rho + \rho_A}{2} \xrightarrow{\rho_A = 1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rho' = \frac{1/2 + 1/5}{2}$$

$$= 1/35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه ۱» ۹۶-

(زهره آقاممیری)

ابتدا حجم استوانه را می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m = 3/6 \text{ kg}, \rho = 9 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} 9 \times 10^3 = \frac{3/6}{V}$$

$$\Rightarrow V = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \xrightarrow{1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3} V = 400 \text{ cm}^3$$

اکنون حجم ظاهری کره را محاسبه می‌کنیم:

$$V' = \frac{4}{3} \pi R^3 \xrightarrow{R = 5 \text{ cm}, \pi = 3} V' = \frac{4}{3} \times 3 \times (5)^3$$

$$= 4 \times 125 = 500 \text{ cm}^3$$

حجم حفره داخل کره برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} \xrightarrow{V_{\text{ظاهری}} = V' = 500 \text{ cm}^3, V_{\text{واقعی}} = V_{\text{استوانه}} = 400 \text{ cm}^3}$$

$$V_{\text{حفره}} = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)



$$\Rightarrow V_{\text{ظاهری}} = a.b.c = 3 \times 10^{-1} \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 5 \times 10^{-3} \text{ m} \\ = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$V_{\text{ظاهری}} = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1500 \text{ cm}^3$$

روش دوم محاسبه حجم ظاهری: (برای تبدیل واحد و محاسبه حجم، کافی است به جای نماد انگلیسی (مانند d دسی، μ میکرو، m میلی) نماد ریاضی آن‌ها را بنویسیم:

$$V_{\text{ظاهری}} = a.b.c = (3 \times 10^{-1} \text{ m}) \times (10^0 \times 10^{-6} \text{ m}) \times (5 \times 10^{-3} \text{ m}) \\ = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1500 \text{ cm}^3$$

سپس از رابطه چگالی، حجم واقعی را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} \quad \frac{\rho = 8 \frac{\text{kg}}{\text{L}} = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{m = 64 \text{ kg} = 64000 \text{ g}} \rightarrow \lambda = \frac{6400}{V_{\text{واقعی}}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{واقعی}} = 800 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 1500 - 800 = 700 \text{ cm}^3$$

در نهایت با داشتن حجم حفره، می‌توان جرم مایعی که درون حفره ریخته می‌شود را به دست آورد:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \quad \frac{\rho_{\text{مایع}} = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{V_{\text{مایع}} = 700 \text{ cm}^3} \rightarrow 1/2 = \frac{m_{\text{مایع}}}{700}$$

$$\Rightarrow m_{\text{مایع}} = 840 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۸)

(مبانی نوتیان)

۱۰۰- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه چگالی ( $\rho = \frac{m}{V}$ ) می‌توان نوشت:

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \quad \frac{m_1 = 6/3 \text{ kg} = 6300 \text{ g}}{\rho_1 = 0/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow$$

$$V_1 = V_{\text{کل}} = \frac{6300}{0/9} = 7000 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = V_1 = V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_2}{\rho_1}$$

$$m_2 = 0/4 m_1, \quad m_2 = 0/6 m_1 \rightarrow$$

$$V_2 = \frac{(0/6)(6300)}{0/9} + \frac{(0/4)(6300)}{1} = 4200 + 2520 = 6720 \text{ cm}^3$$

و در نهایت، درصد تغییرات حجم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{6720 - 7000}{7000} \times 100 = -4\%$$

بنابراین حجم مخلوط، ۴ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۷- گزینه «۱» (علیرضا جباری)

ابتدا نسبت چگالی دو جسم را می‌نویسیم تا چگالی جسم A را به دست آوریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{\frac{m_B}{V_B}}{\frac{m_A}{V_A}} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B \times V_A}{m_A \times V_B}$$

$$\rho_B = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \quad m_A = 30 \text{ g}, \quad m_B = 90 \text{ g} \\ \xrightarrow{V_A = V_B = V'}$$

$$\frac{6}{\rho_A} = \frac{90}{30} \Rightarrow \rho_A = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

سپس جرم گلوله‌ای از A به حجم  $5 \text{ cm}^3$  را حساب می‌کنیم:

$$m_A = \rho_A V_A \quad \frac{\rho_A = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{V_A = 5 \text{ cm}^3} \rightarrow m_A = 2 \times 5 = 10 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۸- گزینه «۴» (کاظم منشاری)

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} \quad \frac{m = 2/78 \text{ kg} = 2780 \text{ g}}{\rho = 13/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow V_{\text{واقعی}} = 200 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{ظاهری}} = r^2 \pi h \quad \frac{D = 8 \text{ cm}, r = 4 \text{ cm}}{h = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cm}} \rightarrow V_{\text{ظاهری}} = 960 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}}$$

$$960 - 200 = 760 \text{ cm}^3 = 7/6 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

اکنون با داشتن چگالی طلا، نقره و آلیاژ، درصد حجمی نقره به کار رفته در آلیاژ را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{V_{\text{طلا}} \rho_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}} \rho_{\text{نقره}}}{V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}}} \rightarrow$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \left( \frac{V_{\text{نقره}} - V_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلیاژ}}} \right) \rho_{\text{طلا}} + \frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} \rho_{\text{نقره}}$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = (1-x) \rho_{\text{طلا}} + x \rho_{\text{نقره}}, \quad \text{داریم: } \frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} = x$$

$$13/9 = 19(1-x) + 10/5x \Rightarrow x = \frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} = 0/6 \Rightarrow x = 60\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۹- گزینه «۴» (محمود منشاری)

ابتدا حجم ظاهری مکعب مستطیل را از رابطه  $V = a \times b \times c$  حساب می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} a &= 3 \text{ dm} \times \frac{1 \text{ m}}{10 \text{ dm}} = 3 \times 10^{-1} \text{ m} \\ b &= 10^6 \mu\text{m} \times \frac{1 \text{ m}}{10^6 \mu\text{m}} = 1 \text{ m} \\ c &= 5 \text{ mm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^3 \text{ mm}} = 5 \times 10^{-3} \text{ m} \end{aligned} \right\}$$





## شیمی ۳

## ۱۰۱- گزینه «۳»

(میلاد شیخ الاسلامی)

درست است که فراورده واکنش سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن بخار آب است اما در مراحل تولید سوخت مورد نیاز سلول، مراحل تولید دستگاه و حمل و نقل لوازم مورد نیاز قطعاً آلاینده‌هایی نیز تولید و وارد هوا کرده می‌شوند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

## ۱۰۲- گزینه «۴»

(امین نوروزی)

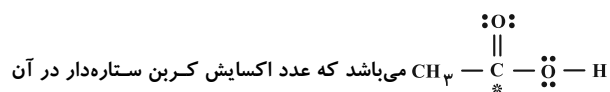
تنها عبارات (پ) و (ت) درست می‌باشند.

بررسی همه عبارات:

(آ) در این واکنش یون نیتريت ( $\text{NO}_2^-$ ) نقش کاهنده را دارد.(ب) گونه کاهنده یون نیتريت ( $\text{NO}_2^-$ ) است که در اثر اکسایش به یوننیترات ( $\text{NO}_3^-$ ) تبدیل می‌شود و عدد اکسایش اتم مرکزی یعنی اتم N

از ۳ به ۵ می‌رسد. در نتیجه تغییر عدد اکسایش برابر با ۲ خواهد بود.

آشنا ترین کربوکسیلیک اسید نیز استیک اسید با ساختار



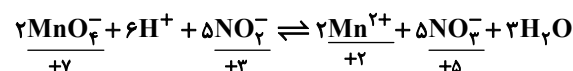
برابر ۳ می‌باشد.

(پ) تعداد الکترون‌های مبادله شده برابر است با:

تغییر عدد اکسایش × ضریب × زیروند = تعداد  $e^-$  مبادله شده

$$10 = 1 \times 5 \times 2$$

(ت)



۵ درجه اکسایش کاهنده      ۵ درجه کاهش اکسنده

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰، ۵۲ و ۵۳)

## ۱۰۳- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

با توجه به جدول برای تهیه هر ۱۰۰ گرم از این آلیاژ به ۲۸ گرم نقره نیاز است. برای تولید نقره نمی‌توان از برقکافت محلول  $\text{AgCl}$  استفاده کرد، چون در آب نامحلول است.

$$? \text{ mol AgNO}_3 = 28 \text{ g Ag} \times \frac{1 \text{ mol}}{108 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{1 \text{ mol Ag}}$$

$$\approx 0.26 \text{ mol AgNO}_3$$

برای داشتن این مقدار نقره نیترات باید ۰/۱۲۵ L محلول ۲/۰۸ مولار آن را تهیه کرد.

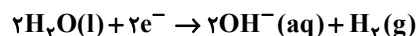
$$0.26 \text{ mol AgNO}_3 \times \frac{1 \text{ L محلول}}{2.08 \text{ mol AgNO}_3} = 0.125 \text{ L محلول}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

## ۱۰۴- گزینه «۳»

(پیمان شواپوی مهر)

آند دستگاه Si است و نیم‌واکنش کاهش آن همانند نیم‌واکنش کاهش در برقکافت آب به صورت زیر است:



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

## ۱۰۵- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی همه موارد:

مورد اول: درست؛ افزودن کلسیم کلرید نقطه ذوب سدیم کلرید را به میزان

۲۱۴°C یا ۲۱۴K پایین می‌آورد.

مورد دوم: نادرست؛ زیرا تهیه فلز سدیم از طریق برقکافت نمک مذاب آن در سلول الکترولیتی صورت می‌گیرد که در این سلول انرژی الکتریکی به شیمیایی تبدیل می‌شود.

مورد سوم: نادرست؛ گاز کلر در آند و فلز سدیم در کاتد تولید می‌شود.

مورد چهارم: نادرست؛ فلز سدیم در ترکیب‌های گوناگون خود در طبیعت تنها به شکل یون‌های سدیم وجود دارد و به صورت آزاد و عنصری یافت نمی‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

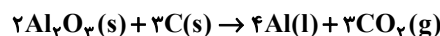


## ۱۰۶- گزینه «۴»

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

موارد (ب) و (پ) نادرست هستند.

(ب) واکنش فرایند هال:



$$\frac{\text{مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب فراورده‌ها}} = \frac{5}{7}$$

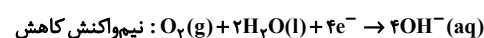
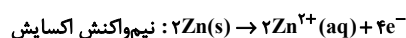
(پ) سنگ معدن بوکسیت، آلومینیم اکسید ناخالص است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

## ۱۰۷- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

آهن سفید ورقه پوشیده شده آهن توسط فلز روی می‌باشد:

با توجه به ضرایب  $Zn(s)$  و  $O_2(g)$  سرعت مصرف فلز روی (آند) برابر

$$\text{با } 26 \text{ mol.s}^{-1} \text{ می‌باشد.}$$

$$? \text{ g Zn مصرفی} = 2 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{26 \text{ mol Zn}}{1 \text{ s}}$$

$$\times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 2028 \text{ g Zn}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

## ۱۰۸- گزینه «۲»

(امین نوروزی)

واکنش‌های دوم و سوم جزو واکنش‌های اکسایش - کاهش نمی‌باشند. چون

طی واکنش عدد اکسایش هیچ اتمی تغییری نکرده است.

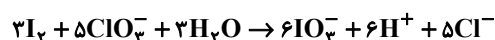
واکنش ۱ و ۴: از روش اکسایش - کاهش موازنه را انجام می‌دهیم. همین

تغییر عدد اکسایش عنصر کاهنده را ضریب اکسنده و تغییر عدد اکسایش

اکسنده را ضریب کاهنده قرار می‌دهیم.

در واکنش ۱:  $I_2$ ، ۱۰ درجه اکسایش و در  $ClO_3^-$ ،  $Cl$ ، ۶ درجه کاهش

یافته لذا موازنه به شکل زیر است:



که مجموع ضرایب گونه‌ها در این واکنش برابر با ۲۸ است.

موازنه واکنش چهارم به شکل زیر است:



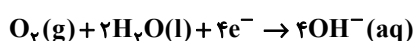
۲۸ - ۶ = ۲۲ که مجموع ضرایب برابر ۶ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۲ و ۵۲)

## ۱۰۹- گزینه «۴»

(هادی مهری‌زاده)

نیم‌واکنش کاهش در آهن گالوانیزه و حلی به صورت زیر می‌باشد:



(حالت فیزیکی آب در نیم‌واکنش کاهش، مایع است.)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

## ۱۱۰- گزینه «۴»

(محمدرضا پورفاویر)

ابتدا باید غلظت محلول  $HNO_3$  (به عنوان یک اسید قوی) را به دست

آوریم:

$$pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2} = 0.01 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [HNO_3] = [H^+] = 0.01 \text{ mol.L}^{-1}$$

به این ترتیب مقدار گاز  $CO_2$  حاصل از واکنش اول به صورت زیر محاسبه

خواهد شد:

$$3 \text{ L محلول} \times \frac{0.01 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol HNO}_3}$$

$$= 0.03 \text{ mol CO}_2$$

از آنجا که در طی فرایند هال به ازای تولید هر ۳ مول  $CO_2$  ۱۲ مول

الکترون مبادله می‌شود، برای تعیین تعداد الکترون‌های مبادله شده در این

فرایند (که با تولید ۰/۰۳ مول  $CO_2$  همراه است) خواهیم داشت:

$$0.03 \text{ mol CO}_2 \times \frac{12 \text{ mol } e^-}{3 \text{ mol CO}_2} \times \frac{6.02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-} = 72.24 \times 10^{21}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)



## شیمی ۲

## گزینه «۱»

(امیدرضا چغری نژاد)

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) کشف و درک خواص یک ماده جدید پرچمدار توسعه فناوری است، نه توسعه پایدار.

ت) انسان نفت را از عناصر سازنده‌اش نمی‌سازد، بلکه فقط نفت را استخراج می‌کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱ تا ۴)

## گزینه «۴»

(علیرضا کیانی دوست)

ابتدا a, b و c را به دست می‌آوریم.

$${}_{26}X^{3+} : [Ar] 3d^5$$

$$a = 5$$

$$\frac{I=1}{I=0} = \frac{{}_2p^6 + {}_3p^6}{1s^2 + {}_2s^2 + {}_3s^2} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$Y^+ : [Ar] 3d^1 \Rightarrow {}_{29}Y$$

$$\frac{I=1}{I=0} = \frac{12}{6} = 2 = d$$

$${}_{34}Q^{2-} \quad \text{و} \quad {}_{31}W^{3+} : [Ar] 3d^1 \Rightarrow e = 10$$

$$\frac{I=1}{I=0} = \frac{12}{2}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست؛ زیرا  ${}_{29}Y$  از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.

گزینه «۲»: نادرست؛ زیرا  ${}_{31}W$  و  ${}_{26}X \leftarrow {}_{30}, {}_{29}, {}_{28}, {}_{27}$  که با ۴ عنصر فلزی

با توجه به متفاوت بودن تعداد الکترون‌های  $I=2$  یا  $3d$ ، نسبت شمار الکترون‌های  $I=2$  به نسبت شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی  $I=1$  به  $I=0$  در این عناصر متفاوت است.

گزینه «۳»: نادرست؛ زیرا یون پایدار  ${}_{35}Br^-$ ،  ${}_{36}e$  دارد در حالی که مجموع اعداد ردیف دوم جدول ۳۵ است.

گزینه «۴»: درست؛ زیرا در:

$$\frac{c}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\frac{12}{6} = 2$$

$$\frac{6}{12} = 1$$

$$\frac{6}{6} = 1$$

نسبت  $\frac{b}{d}$  برابر است با:

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

## گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

شعاع اتم‌ها از بالا به پایین در گروه‌ها زیاد و از چپ به راست در دوره‌ها کم می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

## گزینه «۳»

(شهرزاد معرفت‌انزری)

طبق اصل آفبا عنصری که آرایش الکترونی آن به  $5p^3$  ختم شود آرایش الکترونی زیر را دارد:

$$1s^2 / 2s^2 / 2p^6 / 3s^2 / 3p^6 / 3d^{10} / 4s^2 / 4p^6 / 4d^{10} / 5s^2 / 5p^3$$

$$2+6+10=18$$

که در لایه چهارم خود ۱۸ الکترون دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\left. \begin{aligned} X^{2+} \rightarrow 3p^6 \Rightarrow x=6 \quad \dots \quad 3p^6 \quad 4s^2 : 20e \\ Y^{2-} \rightarrow 3p^6 \Rightarrow y=6 \quad \dots \quad 3p^6 \quad 4s^2 : 16e \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\Delta_e = 20 - 16 = 4$$

$${}_{24}Cr : [18Ar] 3d^5 4s^1, {}_{19}K : [18Ar] 4s^1$$

$${}_{29}Cu : [18Ar] 3d^{10} 4s^1$$

$${}_{25}Mn : [18Ar] 3d^5 4s^2, {}_{33}As : [18Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^3$$

دارای زیرلایه نیم پر هستند.

(۴) اگر بعد از جدا کردن ۳ الکترون، ۲۶ الکترون باقی بماند، پس عنصر A دارای ۲۹ الکترون بوده است.

$$A : [18Ar] 3d^{10} 4s^1 \rightarrow A^+ : [18Ar] 3d^{10}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۶)

## گزینه «۲»

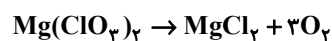
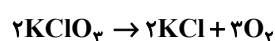
(هری بخاری پور)

با توجه به قوانین جدول تناوبی، هر چه فلز سمت چپ‌تر و پایین‌تر جدول تناوبی باشد، قدرت آن بیشتر است و فلز قوی‌تر و فعال‌تر می‌تواند فلز ضعیف‌تر موجود در ترکیب را خارج کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

## گزینه «۱»

(امین نوروزی)



اگر جرم‌های برابر m از پتاسیم کلرات و منیزیم کلرات وارد واکنش شده باشند، داریم:

$$m g KClO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KClO_3}{122.5 g KClO_3} \times \frac{1/5 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } KClO_3}$$

$$\times \text{ خلوص } KClO_3 = m g Mg(ClO_3)_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Mg(ClO_3)_2}{191 g Mg(ClO_3)_2} \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } Mg(ClO_3)_2}$$

$$\times \text{ خلوص } KClO_3 = \text{ خلوص } Mg(ClO_3)_2$$

$$= \frac{3}{1/5} \times \frac{122.5}{191} \approx 1/28$$

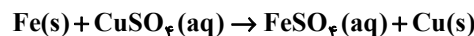
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه ۲۱)



## ۱۱۷- گزینه «۴»

(پیمان فواوی میز)

معادله واکنش فلز آهن با محلول مس (II) سولفات به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) کانی کلسیم کربنات به رنگ زرد و کانی منگنز (II) کربنات به رنگ صورتی است.

(۲) آهن پرمصرف ترین فلز جهان است.

(۳) آهن (II) هیدروکسید با سدیم کلرید واکنش نمی‌دهد.

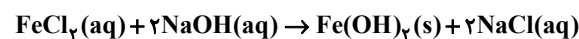
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

## ۱۱۸- گزینه «۴»

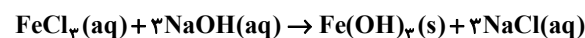
(محمدرضا پوریاوید)

واکنش‌های انجام شده به صورت زیر خواهند بود:

تشکیل رسوب سبز رنگ:



تشکیل رسوب قهوه‌ای رنگ:

اگر مقدار مول  $\text{Fe(OH)}_3$  و  $\text{Fe(OH)}_2$  را به ترتیب  $x$  و  $y$  در نظر

بگیریم. جرم کلریدهای آهن در مخلوط اولیه برابر هستند با:

$$x \text{ mol Fe(OH)}_3 \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_3}{1 \text{ mol Fe(OH)}_3} \times \frac{162.5 \text{ g FeCl}_3}{1 \text{ mol FeCl}_3}$$

$$= 162.5x \text{ g FeCl}_3$$

$$y \text{ mol Fe(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_3}{1 \text{ mol Fe(OH)}_2} \times \frac{162.5 \text{ g FeCl}_3}{1 \text{ mol FeCl}_3}$$

$$= 162.5y \text{ g FeCl}_3$$

حال با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان گفت:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2x \\ 162.5x + 162.5/2y = 90.4 \Rightarrow 162.5x + 162.5/2(2x) = 90.4 \\ \Rightarrow 452x = 90.4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

به این ترتیب برای تعیین درصد جرمی  $\text{FeCl}_3$  در مخلوط اولیه خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم FeCl}_3}{\text{جرم مخلوط اولیه}} \times 100 = \frac{162.5 \times 4}{90.4} \times 100 \approx 72$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه ۱۹)

## ۱۱۹- گزینه «۴»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در گروه ۱۸ جدول تناوبی آرایش لایه ظرفیت هلیوم با سایر گازهای نجیب متفاوت است.

(۲) اگر عنصری در لایه ظرفیت خود الکترون‌های با  $l=1$  داشته باشد حتماًجزء دسته  $p$  است. در دسته  $p$ ، لایه ظرفیت به صورت  $ns^2 np^x$  که  $x$ از ۱ تا ۶ متغیر است. حال با توجه به این که  $l=0$  و  $l=1$  لایه ظرفیتبرابر است پس این عنصر همان  $\text{Si}$  با آرایش الکترونی  $3s^2 3p^2$  است

که نمی‌تواند یون تک اتمی تشکیل دهد.

(۳) شکننده و سطح کدر به نافلزات اشاره دارد و چون حالت فیزیکی جامد

است، منظور نافلزهای فسفر و گوگرد هستند.

$$\frac{2}{8} \times 100 = 25\%$$

(۴) یک ویژگی مشترک نافلزها به اشتراک گذاشتن الکترون است. (عنصر

کربن مثالی از نافلزات است که به آنیون تبدیل نمی‌شود.)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

## ۱۲۰- گزینه «۱»

(هاری مهری زاده)

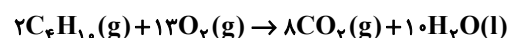
$$\text{خالص } \frac{60 \text{ g NaHCO}_3}{100 \text{ g NaHCO}_3} \times 168 \text{ g NaHCO}_3 = 100.8 \text{ g CO}_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$= 52.8 \text{ g CO}_2$$

$$\text{CO}_2 \text{ چگالی} = \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{حجم CO}_2} = \frac{52.8}{24} = 2.2 \text{ g.L}^{-1}$$

معادله موازنه شده واکنش (II) به صورت زیر است:



$$\text{مقدار عملی} \times 100 = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

$$\Rightarrow 80 = \frac{52.8}{x} \times 100 \Rightarrow x = 66 \text{ g CO}_2$$

$$? \text{ L C}_2\text{H}_6 = 66 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{4 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L C}_2\text{H}_6}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} = 8 \text{ L C}_2\text{H}_6$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)



شیمی ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(میلاد شیخ الاسلامی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ برای پیدا کردن رمز و راز هستی علاوه بر مطالعه خواص و رفتار ماده، برهمکنش نور با ماده نیز کمک کننده است.

(۲) نادرست؛ برخی (و نه تمام) دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده است.

(۳) نادرست؛ یکی از وظایف فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ تشخیص ترکیب شیمیایی موجود در اتمسفر ۴ سیاره بیرونی سامانه خورشیدی بود و نه ترکیب شیمیایی درون آن‌ها.

(۴) درست؛ منظور از جهان مادی، جهان کنونی است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱ و ۲)

۱۲۲- گزینه «۲»

(هاری مهدی زاده)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) نماد اتمی تکنسیم ( $^{99}_{43}\text{Tc}$ ) می‌باشد.

ب) یون یدید با یون حاوی تکنسیم اندازه مشابهی دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه ۷)

۱۲۳- گزینه «۳»

(امین نوروزی)

$^{12}\text{C} \Rightarrow$  جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر  $= 12 \times 2 = 24$

$^{13}\text{Al} \Rightarrow$  دومین عنصر گروه ۱۳  $p = 13$   
 $e = 13$

$\Rightarrow p + e =$  جرم اتمی ایزوتوپ سنگین  $= 26$

$M = \frac{(7 \times 24) + (2 \times 26)}{9} = 24 / 44$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۴- گزینه «۴»

(پارسا عیوض‌پور)

بررسی عبارات نادرست:

(آ) جرم اتمی میانگین هر عنصر، مجموع (درصد فراوانی هر ایزوتوپ  $\times$  جرم اتمی ایزوتوپ) برای تمام ایزوتوپ‌ها است.

ب) اتمی با نماد فرضی  $X$  با اتمی که عدد اتمی آن ۳۴ باشد هم گروه است

و عنصری با نماد فرضی  $Z$  می‌تواند یون پایدار  $Z^{2-}$  را تشکیل دهد.

ت) هر گروه (و نه دوره) شامل عنصرها با خواص شیمیایی مشابه است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

۱۲۵- گزینه «۲»

(پارسا عیوض‌پور)

$\text{FeSO}_4 = 152 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (56 + 32 + 4 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  جرم مولی

$\text{H}_2\text{SO}_3 = 82 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (2 \times 1 + 32 + 3 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  جرم مولی

$\frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_3}{82 \text{ g H}_2\text{SO}_3} \times \frac{6 \text{ mol اتم}}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_3} \times \text{جرم}$

$= 40 \text{ g FeSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol FeSO}_4}{152 \text{ g FeSO}_4} \times \frac{4 \text{ mol O}}{1 \text{ mol FeSO}_4}$

$x = 14 / 38$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

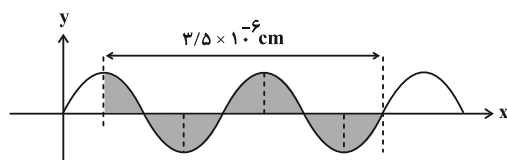
۱۲۶- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی‌دوست)

بررسی موارد نادرست:

الف) نور سفید خورشید به هنگام خروج از منشور شامل بی‌نهایت طول موج رنگی است.

ت) فاصله مشخص شده معادل  $\frac{y}{4} \lambda$  است.



$\frac{y}{4} \lambda = 3 / 5 \times 10^{-6} \text{ cm}$

$\Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-6} \text{ cm}$

$2 \times 10^{-6} \text{ cm} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{10^9 \text{ nm}}{1 \text{ m}} = 20 \text{ nm}$

بنابراین موج A در ناحیه فرابنفش قرار می‌گیرد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)



## ۱۲۷- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

چون جرم یک پروتون به تقریب برابر جرم یک نوترون است و از آنجایی که در این اتم تعداد نوترون ها ۲ برابر تعداد پروتون ها می باشد، پس داریم:

$${}^Z_Z X \text{ در اتم } \Rightarrow \begin{cases} \text{تعداد } p = Z \\ \text{تعداد } n = 2Z - Z = Z \end{cases}$$

$$m_n = 2m_p \Rightarrow \frac{m_n}{m_p} = 2$$

جرم پروتون ها جرم نوترون ها

$$\frac{\text{جرم الکترون } (m_e)}{\text{جرم نوترون } m_n} = \frac{\frac{1}{1800} m_p}{2m_p} = \frac{1}{3600}$$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

## ۱۲۸- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

هر یک مول گلوکز حاوی ۶ مول اتم اکسیژن است.

جرم گلوکز را  $m_1$  در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد } O = m_1 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \\ \times \frac{6 \text{ mol } O}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \times \frac{N_A \text{ O}}{1 \text{ mol } O} = \frac{m_1 N_A}{30} \end{aligned}$$

هر یک مول پروپان حاوی ۸ مول اتم هیدروژن است.

جرم پروپان را  $m_2$  در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد } H = m_2 \text{ g } C_3H_8 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{44 \text{ g } C_3H_8} \\ \times \frac{8 \text{ mol } H}{1 \text{ mol } C_3H_8} \times \frac{N_A \text{ H}}{1 \text{ mol } H} = \frac{8m_2 N_A}{44} = \frac{2m_2 N_A}{11} \\ \text{تعداد } O = 2 \times (\text{تعداد } H) \Rightarrow \frac{m_1 N_A}{30} = \frac{2m_2 N_A}{11} \times 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m_1 = 10/9 m_2$$

$$m_1 - m_2 = 42 \xrightarrow{m_1 = 10/9 m_2} \rightarrow$$

$$10/9 m_2 - m_2 = 42 \Rightarrow 1/9 m_2 = 42 \Rightarrow m_2 = 4/24$$

$$\text{جرم نمونه گلوکز} = m_1 = 10/9 m_2$$

$$\xrightarrow{m_2 = 4/24} m_1 = 10/9 \times 4/24 = 46/24$$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی: صفحه های ۱۳ تا ۱۹)

## ۱۲۹- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

عبارت های (الف)، (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت ها:

(الف) گلوکز نشان دار برای تشخیص سرطان کاربرد دارد و برای درمان آن به کار نمی رود.

(ب) فراوانی رادیوایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در نیروگاه ها به کار می رود در نمونه طبیعی آن کمتر از ۰/۷ درصد است.

(پ) ایزوتوپ های پرتوزا اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر ذره های پرتوزی مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می کنند.

(ت) نماد شیمیایی نخستین عنصر ساخت بشر (تکنسیم Tc) همانند فراوان ترین عنصر سازنده سیاره زمین (آهن Fe) دو حرفی است.

(ث)

$$\left. \begin{aligned} &{}^1_1\text{H} : \text{سنگین ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن} \\ &\Rightarrow \text{تعداد نوترون ها} = 1 - 1 = 0 \\ &{}^3_1\text{H} : \text{سبک ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن} \\ &\Rightarrow \text{تعداد نوترون ها} = 3 - 1 = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{6}{2} = 3$$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی: صفحه های ۵ تا ۹)

## ۱۳۰- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۵ با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب برابر ۷، ۱۵، ۳۳، ۵۱ و ۸۳ است که عدد اتمی ۳۳ مربوط به عنصری است که با عنصر  ${}^{31}_{15}\text{P}$  هم دوره است.

۱۵	← ۳	۱۸
-		${}^2_2\text{He}$
${}^7_7\text{N}$		${}^{10}_{10}\text{Ne}$
${}^{15}_{15}\text{P}$		${}^{18}_{18}\text{Ar}$
${}^{33}_{33}\text{As}$		${}^{36}_{36}\text{Kr}$
${}^{51}_{51}\text{Sb}$		${}^{54}_{54}\text{Xe}$
${}^{83}_{83}\text{Bi}$		${}^{86}_{86}\text{Rn}$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی: صفحه های ۹ تا ۱۳)