



دفترچه پاسخ

آزمون ۲۴ شهریور ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	امیر حسین ابومحبوب - کاظم اجلالی - عباس اشرفی - امیر هوشنگ انصاری - میلاد چاشمی - عادل حسینی - آریان حیدری - امیر هوشنگ خمسه وحید راحتی - میلاد سجادی لاریجانی - علی شهرابی - محمد صحت کار - رضا علی نواز - مهرداد ملوندی - میلاد منصوری - سروش موثینی جهانبخش نیکنام
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - جواد حاتمی - سید محمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - محمد خندان - کیوان دارابی - رضا عباسی اصل - احمد رضا فلاح - سهام مجیدی پور - نوید مجیدی - نصیر محبی نژاد - مجید محمدی نویسی - علیرضا نصرالهی - محمد هجری سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - جواد حاتمی - سید محمد حسینی فرد - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سید وحید ذوالفقاری - ندا صالح پور محمد صحت کار - احمد رضا فلاح - مرتضی فهیم علوی - نیلوفر مهدوی - محمد هجری - مهدی وقوعی
فیزیک	معصومه افضلی - احسان ایرانی - زهره آقامحمدی - امیر مهدی جعفری - امیر علی حاتم خانی - بهنام رستمی - محمد ساکی - مهدی سلطانی سعید شرق - مریم شیخ ممو - پوریا علاقه مند - مسعود قره خانی - مصطفی کیانی - غلامرضا محبی - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی - حسین مخدومی - حسام نادری - حسین ناصحی
شیمی	امیر حاتمیان - ارژنگ خانلری - حمید ذبحی - علی رفیعی - محمد رضا زهره وند - آروین شجاعی - امیر حسین طیبی - سودکلایی رسول عابدینی زواره - حسین ناصری نانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی مهدی ملازمضاتی	عادل حسینی	عادل حسینی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱ ۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه ۱» ۱-

(ویدر راضی)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\Delta\pi}{4}} \frac{[\sin x] + 2}{\cos 2x - 1} = \frac{[-\frac{\sqrt{2}}{2}] + 2}{0 - 1} = \frac{-1 + 2}{-1} = -1$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۲)

گزینه ۱» ۲-

(سروش موئینی)

$$\lim_{x \rightarrow n^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow n^+} x[x] = \lim_{x \rightarrow n^+} \frac{n^2}{n(n-1)} = \frac{n^2}{n(n-1)} = \frac{n}{n-1} = 1/0.2$$

$$\lim_{x \rightarrow n^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow n^-} x[x] = \lim_{x \rightarrow n^-} \frac{n^2}{n(n-1)} = \frac{n^2}{n(n-1)} = \frac{n}{n-1} = 1/0.2$$

$$\lim_{x \rightarrow n^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow n^-} x[x] = \lim_{x \rightarrow n^-} \frac{n^2}{n(n-1)} = \frac{n^2}{n(n-1)} = \frac{n}{n-1} = 1/0.2$$

مجموع ارقام $\Rightarrow n = 51$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

گزینه ۳» ۳-

(میلاد سبازی لاریجانی)

$$g(x) = \sqrt{f(x)} \Rightarrow D_g = \{x \in D_f \mid f(x) \geq 0\}$$

$$\Rightarrow D_g = [-4, 2] \cup [4, +\infty)$$

از آنجا که برای وجود حد باید دامنه تابع در همسایگی نقطه مورد نظر

تعریف شده باشد، با توجه به نمودار برای نقاط صحیح $\{-4, 2, 4\}$ همسایگی

محذوف در دامنه تابع تعریف نشده است و تابع در این نقاط حد ندارد.

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه ۱۱۹)

گزینه ۱» ۴-

(میلاد پاشمی)

از آنجایی که در نزدیکی عدد صفر همواره $x^2 > x^3$ است، پس $x^2 - x^3 > 0$ است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x^2 - x^3 + 3) = \lim_{t \rightarrow 3^+} g(t) = \lim_{t \rightarrow 3^+} \left[\sin\left(\frac{3\pi}{t}\right) \right]$$

$$= [\sin \pi^-] = [0^+] = 0$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۰)

گزینه ۴» ۵-

(آریان هیدری)

دامنه تابع را بدست می‌آوریم:

$$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$x - \frac{1}{x} \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 1$$

پس نهایتاً دامنه تابع برابر است با:

$$D_f = (-1, 1) - \{0, \pm \frac{1}{x}\}$$

واضح است که این بازه در نقاط $\pm \frac{1}{x}$ و $x = 0$ دارای همسایگی محذوف ودر نقاط $x = \pm 1$ دارای همسایگی یک‌طرفه است پس:

$$\begin{cases} m = 0 \text{ یا } \frac{1}{x} - \frac{1}{x} \\ n = 1 \text{ یا } -1 \end{cases}$$

$$m \times n = 0 \text{ یا } \frac{1}{x} - \frac{1}{x}$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه ۱۳۶)

گزینه ۳» ۶-

(سروش موئینی)

چون حد مخرج صفر و حاصل حد، عددی حقیقی است، پس حد صورت هم

صفر است.

$$3 - \sqrt{3+b} = 0 \Rightarrow \sqrt{3+b} = 3 \Rightarrow 3+b = 9 \Rightarrow b = 6$$

و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x+6}}{x-3} = a \xrightarrow{\text{ضرب در مزدوج}}$$



دقت کنید گزینه «۳» نادرست است، زیرا f در نقاط $x=1$ و $x=2$ ناپیوسته است.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

(عباس اشرفی)

۹- گزینه «۳»

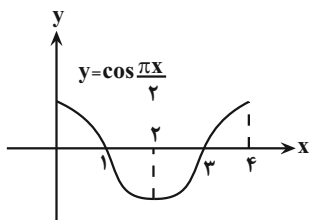
اگر f تابعی پیوسته و در همسایگی $x=a$ اکیداً نزولی، به شرط این که مقدار $f(a)$ عددی صحیح باشد، تابع $y=[f(x)]$ در این نقطه فقط پیوستگی چپ دارد.

تابع $y=x^3+x$ و $y=-\frac{1}{x}$ در همسایگی $x=1$ اکیداً صعودی هستند و

تابع $y=x^2-2x$ در همسایگی چپ $x=1$ اکیداً نزولی و در همسایگی راست $x=1$ اکیداً صعودی است.

با رسم نمودار تابع $y=\cos\frac{\pi x}{2}$ متوجه می‌شویم که این تابع در همسایگی

$x=1$ اکیداً نزولی است و تابع $h(x)$ در $x=1$ فقط از چپ پیوسته است.



(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

(رضا علی‌نواز)

۱۰- گزینه «۳»

باید حد تابع f در $x=1$ با مقدار تابع در نقطه $x=1$ برابر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \pi x + \cos 2\pi x}{\sin^2 \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \pi x + 2 \cos^2 \pi x - 1}{1 - \cos^2 \pi x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2 \cos \pi x - 1)(\cos \pi x + 1)}{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)} = \frac{-2 - 1}{1 - (-1)} = \frac{-3}{2} = f(1) = a$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (x+6)}{x^2(x-3)(x+\sqrt{x+6})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2(x-3)(x+\sqrt{x+6})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+\sqrt{x+6}} = a = \frac{5}{6}$$

$$\text{پس } a+b = \frac{5}{6} + 6 = \frac{41}{6}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۴)

(عادل حسینی)

۷- گزینه «۴»

می‌دانیم روابط زیر برقرار است:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow |\sin x| = \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} & ; \sin x \geq 0 \\ \sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} & ; \sin x < 0 \end{cases}$$

حال برای حد داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}$$

$$= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 - \cos x} \times \sqrt{1 + \cos x}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{-\sqrt{1 - \cos^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{-\sqrt{1 - \cos x} \times \sqrt{1 + \cos x}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

چون مقادیر حد چپ و راست برابر نیستند، حاصل حد وجود ندارد.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۴)

(علی شهرابی)

۸- گزینه «۱»

تابع f در بازه $[1, 2]$ پیوسته است، زیرا:

اولاً در تمام نقاط بازه $(1, 2)$ پیوسته است.

ثانیاً در $x=1$ ، پیوستگی راست دارد.

ثالثاً در $x=2$ ، پیوستگی چپ دارد.



هندسه ۲

۱۱- گزینه «۲»

(مفهر هیری)

طبق نامساوی مثلثی داریم: (۱) $15 - 8 < a < 15 + 8 \Rightarrow 7 < a < 23$

در مثلث حاده الزاویه، مربع طول هر ضلع از مجموع مربعات طول‌های اضلاع

دیگر کمتر است، پس داریم: $a^2 < 8^2 + 15^2 = 289 \Rightarrow a < 17$

$$\xrightarrow{a \text{ عدد صحیح است}} a \leq 16 \quad (2)$$

$$15^2 < a^2 + 8^2 \Rightarrow a^2 > 15^2 - 8^2 = 161$$

$$\xrightarrow{a \text{ عدد صحیح است}} a \geq 13 \quad (3)$$

بدیهی است $8^2 < a^2 + 15^2$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow 13 \leq a \leq 16$$

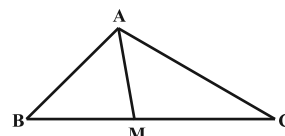
بنابراین چهار مقدار صحیح برای a وجود دارد.

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۷۶)

۱۲- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

$$\Rightarrow 7^2 + 9^2 = 2AM^2 + \frac{10^2}{2}$$

$$\Rightarrow 130 = 2AM^2 + 50 \Rightarrow AM^2 = 40 \Rightarrow AM = 2\sqrt{10}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

۱۳- گزینه «۲»

(سیرمهرشا عسینی فرد)

اگر S مساحت و P نصف محیط این مثلث باشد، آنگاه طبق قضیه هرون داریم:

$$P = \frac{12 + 17 + 25}{2} = 27$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{27 \times 15 \times 10 \times 2}$$

$$= \sqrt{3^3 \times (3 \times 5) \times (2 \times 5) \times 2} = \sqrt{2^2 \times 3^4 \times 5^2} = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۱۴- گزینه «۲»

(یوار غاتمی)

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{B}$$

$$\Rightarrow \sin(\hat{A} + \hat{C}) = \sin(180^\circ - \hat{B}) = \sin \hat{B} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{1}{3}$$

اگر شعاع دایره محیطی مثلث ABC را با R نمایش دهیم، آنگاه طبق

قضیه سینوس‌ها داریم:

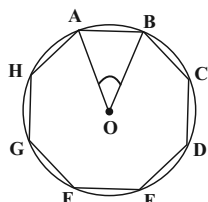
$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = 2R \Rightarrow \frac{5}{\frac{1}{3}} = 2R \Rightarrow 2R = 15 \Rightarrow R = 7.5$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۵- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

مطابق شکل داریم:



$$\angle AOB = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin(\angle AOB)$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\text{هشت ضلعی}} = 8 S_{AOB} = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۱۶- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 4^2 \times 5 + 6^2 \times 3 = AD^2 \times 8 + 3 \times 5 \times 8$$

$$\Rightarrow 80 + 108 = 8AD^2 + 120 \Rightarrow 8AD^2 = 68 \Rightarrow AD^2 = \frac{17}{2}$$

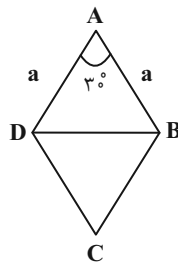
$$\Rightarrow AD = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)



۱۷- گزینه «۳»

(افشین فاضل‌نار)



فرض کنید طول هر ضلع لوزی برابر a باشد. طبق قضیه کسینوس‌ها در

مثلث ABD داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 9(2 - \sqrt{3}) = a^2 + a^2 - 2 \times a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 9(2 - \sqrt{3}) = a^2(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow a^2 = 9$$

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

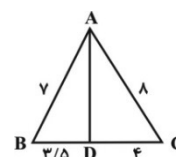
$$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} a \times a \times \frac{1}{2} = \frac{a^2}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۳)

۱۸- گزینه «۲»

(نوبر ممیری)



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{8} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BD}{BD + DC} = \frac{7}{7 + 8}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{7/5} = \frac{7}{15}$$

$$\Rightarrow BD = 3/5 \Rightarrow DC = 4$$

در مثلث ABC ، طول نیمساز زاویه داخلی A برابر است با:

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC = 7 \times 8 - 3/5 \times 4 = 56 - 12/5 = 42$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{42}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۹- گزینه «۴»

(مهمرب هجری)

مطابق تعریف چهارضلعی محاطی، دو زاویه \hat{D} و \hat{B} مکمل یکدیگرند.

$$\cos \hat{B} = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{1}{8}$$

حال طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث‌های ADC و ABC داریم:

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cos \alpha \quad (1)$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2AB \cdot BC \cos \alpha \quad (2)$$

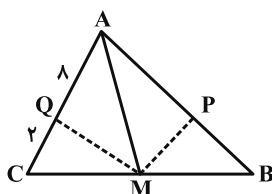
$$(1), (2) \Rightarrow 7^2 + 7^2 - 2 \times 7 \times 7 \times \frac{1}{8} = x^2 + 6^2 + 2 \times x \times 6 \times \frac{1}{8}$$

$$7x^2 + 3x - 27 = 0 \Rightarrow (7x + 9)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 3$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۲۰- گزینه «۴»

(نوبر ممیری)



چون MP و MQ به ترتیب نیمسازهای زاویه‌های AMB و AMC

هستند، بنابر قضیه نیمسازهای زوایای داخلی خواهیم داشت:

$$\Delta_{AMB}: MP \text{ نیمساز است} \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB}$$

$$\Delta_{AMC}: MQ \text{ نیمساز است} \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC}$$

چون $MC = MB$ ، پس سمت راست تساوی‌های بالا با هم برابرند و از این‌رو

سمت چپ تساوی‌ها نیز برابر خواهند شد، یعنی $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ در نتیجه:

$$\frac{AP}{AP + PB} = \frac{AQ}{AQ + QC} \Rightarrow \frac{AP}{9} = \frac{8}{10} \Rightarrow AP = 7/2$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)



آمار و احتمال

گزینه «۱» - ۲۱

(سید وید زوالفقاری)

به هر یک از افراد یا اشیا که داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود، واحد آماری و به مجموعه کل آنها، جامعه آماری گفته می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۴)

گزینه «۳» - ۲۲

(مرتضی فعیم علوی)

در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، پس از طبقه‌بندی جامعه به زیرجامعه‌های مجزا، از هر طبقه، یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌کنیم.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

گزینه «۱» - ۲۳

(نیلوفر مهدوی)

برای بررسی رضایت مردم تهران از وسایل نقلیه عمومی از روش مصاحبه استفاده می‌کنیم اما گردآوری داده‌ها در سایر گزینه‌ها با روش مشاهده امکان‌پذیر است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

گزینه «۲» - ۲۴

(ندرا صالح‌پور)

با توجه به تعاریف، «الف» و «ت» صحیح می‌باشند.

«ب» فرآیند نتیجه‌گیری درباره پارامترهای جامعه بر اساس نمونه را آمار استنباطی گوئیم.

«پ» برای بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری نااریب ارزش بالایی دارد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۴، ۱۱۰ و ۱۱۵)

گزینه «۴» - ۲۵

(امیرحسین ابومصوب)

انحراف معیار برآورد میانگین یک نمونه برابر انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازه نمونه است. بنابراین اگر $n_1 = 25$ و $n_2 = 225$ فرض شود، آنگاه داریم:

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1}} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}} = \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} \Rightarrow \frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{1/8} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{225}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{x}_2} = 0/6$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۲۱)

گزینه «۴» - ۲۶

(پوار فاطمی)

با توجه به اینکه از بین ۲۴۰ عدد، ۲۰ عدد انتخاب شده است، پس اعداد به گروه‌های ۱۲ تایی ($\frac{240}{20} = 12$) تقسیم شده‌اند. از طرفی $9 \times 12 + 7 = 115$ است، بنابراین شماره n امین عدد انتخابی از رابطه $7 + 12(n-1)$ به دست می‌آید و در نتیجه داریم:

$$43 = 7 + 36 = 7 + 12(4-1) = 12(4-1) + 7 = \text{چهارمین عدد انتخابی}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

گزینه «۲» - ۲۷

(سید ممد رضا حسینی فرد)

گزاره (الف) درست است؛ زیرا وسط بازه اطمینان همان برآورد نقطه‌ای یا آماره حاصل از نمونه‌گیری است.

گزاره (ب) نادرست است؛ زیرا بدون معلوم بودن اندازه نمونه، نمی‌توان انحراف معیار جامعه را مشخص کرد.

گزاره (پ) درست است؛ زیرا طول بازه اطمینان ۴ برابر انحراف معیار میانگین است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)



۲۸- گزینه «۲»

(نیلوفر مهری)

برآورد بازه‌ای با اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

است، حال اگر بازه اطمینان به صورت $[a, b]$

باشد، مرکز این بازه به صورت $\bar{x} = \frac{a+b}{2}$ و طول آن به صورت

$$b - a = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

است.

$$\bar{x} = \frac{46/8 + 47/6}{2} = 47/2$$

$$47/6 - 46/8 = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0/8 = \frac{4 \times \sqrt{121}}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow 0/8 = \frac{44}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 55 \Rightarrow n = 55^2$$

$$\sum x_i = n\bar{x} = 55^2 \times 47/2 = 1180 \times 11/2$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۲۲)

۲۹- گزینه «۳»

(نیلوفر مهری)

$$\bar{x} = \frac{2+3+4+7+9}{5} = 5$$

میانگین جامعه:

نمونه سه تایی	برآورد نقطه‌ای میانگین
۲, ۳, ۴	۳
۲, ۳, ۷	۴
۲, ۳, ۹	۴/۶۷
۲, ۴, ۷	۴/۳۳
۲, ۴, ۹	۵
۲, ۷, ۹	۶
۳, ۴, ۷	۴/۶۷
۳, ۴, ۹	۵/۳۳
۳, ۷, ۹	۶/۳۳
۴, ۷, ۹	۶/۶۷

بنابراین برآورد نقطه‌ای میانگین ۵ نمونه سه تایی از میانگین واقعی کمتر

است. اگر پیشامد مورد نظر را با A نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{5}{10} = 0/5$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

۳۰- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

میانۀ اعداد ۰ تا N ، همواره برابر $\frac{N}{2}$ است، زیرا در صورتی که N زوج

باشد، تعداد اعداد یعنی $N+1$ فرد است و داده $\frac{N}{2}$ دقیقاً وسط داده‌ها قرار

می‌گیرد، پس میانه است و در صورتی که N فرد باشد، تعداد اعداد زوج است

و در نتیجه میانه برابر میانگین دو داده وسط یعنی $\frac{N-1}{2}$ و $\frac{N+1}{2}$ است که

برابر $\frac{N}{2}$ می‌باشد. با توجه به این که تعداد اعداد انتخابی برابر ۱۲ است، پس

میانۀ داده‌ها برابر میانگین داده‌های ششم و هفتم است و در نتیجه داریم:

$$\text{میانۀ} = \frac{13+15}{2} = \frac{28}{2} \Rightarrow \frac{N}{2} = \frac{28}{2} \Rightarrow N = 28$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲۵)



فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۲»

(مسئله ناهشی)

شار مغناطیسی یک کمیت نرده‌ای است. همچنین طبق رابطه شار مغناطیسی داریم:

$$\Phi = AB \cos \theta$$

$$\text{یکای شار} = T \cdot m^2 = Wb$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III و IIIA)

۳۲- گزینه «۲»

(غلامرضا مصی)

برای به دست آوردن شار ابتدا مساحت حلقه را حساب می‌کنیم:

$$A = 40 \times 20 \times 10^{-4} m^2 = 8 \times 10^{-2} m^2$$

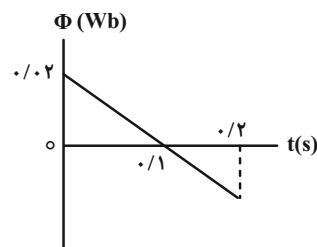
$$\theta = 60^\circ$$

$$\Phi = BA \cos \theta = 10 \times 8 \times 10^{-2} \times \frac{1}{2} = 0.4 Wb$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III و IIIA)

۳۳- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

چون نمودار $\Phi - t$ به صورت یک خط راست با شیب منفی است، بنابهرابطه $\varepsilon = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ، نیروی محرکه القایی در تمام لحظه‌های بازه زمانیصفر ثانیه تا ۰/۲ s (از جمله لحظه $t = 0.5 s$) عددی ثابت و مثبتمی‌باشد. بنابراین کافی است، شیب این خط را که برابر $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ است، بیابیم و ε_{av} را پیدا کنیم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \Phi_1 = 0.2 Wb, \Phi_2 = 0, N=1 \rightarrow t_1=0, t_2=0.1s$$

$$\varepsilon_{av} = -1 \times \frac{0 - 0.2}{0.1 - 0} = \frac{0.2}{0.1} = 0.2 V$$

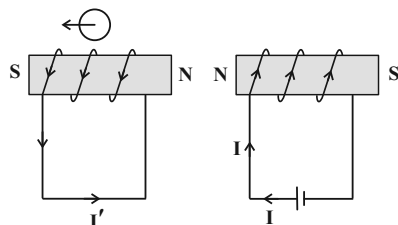
(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های IIIA تا IIIB)

۳۴- گزینه «۳»

(پوریا علاقه‌مند)

وقتی کلید را می‌بندیم طبق قانون لنز در سیم‌لوله سمت چپ، قطب N و S

به صورت زیر قرار می‌گیرد و قطب‌نما سمت چپ را نشان می‌دهد.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های IIIB و IIIC)

۳۵- گزینه «۳»

(بهنام رستمی)

ابتدا مدت زمانی را که طول می‌کشد تا قاب به‌طور کامل داخل میدان قرار

گیرد، می‌یابیم:

$$d = vt \Rightarrow 0.5 = \Delta t \Rightarrow t = 0.1 s$$

حال طی این مدت تغییرات شار و نیروی محرکه القایی برابر است با:

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad N=1, \Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 \rightarrow \Delta t = 0.1 s$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{-1 \times (\Phi_2 - \Phi_1)}{0.1} \quad \Phi_2 = 0.5 \times 0.4 \times 20 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-3} Wb \rightarrow \Phi_1 = 0$$

$$\bar{\varepsilon} = -1 \times \left(\frac{4 \times 10^{-3} - 0}{0.1} \right) = -0.04 V$$

به طریق مشابه و به دلیل تقارن، هنگام خارج شدن نیز نیروی محرکه القایی

۰/۰۴ V در حلقه ایجاد می‌شود.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های IIIA تا IIIB)



۳۶- گزینه «۳»

(معصومه افشلی)

با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم:

$$\left. \begin{aligned} |\varepsilon| &= B\ell v \\ I &= \frac{|\varepsilon|}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I = \frac{B\ell v}{R}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{(5000 \times 10^{-4}) \times (40 \times 10^{-2}) \times 4}{R} \Rightarrow R = 0.4 \Omega$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

و جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۳۹ و ۵۰)

۳۷- گزینه «۲»

(زهره آقاممدری)

در مرحله (a) حلقه در حال ورود به میدان و شار مغناطیسی عبوری از آن

در حال افزایش است. در مرحله (b) شار ثابت است و در مرحله (c) شار

در حال کاهش است.

در مرحله (c) چون شار در حال کاهش است پس میدان القایی برون‌سو

است و با توجه به قاعده دست راست جهت جریان القایی در حلقه

پادساعتگرد است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۳۸- گزینه «۲»

(مریم شیخ‌ممو)

با توجه به معادله $I = 6 \sin 100\pi t$ ، بیشینه جریان الکتریکی برابر $I_m = 6A$ است. بنابراین داریم:

$$U_m = \frac{1}{2} LI_m^2 \xrightarrow{L=0.2H} U_m = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 36 = 3.6 J$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳ و ۱۲۵)

۳۹- گزینه «۳»

(امیرمهری جعفری)

با توجه به جهت نشان داده شده برای I_1 ، مولد جریان به مدت $\frac{T}{2}$ درجهت ساعتگرد در مدار جریان ایجاد می‌کند. سپس به مدت $\frac{T}{2}$ در جهتپادساعتگرد و دوباره به مدت $\frac{T}{2}$ در جهت ساعتگرد در مدار جریان ایجاد

می‌کند. با توجه به جهتی که دیود در مدار قرار گرفته است، در لحظاتی که

مولد در جهت ساعتگرد جریان ایجاد می‌کند، دیود با جریان گذرنده

مخالفت کرده و در نتیجه جریانی از R نمی‌گذرد. پس از ۰ تا $\frac{T}{2}$ و از $\frac{T}{2}$ تا T جریانی نمی‌گذرد و تنها از $\frac{T}{2}$ تا T جریان از مدار عبورمی‌کند. لذا نمودار مربوط به جریان I_2 شبیه نمودار گزینه «۳» صحیح

است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۳ و ۱۲۵)

۴۰- گزینه «۳»

(مهمر سالی)

با توجه به داده‌ها داریم:

$$N_1 = 60 \quad N_2 = 180$$

$$V_1 = ? \quad V_2 = 4/5 V$$

با جای گذاری در رابطه داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{4/5 V}{V_1} = \frac{180}{60} \Rightarrow V_1 = 1/5 V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)



شیمی ۲

۴۱- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فراورده به دست آمده سیر شده است ولی هیدروکربن نیست.

(۲) شمار اتم‌های متصل به هر اتم کربن از ۳ به ۴ افزایش می‌یابد.

(۴) از بسیار حاصل (پلی وینیل کلرید) در تهیه کیسه نگهداری خون استفاده می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه ۱۰۴)

۴۲- گزینه «۱»

(عمید زبئی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ درصد جرمی کربن در هر دو برابر است.

مورد دوم: نادرست؛ تعداد اتم‌ها در جرم‌های برابر از دو پلیمر یکسان است.

مورد سوم: نادرست؛ چگالی هر دو کوچک‌تر از 1 g.cm^{-3} است.

مورد چهارم: نادرست؛ شاخه‌ها باعث ایجاد فاصله بین زنجیرها و کاهش سطح تماس می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۶ و ۱۰۷)

۴۳- گزینه «۳»

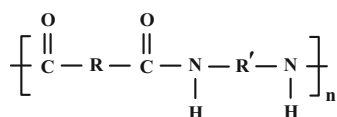
(معمدرضا زهره‌وند)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ پلی‌اتن شاخه‌دار همان پلی‌اتن سبک و پلی‌اتن بدون شاخه همان پلی‌اتن سنگین می‌باشد که در پلی‌اتن سبک به دلیل وجود فضاهای خالی بین شاخه‌ها و حجم بیشتر، چگالی کمتر بوده و همچنان نیروی بین مولکولی در آن ضعیف‌تر است، از این‌رو نقطه جوش پایین‌تری دارد.

(۲) نادرست؛ در واکنش استری شدن، الکل‌ها H و کربوکسیلیک اسیدها OH از دست می‌دهند.(۳) درست؛ مونومر سازنده پلیمر مورد نظر، $\left(\text{CH}_2 = \text{CH} - \text{C}(\text{CH}_3)_2 \right)_n$ می‌باشد که دارای ۱ پیوند دوگانه و ۷ پیوند یگانه است.

(۴) نادرست؛ کولار یک پلی‌آمید است و ساختار کلی پلی‌آمیدها به صورت زیر می‌باشد.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۶، ۱۰۸ و ۱۱۴)

۴۴- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

در هر واحد تکرارشونده تفلون ۴ اتم فلوئور وجود دارد، اگر در هر زنجیر پلیمری آن ۳۲۰۰ اتم فلوئور باشد، پس تعداد واحد تکرارشونده برابر ۸۰۰ خواهد بود $\left(n = \frac{3200}{4} \right)$ و جرم مولی هر زنجیر پلیمری آن برابر $[(C \times 2) + (F \times 4)] \times 800 = 80000$ خواهد بود.

$$\frac{1 \text{ mol تفلون}}{80000 \text{ g تفلون}} \times 40 \text{ g تفلون} = \text{درشت مولکول ؟}$$

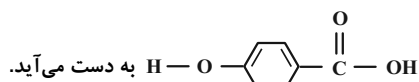
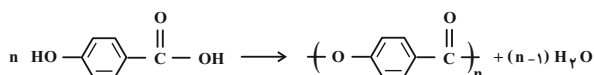
$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ درشت مولکول}}{1 \text{ mol تفلون}} = 3/01 \times 10^{20}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۴۵- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

یک نوع پلی‌استر است که از پلیمری شدن

فرمول مولکولی مونومر آن $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3$ است و در هر واحد مونومری آن ۲۰ پیوند اشتراکی وجود دارد. همچنین به ازای تشکیل هر واحد تکرارشونده یک مولکول آب تولید می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

۴۶- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی سوزگلایی)

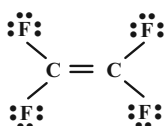
همه موارد درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: هر دو گروه عاملی کربوکسیلیک اسید و آمین در این ترکیب وجود دارد.

مورد دوم: این مولکول هیدروژن متصل به اتم‌های نیتروژن و اکسیژن دارد و می‌تواند با مولکول‌های خودش پیوند هیدروژنی برقرار کند.

مورد سوم: در این مولکول همانند مونومر تفلون (تترافلوئورواتن)، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

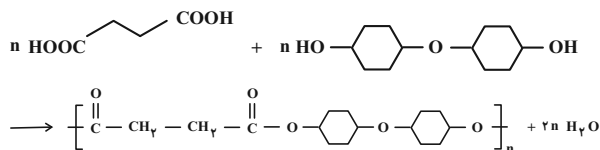




(امیرمسین طیبی سورکلایی)

۴۹- گزینه «۴»

واکنش تشکیل پلی استر:



$$\text{پلی استر } 236 \text{ g A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{118 \text{ g A}} \times \frac{1 \text{ mol استر}}{n \text{ mol A}} = ? \text{ پلی استر g}$$

$$\times \frac{296 \text{ n g پلی استر}}{1 \text{ mol پلی استر}} = 592 \text{ g پلی استر}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

(امیر ماتیان)

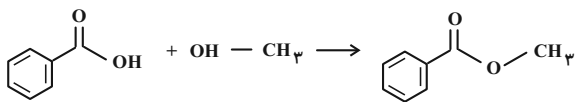
۵۰- گزینه «۴»

همه عبارت‌ها درست هستند.

فرمول مولکولی ترکیب‌های (۱) تا (۶) به ترتیب C_8H_8 ، $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}$ ، $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}_2$ ، $\text{C}_8\text{H}_8\text{COOH}$ ، $\text{C}_8\text{H}_8\text{CHO}$ و $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}_2$ است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول:



عبارت دوم: ترکیب (۴) به دلیل داشتن پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری دارد.

عبارت سوم: ترکیب‌های (۱) و (۲) ایزومر یکدیگر هستند و فرمول مولکولی آن‌ها C_8H_8 است. فرمول مولکولی ترکیب (۳) نیز به صورت C_8H_8 است. با توجه به برابری تعداد اتم‌های کربن در هر سه مولکول بدون انجام محاسبه می‌توان گفت که چون جرم مولی ترکیب‌های (۱) و (۲) بیشتر از ترکیب (۳) است؛ پس درصد جرمی اتم کربن در ترکیب (۳) بیشتر از درصد جرمی کربن در ترکیب‌های (۱) و (۲) است.

عبارت چهارم: اختلاف تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های (۱) و (۳) همانند ترکیب‌های (۴) و (۶) برابر ۲ است.

عبارت پنجم: ترکیب (۳) همان استیرین است که از پلیمر آن در ساخت ظروف یکبار مصرف استفاده می‌شود و پلیمر نشان داده شده نیز ساختار پلی‌استیرین را نشان می‌دهد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۱۱ تا ۱۱۶)

مورد چهارم: فرمول مولکولی این ترکیب، $\text{C}_{14}\text{H}_{16}\text{O}_4\text{N}_4$ می‌باشد و نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به کربن در آن با مولکول بنزن (C_6H_6) برابر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۴۷- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی سورکلایی)

آب + استر \rightarrow الکل + کربوکسیلیک اسید

$$\frac{\text{جرم مولی استر} \times \text{ضریب استر}}{\text{جرم مولی آب} \times \text{ضریب آب}} = \text{جرم استر}$$

$$= \frac{1 \times M}{1 \times 18} = 8 \Rightarrow M = 144 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

فرمول عمومی استرها، $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ است.

$$144 = 12n + 2n + 32 \Rightarrow 112 = 14n \Rightarrow n = 8$$

در نتیجه استر ۸ کربنه بوده، به این معناست که الکل و اسید اولیه در مجموع ۸ اتم کربن دارند. الکل A و اسید B را به ترتیب $\text{C}_a\text{H}_{2a+2}\text{O}$ و $\text{C}_b\text{H}_{2b}\text{O}_2$ فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} a+b=8 \\ b=2a+2-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \Rightarrow \text{C}_3\text{H}_8\text{O} \text{ پروپانول} \\ b=5 \Rightarrow \text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2 \text{ پنتانویک اسید} \end{cases}$$

در نتیجه نام استر حاصل پروپیل پنتانوات خواهد بود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۳)

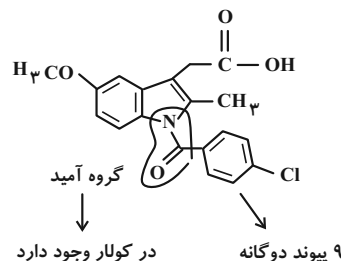
۴۸- گزینه «۱»

(ارژنگ شانلری)

در ترکیبات آلی

$$\begin{cases} \text{به ازای هر اکسیژن، ۲ جفت ناپیوندی} \\ \text{به ازای هر نیتروژن، ۱ جفت ناپیوندی} \\ \text{به ازای هر کلر، ۳ جفت ناپیوندی} \end{cases} \Leftarrow 12 \text{ جفت الکترون ناپیوندی}$$

داریم.

فرمول کلی ترکیب: $\text{C}_{19}\text{H}_{16}\text{ClNO}_4$ 

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)



ریاضی ۱

گزینه ۲» ۵۱

(امیرمسین ابومصوب)

علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود که اولین مرحله آن همان جمع‌آوری اعداد و ارقام است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۳)

گزینه ۲» ۵۲

(میلاد منصوری)

میزان رضایت از شغل به صورت کم، متوسط و زیاد، دسته‌بندی می‌شود و متغیر کیفی ترتیبی است، تعداد فرزندان یک خانواده، متغیر کمی گسسته، جنسیت فرد، متغیر کیفی اسمی و میزان دمای هوا، متغیر کمی پیوسته است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

گزینه ۳» ۵۳

(سروش موثینی)

سرعت حرکت یک خودرو، متغیر کمی پیوسته، گروه خون متغیر کیفی اسمی، مراحل رشد متغیر کیفی ترتیبی و تعداد فرزندان متغیر کمی گسسته است، بنابراین در گزینه ۳ تمام متغیرهای چهارگانه موجود هستند.

در گزینه ۱ هر دو متغیر «جنسیت» و «شغل» کیفی اسمی، متغیر «سن» کمی پیوسته و متغیر «میزان تحصیلات» کیفی ترتیبی است.

در گزینه ۲ هر دو متغیر «جنسیت» و «شغل» کیفی اسمی، متغیر «وزن» کمی پیوسته و متغیر «تعداد فرزندان» کمی گسسته است.

در گزینه ۴ هر دو متغیر «رنگ چشم» و «گروه خون» کیفی اسمی، متغیر «تعداد تماس‌ها» کمی گسسته و متغیر «مراحل تحصیل» کیفی ترتیبی است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

گزینه ۲» ۵۴

(مهرادر ملونری)

برای آنکه مجموع ۳ عدد، عددی زوج باشد یا باید هر ۳ عدد زوج باشند و یا یکی از آنها زوج و دو عدد دیگر فرد باشند. با توجه به اینکه مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی شامل ۴ عدد زوج و ۵ عدد فرد است، داریم:

$$n_1 = \binom{4}{3} = 4 \quad \text{هر ۳ عدد زوج}$$

$$n_2 = \binom{5}{2} \times \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40 \quad \text{دو عدد فرد و یک عدد زوج}$$

$$\Rightarrow n = n_1 + n_2 = 4 + 40 = 44$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه ۱» ۵۵

(مهمر صدت‌کار)

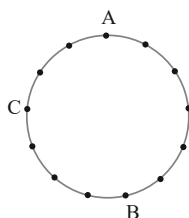
توجه کنید که نمی‌توانیم از رقم صفر استفاده کنیم؛ زیرا در صورت استفاده باید رقم صدگان عدد صفر باشد که امکان‌پذیر نیست. هر بار پس از انتخاب ۳ رقم متمایز از بین ارقام ۱ تا ۹، فقط ۲ عدد مطلوب می‌توانیم بسازیم، مثلاً با ارقام ۹ و ۲ و ۷ می‌توان اعداد ۲۷۹ و ۲۹۷ را ساخت. در نتیجه تعداد

$$n = \binom{9}{3} \times 2 = 84 \times 2 = 168 \quad \text{اعداد طبیعی مورد نظر برابر است با:}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه ۱» ۵۶

(امیرهوشنگ انصاری)



چهارضلعی‌های شامل AC + چهارضلعی‌های شامل AB

$$\binom{5}{2} + \binom{6}{2} = 10 + 15 = 25$$

$$\binom{9}{2} + \binom{2}{2} = 36 + 1 = 37$$



(موردار ملونری)

۵۹- گزینه «۱»

فرض کنید $P(A \cup B) = x$ باشد. در این صورت $P(A) = \frac{1}{3}x$ و

$$P(B) = \frac{2}{3}x \text{ هستند و داریم:}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}x$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{1}{6}x}{x} = \frac{1}{6}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

(موانبش نیکنام)

۶۰- گزینه «۳»

$$n(S) = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$$

«الف»: کلمه ۴ حرفی که «ن» جزء حروف انتخابی نباشد.

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$$

«ب»: کلمه ۴ حرفی که «ن» جزء حروف انتخابی باشد و حرف اول و آخر نباشد.

$$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} - \frac{2}{4} - \frac{1}{4}$$

به 4×3 طریق حرف اول و آخر پر می‌شود.

۲ جا برای حرف «ن» و ۲ حالت برای یک حرف باقی مانده:

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48 \Rightarrow P = \frac{24 + 48}{120} = \frac{3}{5}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

چهارضلعی‌های شامل AC, AB -

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

جواب = ۵۹

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۵۷- گزینه «۲»

(امیر هوشنگ فمسه)

به سه طریق می‌توان خواسته مسئله را برآورده کرد:

«الف»: در هر جامدادی ۲ مداد قرار دهیم:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 90$$

«ب»: در یک جامدادی ۴ تا و در دوتای دیگر ۱ مداد می‌گذاریم:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 90$$

«پ»: در جامدادی‌ها به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ مداد بگذاریم:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 360$$

$$360 + 90 + 90 = 540$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۵۸- گزینه «۳»

(امیر حسین ابومصوب)

برای اینکه حاصل ضرب سه عدد طبیعی، عددی اول باشد، لازم است دو تا از

آنها برابر یک و دیگری اول باشد پس مثلاً تاس اول می‌تواند ۲، ۳ یا ۵ بیاید

و در دو تاس دیگر عدد یک رو شود و همین طور عدد اول مورد نظر می‌تواند

در حالت‌های دیگر در تاس دوم یا سوم قرار گیرد. پس تعداد حالت‌ها برابر

$$n(A) = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{216} = \frac{1}{24} \text{ است با:}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)



فیزیک ۱

۶۱- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

ابتدا دمای سلسیوس را به کلوین تبدیل می‌کنیم و سپس از رابطه

$$W = -nR\Delta T$$

 $\Delta T = \Delta \theta$ است، می‌توان دمای کلوین را به سلسیوس تبدیل نمود.

$$T_f = \theta_f + 273 = 27 + 273 = 300\text{K}$$

$$W = -nR(T_f - T_i) = \frac{T_i = 400\text{K}}{n=2\text{mol}} \rightarrow$$

$$W = -2 \times 8.314 \times (300 - 400) = 16628\text{J}$$

می‌بینیم کار انجام شده بر روی گاز ۱۶۰۰۰ J است، بنابراین کار انجام شده

توسط گاز $W' = -W = -16628\text{J}$ خواهد بود.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰ و دما و گرما: صفحه ۱۲۲)

۶۲- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم انرژی درونی گاز، تابع دمای مطلق آن است. از طرف دیگر، بنابه

رابطه $PV = nRT$ ، $PV \propto T$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$U \propto T \propto PV \Rightarrow U \propto PV \Rightarrow \frac{U_f}{U_i} = \frac{P_f V_f}{P_i V_i}$$

$$\frac{P_f = 2 \times 10^5 \text{ Pa}, V_f = 3 \text{ L}}{P_i = 6 \times 10^5 \text{ Pa}, V_i = 1 \text{ L}} \rightarrow \frac{U_f}{U_i} = \frac{2 \times 10^5 \times 3}{6 \times 10^5 \times 1} = 1$$

$$\Rightarrow U_f = U_i$$

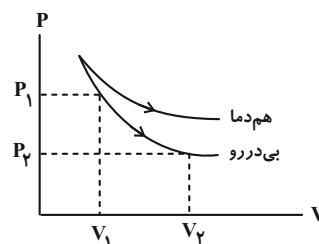
(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه ۱۲۲ و ترمودینامیک: صفحه ۱۳۰)

۶۳- گزینه «۳»

(پوریا علاقه‌مند)

اگر نمودار $P-V$ فرایند هم‌دما و بی‌دررو را رسم کنیم، به صورت زیر

خواهد شد.



همان‌طور که مشخص است در انبساط بی‌دررو فشار کاهش می‌یابد و چون افت فشار در فرایند بی‌دررو بیشتر از هم‌دما است طبق نمودار، دما کاهش می‌یابد لذا انرژی درونی در فرایند بی‌دررو کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۸)

۶۴- گزینه «۳»

(امسان مسمری)

در هر دو فرایند، حالت اولیه و حالت نهایی یکسان است پس:

$$\Delta U_a = \Delta U_b$$

همچنین در هر دو فرایند دما افزایش یافته است:

$$\Delta U_a = \Delta U_b > 0$$

$$\Delta U = Q + W$$

از طرفی طبق قانون اول ترمودینامیک:

$$Q_a + W_a = Q_b + W_b$$

پس:

$$Q_a + W_a = Q_b + W_b$$

چون فرایندها انبساطی هستند $W_a < 0$ و $W_b < 0$ و همچنین چونمساحت زیر نمودار b بیشتر از a است پس: $|W_b| > |W_a|$ است. بهاین ترتیب، $Q_b > Q_a$ و هر دو فرایند با دریافت گرما همراه هستند.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۶۵- گزینه «۲»

(مسین مفرومی)

گزینه «۲» درست است. زیرا (الف) و (ت) صحیح می‌باشند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) دستگاه روی محیط کار انجام می‌دهد.

(پ) از a تا b ، انرژی درونی افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

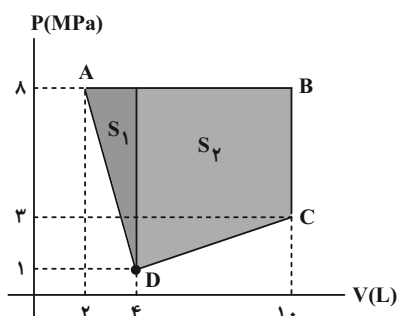
۶۶- گزینه «۴»

(امیرمحمودی انزابی)

مساحت محصور در فرایند چرخه‌ای ABCDA همان اندازه کار مبادله

شده بین گاز و محیط است. با تبدیل شکل چرخه به یک دوزنقه و یک مثلث،

مساحت را محاسبه می‌کنیم:





اکنون از مساحت زیر نمودار داریم:

$$|W_1| = \frac{(P + P') \times \frac{2}{3} V}{2} \xrightarrow{(2)} |W_1| = \frac{4}{3} PV$$

$$|W_2| = P \times \frac{2}{3} V = \frac{2}{3} PV$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{2}{3} PV < W_{ab} < \frac{4}{3} PV$$

توجه داریم که چون فرایند ab و فرایندهای (۱)، (۲) تراکم‌اند، پس W در این فرایندها مثبت است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۷)

(امسان مسمری)

گزینه «۳» - ۶۹

طبق قانون دوم ترمودینامیک در یک چرخه، تمام گرمای دریافت شده به کار تبدیل نمی‌شود. اما در یک فرایند تمام گرما می‌تواند به کار تبدیل شود، مثلاً در فرایند هم‌دما تمام گرمای دریافت شده به کار تبدیل می‌شود.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵، ۱۳۶ و ۱۴۶)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۴» - ۷۰

ابتدا با استفاده از تعریف بازده ماشین گرمایی، کار انجام شده در هر چرخه را می‌یابیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|W| + |Q_L|} \rightarrow \eta = \frac{|W|}{|W| + |Q_L|}$$

$$\frac{\eta = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}}{|Q_L| = 700 \text{ J}} \rightarrow \frac{3}{10} = \frac{|W|}{|W| + 700}$$

$$\Rightarrow 10|W| = 3|W| + 3 \times 700 \Rightarrow 7|W| = 3 \times 700$$

$$\Rightarrow |W| = 300 \text{ J}$$

می‌بینیم ماشین گرمایی در هر چرخه ۳۰۰ J کار انجام می‌دهد. بنابراین، ۱۲۰۰ J کار را در طی ۴ چرخه انجام خواهد داد.

کار یک چرخه \times تعداد چرخه = کار کل

$$\Rightarrow 1200 = \text{تعداد چرخه} \times 300 \Rightarrow \text{تعداد چرخه} = 4$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۴۵)

$$|W| = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times (8-1) \times 10^6 \times (4-2) \times 10^{-3}$$

$$+ \frac{1}{2} \times (10-4) \times 10^6 \times (5+7) \times 10^{-6}$$

$$= 7 \times 10^3 + 36 \times 10^3 = 43 \text{ kJ}$$

چون چرخه ساعتگرد است، کار خالصی که گاز روی محیط انجام داده است،

$$W' = 43 \text{ kJ}$$

مثبت است و داریم:

و لذا گزینه «۴» پاسخ صحیح است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

(مسعود قره‌شانی)

گزینه «۳» - ۶۷

بر اساس معادله حالت داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

از آنجا که مقادیر n و R ثابت هستند هر چقدر حاصل ضرب PV بزرگ‌تر باشد، دما نیز بیشتر است.

$$\begin{cases} P_C V_C = 2 \times 2 / 5 = 5 \\ P_B V_B = 1 / 5 \times 3 = 4 / 5 \\ P_D V_D = 2 / 5 \times 1 / 8 = 4 / 5 \end{cases}$$

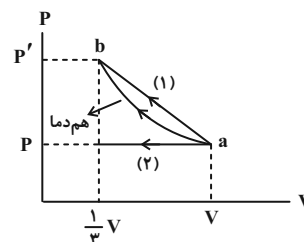
$$\Rightarrow P_C V_C > P_B V_B = P_D V_D \Rightarrow T_C > T_B = T_D$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

(زهره آقاممیری)

گزینه «۲» - ۶۸

ابتدا نمودار $P-V$ این فرایند را رسم می‌کنیم. در نمودار $P-V$ مساحت زیر نمودار برابر قدرمطلق کار انجام شده است. با توجه به شکل مشخص است که کار فرایند هم‌دما ab از کار فرایند (۱) کوچک‌تر و از کار فرایند (۲) بزرگ‌تر است. پس داریم:



$$W_2 < W_{ab} < W_1 \quad (1)$$

از طرفی چون فرایند ab هم‌دما است پس داریم:

$$T_a = T_b \xrightarrow{PV=nRT} P_a V_a = P_b V_b \xrightarrow{V_a=V, V_b=\frac{1}{3}V} \frac{P_a}{P_b} = \frac{V_b}{V_a} = \frac{1}{3}$$

$$PV = \frac{1}{3} P'V \Rightarrow P' = 3P \quad (2)$$



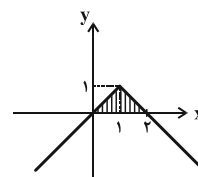
حسابان ۲

گزینه ۴» ۷۱

(میلار سیاری لاریبانی)

$$g(2x) = 1 - f(2x - 1) \Rightarrow g(x) = 1 - f(x - 1) = 1 - |x - 1|$$

با انتقال یک واحد نمودار تابع f به سمت راست، قرینه کردن آن نسبت به محور x ها و سپس انتقال یک واحد آن به بالا، نمودار تابع $y = g(x)$ حاصل می شود و داریم:



$$\text{مساحت سطح هاشورخورده} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۲» ۷۲

(عارل مسینی)

می دانیم تابع مورد نظر، از پاره خط هایی تشکیل شده است که شیب آن ها مثبت است. بنابراین، با توجه به اینکه $[x]$ در عدد صحیح z ناپیوسته است، برای اکیداً صعودی بودن تابع $y = 2x - k[x]$ ، کافی است حد راست آن در $x = z$ ، بزرگ تر یا مساوی با حد چپ آن در $x = z$ باشد. پس داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow z^+} (2x - k[x]) = 2z - kz \\ \lim_{x \rightarrow z^-} (2x - k[x]) = 2z - k(z-1) = 2z - kz + k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{شرط صعودی بودن} : 2z - kz \geq 2z - kz + k \Rightarrow k \leq 0$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۲» ۷۳

(علی شهرابی)

تغییرات گفته شده را به ترتیب روی تابع $y = x^3$ انجام می دهیم:

$$y = x^3 \xrightarrow{\text{واحد به چپ}} y = (x+1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } x} y = -(x+1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط عمودی با ضریب } k} y = -k(x+1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به بالا}} f(x) = -k(x+1)^3 + 2$$

نمودار تابع f از مبدأ می گذرد، پس:

$$f(0) = -k + 2 = 0 \Rightarrow k = 2$$

حال معادله $f(x) = 4$ را حل می کنیم:

$$-2(x+1)^3 + 2 = 4 \Rightarrow (x+1)^3 = -1 \Rightarrow x+1 = -1 \Rightarrow x = -2$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه های ۱ تا ۱۴)

گزینه ۲» ۷۴

(عارل مسینی)

باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ برابر است با $p(1)$:

$$p(1) = 2 \Rightarrow 1 - 3 + a - 1 = 2 \Rightarrow a = 5$$

$$\Rightarrow p(x) = x^5 - 3x^4 + 5x - 1 = (x-1)q(x) + 2$$

باقی مانده تقسیم $q(x)$ بر $x-2$ ، $q(2)$ است:

$$x = 2 : p(2) = -7 = q(2) + 2$$

$$\Rightarrow q(2) = -9$$

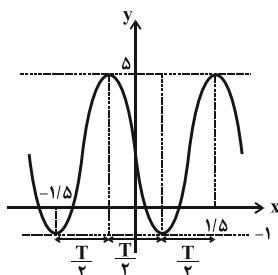
(حسابان ۲- تابع: صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

گزینه ۴» ۷۵

(میلار پاشمی)

با استفاده از اتحاد $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ داریم:

$$f(x) = a + \frac{b}{\gamma} \sin(\gamma x)$$



با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} 1/\Delta T = 3 \Rightarrow T = 2 \\ T = \frac{2\pi}{|\gamma c|} \Rightarrow |\gamma c| = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

از طرفی، مقدار a میانگین مقادیر ماکزیم و مینیمم تابع است و داریم:

$$\begin{cases} a = \frac{\Delta + (-1)}{2} = 2 \\ y_{\max} = a + \frac{|b|}{\gamma} = 2 + \frac{|b|}{\gamma} = \Delta \Rightarrow |b| = 6 \end{cases}$$

با توجه به اینکه نمودار تابع در همسایگی $x = 0$ فرم نزولی دارد، حاصل

bc و $\frac{c}{b}$ منفی هستند، بنابراین داریم:

$$\frac{ac}{b} = a \times \left(-\frac{|c|}{|b|} \right) = 2 \times \left(-\frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\pi}{6}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

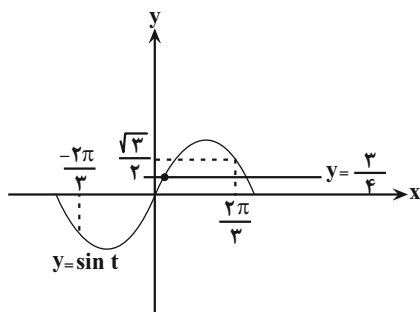
گزینه ۳» ۷۶

(کلاظم ایلائی)

می توانیم تابع f را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \tan x - 1 & ; -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ \tan x + 1 & ; 0 < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع f به صورت زیر است و برد آن به صورت $\mathbb{R} - [-1, 1]$ است.



خط $y = \frac{3}{4}$ منحنی $\sin t$ را در بازهٔ مربوطه در یک نقطه قطع می‌کند.

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(عادل حسینی)

گزینه «۱» -۷۹

$$\cos \Delta x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow \Delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \Delta x = 2k\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \Delta x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(عادل حسینی)

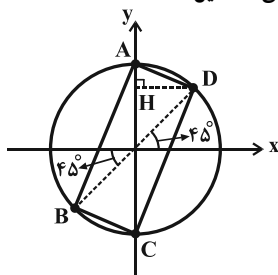
گزینه «۲» -۸۰

$$1 - \frac{\sin^2 x}{2} = \sin^2 x \Rightarrow 1 - \sin^2 x = \sin^2 x \cos x$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \cos x (\cos x - \sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

با مشخص کردن انتهای کمان جواب‌های بالا، چهارضلعی ABCD حاصل می‌شود. این چهارضلعی مستطیل است.

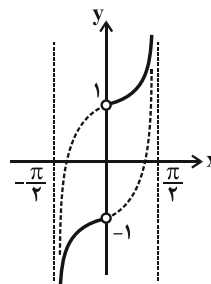


حال داریم:

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ACD} = 2\left(\frac{1}{2}AC \cdot DH\right)$$

$$\xrightarrow{AC=2, DH=\cos 45^\circ} S_{ABCD} = 2\left(\frac{1}{2}(2)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) = \sqrt{2}$$

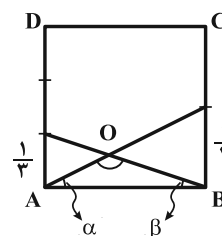
(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۲)



(مسابان ۲- مثلثات: صفحه ۳۲)

(میلاد سبازی لاریجانی)

گزینه «۲» -۷۷



در مورد مجموع زوایای داخلی مثلث AOB می‌دانیم:

$$\alpha + \beta + \hat{O} = \pi \Rightarrow \hat{O} = \pi - (\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \tan \hat{O} = \tan(\pi - (\alpha + \beta)) \Rightarrow \tan \hat{O} = -\tan(\alpha + \beta) \quad (*)$$

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{1}{1} = \frac{1}{2} \\ \tan \beta = \frac{1}{1} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = 1$$

$$\xrightarrow{(*)} \tan \hat{O} = -\tan(\alpha + \beta) \Rightarrow \tan \hat{O} = -1$$

$$\xrightarrow{0 < \hat{O} < \pi} \hat{O} = \frac{3\pi}{4}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

(امیرحوشنگ انصاری)

گزینه «۱» -۷۸

$$\text{یادآوری: } \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$\sin \frac{x}{6} \cos \frac{x}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \sin \frac{x}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \frac{x}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{1}{2}, -2\pi \leq x \leq 2\pi \xrightarrow{+3} \frac{-2\pi}{3} \leq \frac{x}{3} \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$\frac{x}{3} = t \Rightarrow \sin t = \frac{1}{2}, \frac{-2\pi}{3} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}$$



هندسه ۳

۸۱- گزینه «۴»

(کیوان دارایی)

$$\begin{cases} 3A + 2B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 6A + 4B = \begin{bmatrix} 15 & 12 \\ 21 & 42 \end{bmatrix} \\ 2A - 3B = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 4A - 6B = \begin{bmatrix} -2 & 14 \\ 18 & 10 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 13A = \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$A \text{ مجموع درایه های } = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۸۲- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

با توجه به رابطه داده شده، A لزوماً یک ماتریس 1×3 است و در نتیجه

داریم:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x & y & z \\ 2x & 2y & 2z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a + e + f = 4 + 3 + 9 = 16$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۸۳- گزینه «۳»

(غرزانه فاکپاش)

ماتریس AB در صورتی وارون پذیر نیست که $|AB| = 0$ باشد. از

طرفی $|AB| = |A| |B|$ است، پس در صورتی که $|A|$ یا $|B|$ برابر صفر باشند، ماتریس AB وارون پذیر نیست. داریم:

$$|A| = (a+2) - 6 = 0 \Rightarrow a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$|B| = 2a - (-4a) = 0 \Rightarrow 6a = 0 \Rightarrow a = 0$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ و ۲۹)

۸۴- گزینه «۲»

(مهمر شندان)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 + I = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|A^2 + I| = 2(-2) - 6(-2) = 8$$

$$(A^2 + I)^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس $(A^2 + I)^{-1}$ برابر است با:

$$\frac{1}{8}(-2 - 6 + 2 + 2) = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۳)

۸۵- گزینه «۳»

(افشین فاصه‌شان)

شرط آنکه یک دستگاه معادلات خطی جواب منحصر به فرد داشته باشد آن

است که دترمینان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد.



(افشین فاضله‌فان)

۸۸- گزینه «۳»

$$|A| = -3 \Rightarrow |A^2| = |A|^2 = -27$$

$$||A^2||A| = |-27A| = (-27)^2 |A| = (-27)^2 (-3) = (-3)^{10} = 3^{10}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(فرزانه خالکپاش)

۸۹- گزینه «۲»

اگر دترمینان ماتریس را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کنیم، داریم:

$$3(x-2)(x+2) - 2(x+3)(x-3) = 10$$

$$\Rightarrow 3(x^2 - 4) - 2(x^2 - 9) = 10$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12 - 2x^2 + 18 = 10 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(امیرحسین ابوموسیوب)

۹۰- گزینه «۴»

می‌دانیم اگر A، B و C سه ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند، آنگاه داریم:

$$|ABC| = |A||B||C|$$

از طرفی اگر k عددی حقیقی و A یک ماتریس مربعی مرتبه n باشد،

آنگاه $|kA| = k^n |A|$ است.

دترمینان ماتریس‌های A و B را برحسب ستون دوم آن‌ها محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$|A| = (-1) \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$$|B| = 1 \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = -1$$

$$ABC = 2I \Rightarrow |ABC| = |2I|$$

$$\Rightarrow |A| \times |B| \times |C| = 2^3 \times |I|$$

$$\Rightarrow 2 \times (-1) \times |C| = 8 \times 1 \Rightarrow |C| = -4$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$$\begin{vmatrix} m+5 & m \\ 2(m+1) & 3-m \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow (m+5)(3-m) - 2m(m+1) \neq 0$$

$$\Rightarrow 3m - m^2 + 15 - 5m - 2m^2 - 2m \neq 0$$

$$\Rightarrow -3m^2 - 4m + 15 \neq 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{-3}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

(نصیر مصی‌نژاد)

۸۶- گزینه «۱»

وارون وارون یک ماتریس برابر خود آن ماتریس است، پس داریم:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{-2+3} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a = -1, d = 2$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ax + dy = 1 + 2 = 3$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

(افشین فاضله‌فان)

۸۷- گزینه «۱»

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

$$|A| = (2+0-3b+3) - (2+0+3a) = 0$$

$$\Rightarrow -3a - 3b = -3 \Rightarrow a + b = 1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)



ریاضیات گسسته

۹۱ - گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

$$a^2 + b^2 \geq -4(a+b+2) \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq -4a - 4b - 8$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 4a + 4b + 8 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + 4a + 4) + (b^2 + 4b + 4) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a+2)^2 + (b+2)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر همیشه درست است و روابط همگی برگشت پذیر هستند، پس

اثبات به روش بازگشتی کامل می شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۶ تا ۸)

۹۲ - گزینه «۲»

(فرزانه فاکپاش)

طبق ویژگی های رابطه عاد کردن، اگر $a | b$ ، آنگاه a هر مضربی از b را نیز

عاد می کند و نیز اگر $a | b$ و $a | c$ ، آنگاه $a | b \pm c$. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a | 6m + 5 \xrightarrow{\times 5} a | 30m + 25 \\ a | 5m + 4 \xrightarrow{\times 6} a | 30m + 24 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a | 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۹ تا ۱۲)

۹۳ - گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

$$a = bq + r \quad (1)$$

$$a + 1 = (b + 1)(q + 1) + (r + 1) \Rightarrow a + 1 = bq + b + q + 1 + r + 1$$

$$\xrightarrow{(1)} bq + r + 1 = (bq + r + 1) + (b + q + 1)$$

$$\Rightarrow b + q + 1 = 0 \Rightarrow q = -b - 1 \Rightarrow a = b(-b - 1) + r$$

از طرفی:

$$r = r_{\max} = b - 1$$

در نتیجه داریم:

$$a = -b^2 - b + b - 1 = -b^2 - 1$$

$$\Rightarrow a + 1 = -b^2$$

پس مقسوم جدید قرینه یک عدد مربع کامل است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۹۴ - گزینه «۱»

(مهمر صمدکار)

$$\left. \begin{array}{l} 15 \quad 15 \\ a \equiv 14 \equiv -1 \Rightarrow a^2 \equiv 1 \\ 15 \quad 15 \\ b \equiv 13 \equiv -2 \Rightarrow b^3 \equiv -8 \\ 15 \quad 15 \\ c \equiv 12 \equiv -3 \Rightarrow c^4 \equiv 81 \equiv 6 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 b^3 c^4 \equiv -48 \equiv 12$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

۹۵ - گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

$$12^n + 15 \equiv 0 \Rightarrow 5^n + 1 \equiv 0 \Rightarrow 5^n \equiv -1$$

یعنی توانی از ۵ را می خواهیم که باقی مانده تقسیم آن بر ۷، برابر ۶ (یا -۱) باشد.

$$5^2 \equiv 4 \xrightarrow{\times 5} 5^3 \equiv 20 \equiv -1$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان } (2k+1)} (5^3)^{2k+1} \equiv (-1)^{2k+1} = -1 \Rightarrow 5^{6k+3} \equiv -1$$

$$\xrightarrow{(1)} n = 6k + 3$$

یعنی n عددی است که باقی مانده تقسیم آن بر ۶ برابر ۳ باشد و در نتیجه

بزرگ ترین عدد دورقمی n برابر ۹۹ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

۹۶ - گزینه «۴»

(مهمر هیری)

$$9a - 7 \equiv 2a - 3$$

مطابق فرض سؤال داریم:



(مهری وقوعی)

۹۹- گزینه «۲»

$$(3a+2)x+(2a-3)y=39$$

$$\xrightarrow{\text{شرط وجود جواب در } \mathbb{Z}} (3a+2, 2a-3) | 39$$

$$\text{فرض } (3a+2, 2a-3) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 3a+2 \xrightarrow{\times 2} d | 6a+4 \\ d | 2a-3 \xrightarrow{\times (-3)} d | -6a+9 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع}} d | 13 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 13$$

چون $39 | 13$ و $39 | 1$ ، پس با توجه به شرط وجود جواب در \mathbb{Z} ، این معادله در \mathbb{Z} همواره دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴ و ۲۶)

(غریزانه فاکپاش)

۱۰۰- گزینه «۳»

فرض کنید x کیسه ۴ کیلویی و y کیسه ۵ کیلویی برای بسته‌بندی استفاده

$$\text{شود. در این صورت داریم: } 4x+5y=123 \Rightarrow 5y \equiv 123 \Rightarrow y \equiv 3$$

$$\Rightarrow y = 4k+3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$4x+5(4k+3)=123 \Rightarrow 4x=-20k+108 \Rightarrow x=-5k+27$$

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow -5k+27 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{27}{5} \\ y \geq 0 &\Rightarrow 4k+3 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{3}{4} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

بنابراین به ۶ طریق (به تعداد مقادیر k) می‌توان ۱۲۳ کیلو شکر را در کیسه‌های ۴ و ۵ کیلویی بسته‌بندی کرد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

$$\Rightarrow 7a \equiv 4 \equiv -7 \xrightarrow{+7} a \equiv -1 \equiv 10 \pmod{7,11}$$

$$\Rightarrow a = 11k+10 \Rightarrow 4a-5 = 44k+35 \Rightarrow 4a-5 \equiv 35 \pmod{44}$$

$$\xrightarrow{22/44} 4a-5 \equiv 35 \equiv 13 \pmod{22}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۹۷- گزینه «۱»

(نیلوفر مهری)

$$46352x \equiv 8 \Rightarrow (4+6+3+5+2)x \equiv 8$$

$$\Rightarrow 20x \equiv 8 \Rightarrow 2x \equiv 8 \xrightarrow{+2} x \equiv 4 \pmod{(2,9)=1}$$

$$\Rightarrow x = 9k+4 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

در بین اعداد داده‌شده تنها عدد ۱۳ به فرم $9k+4$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۹۸- گزینه «۲»

(غریزانه فاکپاش)

فرض کنید $d = (12n+7, 5n-2)$ باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{aligned} d | 12n+7 \xrightarrow{\times 5} d | 60n+35 \\ d | 5n-2 \xrightarrow{\times 12} d | 60n-24 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 59 \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ d = 59 \end{cases}$$

بنابراین کافی است کوچک‌ترین مقدار n را محاسبه کنیم که به‌ازای آن، $d = 59$ شود.

$$59n-2 \equiv 0 \Rightarrow 59n \equiv 2 \equiv 2+2 \times 59 \equiv 120$$

$$\xrightarrow{+5} n \equiv 24 \Rightarrow n = 59k+24 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین به‌ازای $n = 24$ ، $d = 59$ است. یعنی به‌ازای هر عدد طبیعی $n \leq 23$ ،

دو عدد $12n+7$ و $5n-2$ نسبت به هم اول هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)



فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

(مسام ندری)

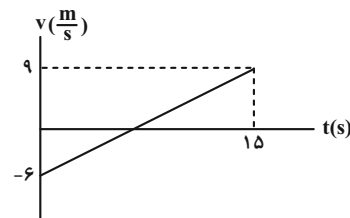
موارد (الف)، (ب) و (ت) درست و (پ) نادرست است. زیرا در لحظه t_p شیب خط مماس صفر شده اما قبل و بعد آن شیب خط مماس مثبت است یعنی سرعت مثبت است و تغییر علامت نداده است، لذا جهت حرکت تغییر نکرده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۸)

۱۰۲- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

چون نمودار سرعت- زمان به صورت خط راست می‌باشد، شتاب متحرک ثابت است. بنابراین، ابتدا شتاب متحرک را می‌یابیم و سپس با استفاده از معادله سرعت- زمان، سرعت آن را در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 5s$ پیدا می‌کنیم و در نهایت سرعت متوسط را به دست می‌آوریم.



$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v=9 \frac{m}{s}, v_0=-6 \frac{m}{s}}{t=15s, t_0=0} = \frac{15}{15} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$a = \frac{9 - (-6)}{15 - 0} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = 1 \times 1 - 6 = -5 \frac{m}{s} \\ t_2 = 5s \Rightarrow v_2 = 1 \times 5 - 6 = -1 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{-5 - 1}{2} = -3 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۰۳- گزینه «۲»

(مهری سلطانی)

قبل از آن که دو اتومبیل به یکدیگر برسند، اتومبیل A متوقف شده و سپس اتومبیل B به آن می‌رسد.

$$v_A^2 - v_0^2 = 2a_A \Delta x \Rightarrow 0 - 100 = 2 \times (-5) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x_A = 10m$$

مسافتی که باید B طی کند تا به A برسد:

$$100 - 10 = 90m$$

$$\Delta x_B = v_B \Delta t_B \Rightarrow 90 = 15 \times \Delta t_B \Rightarrow \Delta t_B = 6s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۳ تا ۵)

۱۰۴- گزینه «۳»

(اشکان مشمری)

ابتدا زمان سقوط جسم را به دست می‌آوریم:

$$H = \frac{1}{2} g T^2 \Rightarrow 31/25 = 5 T^2 \Rightarrow T^2 = 6/25 \Rightarrow T = 2/5 s$$

پس زمان رسیدن صدای شخص به فردی که پای ساختمان قرار دارد:

$$t' = \frac{H}{v_{\text{صوت}}} \Rightarrow t' = \frac{31/25}{312/5} = \frac{1}{10} s$$

و $1/5 s$ زمان واکنش شخص بود که در کل زمان باقیمانده برابر است با:

$$t = T - t' - 0/15 = 2/5 - 0/15 - 1/10 = 2/25 s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱۰۵- گزینه «۳»

(مسعود قره‌فانی)

ابتدا باید در نظر داشته باشیم $72 \frac{km}{h}$ سرعت اولیه خودرو معادل $20 \frac{m}{s}$ است و داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2a \times 80 \Rightarrow a = -2/5 \frac{m}{s^2}$$

حال برای محاسبه نیروی اصطکاک داریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow -f_k = 1000 \times (-2/5) \Rightarrow f_k = 2500 N$$

حال می‌توان نوشت:

$$F_N = mg = 1000 \times 10 = 10000 N$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{f_k}{F_N} = \frac{2500}{10000} = 0/25$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

و دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲، ۳۳ و ۳۰ تا ۳۲)

۱۰۶- گزینه «۳»

(امیرعلی فاتم‌فانی)

طبق قانون سوم نیوتون اندازه نیروی وارد بر هر دو شخص با هم برابر است. اگر دو شخص در لحظه t به هم برسند، چون v_0 آن‌ها صفر است، داریم:



$$l_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad (1)$$

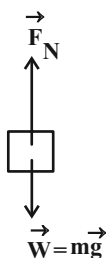
$$l_2 = \frac{1}{2} |a_2| t^2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{a_1}{|a_2|} \quad (2)$$

$$F = m_1 a_1 \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 |a_2| \Rightarrow \frac{a_1}{|a_2|} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\frac{(1), (2)}{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

و دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

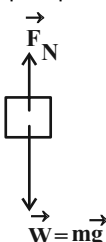


طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = ma + mg = F_{\text{max}}$$

توجه: عددی که ترازو نشان می‌دهد، F_N می‌باشد.

در انتهای حرکت، آسانسور به صورت کندشونده به سمت بالا می‌رود و اگر نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنیم داریم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = mg - ma = F_{\text{min}}$$

طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$F_{\text{max}} + F_{\text{min}} = (mg + ma) + (mg - ma) = 2mg = 1400 \text{ N}$$

$$\Rightarrow m = 70 \text{ kg}$$

$$F_{\text{max}} - F_{\text{min}} = (mg + ma) - (mg - ma) = 2ma = 280$$

$$\Rightarrow a = \frac{280}{2 \times 70} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۱- گزینه «۴»

(سعی شرق)

حالت اول: اگر فنر فشرده شود، نیروی وارد شده به جسم از طرف فنر رو به پایین و هم‌جهت با نیروی وزن جسم است. در این حالت، ترازو مجموع این دو نیرو را نشان می‌دهد. بنابراین داریم:

$$mg + kx = F_N \xrightarrow{F_N=48\text{N}} mg + kx = 48 \quad (1)$$

حالت دوم: اگر فنر کشیده شود، نیروی وارد شده به جسم از طرف فنر رو به بالا و در خلاف جهت نیروی وزن جسم است. در این حالت، ترازو تفاضل این دو نیرو را نشان می‌دهد. بنابراین داریم:

$$mg - kx = F'_N \xrightarrow{F'_N=36\text{N}} mg - kx = 36 \quad (2)$$

اکنون، می‌توان با استفاده از معادله‌های (۱) و (۲) به صورت زیر، m را به دست آورد. دقت کنید، طرفین دو معادله را با هم جمع می‌کنیم:

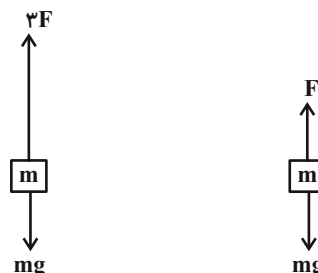
$$\xrightarrow{(1)+(2)} 2mg = 48 + 36 \Rightarrow 2m \times 10 = 84 \Rightarrow m = 4/2 \text{ kg}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۳، ۳۴، ۳۵ و ۳۶)

۱۰۷- گزینه «۳»

(امسان ایرانی)

در هر دو حالت قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



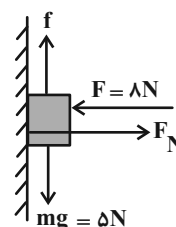
$$\begin{cases} \text{حالت اول: } F = m(g + a_1) \\ \text{حالت دوم: } 3F = m(g + a_2) \Rightarrow 3m(g + a_1) = m(g + a_2) \\ \Rightarrow 3g + 3a_1 = g + a_2 \Rightarrow a_2 = 3a_1 + 2g \Rightarrow a_2 > 3a_1 \end{cases}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۰۸- گزینه «۳»

(مریم شیخ‌ممو)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و سپس بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم و با نیروی وزن جسم مقایسه می‌کنیم تا مشخص شود جسم ساکن می‌ماند یا حرکت می‌کند.



$$F_{\text{net}x} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F = \lambda N$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s N \xrightarrow{\mu_s=0/6} f_{s,\text{max}} = 0/6 \times 8 = 4/8 \text{ N}$$

چون $mg > f_{s,\text{max}}$ است، جسم حرکت می‌کند، بنابراین در این حالت نیروی اصطکاک جنبشی به جسم وارد می‌شود که اندازه آن برابر است با:

$$f_k = \mu_k N \xrightarrow{\mu_k=0/5} f_k = 0/5 \times 8 = 4 \text{ N}$$

از طرف دیگر می‌دانیم نیرویی که دیوار بر جسم وارد می‌کند برآیند دو نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2} \Rightarrow R = \sqrt{(8)^2 + (4)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۱۰۹- گزینه «۲»

(امسان ایرانی)

در شروع حرکت، آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا می‌رود و اگر نیروهای وارد بر شخص را مشخص کنیم، داریم:

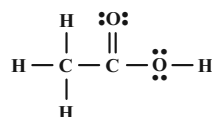


شیمی ۳

۱۱۱- گزینه «۴»

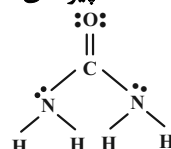
موارد (ب) و (ت) درست است.

بررسی عبارت‌ها:



الف) نادرست

$$\frac{\text{تعداد جفت } e^- \text{ پیوندی}}{\text{تعداد جفت } e^- \text{ ناپیوندی}} = \frac{8}{4} = 2$$



$$\frac{\text{تعداد جفت } e^- \text{ پیوندی}}{\text{تعداد جفت } e^- \text{ ناپیوندی}} = \frac{8}{4} = 2$$

این نسبت در هر ۲ مولکول با هم برابر است.

(ب) درست؛ ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بیماری که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود (وبا)، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

(پ) نادرست؛ فرمول شیمیایی روغن زیتون و چربی ذخیره شده در کوهان شتر به ترتیب به صورت $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$ و $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$ و اختلاف جرم مولی آن‌ها به دلیل اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن در آن‌ها است که برابر ۶ گرم بر مول است ولی در این مورد اختلاف جرم دو مول را گفته است. لذا داریم:

$$2 \times 6 = 12 \text{ g} \Rightarrow \text{اختلاف جرم دارند.}$$

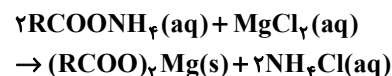
(ت) درست؛ عسل حاوی قندهایی با مولکول‌های بسیار قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل ($-\text{OH}$) دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۵)

۱۱۲- گزینه «۲»

(امیرمسین طبیی سوزگلایی)

صابون مایع فاقد اتم فلزی به این معناست که کاتیون آن NH_4^+ است. فرمول عمومی آن RCOONH_4 است. واکنش صابون با آب سخت حاوی منیزیم کلرید:



رسوب سفیدرنگ

$$\begin{aligned} &? \text{ g } (\text{RCOO})_2\text{Mg} : 1 \text{ mol } \text{RCOONH}_4 \\ &\times \frac{1 \text{ mol } (\text{RCOO})_2\text{Mg}}{2 \text{ mol } \text{RCOONH}_4} \times \frac{\text{mg}(\text{RCOO})_2\text{Mg}}{1 \text{ mol } (\text{RCOO})_2\text{Mg}} \\ &= 267 \text{ g } (\text{RCOO})_2\text{Mg} \Rightarrow m = 534 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \end{aligned}$$

R را با گروه آلکیل سیر شده بازنویسی می‌کنیم و شمار اتم‌های کربن آن را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} (\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COO})_2\text{Mg} : 2fn + 4n + 2 + 24 + 64 + 24 &= 534 \\ = 28n + 114 &= 534 \Rightarrow 28n = 420 \Rightarrow n = 15 \end{aligned}$$

از آنجایی که گروه آلکیل ۱۵ اتم کربن دارد فرمول صابون $\text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COONH}_4$ خواهد بود.

$$\frac{\text{عنصرها}}{\text{اتمها}} = \frac{4}{54} = \frac{2}{27}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۸ و ۹)

۱۱۳- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی براساس برهم کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند. بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) بخش قطبی در پاک‌کننده‌های غیرصابونی گروه SO_3^- و در صابون گروه COO^- است.

(۲) پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب‌های سخت، خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند زیرا با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در این آب‌ها واکنش نمی‌دهند.

(۳) در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی علاوه بر عنصرهای C و H عنصرهای S، O و Na نیز وجود دارند. بنابراین نمی‌توان آن‌ها را جزو هیدروکربن‌ها طبقه‌بندی کرد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۱۰ و ۱۱)

۱۱۴- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ سدیم هیدروکسید جامد یک باز آرنیوس به شمار می‌رود زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود.

ب) نادرست؛ در دمای یکسان مانند دمای اتاق برای مقایسه pH دو محلول، به غلظت محلول هم نیاز است.

پ) نادرست؛ مقدار درجه یونش اسیدها محدوده‌ای به صورت $0 < \alpha \leq 1$ دارد. (ت) درست؛ برای باز کردن لوله‌ای که با نوعی اسید چرب مسدود شده باشد می‌توان از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده کرد.

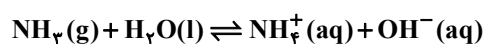
ث) درست؛ مطابق متن کتاب درسی درست است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۸ تا ۳۲)

۱۱۵- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

آمونیاک باز ضعیفی بوده و به‌طور عمده به شکل مولکولی در آب حل می‌شود و تک ظرفیتی می‌باشد.



و سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) باز قوی و تک ظرفیتی می‌باشد و در آب کامل یونیده می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) در غلظت و دمای یکسان رسانایی الکتریکی محلول لوله بازکن بیشتر از محلول شیشه پاک‌کن است. چون محلول لوله بازکن حاوی باز قوی بوده و به میزان بیشتری یونیده می‌شود.

(۳) صابون نمک سدیم اسیدهای چرب است که در اثر واکنش یک اسید چرب ضعیف با بازی قوی مانند سدیم هیدروکسید به دست می‌آید و صابون در محلول نهایی خاصیت بازی دارد.



(آروین شایعی)

۱۱۸- گزینه «۱»



$$\frac{1}{188} \text{g K}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol K}_2\text{O}}{94 \text{ g K}_2\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol K}_2\text{O}}$$

$$= 0.04 \text{ mol OH}^-$$



$$\text{pH} = 2 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{mol}_{\text{H}^+} = 10^{-2} \times 5 = 0.05 \text{ mol}$$



$$\text{mol}_{\text{H}^+ \text{ باقی مانده}} = 0.05 - 0.04 = 0.01$$

$$[\text{H}^+] \text{ باقی مانده} = \frac{0.01}{5} = 0.002 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = 3 - \log 2 = 2.7$$

$$\Delta \text{pH} = 2.7 - 2 = 0.7$$

(شیمی ۳- صفحه های ۲۳ تا ۲۹)

(امیر هاتمیان)

۱۱۹- گزینه «۳»

اسیدها را بر مبنای میزان یونشی که به هنگام حل شدن در آب دارند به اسیدهای قوی و ضعیف دسته بندی می کنند.

سایر گزینه ها مطابق متن کتاب درسی درست هستند.

(شیمی ۳- صفحه های ۱۴، ۱۹، ۳۱ و ۳۲)

(امیر حسین طیبی سورکلایی)

۱۲۰- گزینه «۳»

ابتدا مول باز MOH را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol MOH} : \frac{4}{8} \text{ g MOH} \times \frac{1 \text{ mol MOH}}{80 \text{ g MOH}}$$

$$= 6 \times 10^{-2} \text{ mol MOH}$$

سپس مولاریته این باز را محاسبه می کنیم:

$$M = \frac{n}{V} = \frac{6 \times 10^{-2} \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 3 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_b = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow \frac{1}{5} \times 10^{-3} = \frac{3 \times 10^{-2} \alpha^2}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow 20\alpha^2 = 1-\alpha \Rightarrow 20\alpha^2 + \alpha - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 - 4(-1)(20) = 81 \Rightarrow \alpha = \frac{-1 \pm 9}{40} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{4} & \text{ق ق غ} \\ \frac{8}{40} = \frac{1}{5} & \text{ق ق ق} \end{cases}$$

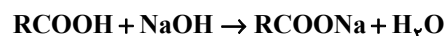
در نتیجه درجه یونش این باز ۰/۲ خواهد بود.

$$[\text{OH}^-] = 3 \times 10^{-2} \times \frac{1}{5} = 6 \times 10^{-3}$$

$$[\text{OH}^-][\text{H}^+] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{6 \times 10^{-3}} = \frac{10^{-11}}{6}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log \frac{10^{-11}}{6} = \log 6 + 11 = 11.8$$

(شیمی ۳- صفحه های ۲۸ تا ۳۰)



و رنگ کاغذ pH مرطوب را به رنگ آبی درمی آورد.

۴) در محلول آبی با تغییر غلظت یون هیدرونیوم، غلظت یون هیدروکسید نیز تغییر می کند.

(شیمی ۳- صفحه های ۱۳ تا ۳۱)

(امیر هاتمیان)

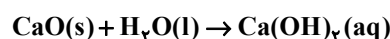
۱۱۶- گزینه «۳»

در تمام مدت زمان انجام واکنش، از شروع تا پایان قانون پایستگی جرم در یک واکنش برقرار است. در حین تعادل مجموع جرم CaO ، CO_2 و CaCO_3 برابر ۰/۲ گرم است. بنابراین:

$$m_{\text{CaCO}_3} + m_{\text{CaO}} + m_{\text{CO}_2} = 0.2 \text{ g}$$

$$\rightarrow m_{\text{CO}_2} = 0.2 \text{ g} - 0.156 \text{ g} = 44 \times 10^{-3} \text{ g}$$

اکنون از جرم CO_2 مول CaO و غلظت Ca(OH)_2 را به دست می آوریم:



$$? \text{ mol Ca(OH)}_2 = 44 \times 10^{-3} \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol Ca(OH)}_2}{1 \text{ mol CaO}} = 10^{-3} \text{ mol Ca(OH)}_2$$

$$\text{Ca(OH)}_2 \text{ غلظت } M = \frac{10^{-3}}{0.25} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{M}{\text{غلظت مولار}} \times n \times \alpha = 4 \times 10^{-3} \times 2 \times 1$$

$$= 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{8 \times 10^{-3}} = 0.125 \times 10^{-11} = 125 \times 10^{-14}$$

$$= 5^3 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log 5^3 \times 10^{-14} = 14 - 3 \log 5 = 11.9$$

(شیمی ۳- صفحه های ۱۵، ۱۶، ۲۰، ۲۱ و ۲۸)

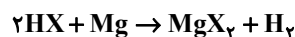
(امیر حسین طیبی سورکلایی)

۱۱۷- گزینه «۴»

همه موارد درست هستند.

بررسی همه موارد:

الف) از واکنش اسید با فلزات گاز هیدروژن آزاد می شود.



ب) اسید قوی تر هنگام واکنش با فلز با سرعت بیشتری گاز هیدروژن آزاد می کند؛ در نتیجه محلول (آ) اسید قوی تر و دارای ثابت یونش بزرگ تر است.

پ) چون محلول (آ) اسید قوی تر دارد و غلظت اولیه و دمای آن ها یکسان است می توان نتیجه گرفت pH محلول (آ) پیش از آغاز واکنش کوچک تر از محلول (ب) می باشد.

ت) هر چه اسید قوی تر باشد هنگام یونش یون های بیشتری تولید کرده و باعث افزایش رسانایی محلول می شود.

ث) فورمیک اسید نسبت به نیتریک اسید ضعیف تر است.

(شیمی ۳- صفحه ۲۴)

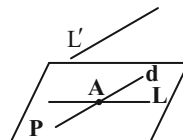


هندسه ۱

گزینه ۳ - ۱۲۱

(مپیتر مضمیری نویسی)

فرض کنید L و L' دو خط متناظر باشند. از یک نقطه واقع بر خط L ، خط d را موازی با L' رسم می‌کنیم. صفحه شامل دو خط L و d ، تنها صفحه شامل خط L است که با خط L' نیز موازی است.



(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

گزینه ۴ - ۱۲۲

(علیرضا نصراللهی)

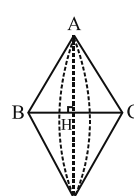
از یک نقطه غیر واقع بر یک صفحه، بی‌شمار خط موازی با آن صفحه می‌توان رسم کرد، بنابراین گزینه «۴» نادرست است.

(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

گزینه ۲ - ۱۲۳

(مهمر فخران)

اگر مثلث متساوی‌الساقینی را حول قاعده آن دوران دهیم، آنگاه مطابق شکل دو مخروط با قاعده یکسان ایجاد می‌شود که شعاع قاعده هر کدام برابر طول ارتفاع وارد بر قاعده مثلث و ارتفاع هر کدام برابر نصف طول قاعده مثلث است.

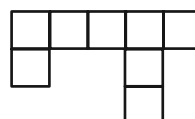


(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ مشابه تمرین ۲ (ت) صفحه ۹۶)

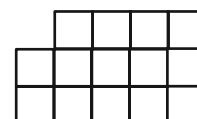
گزینه ۳ - ۱۲۴

(سرژ یقازاریان تبریزی)

تصویر نمای بالا و رو به روی این سازه به صورت شکل زیر است:



نمای بالا



نمای روبه‌رو

اگر مساحت هر مربع را با S نمایش دهیم، آنگاه داریم:

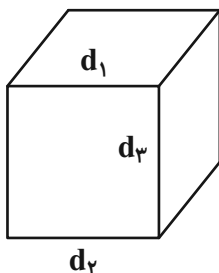
$$\frac{\text{مساحت تصویر نمای بالا}}{\text{مساحت تصویر نمای روبه‌رو}} = \frac{8S}{13S} = \frac{8}{13}$$

(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

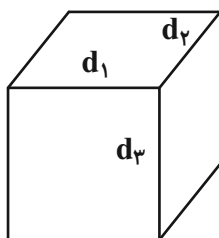
گزینه ۴ - ۱۲۵

(سوام میبری پور)

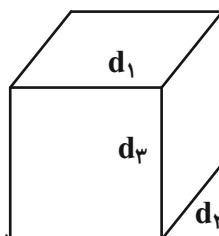
الف) در شکل زیر d_1 و d_2 عمود بر d_3 بوده و موازی یکدیگرند.



ب) در شکل زیر d_1 و d_2 عمود بر d_3 بوده و با یکدیگر متقاطع‌اند.



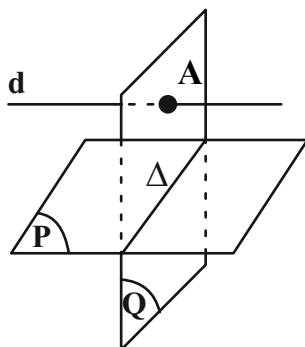
پ) در شکل زیر d_1 و d_2 عمود بر d_3 بوده و با یکدیگر متناظرند.



(هندسه ۱ - تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

گزینه ۴ - ۱۲۶

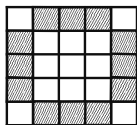
(امیرحسین ایومپور)





(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۴» ۱۲۹-



در هر کدام از وجوه این مکعب، مکعب‌های کوچکی که در شکل بالا هاشور خورده اند، دارای دو وجه رنگ شده‌اند. از طرفی هر کدام از این مکعب‌های کوچک به دو وجه مکعب بزرگ تعلق دارند. با توجه به اینکه مکعب دارای ۶ وجه است، پس تعداد این مکعب‌های کوچک برابر است با:

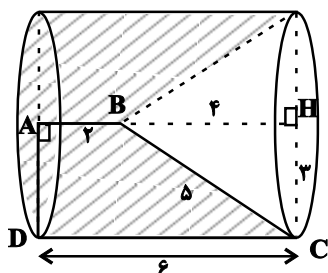
$$\frac{12 \times 6}{2} = 36$$

(هنرسه ۱- تبسم فضایی: صفحه ۹۰)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۱» ۱۳۰-

در مثلث قائم الزاویه BHC داریم:



$$BH^2 = BC^2 - CH^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow BH = 4$$

حجم حاصل از دوران دوزنقه قائم الزاویه ABCD حول ضلع AB مطابق شکل برابر تفاضل حجم یک استوانه و یک مخروط است:

$$V = \pi(AD)^2 \times DC = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi(CH)^2 \times BH = \frac{\pi}{3} \times 3^2 \times 4 = 12\pi$$

$$V = 54\pi - 12\pi = 42\pi \quad (سایه زده)$$

(هنرسه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

فرض کنید خط Δ فصل مشترک دو صفحه P و Q باشد. اگر خط d درون صفحه Q و موازی خط Δ باشد، آنگاه خط d موازی صفحه P است. اگر خط d خطی خارج از صفحه Q و موازی خط Δ باشد، آن گاه خط d با هر دو صفحه P و Q موازی است. همچنین مطابق شکل خط d می‌تواند صفحه Q را قطع کند و موازی صفحه P باشد. پس هر سه حالت گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» امکان پذیر است.

(هنرسه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

گزینه «۲» ۱۲۷-

(رضا عباسی اصل)

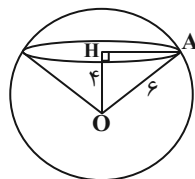
گزینه «۱»: در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست. گزینه «۲»: از هر نقطه خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحه شامل این خط بر صفحه مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است. گزینه «۳»: اگر خطی با یکی از دو خط متناظر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متناظر باشد. گزینه «۴»: از هر نقطه غیر واقع بر یک خط، بی شمار خط متناظر با آن خط می‌گذرد.

(هنرسه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

گزینه «۲» ۱۲۸-

(امیرحسین ابومصوب)

اگر مرکز دایره سطح مقطع را با H نمایش دهیم، آنگاه داریم:



$$\Delta OHA : AH^2 = OA^2 - OH^2 = 6^2 - 4^2 = 20$$

$$V_{\text{(مخروط)}} = \frac{1}{3} \pi(AH)^2 OH = \frac{1}{3} \pi \times 20 \times 4 = \frac{80\pi}{3}$$

(هنرسه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۴»

(عمید زبئی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست؛ هر اتم اکسیژن با دو اتم هیدروژن پیوند اشتراکی دارد

و با دو اتم هیدروژن از مولکول‌های مجاور پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

عبارت دوم: نادرست؛ در حلقه‌های شش ضلعی یخ، اتم‌های اکسیژن در

رأس‌ها قرار دارند.

عبارت سوم: نادرست؛ آب اغلب مواد یونی و مولکولی را در خود حل می‌کند.

عبارت چهارم: درست؛ چگالی یخ از آب کمتر است ولی نظم مولکول‌ها در

یخ از آب بیشتر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱۳۲- گزینه «۱»

(ارژنگ شانلری)

$$\text{HCl محلول} \begin{cases} C_M(\text{HCl}) = 2M \text{ (مولار)} \\ V_{(L)} = 500 \text{ mL} = 0.5L \end{cases}$$

$$4/8 \text{ g} = \text{جرم منیزیم (Mg) در واکنش}$$

تمام منیزیم در واکنش شرکت کرده است. از روی جرم منیزیم مصرفی،

تعداد مول‌های HCl مصرف شده را حساب می‌کنیم. mol HCl

مصرف شده را از mol HCl اولیه کم می‌کنیم تا mol HCl

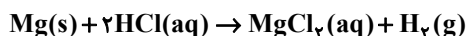
باقی‌مانده به دست آید. از رابطه $C_M = \frac{n}{V_{(l)}}$ ، برای تبدیل غلظت مولار

HCl به مول آن و برعکس استفاده می‌کنیم.

$$C_M = \frac{n}{V_{(l)}} \Rightarrow n = C_M \times V_{(l)}$$

$$\Rightarrow n = 2M \times 0.5L = 1 \text{ mol HCl}$$

محاسبه HCl مصرف شده به ازای مصرف ۴/۸ گرم منیزیم (Mg)



$$4/8 \text{ g Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24 \text{ g Mg}} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Mg}}$$

$$= 0.4 \text{ mol HCl} \text{ مصرف می‌شود}$$

محاسبه mol HCl باقی‌مانده پس از انجام واکنش

$$1 - 0.4 = 0.6 \text{ mol HCl} \text{ باقی‌مانده}$$

محاسبه غلظت مولار HCl باقی‌مانده

$$C_M = \frac{n}{V_{(l)}} = \frac{0.6 \text{ mol HCl}}{0.5 \text{ L محلول}} = 1.2M \text{ (مولار)}$$

(شیمی ۱- صفحه ۹۸)

۱۳۳- گزینه «۳»

(مسین ناصری ثانی)

با توجه به جدول، انحلال‌پذیری سدیم نیترات برابر ۹۲ است، یعنی در ۱۰۰

گرم آب حداکثر ۹۲ گرم سدیم نیترات را می‌توان حل کرد. بنابراین می‌توان

گفت که ۱۹۲ گرم محلول سیرشده آن دارای ۹۲g سدیم نیترات است. در

نتیجه:

جرم سدیم نیترات در ۴۸ گرم محلول سیرشده آن

$$= 48 \text{ g} \times \frac{92 \text{ g}}{192 \text{ g}} = 22 \text{ g}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها در آب بین ۰/۰۱ تا ۱ گرم در ۱۰۰ گرم

آب باشد، مواد کم محلول محسوب می‌شوند، بنابراین کلسیم سولفات جزو

مواد کم محلول در آب است.



۱۳۵- گزینه «۴»

(امیر ماتیان)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) پیوند هیدروژنی آب- اتانول از پیوند هیدروژنی آب- آب قوی‌تر است. از این رو اتانول به خوبی در آب حل می‌شود.

(۲) BaSO_4 ماده نامحلول در آب می‌باشد و نیروی جاذبه آن با آب در مقایسه انجام شده کمتر از میانگین پیوند یونی در BaSO_4 و پیوند هیدروژنی در آب است.

(۳) جاذبه یون- دوقطبی در محلول AgNO_3 در آب بیشتر از پیوند هیدروژنی می‌باشد.

(۴) چون MgSO_4 در آب محلول است مقایسه انجام شده باید برعکس انجام می‌شد و نیروی جاذبه MgSO_4 با آب باید بیشتر از میانگین پیوند یونی در MgSO_4 و پیوند هیدروژنی در آب باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۳)

۱۳۶- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی سوگلایی)

مطابق قانون هنری با n برابر شدن فشار، انحلال پذیری گازها در آب نیز n برابر می‌شود. در صورت سوال فشار از $4/5$ اتمسفر به مقدار ۲ برابر اولیه (9 atm) رسیده است در نتیجه انحلال پذیری گاز O_2 در فشار ۹ اتمسفر برابر با $0.4/0$ گرم در 100 گرم آب خواهد بود. در محلول‌های بسیار رقیق که جرم حل‌شونده در مقابل جرم حلال ناچیز است برای تبدیل انحلال پذیری به مولاریته می‌توان از رابطه زیر بهره برد.

$$\frac{\text{انحلال پذیری}}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times}{\text{غلظت مولار}}$$

$$\Rightarrow C_M = \frac{10 \times 0.4}{32} = 1/25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(۲) از آنجا که انحلال پذیری کلسیم فسفات در آب بسیار کم است، بنابراین جرم محلول آن را می‌توان به تقریب با جرم حلال (آب) برابر در نظر گرفت. بنابراین:

$$\text{غلظت کلسیم فسفات} = \frac{5 \times 10^{-4} \text{ g}}{100 \text{ g}} \times 10^6 = 5 \text{ ppm}$$

$$(4) \quad \text{درصد جرمی سدیم کلرید} = \frac{36 \text{ g}}{(100 + 36) \text{ g}} \times 100 = 26/47$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۳۴- گزینه «۲»

(علی رفیعی)

$$\text{ppm B}^- = \frac{\text{g B}^-}{\text{محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 4 \times 10^5 = \frac{\text{g B}^-}{600} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{g B}^- = 240$$

$$\text{g AB}_2 = 240 \text{ g B}^- \times \frac{1 \text{ mol B}^-}{80 \text{ g B}^-} \times \frac{1 \text{ mol AB}_2}{2 \text{ mol B}^-}$$

$$\times \frac{200 \text{ g AB}_2}{1 \text{ mol AB}_2} = 300 \text{ g AB}_2$$

$$298 \text{ K} = 25^\circ \text{C}$$

$$\begin{array}{cc} 300 \text{ g AB}_2 & 300 \text{ g H}_2\text{O} \\ x & 100 \text{ g H}_2\text{O} \end{array}$$

$$100 \text{ g} = \text{انحلال پذیری AB}_2 \text{ در دمای } 25^\circ \text{C}$$

$$\frac{\theta=25^\circ \text{C}}{S=100 \text{ g}} \rightarrow S = a\theta + 50 \Rightarrow 100 = 25a + 50 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \text{معادله کلی انحلال پذیری} \Rightarrow S = 2\theta + 50 \xrightarrow{\theta=31/5^\circ \text{C}} S = 113$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)



۱۳۷- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

هر چه گشتاور دوقطبی یک ترکیب از صفر بیشتر باشد مولکول قطبی‌تر است و نیروی جاذبه بین مولکولی قوی‌تر و نقطه جوش بالاتر است و مواد ناقطبی در هگزان ناقطبی و مواد قطبی در استون قطبی حل می‌شوند. پس مولکول B که ناقطبی است انحلال‌پذیری بیشتری در هگزان دارد و C و A با قطبیت بیشتر، مولکول قطبی هستند و انحلال‌پذیری آن‌ها در استون بیشتر است.

بررسی موارد:

قدرت جاذبه بین مولکولی: $C > A > B$ انحلال‌پذیری در آب: $C > A > B$ انحلال‌پذیری در هگزان: $B > A > C$ نقطه جوش: $C > A > B$ جهت‌گیری در میدان الکتریکی: $C > A > B$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

۱۳۸- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست. گازهای گلخانه‌ای CO_2 ، CH_4 و بخار آب می‌باشند که از بین آنها CH_4 می‌سوزد. از سوختن کامل CH_4 گاز CO_2 و آب تولید می‌شود که به ترتیب ناقطبی و قطبی می‌باشند.

(ب) درست. در مولکول‌های قطبی H_2O و HCl اتم هیدروژن قطب مثبت است که به سمت صفحه بار منفی جهت‌گیری می‌کند.

(پ) نادرست. از سوختن ناقص C_2H_6 گاز CO و بخار آب تولید می‌شود که هر دو مولکول قطبی دارند.

(ت) نادرست. مثلاً مولکول H_2S قطبی است که از مولکول H_2O که آن هم قطبی است نقطه جوش کمتری دارد. (یعنی مولکول با جرم مولی کمتر

نقطه جوش بالاتری دارد.)

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۶)

۱۳۹- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

عبارت (ب) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) هر چه نیروی بین مولکولی گازی بیشتر باشد، آسان‌تر متراکم و مایع می‌شود. گازهای CO و N_2 چون جرم‌های مولی مشابه یکدیگر دارند، عامل قطبیت تعیین‌کننده است و مولکولی که دارای $\mu \neq 0$ است، دمای جوش بالاتری نسبت به مولکولی که دارای $\mu = 0$ است، دارد.

(ب) در میان مواد، مولکول‌هایی با جرم مولی مشابه از نظر قطبیت سنجیده می‌شوند و هر کدام قطبی‌تر باشد نقطه جوش، بیشتر است.

(پ) اتانول و استون از جمله حلال‌های آلی به شمار می‌روند که به دلیل قطبی بودن و توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی می‌توانند به هر نسبتی در آب حل شوند و محلول سیر شده در آن‌ها معنا ندارد.

(ت) مولکول‌های N_2 و O_2 به دلیل ناقطبی بودن در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵ و ۱۰۹)

۱۴۰- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

اسمز فرایندی خودبه‌خودی و طبیعی است در آن آب از محلول رقیق به محلول غلیظ‌تر رفته و روش مناسبی برای تصفیه آب نمی‌باشد. در اسمز معکوس با اعمال فشار خارجی به تدریج آب از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر رفته حجم محلول غلیظ‌تر کاهش و غلظت آن افزایش می‌یابد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)