



## آزمون ۴ اسفند ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	مسعود بر ملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-محمد رضا راسخ-علی سلامت-سعید علم پور حمید علیزاده-کامیار علییون-کیان کریمی خراسانی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-جهانبخش نیکنام
هندسه	اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-سید محمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه-خان-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-هومن عقیلی مهرداد ملوندی
آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-پیروز آل بویه-جواد حاتمی-جواد ترکمن-فرزاد جوادی-سید محمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه-خان مصطفی دیداری-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-علی ساوچی-علیرضا شریف خطیبی-مهرداد ملوندی
فیزیک	کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمد جواد سورچی معصومه شریعت ناصری - مهدی شریفی-آراس محمدی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-امیر احمد میرسعید-حسام نادری مجتبی نکوئیان -محمد نهاوندی مقدم
شیمی	هدی بهاری پور-محمد رضا پور جاوید-امیر حاتمان-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-میلاد شیخ الاسلامی خیایو-امیر حسین طیبی محمد عظیمیان زواره-امیر محمد کنگرانی-علیرضا کیانی دوست-شهرزاد معرفت ایزدی-امین نوروزی

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	جواد ترکمن اسحاق اسفندیار	جواد ترکمن اسحاق اسفندیار	حسام نادری	پارسا عیوض پور
گروه ویراستاری	مهدی ملار مضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش مهدی بحر کاظمی ماهان زواری	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش	معین یوسفی نیا حسین بصیر ترکمپور فرید فرمهبینی فراهانی	علی رضایی احسان پنجه شاهی ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



## حسابان ۲

## گزینه «۲»

(کیان کریمی فراسانی)

مشتق تابع  $\frac{f}{g}$  را می‌نویسیم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{f'(1)g(1) - f(1)g'(1)}{g^2(1)}$$

$$\frac{f(1)=g(1)=2}{g} \rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{f'(1) - g'(1)}{2} \quad (*)$$

حال به مقادیر  $f'(1)$  و  $g'(1)$  نیاز داریم. بنابراین از تساوی

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} = 120 \quad \text{استفاده می‌کنیم:}$$

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) + g(x))(f(x) - g(x))}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{f(1) + g(1)}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1) - (g(x) - g(1))}{x - 1}$$

$$= 2(f'(1) - g'(1)) = 120 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = 60$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f'(x)f(x) - 2g'(x)g(x)}{2x}$$

$$= 2(f'(1) - g'(1)) = 120 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = 60$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = 30 \quad \text{در نتیجه از تساوی } (*) \text{ داریم:}$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

## گزینه «۳»

(مسعود برملا)

$$g(x) = \sqrt{\frac{x}{x+3}} \quad \text{ضابطه تابع } f, f(x) = x+3 \text{ است، پس داریم:}$$

$$\text{مشتق تابع } y = \sqrt{u(x)} \text{ نیز } y' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} \text{ است.}$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{\left(\frac{x}{x+3}\right)'}{2g(x)}$$

$$\text{از طرفی مشتق } y = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ تابع } y = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} \text{ است و داریم:}$$

$$g'(x) = \frac{3}{2(x+3)^2 g(x)} \xrightarrow{g(1)=\frac{1}{2}} g'(1) = \frac{3}{2 \times 16 \times \frac{1}{2}} = \frac{3}{16}$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

## گزینه «۳»

(شمیر علیزاده)

ضابطه تابع  $g$  به صورت  $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$  است و از آنجا که در

$x = x_A$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است، نتیجه می‌گیریم

$$f'(x_A) = g'(x_A) = -\frac{1}{2}$$

$$p(x) = \frac{32}{g(x)} + f^2(x) \quad \text{مشتق می‌گیریم:}$$

$$p'(x) = -\frac{32g'(x)}{g^2(x)} + 2f'(x)f(x)$$

$$\xrightarrow{x=x_A} p'(x_A) = -3 = -\frac{32(-\frac{1}{2})}{y_A^2} + 2(-\frac{1}{2})y_A$$

$$\Rightarrow \frac{16}{y_A^2} - y_A + 3 = 0$$

$$\Rightarrow y_A^3 - 3y_A^2 - 16 = (y_A - 4)(y_A^2 + y_A + 4) = 0 \Rightarrow y_A = 4$$

(حسابان ۲ - صفحه ۹۴)

## گزینه «۴»

(کیان کریمی فراسانی)

تابع  $(f')^2 + f.f''$  مشتق تابع  $f.f'$  است. پس ابتدا ضابطه این تابع را به

$$f'(x) = \cos x + \sin x \quad \text{دست می‌آوریم:}$$

$$\Rightarrow (f.f')(x) = (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = -\cos 2x$$

و از آن مشتق می‌گیریم:

$$((f')^2 + f.f'')(x) = (-\cos 2x)' = 2 \sin 2x$$

واضح است که برد این تابع بازه  $[-2, 2]$  است.

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

## گزینه «۳»

(عارل حسینی)

$$f(x) = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{x}{2}\right)$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2} \left(2 \tan \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{x}{2}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^3 \frac{x}{2}$$

حال معادله  $f(x) = f''(x)$  را تشکیل می‌دهیم و حل می‌کنیم. فقط در

$$x = \frac{5\pi}{2} \quad \text{گزینه «۳» است که در معادله صدق می‌کند. اما اگر معادله را}$$

حل کنیم داریم:

$$\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^3 \frac{x}{2} \Rightarrow \tan^3 \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = 0$$



حال مشتق می گیریم:

$$(gof)'(x) = (yx) \left( \frac{-3}{(x^2+1)^2} \right) = -\frac{6x}{(x^2+1)^2} \Rightarrow (gof)'(1) = -\frac{3}{2}$$

(مسئله ۲- صفحه های ۹۳ و ۹۴)

(عادل حسینی)

۹- گزینه «۴»

$f(-1) = \frac{1}{2}$  است و در یک همسایگی چپ  $x = -1$ ، تابع  $f$  با تابع

$$y = \frac{-2x^2 + 1}{x - 1}$$

برابر است؛ زیرا:

$$x < -1 \Rightarrow \begin{cases} -x > 1 \Rightarrow |-x| = 1 \\ y = \frac{3-x}{x-1} \Rightarrow \frac{3-x}{x-1} > -2 \Rightarrow \left| \frac{3-x}{x-1} \right| = -2 \end{cases}$$

$$y' = \frac{-2x^2 + 4x - 1}{(x-1)^2} \xrightarrow{x=-1} y' = -\frac{7}{4}$$

و داریم:

پس  $f'_-(-1) = -\frac{7}{4}$  است و معادله نیم مماس چپ به صورت زیر به دست می آید:

$$y - \frac{1}{2} = -\frac{7}{4}(x+1) \Rightarrow y = -\frac{7}{4}x - \frac{5}{4} \quad ; \quad x \leq -1$$

اگر این نیم مماس را امتداد دهیم، عرض از مبدأ آن  $-\frac{5}{4}$  خواهد شد.

(مسئله ۲- صفحه ۹۴)

(پوانیش نیکنام)

۱۰- گزینه «۴»

خط در  $x = -3$  و  $x = 5$  بر نمودار تابع  $y = g(x)$  مماس است؛ یعنی

$$g'(-3) = g'(5) = -4$$

جای گذاری می کنیم:

$$g(-3) = 3f(-3) = (-4(-3) + 3) \Rightarrow f(-3) = 5$$

و سپس از این تساوی مشتق می گیریم:

$$g'(x) = 3f'(3x+3) + 6f'(3x+6)$$

$$\xrightarrow{x=-3} g'(-3) = 3f'(-3) = -4 \Rightarrow f'(-3) = -\frac{4}{3}$$

و برای محاسبه مشتق تابع  $gof$  داریم:

$$(gof)'(-3) = f'(-3)g'(f(-3)) = f'(-3)g'(5) = \left(-\frac{4}{3}\right)(-4) = \frac{16}{3}$$

(مسئله ۲- صفحه ۹۴)

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = k\pi \Rightarrow x = 2k\pi \\ \tan \frac{x}{2} = \pm 1 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} ; k \in \mathbb{Z}$$

در بین گزینه ها  $x = \frac{5\pi}{2}$  در دسته جواب های بالا قرار می گیرد.

(مسئله ۲- صفحه های ۹۴ تا ۹۸)

(کامیار علیپور)

۶- گزینه «۴»

ابتدا آهنگ متوسط تغییر تابع را حساب می کنیم:

$$\bar{f}_{0,12} = \frac{f(12) - f(0)}{12 - 0} = \frac{145 - 1}{12} = \frac{144}{12} = 12$$

برای آهنگ لحظه ای مشتق می گیریم:

$$f'(x) = \frac{2x\sqrt{2x+1} - \frac{x^2+1}{\sqrt{2x+1}}}{2x+1} \Rightarrow f'(4) = \frac{24 - \frac{17}{3}}{9} = \frac{55}{27}$$

$$\frac{12}{3} - \frac{55}{27} = \frac{8}{27}$$

بنابراین مطلوب مسئله برابر است با:

(مسئله ۲- صفحه های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

(افشین فاضلن)

۷- گزینه «۱»

$$f(x) = \frac{(2 + \sqrt{x+1})^3}{3x-1}$$

$$f'(x) = \frac{3(3x-1)(2 + \sqrt{x+1})^2 \left( \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \right) - 3(2 + \sqrt{x+1})^3}{(3x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(3) = \frac{3(8)(16)\left(\frac{1}{4}\right) - 3(64)}{64} = -\frac{3}{2}$$

(مسئله ۲- صفحه ۹۴)

(محمدرضا راسخ)

۸- گزینه «۲»

در تابع  $f$ ،  $f(1) = -1$  است. پس می توانیم عبارت مورد نظر را نیز به

صورت  $f'(1)g'(f(1))$  بازنویسی می کنیم و این تساوی هم همان مشتق تابع

$gof$  در  $x = 1$  است. پس ابتدا ضابطه تابع  $gof$  را حساب می کنیم:

$$f(x) = \log_2 \frac{2-x^2}{1+x^2} \Rightarrow (gof)(x) = 2^{\log_2 \frac{2-x^2}{1+x^2}} = \frac{2-x^2}{1+x^2}$$

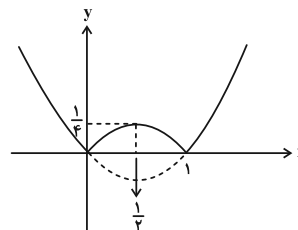


## حسابان ۲- پیشروی سریع

## ۱۱- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

نمودار تابع را رسم می کنیم:

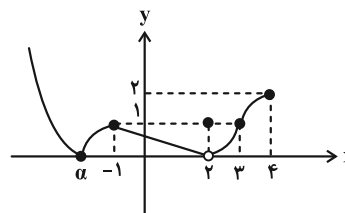
مطابق نمودار، تابع در  $x = \frac{1}{2}$  مشتق صفر دارد و در  $x = 0$  و  $x = 1$  نیز

مشتق ناپذیر است، پس ۳ نقطه بحرانی دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

## ۱۲- گزینه «۳»

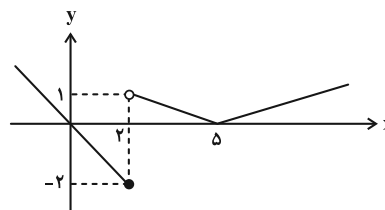
(سعید تن آرا)

نمودار تابع  $f$  در  $x = -1$  مینیمم نسبی و در  $x = 2$  و  $x = 3$  ماکزیممنسبی دارد و نمودار تابع  $|f|$  مطابق شکل زیر است:که یک مینیمم نسبی ( $x = \alpha$ ) و ۲ ماکزیمم نسبی ( $x = -1, 2$ ) دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۳)

## ۱۳- گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

به ازای  $k = 0$  نمودار تابع را رسم می کنیم:حال باید خط  $x \leq 2$  را  $y = -x$  و  $k$  واحد به بالا انتقال دهیم تانمودار تابع  $f$  حاصل شود. می بینیم که  $x = 5$  طول یکی از نقاط مینیمم

نسبی است، پس برای این که تابع دو مینیمم نسبی داشته باشد (که آن هم

 $x = 2$  است)،  $f(2)$  باید کمتر از ۱ باشد:  $k - 2 < 1 \Rightarrow k < 3$ که دو عدد طبیعی  $k = 1$  و  $k = 2$  قابل قبول است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۳)

## ۱۴- گزینه «۴»

(کامیار علییون)

ضابطه (های) تابع را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + x & ; x < 0 \\ x^3 - x^2 - x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

و برای تابع مشتق داریم:

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + 1 & ; x < 0 \\ 3x^2 - 2x - 1 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

دقت کنید که تابع در  $x = 0$  مشتق ناپذیر است. حال نقاطی را می یابیم که $f'$  در آن ها برابر صفر است:

$$3x^2 + 2x + 1 = 0 \text{ ریشه ندارد}$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0 \xrightarrow{x \geq 0} x = 1$$

پس مجموع طول نقاط بحرانی برابر ۱ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

## ۱۵- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

مشتق تابع را تعیین علامت می کنیم:

$$y' = \frac{-x^2 - 2x + 1}{(x^2 + 1)^2} \xrightarrow{y'=0} x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$$

جدول زیر را داریم:

x	-1	$\sqrt{2}-1$	2
y'	+	0	-
y	↗		↘

پس تابع ابتدا صعودی و سپس نزولی است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

## ۱۶- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

تابع در دامنه اش پیوسته و در بازه  $(-1, +\infty)$  مشتق پذیر است. پس در

نقطه اکسترمم، دارای مشتق صفر است.

$$y' = a - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \xrightarrow{x=\frac{5}{4}} y' = a - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

پس ضابطه تابع  $y = \frac{x}{3} - \sqrt{x+1}$  است که مقدار آن به ازای  $x = \frac{5}{4}$ برابر  $-\frac{13}{12}$  است. همچنین طبق جدول تغییرات رفتار، این نقطه از نوع

مینیمم نسبی است.



x	$-\frac{3+\sqrt{13}}{2}$	$\frac{\sqrt{13}-3}{2}$	۳
$x^3 - 10x + 3$	-	+	-
$y'$	-	+	-
$y$	↘	↗	↘

که مجموعه مورد نظر شامل فقط دو عدد طبیعی  $x=1$  و  $x=2$  است.  
(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۹- گزینه «۲» (عادل حسینی)

از تابع مشتق می‌گیریم و ریشه‌های آن را به دست می‌آوریم:

$$y' = \cos x + 2 \sin 2x = \cos x (1 + 4 \sin x)$$

$$y'=0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 1 + 4 \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \theta \\ x = 2k\pi + \pi + \theta \end{cases} \end{cases}$$

دقت کنید که  $\theta$  زاویه‌های حاده است که سینوس آن برابر  $\frac{1}{4}$  است. حال

جدول تغییرات رفتار تابع را مطابق زیر خواهیم داشت:

x	$2k\pi - \theta$	$2k\pi + \frac{\pi}{2}$	$2k\pi + \pi + \theta$	$2k\pi + \frac{3\pi}{2}$
$y'$	-	+	-	+
$y$	↘	↗	↘	↗
	نسبی min	نسبی max	نسبی min	نسبی max

در نقاط  $x = 2k\pi - \theta$  و  $x = 2k\pi + \pi + \theta$  تابع مینیمم نسبی دارد. در

این نقاط  $\sin x = -\sin \theta = -\frac{1}{4}$  است و داریم:

$$y = \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = -\frac{1}{4} - 1 + \frac{1}{8} = -\frac{9}{8}$$

پس مقدار مینیمم نسبی برابر  $-\frac{9}{8}$  است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۲۰- گزینه «۳» (عادل حسینی)

دامنه تابع  $f$  بازه  $[-\sqrt{k}, \sqrt{k}]$  است که در آن  $f(-\sqrt{k}) = f(\sqrt{k}) = 0$  است. حال نقاط بحرانی درون بازه  $(-\sqrt{k}, \sqrt{k})$  و مقادیر تابع در آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \frac{2k(k - 2x^2)}{\sqrt{k - x^2}} \xrightarrow{f'(x)=0} k - 2x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{k}{2}}$$

$$\Rightarrow f(-\sqrt{\frac{k}{2}}) = -k^2, \quad f(\sqrt{\frac{k}{2}}) = k^2$$

پس برد تابع بازه  $[-k^2, k^2]$  است.

$$\Rightarrow k^2 - (-k^2) = 2k^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow k^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

در این صورت  $f(x) = \frac{4}{3}x\sqrt{\frac{2}{3} - x^2} - x^2$  است و داریم:

$$f(k) = f(\frac{2}{3}) = \frac{8}{9}\sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{8\sqrt{2}}{27}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

x	-۱	$\frac{5}{4}$
$y'$	-	+
$y$	↘	↗

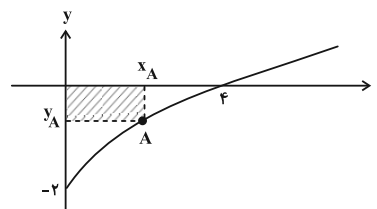
(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۷- گزینه «۱» (شاهر معنوی)

مطابق شکل، نقطه  $A$  روی نمودار در بازه  $(0, 4)$  تغییر می‌کند و مستطیل هاشورخورده را ایجاد می‌کند. مساحت مستطیل برابر  $|x_A| |y_A|$  است، پس داریم:

$$S_{\text{مستطیل}} = |x_A| |y_A| = \frac{|y_A| |\sqrt{x_A} - 2|}{2}$$

$$S(x_A) = x_A (2 - \sqrt{x_A}) \Rightarrow S(x_A) = 2x_A - \sqrt{x_A^3}$$



بیشترین مقدار مساحت زمانی رخ می‌دهد که  $S' = 0$  باشد.

$$\Rightarrow S'(x_A) = 2 - \frac{3x_A^2}{2\sqrt{x_A^3}} \xrightarrow{S'=0} 3x_A^2 = 4\sqrt{x_A^3} \Rightarrow x_A = \frac{16}{9}$$

در این شرایط  $y_A = -\frac{2}{3}$  و بیشترین مساحت مستطیل مورد نظر  $\frac{32}{27}$  به دست می‌آید.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۸- گزینه «۳» (عادل حسینی)

مفهوم سؤال این است که در چند نقطه با طول طبیعی، تابع  $f$  اکیداً صعودی یا  $f'$  مثبت است؟

پس ابتدا مشتق را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = 2\sqrt[3]{10x-3} - 2x \xrightarrow{f'(x)>0} \sqrt[3]{10x-3} > x$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۳}} 10x - 3 > x^3$$

$$\Rightarrow x^3 - 10x + 3 = (x-3)(x^2 + 3x - 1) < 0$$

مطابق جدول تعیین علامت زیر مجموعه قابل قبول

$$(-\infty, -\frac{3+\sqrt{13}}{2}) \cup (\frac{\sqrt{13}-3}{2}, 3)$$



## ریاضی پایه

## ۲۱- گزینه «۲»

(مهرادر ملونری)

برد تابع  $y = 3^{x-1}$  بازه  $(0, +\infty)$  است و اگر این نمودار را ۲ واحد به پایین منتقل کنیم، نمودار تابع  $y = 3^{x-1} - 2$  با برد  $(-\infty, +\infty)$  تولید می شود.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه های ۷۲ تا ۷۵)

## ۲۲- گزینه «۳»

(مسعود برملی)

دامنه تابع  $g$  مجموعه مقادیری از  $x$  است که به ازای آن عبارت  $\frac{x+2}{f(x)}$  نامنفی باشد، پس داریم:

$x$	-۲	۲
$x+2$	-	+
$f(x)$	+	-
$\frac{x+2}{f(x)}$	-	+

در نتیجه دامنه تابع  $g$  بازه  $(-2, 2)$  به دست می آید.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه های ۴۶ و ۴۷)

## ۲۳- گزینه «۴»

(سمیرا علیزاده)

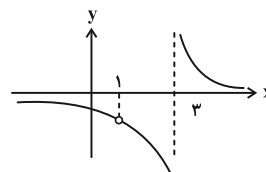
ابتدا ضابطه های دو تابع را می یابیم:

$$f(x) = m(x-1)$$

$$g(x) = a(x-1)(x-3)$$

که  $a$  و  $m$  هر دو مثبت هستند و داریم:

$$h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{m}{a(x-3)} \quad ; \quad x \neq 1$$

نمودار تابع  $y = \frac{1}{x}$  را ۳ واحد به راست انتقال دهیم و سپس عرض نقاط آنرا در  $\frac{m}{a}$  ضرب می کنیم تا نمودار تابع  $h$  مطابق شکل زیر به دست آید.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه های ۴۴ و ۴۵)

## ۲۴- گزینه «۴»

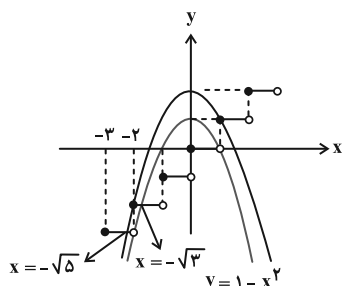
(عارل حسینی)

$$[x^2] = 1 - [x]$$

 $1 - [x]$  عددی صحیح است و داریم:

$$1 - [x] \leq x^2 < 2 - [x] \Rightarrow 1 - x^2 \leq [x] < 2 - x^2$$

پس نمودار توابع  $y = 1 - x^2$  و  $y = 2 - x^2$  را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم:

پس مجموعه جواب ها  $\{-2\} - (-\sqrt{5}, -\sqrt{3})$  است.

$$\Rightarrow a = -\sqrt{5}, \quad b = -\sqrt{3}, \quad c = -2 \Rightarrow abc = -2\sqrt{15}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه های ۴۹ تا ۵۴)

## ۲۵- گزینه «۱»

(جهانفش نیکنام)

نقطه  $A(\alpha, \beta)$  محل برخورد نمودارهای دو تابع  $f^{-1}$  و

$$g(x) = \frac{x+2}{10} \text{ است، پس نقطه } A'(\beta, \alpha) \text{ محل برخورد نمودارهای}$$

دو تابع  $f$  و  $g^{-1}$  است. داریم:

$$g^{-1}(x) = 10x - 2 \xrightarrow{f(x)=g^{-1}(x)} x + 3\sqrt{x} = 10x - 2$$

$$\xrightarrow{\beta > 0} \beta = \frac{4}{9}$$

و  $\alpha = \frac{22}{9}$  به دست می آید. معادله خطی که از مبدأ مختصات و نقطه

$$A\left(\frac{22}{9}, \frac{4}{9}\right) \text{ می گذرد، } y = \frac{2}{11}x \text{ یا } 2x - 11y = 0 \text{ است.}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه های ۵۴ و ۵۷ تا ۶۱)

## ۲۶- گزینه «۱»

(عارل حسینی)

دامنه هر دو تابع  $f$  و  $g$  بازه  $[0, +\infty)$  است، پس دامنه تابع  $f+g$  نیز  $[0, +\infty)$  است.

$$(f+g)(x) = x^2 + 2x \quad ; \quad x \geq 0$$

برد این تابع و در نتیجه دامنه تابع  $(f+g)^{-1}$  نیز  $[0, +\infty)$  است.

$$y = (x+1)^2 - 1 \Rightarrow x+1 = \sqrt{y+1} \Rightarrow x = \sqrt{y+1} - 1$$

$$\Rightarrow (f+g)^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1 \quad ; \quad x \geq 0$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه های ۵۷ تا ۶۵)



۲۷- گزینه «۲»

(سعید علم‌پور)

دامنه تابع  $f$  بازه  $(-1, 2)$  است و دامنه و ضابطه تابع  $g$  به ترتیب  $(-\infty, 1]$  و  $g(x) = 2x - 2$  است. پس داریم:

$$\begin{aligned} D_{f \circ g} &= \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \\ &= \{x \leq 1 \mid -1 < 2x - 2 < 2\} = \{x \leq 1 \mid \frac{1}{2} < x < 2\} \\ \Rightarrow D_{f \circ g} &= (\frac{1}{2}, 1] \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 1 \Rightarrow b - a = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۲۸- گزینه «۳»

(علی سلامت)

دامنه و برد تابع  $f$  به ترتیب  $D_f = [-2, +\infty)$  و  $R_f = (-\infty, 3]$  و در نتیجه دامنه و برد تابع  $f^{-1}$  به ترتیب  $D_{f^{-1}} = (-\infty, 3]$  و  $R_{f^{-1}} = [-2, +\infty)$  است و داریم:

$$\begin{aligned} D_{g \circ f^{-1}} &= \{x \in D_{f^{-1}} \mid f^{-1}(x) \in D_g\} \\ &= \{x \leq 3 \mid f^{-1}(x) \neq 2\} = \{x \leq 3 \mid x \neq 1\} \\ \Rightarrow D_{g \circ f^{-1}} &= (-\infty, 3] - \{1\} \end{aligned}$$

در این شرایط خروجی تابع  $f^{-1}$  مجموعه  $\{2\} - [-2, +\infty)$  است. حال این مجموعه را به عنوان دامنه تابع  $g$  در نظر می‌گیریم و بر همین اساس برد آن را حساب می‌کنیم:

$$x \in [-2, +\infty) - \{2\} \Rightarrow g(x) \in \mathbb{R} - (1, 3]$$

پس برد تابع  $g \circ f^{-1}$  مجموعه  $\mathbb{R} - (1, 3]$  است که ۲ عدد صحیح ۲ و ۳ را شامل نمی‌شود.

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۳ و ۶۶ تا ۶۹)

۲۹- گزینه «۲»

(عارل حسینی)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log(|5x - 1| + 2) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

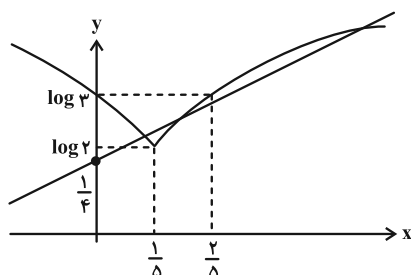
که تعداد جواب‌های این معادله تعداد نقاط برخورد نمودار تابع

$$f(x) = \log(|5x - 1| + 2) \text{ و خط } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \text{ است. پس سعی}$$

می‌کنیم نمودار تابع  $f$  را رسم کنیم.

$$f(x) = \begin{cases} \log(-5x + 3) & ; x \leq \frac{1}{5} \\ \log(5x + 1) & ; x \geq \frac{1}{5} \end{cases}$$

نمودار هر کدام از توابع  $y = \log(-5x + 3)$  و  $y = \log(5x + 1)$  را با تبدیلات لازم روی نمودار تابع  $y = \log x$  می‌توانیم رسم کنیم. در نهایت با رسم نمودارهای تابع  $f$  و خط  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$  در یک دستگاه مختصات داریم:



مطابق شکل، تعداد نقاط برخورد برابر ۳ است. دقت کنید که  $\log 2 \approx 0.3$  و  $\log 3 \approx 0.48$  است.

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۳۰- گزینه «۳»

(عارل حسینی)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_2 5 + \log_2 x + \frac{2}{3} \log_2 x = 4$$

پس داریم:

$$\frac{5}{3} \log_2 x = 4 - \log_2 5 = \log_2 \frac{16}{5} \Rightarrow \log_2 x = \frac{3}{5} \log_2 \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow x = (2^{\log_2 \frac{16}{5}})^{\frac{3}{5}} = (\frac{16}{5})^{\frac{3}{5}}$$

قطعاً  $(\frac{16}{5})^{\frac{3}{5}}$  کمتر از ۳ است. حال ببینیم بزرگ‌تر از ۲ نیز هست یا نه؟

$$(\frac{3}{2})^{\frac{3}{5}} = (\frac{27}{8})^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{\frac{27^3}{8^3}} = \sqrt[5]{\frac{27^3 \times 32}{1000}} = \sqrt[5]{\frac{27^3 \times 32}{1000}} > \sqrt[5]{32} = 2$$

پس جواب معادله در بازه  $(2, 3)$  قرار می‌گیرد و جزء صحیح آن برابر ۲ است.

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

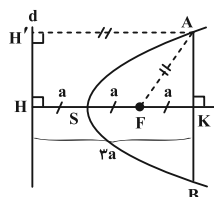


## هندسه ۳

## گزینه ۴» ۳۱-

(هومن عقیلی)

از نقطه A، عمود AH' را بر خط هادی رسم می‌کنیم. واضح است که AH' = KH = ۲a و چون A نقطه‌ای روی سهمی است، پس طبق تعریف سهمی، AF = AH' = ۲a است.



اکنون طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AKF داریم:

$$AK^2 = AF^2 - FK^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} AK = \sqrt{3}a \xrightarrow{\times 2} AB = 2\sqrt{3}a$$

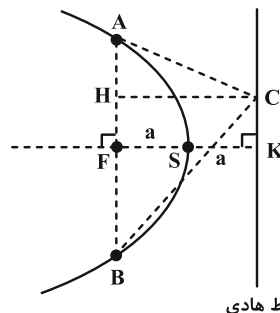
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

## گزینه ۱» ۳۲-

(هومن عقیلی)

با توجه به معادله سهمی،  $a = \left| -\frac{3}{4 \times 2} \right| = \frac{3}{8}$  است. از طرفی ارتفاع

مرسوم از رأس C در مثلث ABC برابر است با:  $CH = 2a = \frac{3}{4}$



خط هادی

AB همان وتر کانونی سهمی است:  $AB = 4a = 4 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CH \cdot AB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{16}$$

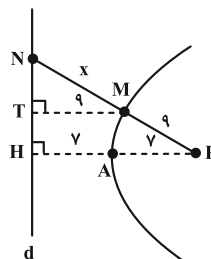
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

## گزینه ۲» ۳۳-

(مهرداد ملوندی)

$$FA = AH = \gamma$$

طبق فرض و شکل، داریم:



از طرفی M نقطه‌ای از سهمی است. پس طبق تعریف سهمی:

$$MF = MT = \gamma$$

در مثلث NHF چون  $MT \parallel FH$  پس طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{NM}{NF} = \frac{MT}{FH} \Rightarrow \frac{x}{x+\gamma} = \frac{\gamma}{14} \Rightarrow 14x = 9x + 81$$

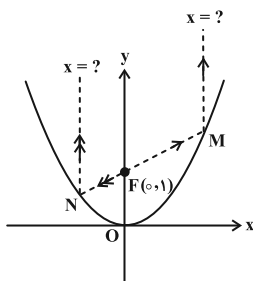
$$\Rightarrow MN = x = \frac{81}{5} = 16 \frac{1}{5}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۸)

## گزینه ۴» ۳۴-

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

مختصات کانون سهمی  $F(0, 1)$  است و روی خط  $2y - 4x = 3$  صدق می‌کند. پس پرتوی تابش از کانون می‌گذرد و بازتابش آن موازی با محور تقارن سهمی (محور y) خواهد بود. اکنون نقاط تلاقی خط  $2y - 4x = 3$  و سهمی را می‌یابیم.



برای این منظور از معادله خط،  $y = \frac{4x+3}{2}$  را در معادله سهمی

جای گذاری می‌کنیم:

$$x^2 = 4\left(\frac{4x+3}{2}\right) \xrightarrow{\times 2} 2x^2 - 16x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(2x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

پس معادله پرتوی بازتابش به یکی از دو صورت  $x=6$  یا  $x=-\frac{1}{2}$

است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

## گزینه ۴» ۳۵-

(مهرداد راشدی)

معادله گسترده سهمی افقی به صورت  $y^2 + my + nx + k = 0$  می‌باشد.

سه نقطه A، B و C در این معادله صدق می‌دهیم:

$$\begin{cases} (1)^2 + m(1) + n(2) + k = 0 \Rightarrow 1 + m + 2n + k = 0 \\ (3)^2 + m(3) + n(3) + k = 0 \Rightarrow 9 + 3m + 3n + k = 0 \\ (-3)^2 + m(-3) + n(6) + k = 0 \Rightarrow 9 - 3m + 6n + k = 0 \end{cases}$$





می‌دانیم فاصله هر نقطه واقع بر سهمی از خط هادی و کانون یکسان است،

پس شعاع دایره یعنی  $MF$  برابر است با:

$$MF = |-1 - 3| = 4$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi(4)^2 = 16\pi$$

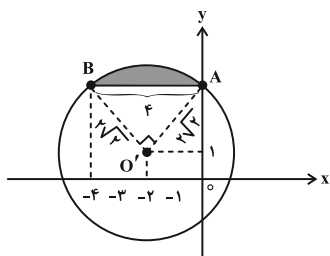
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۲» - ۳۸

معادله  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$ ، دایره به مرکز  $O'(-2, 1)$  و

شعاع  $R = 2\sqrt{2}$  است. اکنون خط  $y = 3$  را با دایره قطع می‌دهیم:



$$x^2 + (3)^2 + 4x - 2(3) - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = 0, -4$$

بنابراین  $|AB| = 4$  و چون  $O'A = O'B = R = 2\sqrt{2}$  می‌باشند. پس

در مثلث  $O'AB$  قضیه فیثاغورس برقرار است و  $\angle AO'B = 90^\circ$ . مطابق

شکل، مساحت ناحیه سایه‌زده، مساحت قطعه مربوط به قطاع  $90^\circ$  می‌باشد و

برابر است با:

مساحت مثلث  $AO'B$  - مساحت قطاع  $AO'B$

$$= \frac{1}{2} \pi (2\sqrt{2})^2 - \frac{1}{2} (2\sqrt{2})^2 = 2\pi - 4$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(سیرمهر رضا حسینی‌فر)

گزینه «۱» - ۳۹

مطابق شکل معادله  $|x| + |y| = 3$  یک مربع به طول قطر ۶ است که

مبدأ مختصات مرکز آن می‌باشد. ناحیه  $S$ ، ناحیه درون مربع و محدود به دو

خط  $x = 1$  و  $x = 2$  می‌باشد که دوزنقه‌ای به قاعده‌های  $AB$  و  $CD$  و

ارتفاع ۱ است. پس:

از حل این دستگاه،  $m = -2$ ،  $n = -4$  و  $k = 9$  به دست می‌آید. پس

معادله گسترده این سهمی به صورت  $y^2 - 2y - 4x + 9 = 0$  است و در

$$a = \left| \frac{-4}{4} \right| = 1$$

نتیجه:

فاصله نقطه  $P$  از محور تقارن سهمی، نصف اندازه وتر کانونی سهمی، یعنی

$$2a = 2 \text{ است.}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(سوگند روشنی)

گزینه «۳» - ۳۶

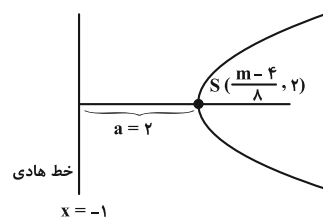
$$y^2 + m = 4y + \lambda x \Rightarrow y^2 - 4y = \lambda x - m$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 - 4 = \lambda x - m \Rightarrow (y - 2)^2 = \lambda x - m + 4$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 = \lambda \left( x + \frac{4 - m}{\lambda} \right)$$

واضح است که این سهمی افقی و دهانه‌اش رو به راست است و مختصات

رأس آن  $S\left(\frac{m-4}{\lambda}, 2\right)$  است و  $4a = \lambda$  و لذا  $a = 2$  است.



$$\Rightarrow \frac{m-4}{\lambda} - 2 = -1 \Rightarrow \frac{m-4}{\lambda} = 1 \Rightarrow m = 12$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۳» - ۳۷

معادله سهمی عبارت است از:

$$(y - 3)^2 - 9 + \lambda x + 1 = 0 \Rightarrow (y - 3)^2 = -\lambda(x - 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a = -\lambda \Rightarrow a = 2 \\ S(1, 3) \end{cases}$$

دهانه سهمی رو به چپ است، پس داریم:

$$\text{خط هادی سهمی } x = 1 + 2 = 3$$



## هندسه ۳- پیشروی سریع

(افشین فاضله‌فان)

۴۱- گزینه «۲»

مجموعه A، فضای محصور درون و روی یک مکعب مستطیل به ابعاد  $3-0=3$ ،  $4-(-1)=5$  و  $1-(-2)=3$  است. طول برداری که دورترین دو نقطه درون و روی این مکعب مستطیل را به هم وصل می‌کند با اندازه قطر این مکعب مستطیل برابر است که این عدد مساوی است با:

$$\sqrt{3^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{43}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

(سوگند روشنی)

۴۲- گزینه «۱»

دو خط متوازی و کوتاه‌ترین فاصله آن‌ها، برابر با  $|z_2 - z_1| = 2$  است. پس حجم مکعبی با طول یال ۲، مورد نظر است که برابر با  $2^3 = 8$  می‌باشد.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

(سوگند روشنی)

۴۳- گزینه «۱»

با توجه به شکل، معادله‌های وجه‌های دیگر به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ 1 \leq y \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{array} \right. & \quad \left\{ \begin{array}{l} x=5 \\ 1 \leq y \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} z=1 \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq y \leq 5 \end{array} \right. & \quad \left\{ \begin{array}{l} z=4 \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq y \leq 5 \end{array} \right. \end{aligned}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه ۶۸)

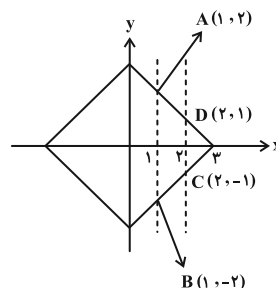
(هومن عقیلی)

۴۴- گزینه «۳»

با توجه به مختصات نقاط داریم:  $AB = \sqrt{2}$ ،  $AC = \sqrt{2}$  و  $BC = \sqrt{2}$ . پس مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و اندازه ارتفاع و میانه و نیمساز در این مثلث برابر است با:  $\frac{\sqrt{3}}{2} AB$ . در نتیجه اندازه نیمساز

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ داخلی زاویه A برابر است با:}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)



$$|AB| = 4, \quad |CD| = 2$$

$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{4+2}{2} \times 1 = 3$$

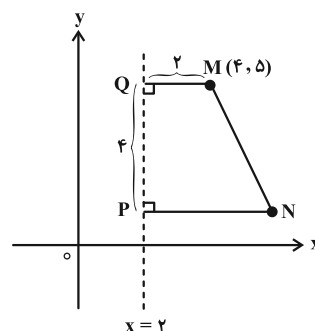
(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(پرواز ترکمن)

۴۰- گزینه «۴»

واضح است که اندازه قاعده کوچک این دوزنقه، فاصله نقطه  $M(4, 5)$  ازخط  $x=2$ ، یعنی برابر ۲ است. اندازه ساق قائم (ارتفاع دوزنقه)، برابر ۴

داده شده است. پس:



$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{2+PN}{2} \times 4 = 14 \Rightarrow PN = 5$$

یعنی مختصات نقطه N به صورت  $(7, 1)$  است. بنابراین کافی استمعادله خط گذرا از دو نقطه  $M(4, 5)$  و  $N(7, 1)$  را بیابیم:

$$m_{\text{شیب}} = \frac{5-1}{4-7} = -\frac{4}{3} \text{ خط از } M(4, 5) \text{ می‌گذرد}$$

$$y-5 = -\frac{4}{3}(x-4) \Rightarrow 3y-15 = -4x+16$$

$$\Rightarrow 4x+3y=31$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)



## ۴۵ - گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

فرض می‌کنیم  $M(x, y, z)$  است، پس:

$$\begin{cases} \overline{AM} = (x-2, y-2, z-3) \\ \overline{MB} = (4-x, 2-y, 1-z) \end{cases}$$

$$\overline{AM} = \frac{3}{4} \overline{MB} \Rightarrow (x-2, y-2, z-3) = \frac{3}{4} (4-x, 2-y, 1-z)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2 = \frac{3}{4}(4-x) \Rightarrow x = \frac{20}{7} \\ z-3 = \frac{3}{4}(1-z) \Rightarrow z = \frac{15}{7} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

## ۴۶ - گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

نقطه  $O$  را مبدأ مختصات گرفته و رابطه مذکور را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP} &= (\overline{OP} - \overline{OA}) + (\overline{OP} - \overline{OB}) + (\overline{OP} - \overline{OC}) \\ &= 3\overline{OP} - (\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}) = 7\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k} \\ \Rightarrow 3\overline{OP} &= (7, -4, -1) + (1, -1, 2) + (0, 2, 1) + (-2, 0, 1) \\ \Rightarrow \overline{OP} &= \frac{1}{3}(6, -3, 3) = (2, -1, 1) \end{aligned}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

## ۴۷ - گزینه «۱»

(مهریار راشدی)

$$\begin{aligned} m(\overline{ON} - \overline{OP}) &= k(\overline{OM} - \overline{OQ}) \Rightarrow m(\overline{PN}) = k(\overline{QM}) \\ \Rightarrow \overline{PN} &= \frac{k}{m}(\overline{QM}) \Rightarrow \overline{PN} \parallel \overline{QM} \end{aligned}$$

دو ضلع مقابل چهارضلعی  $MNPQ$  موازی و نابرابر هستند ( $\frac{k}{m} \neq 1$ ).بنابراین چهارضلعی  $MNPQ$  همواره دوزنقه است.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۲)

## ۴۸ - گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

چون سه نقطه داده شده روی یک دایره قرار نمی‌گیرند، پس روی یک امتدادند و در نتیجه دو بردار  $\overline{AB}$  و  $\overline{CB}$  موازی‌اند:

$$\begin{cases} \overline{AB} = (2-\alpha, 2-\alpha, -1) \\ \overline{CB} = (-1, -1, -2) \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط توازی}} \frac{2-\alpha}{-1} = \frac{2-\alpha}{-1} = \frac{-1}{-2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \overline{AB} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1\right)$$

$$\Rightarrow 2\overline{AB} = (-1, -1, -2) \Rightarrow |2\overline{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{6}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

## ۴۹ - گزینه «۱»

(اسحاق اسفندیار)

$$\begin{cases} A(-1, 2, t) \\ B(t', 1, 1) \end{cases} \xrightarrow{t, t' \in \mathbb{R}} \overline{AB} = (t'+1, -1, 1-t)$$

اکنون شرط توازی بردار  $\overline{AB}$  با بردار  $\vec{v} = (1, -2, 3)$  را می‌نویسیم:

$$\frac{t'+1}{1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1-t}{3} \Rightarrow t = t' = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} A(-1, 2, -\frac{1}{2}) \\ B(-\frac{1}{2}, 1, 1) \end{cases}$$

بنابراین مختصات نقطه  $M$ ، وسط پاره خط  $AB$ ، عبارت است از:

$$M = \frac{A+B}{2} = \left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right) \xrightarrow{\text{فاصله از مبدأ}}$$

$$|OM| = \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{46}}{4}$$

که مجذور این فاصله برابر  $\frac{23}{8} = \frac{46}{16}$  است.

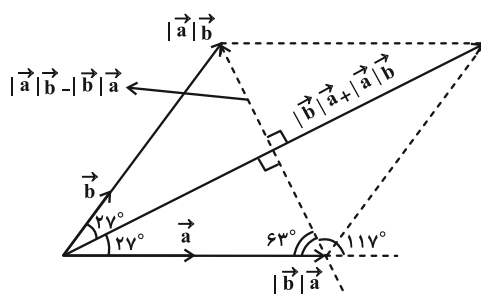
(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

## ۵۰ - گزینه «۴»

(پواد ترکمن)

می‌دانیم بردار  $|\vec{b}| \vec{a} + |\vec{a}| \vec{b}$  و هر مضرب آن، بردار نیمساز زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  است. پس با توجه به این‌که زاویه بین بردار  $\vec{a}$  و بردار نیمساز زاویه بین  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر  $27^\circ$  است. پس دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  با یکدیگر زاویه  $54^\circ$  می‌سازند. داریم:

$$\vec{c} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} - \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{|\vec{a}| \vec{b} - |\vec{b}| \vec{a}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{1}{|\vec{a}| |\vec{b}|} (|\vec{a}| \vec{b} - |\vec{b}| \vec{a})$$

بردار  $\vec{c}$  عمود بر راستای بردار  $|\vec{b}| \vec{a} + |\vec{a}| \vec{b}$  است (چرا؟) و مطابقشکل زاویه بردار  $\vec{c}$  با بردار  $\vec{a}$  مکمل زاویه  $63^\circ$  درجه، یعنی  $117^\circ$  است.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۲)



## آمار و احتمال

گزینه «۲» - ۵۱

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

اضافه کردن ۱۵٪ هر داده به خودش، همانند ضرب هر داده در عدد ۱/۱۵

است که واریانس را افزایش می‌دهد ولی چون میانگین و انحراف معیار هر دو

به یک نسبت افزایش می‌یابند، پس ضریب تغییرات ثابت می‌ماند.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۷)

گزینه «۳» - ۵۲

(مهردار ملونری)

چون مُد داده‌ها برابر ۴ است، پس  $a = b = 4$ ؛ تعداد داده‌ها ۱۰ تا است.

در این صورت میانه و چارک‌ها به صورت زیر هستند:

$$1, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6$$

$$\begin{array}{ccc} & \downarrow & \\ Q_1 = 3 & \frac{4+4}{2} = 4 & Q_3 = 5 \end{array}$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 5 - 3 = 2$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

گزینه «۱» - ۵۳

(مهریار راشری)

تعداد کل دانش‌آموزان کلاس ۷۲ نفر است، پس  $x + y$  برابر با ۲۰ است.

با توجه به این که زاویه مربوط به دسته سوم از زاویه مربوط به دسته پنجم،

$40^\circ$  کمتر است، داریم:

$$\frac{x}{72} \times 360^\circ + 40^\circ = \frac{y}{72} \times 360^\circ \Rightarrow 5x + 40 = 5y$$

$$\Rightarrow x + 8 = y \Rightarrow y - x = 8$$

از حل دستگاه  $\begin{cases} x + y = 20 \\ y - x = 8 \end{cases}$ ،  $x = 6$  و  $y = 14$  می‌شود. بنابراین

$$\frac{x}{72} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$$

فراوانی نسبی دسته سوم برابر است با:

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

گزینه «۲» - ۵۴

(سوکندر روشنی)

یک بار میانگین کران پایین و یک بار میانگین کران بالا را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1 \times 140 + 8 \times 150 + 6 \times 160 + 2 \times 170 + 2 \times 180 + 1 \times 190}{20} < \bar{x}$$

$$< \frac{1 \times 150 + 8 \times 160 + 6 \times 170 + 2 \times 180 + 2 \times 190 + 1 \times 200}{20}$$

$$159/5 < \bar{x} < 169/5$$

در بین گزینه‌ها، تنها عدد ۱۶۸ برای میانگین قابل قبول است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵)

گزینه «۲» - ۵۵

(مصطفی دیداری)

$$\text{جمع اولیه} = 21 \times 24 = 504 \Rightarrow \text{میانگین اولیه} = \frac{504}{21}$$

$$21 - 12 = 9 \text{ پس } 2 \times 9 = 18 \text{ واحد در مجموع کم حساب شده است. از}$$

طرفی ۱۶ واحد نیز در مجموع زیاد حساب شده است پس در مجموع ۲ واحد

کم حساب شده و مجموع درست داده‌ها برابر ۵۰۶ است. همچنین تعداد

درست اعداد نیز برابر ۲۰ تا بوده است. پس داریم:

$$\text{میانگین درست} = \frac{506}{20} = 25/3$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)



۵۶- گزینه «۱»

(سیرمهر شا عسینی فرد)

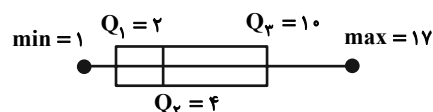
در نمودار جعبه‌ای کمترین و بیشترین داده، همچنین مقادیر میانه ( $Q_p$ ) و

چارک اول و سوم نمایش داده می‌شود. در داده‌های

۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، ۱۰، ۱۵، ۱۷ داریم:

$$\min = 1, Q_1 = 2, Q_p = 4, Q_3 = 10, \max = 17$$

پس در نمودار جعبه‌ای داریم:



(آمار و احتمال-آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۵۷- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌نار)

فرض کنید میانگین اولیه برابر  $\bar{x}$  باشد، در این صورت داریم:

$$3\bar{x} - 2 = 11/5 \Rightarrow \bar{x} = 4/5$$

$$4/5 = \frac{2 \times 3 + a \times 4 + 3 \times 5 + 2 \times 6}{2 + a + 3 + 2} \Rightarrow 4/5 = \frac{23 + 4a}{7 + a}$$

$$\Rightarrow a = 3$$

(آمار و احتمال-آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

۵۸- گزینه «۱»

(افشین فاضله‌نار)

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sigma \Rightarrow \begin{cases} \sigma = 0 & \text{غ ق} \\ \sigma = \frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0/1 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1/2}{1/10} = 5$$

$$\Rightarrow x_1 + \dots + x_{p_0} = 20 \times 5 = 100$$

(آمار و احتمال-آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۵۹- گزینه «۴»

(پوار فاطمی)

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه را با  $\bar{x}$  و  $\sigma_x$  و میانگین وانحراف معیار داده‌های جدید را با  $\bar{y}$  و  $\sigma_y$  نمایش دهیم، آنگاه با توجه بهاینکه  $\bar{x}$  عددی ثابت است، داریم:

$$\begin{cases} \bar{y} = 5\bar{x} + \bar{x} = 6\bar{x} \\ \sigma_y = 5\sigma_x \end{cases}$$

$$\frac{CV_y}{CV_x} = \frac{\frac{\sigma_y}{\bar{y}}}{\frac{\sigma_x}{\bar{x}}} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \times \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{5\sigma_x}{\sigma_x} \times \frac{\bar{x}}{6\bar{x}} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{CV_y}{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \Rightarrow CV_y = 2/5$$

(آمار و احتمال-آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۶۰- گزینه «۲»

(فرزاد پواری)

با توجه به نمودار میله‌ای، داده‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ می‌نویسیم و

چارک‌های اول ( $Q_1$ )، دوم ( $Q_p$  = میانه) و چارک سوم را حساب می‌کنیم:

۱، ۱، ۱، ۲، ۳، ۳، ۳، ۴، ۴، ۴، ۴، ۵، ۵، ۵		
↓ $Q_1$	↓ میانه ↓ $Q_p$	↓ $Q_3$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 4 - 2 = 2$$

اختلاف  $IQR$  و میانه  $|4 - 2| = 2$ 

(آمار و احتمال-آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)



## آمار و احتمال

گزینه «۴» - ۶۱

(سیرمقدمرها مسینی فرد)

هر یک از ارقام زوج باید در یک بخش مجزا باشند، پس هر کدام از اعداد فرد  $\{۱, ۳, ۵\}$  دارای سه انتخاب هستند که در کنار رقم ۲ یا ۴ یا ۶ باشند و جواب  $۳^۳ = ۲۷$  است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

گزینه «۳» - ۶۲

(امیرمسین ابومحبوب)

زیرمجموعه‌های مورد نظر را به دو دسته تقسیم می‌کنیم:  
دسته اول: زیرمجموعه‌های شامل عدد ۹. واضح است که حاصل ضرب اعضای تمام زیرمجموعه‌هایی که شامل عدد ۹ باشند، بر این عدد بخش‌پذیر است. تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر  $۲^۸ = ۲۵۶$  است.  
دسته دوم: زیرمجموعه‌های فاقد عدد ۹. برای این که حاصل ضرب اعضای چنین زیرمجموعه‌هایی بر ۹ بخش‌پذیر باشد، لازم است حتماً شامل ۳ و ۶ باشند، بنابراین تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر  $۲^۶ = ۶۴$  است.

$$\text{تعداد کل زیرمجموعه‌ها} = ۲۵۶ + ۶۴ = ۳۲۰$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

گزینه «۱» - ۶۳

(مصطفی دیراری)

$$p \Rightarrow \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim p \Rightarrow q \equiv p \vee q$$

$$(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee (p \vee q) \equiv [p \vee (p \vee q)] \wedge [q \vee (p \vee q)]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۱» - ۶۴

(مهرزاد ملونری)

طبق ضابطه‌های تعریف شده، اعضای دو مجموعه  $M$  و  $N$  به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} M = \{۳, ۵, ۷, ۹\} \\ N = \{۱, ۲, \dots, ۹\} \end{cases} \Rightarrow M \subseteq N$$

$$\text{تعریف زیرمجموعه} \rightarrow \forall x; (x \in M \Rightarrow x \in N)$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۲)

گزینه «۲» - ۶۵

(مهریار راشدی)

$$n((B \times A) - (B \times C)) = n(B \times (A - C)) = n(B) \times n(A - C)$$

$$\Rightarrow n((B \times A) - (B \times C)) = n(B) \times (n(A) - n(A \cap C))$$

از آنجا که تعداد اعضای  $B$  مشخص است، باید تعداد اعضای  $A - C$  حداکثر شود. اگر  $A$  و  $C$  اشتراک نداشته باشند (یعنی  $n(A \cap C) = 0$  باشد)، تعداد اعضای  $A - C$  برابر با تعداد اعضای مجموعه  $A$  خواهد شد. بنابراین حداکثر تعداد اعضای  $(B \times A) - (B \times C)$  برابر است با:

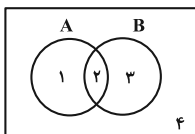
$$n(B) \times n(A) = ۳ \times ۵ = ۱۵$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

گزینه «۲» - ۶۶

(غرزاد یواری)

نمودار ون را می‌کشیم و از روش شماره‌گذاری ناحیه‌ها استفاده می‌کنیم:



$$[(A \cup B) - A] \cap [(A \cap B) \cup A']$$

$$= [(1, 2, 3) - (1, 2)] \cap [(2) \cup (3, 4)]$$

$$= [3] \cap [2, 3, 4] = (3) \text{ ناحیه } = B - A$$

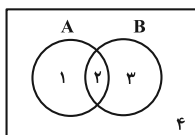
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

گزینه «۳» - ۶۷

(غرزاد یواری)

به کمک نمودار ون و روش شماره‌گذاری از شرط  $A \cap B' = B \cap A'$

می‌توان نتیجه گرفت:  $A = B$ .





$$|A| = \underbrace{|A \cup B|}_{10} - \underbrace{|B - A|}_{5} = 5$$

پس  $A$  دارای ۵ عضو بوده و  $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = 10$  زیرمجموعه دوعضوی دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(علیرضا شریف‌فطیعی)

۶۹- گزینه «۱»

ابتدا قسمت مقدم گزاره شرطی را ساده می‌کنیم:

$$(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge \underbrace{(\sim r \vee r)}_T = p$$

حال قسمت تالی گزاره شرطی را ساده می‌کنیم:

$$\sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv \sim(\sim q) \vee (p \wedge \sim q)$$

$$\equiv q \vee (p \wedge \sim q) \equiv (q \vee p) \wedge \underbrace{(q \vee \sim q)}_T \equiv q \vee p$$

گزاره شرطی به صورت زیر می‌شود:

$$p \Rightarrow (q \vee p) \equiv \sim p \vee (q \vee p) \equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \vee q \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(سوکندر روشنی)

۷۰- گزینه «۲»

چون دو مجموعه  $A$  و  $B$  ناتهی هستند. برای دو مجموعه می‌توان نوشت:

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 3 \\ c = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 2 \\ c = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 4 \\ a + b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 3 \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 2 \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ a + b + c = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 1 \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm \sqrt{2} \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = \pm \sqrt{2} + 4 \notin \mathbb{Z}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

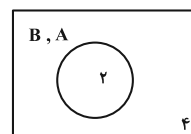
$$\begin{aligned} A \cap B' &= B \cap A' \\ (1, 2) \cap (1, 4) &= (2, 3) \cap (3, 4) \\ (1) &= (3) \end{aligned}$$

با توجه به این که ناحیه‌های (۱) و (۳) جدا از هم هستند برای آن که با هم

مساوی باشند، عملاً باید هر دو تهی باشند یعنی  $A$  و  $B$  فقط به ناحیه (۲)

محدود می‌شوند. به عبارت دیگر  $A$  و  $B$  یک مجموعه می‌باشند. یعنی

$A = B$  پس شکل بالا به صورت زیر درمی‌آید:



حال با فرض برابری  $A$  و  $B$  به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) درست: از  $A = B$  می‌توان نتیجه گرفت:  $A \cup B = A \cap B$

(۲) درست: چون  $A = B$  می‌باشد پس  $A \cup B = B$

(۳) نادرست: زیرا:

$$(A' \cap B') - A \stackrel{A=B}{=} (A' \cap A') - A = A' - A$$

$$\underline{A' \neq \emptyset} \quad \text{و } A' \text{ جدا از هم‌اند}$$

(۴) درست:

$$(A \cap B) \cup A' \stackrel{A=B}{=} (A \cap A) \cup A' = A \cup A' = U$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(مصطفی دیداری)

۶۸- گزینه «۴»

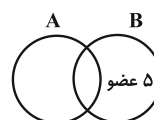
$$(A \cap B) \cup (A' \cap B')' = (A \cap B) \cup (A \cup B) = A \cup B$$

$$A' - B' = A' \cap (B')' = A' \cap B = B - A$$

$A \cup B$  دارای ۱۰۲۴ زیرمجموعه است پس ۱۰ عضو دارد.  $B - A$  نیز

دارای ۳۱ زیرمجموعه ناتهی است پس ۳۲ زیرمجموعه داشته و ۵ عضو دارد.

تعداد عضوهای  $A$  برابر است با:





## ریاضیات گسسته

## ۷۱- گزینه «۲»

(پیروز آل بویه)

ابتدا یک رقم زوج از بین ارقام ۸، ۶، ۴، ۲ و دو رقم فرد از بین ارقام

$$۹، ۷، ۵، ۳، ۱ \text{ انتخاب می کنیم که این عمل به } \binom{۵}{۲} \binom{۴}{۱} = ۴۰ \text{ روش}$$

امکان پذیر است. با توجه به شرط داده شده، رقم دهگان کوچک ترین رقم

انتخابی است. اما دو رقم یکان و صدگان می توانند به ۲! حالت، جابه جا

شوند. پس جواب عبارت است از:

$$\frac{\text{صدگان}}{\text{دهگان}} \frac{\text{یکان}}{\text{صدگان}} \Rightarrow \binom{۴}{۱} \times \binom{۵}{۲} \times ۲! = ۸۰$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

## ۷۲- گزینه «۳»

(مهریار ملونری)

تعداد کل جایگشت های این ۵ مهره متمایز برابر با  $۵! = ۱۲۰$  است.

حالت های نامطلوب، آن است که ۳ مهره قرمز کنار هم باشند. با قرار دادن

این ۳ مهره در یک جعبه، داریم:

$$\boxed{\text{۳ مهره قرمز}} \quad \boxed{\text{آبی ۱}} \quad \boxed{\text{آبی ۲}} \xrightarrow{\text{جایگشت ۳ شیء متمایز}} ۳! \times ۲! = ۳۶$$

پس طبق اصل متمم، تعداد حالت های مورد نظر برابر است با:

$$۱۲۰ - ۳۶ = ۸۴$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

## ۷۳- گزینه «۱»

(پرواز ترکمن)

از روش متمم کمک می گیریم. تعداد کل زیرمجموعه های ۵ عضوی مجموعه

$$\{۱، ۲، ۳، \dots، ۱۰\} \text{ برابر با } \binom{۱۰}{۵} = ۲۵۲ \text{ است. از طرفی در مجموعه}$$

$$\{۱، ۲، ۳، \dots، ۱۰\}، \text{ جفت عددهایی که مجموع آن ها برابر با عدد ۱۱}$$

می باشد، عبارت اند از:

$$\{۱، ۱۰\}، \{۲، ۹\}، \{۳، ۸\}، \{۴، ۷\}، \{۵، ۶\}$$

برای آن که یک زیرمجموعه ۵ عضوی داشته باشیم که مجموع هیچ دو عضو

آن برابر با ۱۱ نباشد، باید از هر یک از گروه های فوق، یک عضو انتخاب

$$\text{کنیم که این عمل به } \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} = ۳۲ \text{ روش}$$

امکان پذیر است، پس جواب  $۲۵۲ - ۳۲ = ۲۲۰$  است.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

## ۷۴- گزینه «۱»

(مهریار راشدی)

ابتدا دو گوی از هشت گوی را انتخاب کرده در جعبه اول قرار می دهیم و

سپس دو گوی از شش گوی باقی مانده را انتخاب نموده و در جعبه دوم قرار

می دهیم و همین روند را ادامه می دهیم.

$$\binom{۸}{۲} \binom{۶}{۲} \binom{۴}{۲} \binom{۲}{۲} = ۲۸ \times ۱۵ \times ۶ \times ۱ = ۲۵۲۰$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبات: صفحه های ۵۸ و ۵۹)

## ۷۵- گزینه «۲»

(سوگند روشنی)

ابتدا دو ناحیه از ۴ ناحیه را انتخاب می کنیم و سپس از هر ناحیه ۲ نفر

انتخاب می کنیم:

$$\binom{۴}{۲} \binom{۵}{۲} \binom{۵}{۲} = ۶۰۰$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

## ۷۶- گزینه «۴»

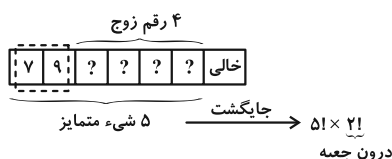
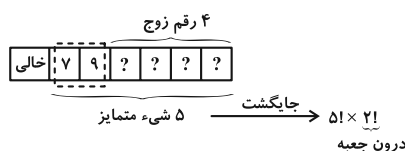
(مهریار راشدی)

برای آن که شش رقم داده شده در خانه های متوالی قرار گیرند، مطابق شکل

زیر، باید در ۲ حالت، یکی از خانه های ابتدایی یا انتهایی خالی باشد. از طرفی

دو رقم ۷ و ۹ نیز باید کنار هم قرار گیرند، که آن ها را در یک جعبه تصور

می کنیم؛ داریم:



$$۲ \times (۵! \times ۲!) = ۴۸۰$$

بنابراین تعداد کل حالت ها برابر است با:

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

## ۷۷- گزینه «۳»

(سیرمهرضا حسینی فردر)

ابتدا ارقام فرد را در مکان های مربع شکل قرار می دهیم، سپس در فضاهای

خالی موجود در بین آن ها، ارقام زوج را جای می دهیم؛ که مطابق شکل

می توان از بین ۵ فضای خالی ۳ تا را برای ارقام زوج انتخاب کرد:





پس جواب  $۵۶ = ۲۰ + ۱۶ + ۲۰$  است.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

(سوکنر روشنی)

۸۰- گزینه «۱»

الف) دو حرف صدادار و یکسان  $a$  و  $a$  و یک حرف از  $۴$  حرف بی‌صدا باشد:

$$a, a \text{ و } (بی\ صدا) \Rightarrow \binom{4}{1} \times \frac{3!}{2!} = ۱۲$$

ب) دو حرف صدادار از بین حروف  $a, i$  و  $e$  و یک حرف از  $۴$  حرف بی‌صدا باشد:

$$\binom{3}{2} \binom{4}{1} \times ۳! = ۷۲$$

پس جواب  $۸۴ = ۱۲ + ۷۲$  است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

### ریاضیات گسسته- پیشروی سریع

(علیرضا شریف‌فطینی)

۸۱- گزینه «۴»

$$x_1 + x_2 + x_3 = ۱۸ \xrightarrow{x_1 = 3x_2} 3x_2 + x_2 + x_3 = ۱۸$$

با توجه به معادله  $x_2$  مقادیر  $۰$  تا  $۴$  را می‌پذیرد  $\Rightarrow 4x_2 + x_3 = ۱۸ \Rightarrow$

پس این معادله ۵ جواب وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(مهرادر ملونری)

۸۲- گزینه «۱»

در ماتریس  $B$ ، به جای  $\bigcirc$  ها به دو حالت اعداد ۲ و ۳ قرار می‌گیرند، که به ازای هر کدام از حالت‌ها، ماتریس  $B$  به طور یکتا پر می‌شود.

$$B = \begin{bmatrix} & ۳ & & \\ ۲ & & & \\ & & ۱ & \bigcirc \\ & & \bigcirc & ۴ \end{bmatrix}$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$\boxed{\text{فرد}} - \boxed{\text{فرد}} - \boxed{\text{فرد}} - \boxed{\text{فرد}} - \boxed{\text{فرد}}$$

انتخاب ۳ جای خالی

$$\Rightarrow \binom{5}{3} \times \frac{3!}{2!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} = ۱۸۰$$

جایگشت ارقام فرد در مربع‌ها جایگشت ارقام زوج که شامل  $\{۲, ۲, ۴\}$  است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۷۸- گزینه «۲» (پوار ترکمن)

دانشجوها را در مکان‌های دایره‌ای شکل و استادها را در مکان‌های مربع شکل قرار می‌دهیم؛ حالت‌های مطلوب عبارتند از:

$$\boxed{a} \boxed{m} \boxed{b} \square \square \square \square \rightarrow \frac{2! \times 2! \times 2!}{2!} = ۸$$

جایگشت  $a$  و  $b$

$$\square \square \boxed{a} \boxed{m} \boxed{b} \square \square \rightarrow \frac{2! \times 2! \times 2!}{2!} = ۸$$

جایگشت  $a$  و  $b$

$$\square \square \square \square \boxed{a} \boxed{m} \boxed{b} \rightarrow \frac{2! \times 2! \times 2!}{2!} = ۸$$

جایگشت  $a$  و  $b$

پس جواب  $۲۴ = ۳ \times ۸$  است.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

(سیرمهرضا مسینی‌فرد)

۷۹- گزینه «۱»

دو حالت وجود دارد:

الف) رقم یکان صفر باشد؛ در این صورت دو رقم دیگر فردند و داریم:

$$\boxed{\text{فرد}} \boxed{\text{فرد}} \boxed{۰} \Rightarrow ۲۰$$

۱ حالت  $\times$  ۴ حالت  $\times$  ۵ حالت

ب) رقم یکان ۵ باشد.

$$\begin{matrix} \text{غیر صفر} & \text{غیر ۵} \\ \boxed{\text{زوج}} & \boxed{\text{فرد}} & \boxed{۵} \end{matrix} \Rightarrow ۱۶$$

$\Rightarrow$  رقم صدگان زوج است  $\Rightarrow$  ۱ حالت  $\times$  ۴ حالت  $\times$  ۴ حالت

$$\begin{matrix} \text{غیر ۵} \\ \boxed{\text{فرد}} & \boxed{\text{زوج}} & \boxed{۵} \end{matrix} \Rightarrow ۲۰$$

$\Rightarrow$  رقم دهگان زوج است  $\Rightarrow$  ۱ حالت  $\times$  ۵ حالت  $\times$  ۴ حالت



$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \rightarrow \binom{14}{2} \times \binom{13}{2} = 91 \times 78 = 7098$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(علی ساویبی)

۸۵- گزینه «۳»

اعداد مورد نظر به صورت  $abcd$  می‌باشند که ارقام  $a, b, c$  و  $d$  از صفر تا ۹ می‌باشند. اما چون اعداد مورد نظر باید مضرب ۵ باشند، پس دو حالت زیر مطرح است:

الف)  $d = 0 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} a + b + c + 0 = 8 \Rightarrow a + b + c = 8$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \xrightarrow{n=8, k=3} \binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

ب)  $d = 5 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} a + b + c + 5 = 8 \Rightarrow a + b + c = 3$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \xrightarrow{n=3, k=3} \binom{3+3-1}{3-1} = \binom{5}{2} = 10$$

پس جواب  $45 + 10 = 55$  است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(مصطفی درباری)

۸۶- گزینه «۱»

واضح است که  $Z$  باید فرد باشد (چرا؟)، پس:

$$x = 2k + 1, \quad y = 2k' + 1, \quad z = 2k'' + 1$$

$$\xrightarrow{\text{در معادله}} (2k + 1) + (2k' + 1) + (2k'' + 1) = 10$$

$$\Rightarrow k + k' + k'' = 4$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \rightarrow \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(پرویز آل‌بویه)

۸۷- گزینه «۴»

ابتدا ریشه سوم می‌گیریم:

$$3 / \dots \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \Rightarrow 4 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

مثال:

۴	۳	۲	۱
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴

همچنین  $m$  نمی‌تواند ۱ باشد، چون با توجه به تعامد  $A$  و  $B$ ، باید درایه‌های متناظر آن‌ها در مربع  $B$  برابر ۱ و ۴ باشند که در آن صورت، مربع  $B$  لاتین نخواهد بود. در نتیجه برای  $m$ ، سه مقدار ۲، ۳ و ۴ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(فرزاد پوادی)

۸۳- گزینه «۲»

مربع‌های لاتین  $A, B, C$  و  $D$  را با شرایط گفته شده می‌سازیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم مربع‌هایی که هر دو قطری هستند (یعنی درایه‌های روی قطر اصلی‌شان اعداد یکسان هستند) با هم متعامد نمی‌باشند؛ لذا مربع‌های  $A, B$  و  $D$  با یکدیگر متعامد نمی‌باشند (یعنی هر دو مربعی که از بین  $A, B$  و  $D$  انتخاب کرده و روی هم ادغام کنیم، روی قطر اصلی، اعداد دو رقمی تکراری ظاهر می‌شود). یک مربع لاتین قطری  $3 \times 3$ ، با ۶ مربع لاتین غیرقطری متعامد می‌شود پس هر یک از سه مربع  $A, B$  و  $D$  با  $C$  متعامد می‌باشد. یعنی گزینه «۲» جواب صحیح می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

(سوکندر روشنی)

۸۴- گزینه «۴»

سه عدد  $X, Y$  و  $Z$  را می‌توان به صورت

$$x = 3^{a_1} \times 5^{b_1}$$

$$y = 3^{a_2} \times 5^{b_2}$$

$$z = 3^{a_3} \times 5^{b_3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 12 \\ b_1 + b_2 + b_3 = 11 \end{cases}$$



پس  $ab = cd = 6$  (A و B متعامدند  $\Rightarrow$ )  $AB = \begin{pmatrix} 22 & 31 & 13 \\ 33 & 12 & 21 \\ 11 & 23 & 32 \end{pmatrix}$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(مصطفی درباری)

۸۹- گزینه «۲»

می‌دانیم در مربع لاتین  $4 \times 4$ ، اعداد طبیعی ۱ تا ۴ قرار دارند. پس  $a^2 \leq 4$

و چون  $\frac{a}{2}$  باید عددی طبیعی باشد،  $a$  باید عددی زوج در نظر گرفته شود و

لذا  $a = 2$  قابل قبول است. پس مربع لاتین زیر حاصل می‌شود:

		b	۲
	۴		۳
		c	۴
۳	۲	۴	۱

بنابراین  $b = 1$  یا  $b = 3$  است. پس:

الف)  $b = 1 \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \Rightarrow a + b + c = 6 \\ c = 3 \end{cases}$

ب)

$b = 3 \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 2 \\ & 4 & & 3 \\ & 3 & c & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} c=1 \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow a + b + c = 6 \\ c=2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow a + b + c = 7 \end{cases}$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(جواد ترکمن)

۹۰- گزینه «۱»

برای این منظور باید مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین داده شده را بیابیم. به‌طوری که درایه سطر دوم و ستون دوم آن عدد ۳ باشد. برای این منظور به دو روش ( $R_1 \leftrightarrow R_2$  و  $C_1 \leftrightarrow C_2$ )، مواد اولیه نوع ۳، در کنار ماشین شماره ۱، در روز یکشنبه قرار می‌گیرد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۹)

حال تعداد جواب‌های طبیعی نامعادله  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$  را می‌یابیم. در هر جعبه یک شیء قرار می‌دهیم (۳ شیء مصرف می‌شود)، سپس تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی نامعادله  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 7$  را مشخص می‌کنیم:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 7 \xrightarrow{t \geq 0} \text{تبدیل به معادله}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + t = 7 \xrightarrow{n=7, k=4}$$

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3} = 120$$

اکنون تعداد جواب‌های طبیعی نامعادله  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$  را مشخص می‌کنیم. واضح است که این نامعادله فقط یک جواب طبیعی  $x_1 = x_2 = x_3 = 1$  دارد. پس جواب سؤال  $120 - 1 = 119$  است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(غریزاد جواد)

۸۸- گزینه «۲»

ابتدا مربع لاتین A را تکمیل می‌کنیم و در نتیجه  $a = 2$  و  $b = 3$  به دست می‌آید.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

اکنون به مربع لاتین B می‌پردازیم که قرار است با مربع لاتین A متعامد باشد.

$$B = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 3 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

که پس از پر شدن ستون اول، اگر دو مربع لاتین A و B کنار هم قرار گیرند، در ستون اول مربع AB، اعداد دو رقمی ۲۲، ۳۳ و ۱۱ حاصل می‌شوند و چون A و B متعامدند، این اعداد دو رقمی نباید تکرار شوند. پس درایه  $b_{12}$  از مربع لاتین B نمی‌تواند برابر ۳ باشد (چرا؟) و در نتیجه داریم:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow c = 3, d = 2$$



## فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۲»

(مسام نازری)

وقتی چشمه در کانون سطح (۲) قرار بگیرد، شنونده بیشترین شدت صوت را احساس می‌کند. در شکل داده شده فاصله چشمه تا سطح (۲) برابر  $1/\lambda m$  است. پس باید ۸۰ سانتی‌متر به سمت راست جابه‌جا شود تا در فاصله ۱۰۰ سانتی‌متری سطح (۲) و در واقع در کانون آن قرار بگیرد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۹۲- گزینه «۲»

(محمود منصوری)

شخص زمانی می‌تواند صدای پژواک خود را بشنود که حداقل فاصله زمانی بین دو پژواک ۰/۱ ثانیه باشد.

$$d_1 = 2d + vt_1 \xrightarrow{t_1 = t_2 + 0.1} d_1 = 2d + v(t_2 + 0.1)$$

$$t_1 = \frac{d_1}{v_{\text{صوت}}} \quad v_{\text{صوت}} = 340 \frac{m}{s}, \quad v = 20 \frac{m}{s}$$

$$340(t_2 + 0.1) = 2d + 20t_2 + 2 \Rightarrow 2d - 320t_2 = 32 \quad (1)$$

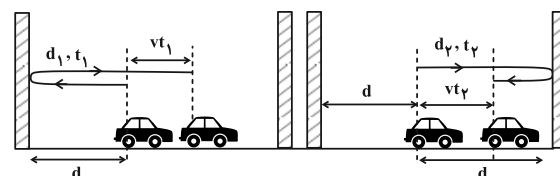
$$d_2 = 2d - vt_2$$

$$t_2 = \frac{d_2}{v_{\text{صوت}}} \quad v_{\text{صوت}} = 340 \frac{m}{s}, \quad v = 20 \frac{m}{s}$$

$$340t_2 = 2d - 20t_2 \Rightarrow 360t_2 = 2d \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 360t_2 - 320t_2 = 32 \Rightarrow t_2 = \frac{32}{40} = 0.8 \text{ s}$$

$$2d = 360t_2 \Rightarrow \text{فاصله بین دو صخره} = 360 \times 0.8 = 288 \text{ m}$$

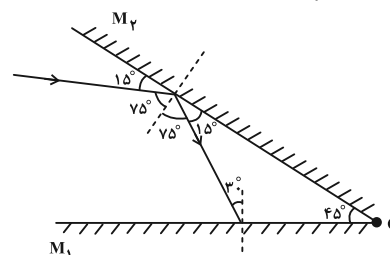


(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۰ و ۹۳)

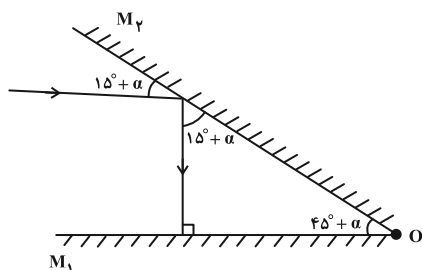
۹۳- گزینه «۴»

(مجتبی نکلوتیان)

طبق قانون بازتاب عمومی، همواره زاویه تابش و بازتاب با هم برابر است، پس مطابق با شکل زیر داریم:



برای کاهش زاویه تابش در اولین برخورد به آینه  $M_1$ ، باید زاویه بین دو آینه افزایش یابد. پس آینه  $M_2$  را باید به صورت ساعتگرد حول نقطه  $O$  بچرخانیم. بنابراین:



$$15^\circ + \alpha + 45^\circ + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۹۴- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

وقتی تپ تابش از طناب سنگین (ضخیم) به طناب سبک (نازک) می‌رسد، بخشی از آن با انرژی و دامنه کمتر اما با طول موج بیشتر وارد محیط دوم یعنی طناب نازک می‌شود؛ بدون آن‌که وارونه شود.

همچنین بخشی دیگر با انرژی و دامنه کمتر نسبت به تپ اولیه، به طناب ضخیم برمی‌گردد (بازتاب می‌شود). تپ بازتابی نیز وارونه نشده و فقط جهت انتشار آن نسبت به تپ تابش، برعکس می‌شود. باید توجه داشت که بسامد  $f$  از ویژگی‌های چشمه موج است. پس با انتشار از یک محیط به محیط دیگر و یا بازتاب به محیط اول، بسامد تغییر نمی‌کند. نیروی کشش  $F$  نیز در هر دو طناب یکسان است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \frac{\mu_2 < \mu_1}{F_2 = F_1} \Rightarrow v_2 > v_1$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \frac{v_2 > v_1}{f_2 = f_1} \Rightarrow \lambda_2 > \lambda_1$$

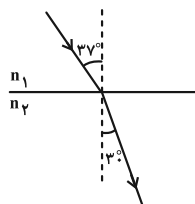
پس طول موج در طناب نازک، بیشتر از طول موج در طناب ضخیم است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۹۵- گزینه «۴»

(امیرامیر میرسعید)

زاویه بین جبهه موج و مرز جدایی دو محیط، برابر زاویه بین پرتو با خط عمود بر سطح است بنابراین با توجه به شکل، می‌توانیم بگوییم زاویه تابش در محیط (۱)،  $37^\circ$  و زاویه شکست در محیط (۲)،  $30^\circ$  می‌باشد و می‌توان نوشت:



$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{1} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow n_2 = 1.2$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۹۸)



## ۹۶- گزینه «۳»

(ممر نهاندری مقرر)

طبق رابطه اسنل و قانون شکست عمومی، سرعت با سینوس زاویه رابطه مستقیم و با ضریب شکست رابطه عکس دارد.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{140}{100} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{7}{5} \quad (1)$$

$$\frac{v_3}{v_4} = \frac{80}{100} = \frac{n_4}{n_3} \Rightarrow \frac{n_4}{n_3} = \frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} \Rightarrow \frac{n_3}{n_2} = \frac{0.8}{0.6} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{n_4}{n_1} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_4}{n_1} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_4}{n_1} \times \frac{n_2}{n_3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$$

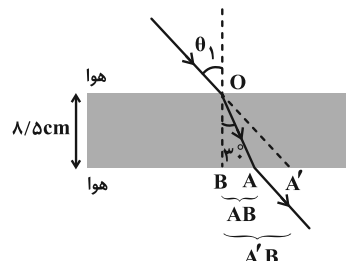
$$\frac{n_4}{n_1} \times \frac{3}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_4}{n_1} = \frac{16}{21}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۶ تا ۹۸)

## ۹۷- گزینه «۱»

(ممر بیوار سورپی)

مطابق شکل زیر، ابتدا فاصله AB و پس از آن فاصله A'B را به دست می آوریم.

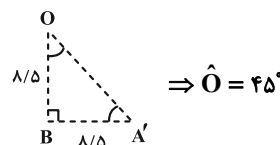


$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{\lambda/5} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AB}{\lambda/5} \Rightarrow AB = \frac{\lambda/5 \times \sqrt{3}}{3} = \frac{\lambda/5}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3} \approx 1.7 \Rightarrow AB = \frac{\lambda/5}{1.7} = \Delta \text{ cm}$$

$$A'B = AB + AA' \Rightarrow A'B = \Delta + 3/5 = \lambda/5 \text{ cm}$$

حالا در مثل قائم الزاویه متساوی الساقین A'OB، زاویه O را حساب می کنیم:



$$\Rightarrow \hat{O} = 45^\circ$$

بنابراین زاویه theta\_1 که با زاویه O در مثل A'OB متقابل به رأس است، برابر با 45° است.

در نهایت با داشتن زاویه های theta\_1 = 45° و theta\_2 = 30°، طبق قانون شکست اسنل، ضریب شکست محیط شفاف (n\_2) را حساب می کنیم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{1} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۷ تا ۹۹)

## ۹۸- گزینه «۲»

(دانیال راستی)

با توجه به قانون اسنل در محیط های متوازی السطوح داریم:

$$n_{\text{هوا}} \sin \theta_{\text{هوا}} = n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{1} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{5} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\theta_2 - \theta_1 = 3^\circ \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ, \cos \theta_1 = \frac{h_1}{AB}, \cos \theta_2 = \frac{h_2}{BC}$$

$$t_1 = \frac{AB}{c} = t_2 = \frac{BC}{c} \Rightarrow AB \cdot n_1 = BC \cdot n_2$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{\cos \theta_1} n_1 = \frac{h_2}{\cos \theta_2} n_2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\cos 30^\circ \cdot \sin 30^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ}$$

$$\frac{\cos 37^\circ = 0.8}{\sin 37^\circ = 0.6} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2})(\frac{1}{2})}{(\frac{4}{5})(\frac{3}{5})} = \frac{25}{48} \sqrt{3}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۶ تا ۹۹)

## ۹۹- گزینه «۲»

(کامران ابراهیمی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ با افزایش دما و کاهش چگالی، ضریب شکست هوا کاهش می یابد.

(ب) درست

(پ) درست

ت) نادرست، چون طول موج پرتو آبی از طول موج پرتو قرمز کمتر است.

ضریب شکست نور آبی در کوارتز از ضریب شکست نور قرمز بیشتر است.

در نتیجه پرتو آبی بیشتر منحرف می شود و در نتیجه زاویه شکست برای پرتو

آبی کمتر خواهد بود.



(ممبر کلطم منشاری)

## ۱۰۲- گزینه «۳»

اول با استفاده از رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$ ، نسبت تندی موج در هماهنگ‌های پنجم و سوم را به دست می‌آوریم:

$$f_3 = \frac{3v}{2L} \Rightarrow f'_3 = f_3 \Rightarrow \frac{5v'}{2L} = \frac{3v}{2L} \Rightarrow 5v' = 3v$$

$$f'_5 = \frac{5v'}{2L}$$

همچنین از رابطه  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  نسبت نیروی کشش تار را در این هماهنگ‌ها محاسبه می‌کنیم:

$$5v' = 3v \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{F'}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu}}} = \sqrt{\frac{F'}{F}} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{9}{25} \xrightarrow{F'=m'g, F=mg} \frac{m'g}{mg} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{9}{25} \Rightarrow m' = \frac{9}{25}m \Rightarrow m' = \frac{9}{25} \times 37/5 = 13/5 \text{ kg}$$

کاهش  $37/5 - 13/5 = 24/5 \text{ kg}$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(مسام نازری)

## ۱۰۳- گزینه «۲»

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ هر تشدیدگر هلمهولتز بسامدهای تشدید معینی دارد.

(ب) نادرست؛ تقریباً شبیه لوله صوتی یک انتها باز است.

(پ) نادرست؛ گره‌ها سرد هستند، پس در آن نقاط دما بالا نمی‌رود.

(ت) نادرست؛ صدا بم‌تر می‌شود.

(ث) درست؛ مثل دو لوله صوتی یک انتها باز با طول متفاوت

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

(کامران ابراهیمی)

## ۱۰۴- گزینه «۳»

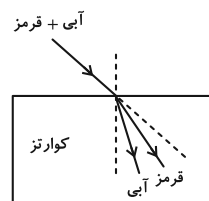
با استفاده از معادله اینشتین برای پدیده فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_e v_{\max}^2 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{2(\frac{hc}{\lambda} - W_0)}{m_e}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2(hc - \lambda W_0)}{\lambda m_e}}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(مسام نازری)

## ۱۰۰- گزینه «۳»

در پدیده پراش هر چه پهنای شکاف (a) کوچک‌تر و طول موج (λ) بزرگ‌تر شود، پراش بارزتر است:

$$\frac{\lambda}{a} \uparrow \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{v}{af} \downarrow \Rightarrow (af) \downarrow \Rightarrow \text{پراش بارزتر}$$

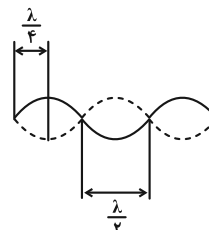
(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

## فیزیک ۳- پیشروی سریع

(مهران اسماعیلی)

## ۱۰۱- گزینه «۲»

با توجه به توضیحات صفحه ۱۰۶ کتاب درسی و شکل ۴-۳۵ جملات (الف) و (ب) درست است.

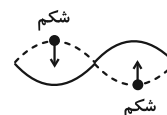


با توجه به شکل زیر نقاط واقع بر فاصله یک گره تا شکم مجاور با بسامد یکسان اما با دامنه‌های متفاوت نوسان می‌کنند، پس جمله (پ) نادرست است.



همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌شود گره‌ها ساکنند. اما هر چه از گره به شکم نزدیک می‌شویم به تدریج دامنه نوسان نقاط افزایش می‌یابد و شکم، با بیشینه دامنه نوسان می‌کنند.

همچنین با توجه به شکل زیر دو شکم مجاور با بسامد و دامنه یکسان اما همواره در فاز مخالف نوسان می‌کنند. بنابراین جمله (ت) نیز نادرست است.



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)



## ۱۰۵- گزینه «۱»

(معرفی شریفی)

با استفاده از معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = hf - \frac{1}{4}hf$$

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{3}{4}hf$$

اگر بسامد نور سه برابر شود:

$$K'_{\max} = hf' - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\max'}^2 = hf' - \frac{1}{4}hf$$

$$\frac{f'}{f} = 3 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\max'}^2 = \frac{11}{4}hf$$

$$\frac{\frac{1}{2}mv_{\max'}^2}{\frac{1}{2}mv_{\max}^2} = \frac{\frac{11}{4}hf}{\frac{3}{4}hf} \Rightarrow \left(\frac{v'_{\max}}{v_{\max}}\right)^2 = \frac{11}{3} \Rightarrow \frac{v'_{\max}}{v_{\max}} = \sqrt{\frac{11}{3}}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

## ۱۰۶- گزینه «۴»

(معصومه شریعت ناصری)

کوتاه‌ترین طول موج اتم هیدروژن برای هر رشته خطی طیف گسیلی تراز  $n'$  زمانی اتفاق می‌افتد که  $n = \infty$  در نظر گرفته شود. با استفاده از معادله

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\lambda_{\min} = \frac{n'^2}{R} \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{\frac{1}{\lambda_{\min}}}{\frac{1}{\lambda}} = \frac{\frac{1}{\lambda_{\min}}}{\frac{1}{\lambda}} = \frac{25}{4}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

## ۱۰۷- گزینه «۳»

(زهرا آقامحمدی)

ابتدا اختلاف انرژی دو مدار را برحسب الکترون ولت می‌نویسیم:

$$1\text{eV} = 1/6 \times 10^{-19}\text{J} \Rightarrow \Delta E = 16/32 \times 10^{-19}\text{J}$$

$$= \frac{16/32 \times 10^{-19}\text{J}}{1/6 \times 10^{-19}} = 10/2\text{eV}$$

انرژی فوتون گسیل شده برابر اختلاف انرژی دو تراز  $n$  و  $n'$  است:

$$E_n = \frac{-13/6\text{eV}}{n^2} \Rightarrow \Delta E = 13/6\text{eV} \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{\Delta E = 10/2\text{eV}}{13/6\text{eV}} \Rightarrow 10/2 = 13/6 \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = 0/75 = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{n'^2} = 1 \Rightarrow n' = 1 \\ \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 2 \end{cases}$$

یعنی الکترون از مدار  $n = 2$  به مدار  $n' = 1$  می‌رود. شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن برابر است با:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_n}{r_{n'}} = \left( \frac{n}{n'} \right)^2 \xrightarrow{n=2, n'=1} \frac{r_n}{r_{n'}} = 4$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

## ۱۰۸- گزینه «۲»

(مهمان نواوندی مقدم)

منظور از دومین حالت برانگیخته تراز سوم می‌باشد که انرژی الکترون برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{13/5}{3^2} = -1/5\text{eV}$$

ابتدا انرژی فوتون فرودی را محاسبه می‌نماییم:

$$E = hf \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 \times 10^4 = 1/224\text{eV}$$

که اگر این انرژی را به انرژی تراز سوم اضافه کنیم انرژی تراز جدید به دست می‌آید.

$$E_n = -1/5 + 1/224 = -0/276\text{eV}$$

$$\Rightarrow -0/276 = -\frac{13/5}{n^2} \Rightarrow n = 7$$

می‌دانیم که کل گذارهای به تراز یک فرابنفش و گذارهای ۷ و بالاتر به تراز دوم فرابنفش است.

$$7 \rightarrow 2, 7 \rightarrow 1, 6 \rightarrow 1, 5 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 1$$

که کلاً هفت گذار فرابنفش داریم.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳، ۱۲۷ و ۱۳۱)

## ۱۰۹- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

عبارت‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(الف) نادرست؛ طیف نور حاصل از یک جسم جامد ملتهب مانند رشته داغ یک لامپ روشن به صورت پیوسته تشکیل می‌شود و خطی نیست.

(ب) درست؛ برای تشکیل طیف گسیلی خطی اتم‌های هر گاز نظیر هیدروژن، هلیوم و ... از یک گاز رقیق و کم فشار استفاده می‌شود.

(پ) درست؛ در رشته خط‌های طیف گسیلی هیدروژن اتمی، طیف‌های پاشن و براکت و پفوند در ناحیه فروسرخ قرار دارند.

(ت) درست؛ تمام طول موج‌های مربوط به رشته لیمان از تمام طول موج‌های مربوط به رشته بالمر کوتاه‌تر هستند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

## ۱۱۰- گزینه «۳»

(مسام نازری)

موارد (پ)، (ت) و (ج) درست هستند.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) طیف آهن مذاب گسیلی پیوسته است.

(ب) مدل اتمی بور طیف اتم‌های هیدروژن گونه (مثل  $\text{Li}^{2+}$ ) را می‌تواند توجیه کند.

(ث) در گسیل خودبه‌خود، فوتون در جهت کاتوره‌ای گسیل می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۵، ۱۲۹ و ۱۳۱ تا ۱۳۳)



## فیزیک ۲

گزینه «۳» - ۱۱۱

(معمومه شریعت ناصری)

با توجه به جهت خطوط مغناطیسی قطب A، S بوده و سایر قطبها به ترتیب از چپ به راست N، S، N، S و N است. دو قطب C و E به ترتیب قطبهای جنوب و شمال جغرافیایی و قطبهای شمال و جنوب مغناطیسی زمین را نشان می‌دهند.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

گزینه «۳» - ۱۱۲

(مسام نادری)

فقط مورد (ت) درست است.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) تک قطبی مغناطیسی نداریم و در واقع با شکستن آهنربا از وسط، دو آهنربای کوچک‌تر مشابه آهنربای اولیه خواهیم داشت.

(ب) خطوط میدان مغناطیسی درون آهنربا از قطب S به N است و ضمناً شروع و پایان ندارند بلکه یک مسیر بسته هستند.

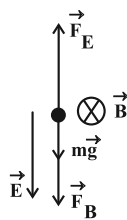
(پ) قطب شمال مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی آن است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

گزینه «۴» - ۱۱۳

(معمود منصوری)

طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر بار منفی رو به پایین است. با توجه به این که نیروی وزن نیز رو به پایین بر ذره وارد می‌شود باید نیروی الکتریکی رو به بالا باشد تا برابری نیروی وزن و نیروی مغناطیسی را خنثی کند. از طرفی چون بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، بنابراین باید جهت میدان الکتریکی رو به پایین باشد.



$$F_E = F_B + mg \quad \begin{matrix} F_E = E|q|, & F_B = |q|vB \sin 90^\circ \end{matrix}$$

$$E|q| = |q|vB + mg$$

$$|q| = 2 \times 10^{-7} \text{ C}, v = 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, B = 10^{-1} \text{ T}, m = 2 \times 10^{-7} \text{ kg}$$

$$E \times 2 \times 10^{-7} = 2 \times 10^{-7} \times 10^3 \times 0.1 / 1 + 2 \times 10^{-7} \times 10$$

$$\Rightarrow E = 100 + 10 \Rightarrow E = 110 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

گزینه «۲» - ۱۱۴

(علی بزرگر)

شرط معلق بودن سیم در حالت اول:  $F_1 = m_1 g \Rightarrow BIL \sin \theta = m_1 g$

با نوشتن قانون دوم نیوتون برای سیم جدید خواهیم داشت:  $F_{\text{net}} = m_2 a$

از طرفی می‌دانیم نیروی وارد بر سیم در میدان مغناطیسی به جرم سیم بستگی

ندارد و مقدار  $BIL \sin \theta$  در هر دو حالت یکسان است:  $F_1 = F_2$

$$F_{\text{net}} = F_2 - m_2 g = m_2 a \quad \begin{matrix} F_1 = F_2 = m_1 g \end{matrix} \rightarrow$$

$$m_1 g - m_2 g = m_2 a \Rightarrow m_1 g = m_2 (g + a)$$

$$\Rightarrow m_1 \times 10 = m_2 (10 + 2/5) \Rightarrow 10 m_1 = 12/5 m_2$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{10}{12/5} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{\rho V_2}{\rho V_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{A_2 L_2}{A_1 L_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{6} \quad \begin{matrix} A_2 = 2 A_1 \end{matrix} \rightarrow$$

$$2 \times \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{12} \Rightarrow L_2 = \frac{5}{12} L_1 = 0.41 \bar{6} L_1$$

در نتیجه طول سیم ۶۰ درصد کاهش یافته است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

گزینه «۳» - ۱۱۵

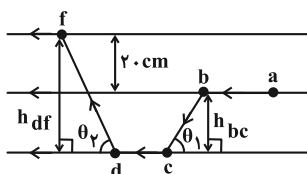
(مهدی شریفی)

با استفاده از رابطه  $F = BIL \sin \theta$ ، با توجه به این که سیمهای ab و

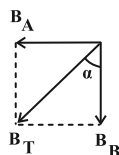
cd در راستای خطوط میدان هستند، بزرگی نیروی وارد بر آنها

bc (sin ۰ = ۰) صفر است. طبق قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم

df برون سو و درون سو و نیروی وارد بر سیم df برون سو است.







$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \Rightarrow \begin{cases} B_A = 12 \times 10^{-7} \times 1200 \times 4 = 5.76 \times 10^{-3} \text{ T} \\ B_B = 12 \times 10^{-7} \times 800 \times 6 = 5.76 \times 10^{-3} \text{ T} \end{cases}$$

چون دو میدان بر هم عمودند برای محاسبه میدان برابند داریم:

$$B_T = \sqrt{B_A^2 + B_B^2} \Rightarrow B_T = 5.76 \times \sqrt{2} \times 10^{-3} \text{ T} = 5.76 / \sqrt{2} \text{ T}$$

و چون دو میدان با هم برابرند زاویه میدان مغناطیسی برابند با راستای قائم  $45^\circ$  است.

$$\tan \alpha = \frac{B_A}{B_B} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(دانیال راستی)

۱۱۸- گزینه «۱»

نکته: کلیه متغیرهای مجهول مورد نیاز را به صورت پارامتری برحسب متغیرهای داده شده می‌نویسیم و در گام آخر عددگذاری می‌کنیم.

$$B_{\text{پیچه}} = \frac{\mu_0 NI}{2r} \quad \text{میدان پیچه برابر است با:}$$

$$I = \frac{2r B_{\text{پیچه}}}{\mu_0 N} \quad (1) \quad \text{بنابراین جریان پیچه به دست می‌آید:}$$

با داشتن جریان و ولتاژ سیم، مقاومت آن به دست می‌آید:

$$R_{\text{سیم}} = \frac{V}{I} \xrightarrow{(1)} R_{\text{سیم}} = \frac{\mu_0 NV}{2r B_{\text{پیچه}}} \quad (2)$$

با داشتن تعداد دور و شعاع پیچه، طول سیم به دست می‌آید:

$$L_{\text{سیم}} = 2\pi r N \quad (3)$$

طبق رابطه مقاومت داریم:

$$R_{\text{سیم}} = \frac{\rho_{\text{مس}} L_{\text{سیم}}}{A_{\text{سیم}}} \xrightarrow{(2), (3)} \frac{\mu_0 NV}{2r B_{\text{پیچه}}} = \frac{\rho_{\text{مس}} (2\pi r N)}{A_{\text{سیم}}}$$

$$F_{bc} = BIL_{bc} \sin \theta_1, \quad L_{bc} \sin \theta_1 = h_{bc}$$

$$F_{df} = BIL_{df} \sin \theta_2, \quad L_{df} \sin \theta_2 = h_{df}$$

$$F_{\text{برابند}} = F_{df} - F_{bc} = BI(h_{df} - h_{bc})$$

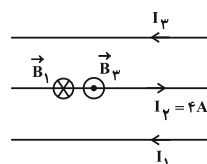
$$= 400 \times 10^{-4} \times 10 \times 0.2 = 800 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-2} \text{ N} \quad \text{برون سو}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

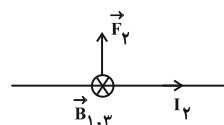
(میشی نکلوتیان)

۱۱۶- گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر کدام از سیم‌های (۱) و (۳) را در محل سیم (۲) به دست می‌آوریم.



با توجه به این که  $B_1 > B_3$  می‌باشد، جهت میدان مغناطیسی برابند در محل سیم (۲) به صورت درون سو است. پس با استفاده از قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۲) در جهت مثبت محور Y خواهد بود:



و در نهایت طبق رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت داریم:

$$F = BIL \sin \theta \quad \begin{matrix} B = B_{1,3} = B_1 - B_3 = 2 \times 10^{-4} \text{ T} \\ I = I_2 = 4 \text{ A}, \quad L = 1/5 \times 10^{-2} \text{ m} \\ \theta = 90^\circ \end{matrix}$$

$$F_y = (2 \times 10^{-4})(4)(1/5 \times 10^{-2})(1) = 1/2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\vec{F}_y = 1/2 \times 10^{-5} \hat{j} \text{ (N)}$$

پس:

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

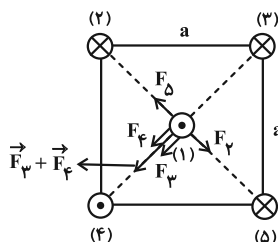
(مهمر نهاوندی مقدم)

۱۱۷- گزینه «۳»

با استفاده از قاعده دست راست، میدان سیم‌لوله‌های A و B در نقطه M به صورت شکل زیر می‌شوند. با استفاده از رابطه میدان مغناطیسی سیم‌لوله، میدان مغناطیسی سیم‌لوله‌های A و B را محاسبه می‌نماییم:



(۵) به سیم (۱) نیروی دافعه با اندازه یکسان وارد می‌کنند اما چون خلاف جهت هم هستند همدیگر را خنثی می‌کنند. سیم (۴)، سیم (۱) را جذب می‌کند و اگر جریان سیم (۲) برون‌سو باشد، سیم (۱) را جذب کرده و برآیند نیروهای وارد بر سیم (۱) صفر می‌شود، پس جریان (۲) درون‌سو است. حال برآیند نیروهای وارد بر سیم (۱) را در حالت جدید مشخص می‌کنیم:



چون فاصله سیم (۲) و (۵) تا سیم (۱) برابر و جریان‌ها و طول سیم‌ها هم یکسان است پس نیروی برابری دارند ( $F_2 = F_5$ ) و برآیند این دو نیرو صفر می‌شود.  $F_3$  و  $F_4$  هم به دلیل مشابه هم‌اندازه هستند و برآیندشان در راستای قطر مربع، مطابق شکل می‌شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

(علیرضا جباری)

۱۲۰- گزینه «۴»

عبارت‌های داده شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

الف) درست؛ حوزه مغناطیسی فقط در مواد فرومغناطیسی وجود دارد.

ب) درست، اتم‌های مواد دیامغناطیسی نظیر مس و نقره، به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند.

پ) درست؛ دوقطبی‌های مغناطیسی مواد پارامغناطیس به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند. مانند اکسیژن، اکسیدنیترژن، اورانیم، پلاتین و ..

ت) درست؛ مواد فرومغناطیس نرم مانند آهن، به سادگی آهنربا می‌شوند و با حذف میدان مغناطیسی خارجی خاصیت آهنربایی خود را به آسانی از دست می‌دهند. از طرفی باعث تقویت میدان مغناطیسی پیچه‌ها و سیم‌لوله‌ها می‌شوند.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

با مرتب کردن رابطه بالا، سیم A را برحسب سایر متغیرها می‌نویسیم:

$$A_{\text{سیم}} = \frac{2\pi r N \mu_0 \rho_{\text{پیچه}} B_{\text{مس}}}{N V} \quad (۴)$$

سیم A را برحسب قطر مقطع آن (سیم D) می‌نویسیم:

$$A = \pi \left( \frac{D_{\text{سیم}}}{2} \right)^2 \quad (۵)$$

با ترکیب (۴) و (۵)، سیم D را برحسب داده‌های سؤال می‌نویسیم:

$$\xrightarrow{(۴), (۵)} \pi \left( \frac{D_{\text{سیم}}}{2} \right)^2 = \frac{2\pi r N \mu_0 \rho_{\text{پیچه}} B_{\text{مس}}}{N V}$$

$$\Rightarrow D_{\text{سیم}} = 2r \sqrt{\frac{B_{\text{مس}} \rho_{\text{پیچه}}}{V \mu_0}} \quad (۶)$$

$$B_{\text{سیملوله}} = \mu_0 I \frac{N_{\text{سیملوله}}}{\ell_{\text{سیملوله}}} \quad \text{میدان سیملوله برابر است با:}$$

چون حلقه‌های سیملوله بدون فاصله هستند داریم:

$$N_{\text{سیملوله}} \times D_{\text{سیم}} = \ell_{\text{سیملوله}} \Rightarrow B_{\text{سیملوله}} = \frac{\mu_0 I_{\text{سیملوله}}}{D_{\text{سیم}}} \quad (۷)$$

چون در حالت سیملوله هم ولتاژ همان ولتاژ پیچه است و مقاومت سیم هم ثابت است،  $I = I_{\text{سیملوله}}$ . با جای‌گذاری سیم D و I از روابط (۱) و

$$(۶)، در رابطه (۷) داریم: B_{\text{سیملوله}} = \mu_0 \frac{2\pi r B_{\text{پیچه}}}{\mu_0 N} \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{V \mu_0}{B_{\text{پیچه}} \rho_{\text{مس}}}}$$

$$\Rightarrow B_{\text{سیملوله}} = \frac{1}{2N} \sqrt{\frac{V \mu_0 B_{\text{پیچه}}}{\rho_{\text{مس}}}}$$

$$\xrightarrow{V=10V, \mu_0=12/5 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, N=250, \rho_{\text{مس}}=2 \times 10^{-8} \Omega \cdot m, B_{\text{پیچه}}=1G}$$

$$B_{\text{سیملوله}} = \frac{1}{2 \times 250} \sqrt{\frac{10 \times 12/5 \times 10^{-7} \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-8}}} = 5 \times 10^{-4} T = 5G$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

(مسام نادری)

۱۱۹- گزینه «۳»

می‌دانیم دو سیم با جریان هم‌جهت یکدیگر را جذب و دو سیم با جریان خلاف جهت همدیگر را دفع می‌کنند. با توجه به شکل سؤال سیم‌های (۳) و



## فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۳»

(مبتنی نکلوتیان)

با توجه به رابطه میان دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلونین

 $(T = 273 + \theta)$  و رابطه میان دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت

$$(F = \frac{9}{5}\theta + 32) \text{ داریم:}$$

حالت اول:

$$\begin{cases} \theta_B - \theta_A = 18 \\ T_B = 4\theta_A \Rightarrow 273 + \theta_B = 4\theta_A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_A = 97^\circ \text{C} \\ \theta_B = 115^\circ \text{C} \Rightarrow F_B = \frac{9}{5}(115) + 32 = 239^\circ \text{F} \end{cases}$$

حالت دوم:

$$\begin{cases} \theta_A - \theta_B = 18^\circ \text{C} \\ T_B = 4\theta_A \Rightarrow 273 + \theta_B = 4\theta_A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_A = 85^\circ \text{C} \\ \theta_B = 67^\circ \text{C} \Rightarrow F_B = \frac{9}{5}(67) + 32 = 152/6^\circ \text{F} \end{cases}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۱۲۲- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

دمای ذوب یخ و جوش آب خالص در فشار اتمسفر و در مقیاس فارنهایت به

ترتیب با اعداد ۳۲ و ۲۱۲ نشان داده می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{c|c} 260 & 212 \\ \hline 0 & F \\ \hline -40 & 32 \end{array} \right\}$$

$$\frac{F - 32}{212 - 32} = \frac{0 - (-40)}{260 - (-40)} \Rightarrow \frac{F - 32}{180} = \frac{40}{300} \Rightarrow F - 32 = 24$$

$$\Rightarrow F = 32 + 24 = 56^\circ \text{F}$$

اکنون این دما را برحسب درجه سلسیوس می‌نویسیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=56^\circ \text{F}} 56 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \frac{9}{5}\theta = 24 \Rightarrow \theta = 24 \times \frac{5}{9} = 13.3^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow \theta = 24 \times \frac{5}{9} \Rightarrow \theta = 13.3^\circ \text{C}$$

و در پایان دمای مورد نظر را برحسب کلونین به دست می‌آوریم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta = 13.3^\circ \text{C}} T = \frac{40}{3} + 273 \approx 286/3 \text{ K}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۱۲۳- گزینه «۱»

(مهدی شریفی)

$$\Delta A = A_1 \alpha \Delta T \text{ انبساط سطحی}$$

$$\Delta V = V_1 \alpha \Delta T \text{ انبساط حجمی}$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta V} = \frac{A_1 \alpha \Delta T}{V_1 \alpha \Delta T} \xrightarrow{\Delta V = 0.009 V_1}$$

$$\frac{\Delta A}{0.009 V_1} = \frac{2 A_1}{3 V_1} \Rightarrow \Delta A = 0.006 A_1$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 0.6\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۲۴- گزینه «۱»

(مسلم تارری)

$$\Delta V_{\text{روغن}} = V \beta_{\text{روغن}} \Delta \theta_{\text{روغن}} \Rightarrow \Delta \theta_{\text{روغن}} = \frac{\Delta V_{\text{روغن}}}{V \beta_{\text{روغن}}} (*)$$

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{روغن}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + m_{\text{روغن}} c_{\text{روغن}} \Delta \theta_{\text{روغن}} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه (*)}} m_{\text{روغن}} \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} \Delta \theta_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} c_{\text{روغن}} \times \frac{\Delta V_{\text{روغن}}}{V \beta_{\text{روغن}}} = 0$$

$$m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} \frac{c_{\text{روغن}}}{\beta_{\text{روغن}}} \Delta V_{\text{روغن}} = 0$$



جرم یخ ذوب شده ۱۵g است. چون ۸۰ درصد از یخ ذوب شده باقی مانده است، پس ۱۵ گرم، ۲۰ درصد جرم یخ اولیه است:

$$۰/۲m_{\text{یخ}} = ۱۵g \Rightarrow m_{\text{یخ}} = ۷۵g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

(آراس مموری)

۱۲۷- گزینه «۳»

$$Q'_{\text{فلز}} = Q_{\text{آب}} + Q_{\text{آل}} + Q_{\text{گرمن}}$$

$$\Rightarrow Q' = (mc\Delta\theta)_{\text{آل}} + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (mc\Delta\theta)_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow Q' = (4 \times 900 \times 60) + (2 \times 4200 \times 60) + (3000 \times 60)$$

$$\Rightarrow Q' = 900 \text{ kJ}$$

این ۹۰۰kJ گرما،  $\frac{3}{4}$  گرمای داده شده توسط گرمکن است پس کل

گرمای تولید شده توسط گرمکن با یک تناسب ساده، ۱۲۰۰kJ به دست

می‌آید، حال داریم:

$$P = \frac{Q'}{t} = \frac{Q'=900 \text{ kJ}}{t=600 \text{ s}} \Rightarrow P = \frac{1200}{600} = 2 \text{ kW}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

(مهمربوار سورپی)

۱۲۸- گزینه «۳»

ابتدا گرمای داده شده توسط بخار آب  $100^\circ\text{C}$  را به دست می‌آوریم:

$$10^\circ\text{C} \text{ آب } 10g \rightarrow 100^\circ\text{C} \text{ بخار } 10^\circ\text{C}$$

$$: Q_1 = -m_1 L_V \Rightarrow Q_1 = -10 \times 2268 = -22680 \text{ J}$$

سپس گرمای گرفته شده برای تبدیل ۲۱g یخ صفر درجه سلسیوس به

۲۱g آب  $100^\circ\text{C}$  را حساب می‌کنیم:

$$21g \text{ آب } 100^\circ\text{C} \rightarrow 21g \text{ آب صفر } C \rightarrow 21g \text{ یخ صفر } C$$

$$: Q_2 = m_2 L_F + m_2 c \Delta\theta \Rightarrow Q_2 = m_2 (L_F + c \Delta\theta)$$

$$\frac{L_F = 336 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, m_2 = 21g}{c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}, \Delta\theta = 100^\circ\text{C}} \rightarrow$$

$$100 \times 4 / 2 \times \Delta\theta_{\text{آب}} + \frac{924 \times 2100}{7 \times 10^{-4}} \times 10^{-5} = 0$$

$$\Delta\theta_{\text{آب}} = -66^\circ\text{C} = \theta_2 - 95 \Rightarrow \theta_2 = 29^\circ\text{C}$$

پس دمای تعادل (نهایی)،  $29^\circ\text{C}$  است.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۳، ۹۹ و ۱۰۰)

(مهمور منصور)

۱۲۵- گزینه «۲»

می‌دانیم  $Q = C \times \Delta\theta$  پس:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{C_A}{C_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = \frac{4}{3} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \Rightarrow \frac{4}{3} = 2 \times \frac{c_A}{c_B} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

(زهرة آقاممیری)

۱۲۶- گزینه «۳»

چون هم در ابتدا و هم در انتها، مخلوط آب و یخ در حال تعادل داریم، پس

دمای اولیه و دمای نهایی صفر درجه سلسیوس است. در نتیجه آب تبادل

گرمایی ندارد و تبادل گرمایی فقط بین یخ و فلز است و باعث ذوب شدن

یخ می‌شود:

$$Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow mL_F + m'c_{\text{فلز}} \Delta\theta = 0$$

$$mL_F + m'c_{\text{فلز}}(\theta_e - \theta_1) = 0$$

$$\frac{m' = 50g, \theta_e = 0^\circ\text{C}, \theta_1 = 120^\circ\text{C}}{L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, c_{\text{فلز}} = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}}$$

$$m \times 336000 + 50 \times 840(0 - 120) = 0$$

$$\Rightarrow 400m = 6000 \Rightarrow m = 15g$$



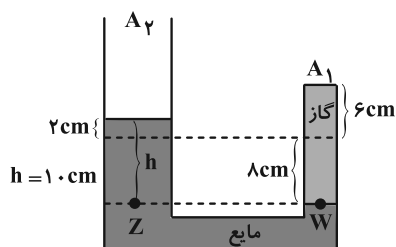
$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 = 77 \text{ cmHg}$$

$$V_{\text{گاز}} = 6A_1$$

شعاع شاخه سمت چپ ۲ برابر شعاع شاخه سمت راست است، بنابراین:

$$\Rightarrow r_2 = 2r_1 \Rightarrow \begin{cases} A_2 = \pi r_2^2 \\ A_1 = \pi r_1^2 \end{cases} \Rightarrow A_2 = 4A_1$$

اگر مایع در شاخه سمت چپ ۲ cm بالا برود، در شاخه سمت راست ۴ برابر پایین می آید.



$$V'_{\text{گاز}} = 14A_1$$

ابتدا فشار ناشی از ارتفاع مایع را برحسب cmHg به دست می آوریم، سپس فشار گاز در حالت ثانویه را می یابیم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 6/8 \times 10 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cmHg}$$

$$P_W = P_Z \Rightarrow P'_{\text{گاز}} = P_0 + P_{\text{مایع}}$$

$$= 77 \text{ cmHg} + 5 \text{ cmHg} = 82 \text{ cmHg}$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow 40.5 = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 22.5^\circ \text{C} \xrightarrow{\Delta\theta = \Delta T} \Delta T = 22.5 \text{ K}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{77 \times 6A_1}{T_1} = \frac{82 \times 14A_1}{T_1 + 22.5}$$

$$\Rightarrow 33T_1 + 742.5 = 82T_1 \Rightarrow 742.5 = 49T_1 \Rightarrow T_1 = 15.1/5 \text{ K}$$

$$T_1 = 273 + \theta_1 = 15.1/5 \Rightarrow \theta_1 = -121/5^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

$$Q_2 = 21 \times 10^{-3} ((336 \times 10^3) + (4200 \times 100)) = 15876 \text{ J}$$

در نهایت گرمایی که به محیط منتقل می شود ( $Q_3$ ) را حساب می کنیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow -22680 + 15876 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow Q_3 = +6804 \text{ J} = +6/804 \text{ kJ}$$

بنابراین مقدار  $6/804 \text{ kJ}$  گرما به محیط داده شده است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۸)

(اکمران ابراهیمی)

۱۲۹- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) درست

ب) نادرست؛ چون روش همرفت فقط در مایعات و گازها انجام می گیرد.

ج) درست؛ در طول روز ساحل در اثر تابش نور خورشید گرم تر از دریا بوده

و هوای نزدیک زمین دمای بالایی دارد پس چگالی آن کمتر بوده و هوای

گرم بالا می رود و هوای سرد از طرف دریا به سمت ساحل به صورت نسیم

می وزد.

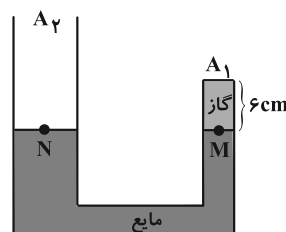
د) نادرست؛ سطوح صاف و درخشان با رنگ های روشن تابش گرمایی کمتر و

سطوح تیره، ناصاف و مات تابش گرمایی بیشتر دارند.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

(مهمرکازم منشاری)

۱۳۰- گزینه «۲»





## شیمی ۳

## ۱۳۱- گزینه «۱»

(پیمان فواوی میز)

موارد (آ) و (ت) صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(ب) تنوع و شمار جامدهای مولکولی (B) از تنوع و شمار جامدهای کووالانسی (A) بیشتر است.

(پ) جامدهای نوع C، یونی هستند اما از واحدهای مجزا به نام مولکول تشکیل نشده‌اند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگرایی: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

## ۱۳۲- گزینه «۱»

(سمیر زهی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ فلزات دسته p و d در نقطه ذوب متفاوت هستند.

مورد دوم: نادرست؛ دلیل اصلی استفاده از تیتانیوم در موتور جت، نقطه ذوب بالای تیتانیوم است.

مورد سوم: نادرست؛ نیترو آلایزی از تیتانیوم است نه ترکیبی از آن.

مورد چهارم: نادرست؛ مقاومت در برابر سایش تیتانیوم همانند فولاد، عالی است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگرایی: صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

## ۱۳۳- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)

براساس شکل کتاب درسی، X گاز NO، Y گاز NO<sub>۲</sub> و Z گاز O<sub>۳</sub> است.

بررسی گزینه نادرست: گاز NO با آب واکنش شیمیایی نمی‌دهد. بنابراین محلول آن غیرالکترولیت بوده و pH آب را تغییر نمی‌دهد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

## ۱۳۴- گزینه «۲»

(امیر ماتیان)

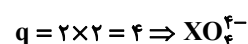
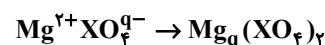
مجموع e<sup>-</sup> ظرفیت عناصر داخل ساختار = بار یون

مجموع کل e<sup>-</sup> پیوندی و ناپیوندی داخل ساختار = ۳۲ e<sup>-</sup>

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ اگر در ترکیب این یون و یون منیزیم تعداد کاتیون‌ها دو برابر

تعداد آنیون‌ها باشد.



$$q = -4 = (4 \times 6 + x) - 32$$

x = ۴ دارای ۴ الکترون ظرفیت است.

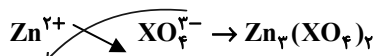
(ب) نادرست؛

$$q = (4 \times 6 + 6) - 32 = -2$$

(پ) درست؛

$$q = -3 = (4 \times 6 + x) - 32 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \text{گروه ۱۵}$$

$$q = (4 \times 6 + 5) - 32 = -3 \quad \text{(ت) نادرست}$$



$$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{3}{2}$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگرایی: صفحه ۸۸)

## ۱۳۵- گزینه «۳»

(امیر ماتیان)

$${}_{22}\text{Ti} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^2 4s^2 \Rightarrow \text{تعداد } e^- \text{ های ظرفیت} = 4$$

$${}_{26}\text{Fe} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^6 4s^2 \Rightarrow \text{تعداد } e^- \text{ های ظرفیت} = 8$$

بررسی موارد:

(آ) مقاومت در برابر سایش: هر دو در برابر سایش مقاومت عالی دارند.

$$\text{Fe} < \text{Ti} \quad \text{(ب) نقطه ذوب: } 1535^\circ\text{C} \quad 1667^\circ\text{C}$$

فولاد

$$\text{Fe} > \text{Ti} \quad \text{(پ) تعداد } e^- \text{ ظرفیت: } 8 \quad 4$$

فولاد

$$\text{Fe} > \text{Ti} \quad \text{(ت) سرعت واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا:}$$

$$\text{Fe} > \text{Ti} \quad \text{(ث) چگالی: } 7/9 \quad 4/51$$

فولاد

$$\text{Fe} < \text{Ti} \quad \text{(ج) مقاومت در برابر خوردگی:}$$

$${}_{26}\text{Fe} < {}_{22}\text{Ti} \quad \text{(چ) شعاع اتمی:}$$

هم دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش

$$\text{Fe} > \text{Ti} \quad \text{(ح) شماره گروه: } 8 \quad 4$$

خ) کاربرد تیتانیوم بیشتر از Fe. (Fe &lt; Ti) در فناوری‌های پزشکی است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگرایی: صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

## ۱۳۶- گزینه «۱»

(امیر ماتیان)

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۵

ب) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۶

پ) نادرست؛ یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی

گروه‌های عاملی به کار می‌رود طیف‌سنجی فروسرخ نام دارد.



(پ) نادرست؛ به خاطر افزایش طول پیوند  $C-Si$  قدرت پیوند اندکی کاهش می‌یابد.

(ت) نادرست؛  $SiC$  یک جامد کووالانسی است نه مولکولی.

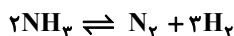
(ث) درست

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۷ و ۸۹)

### شیمی ۳- پیشروی سریع

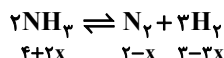
(امین نوروزی)

۱۴۱- گزینه «۳»



مقدار مول در ابتدای هر ظرف  $4 \text{ mol}$   $2 \text{ mol}$   $3 \text{ mol}$  →

یعنی  $9 = 4 + 2 + 3$ ، ۹ مول گاز وجود دارد که در لحظه تعادل به  $8 \text{ mol}$  رسیده است. پس واکنش به سمت تعداد مول گازی کمتر یعنی جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. اگر مقدار  $n$  مول گاز  $N_2$  مصرف شود مقدار  $NH_3$ ،  $N_2$  و  $H_2$  در حالت تعادل به ترتیب:



برگشت

$$4 + 2x + 2 - x + 3 - 3x = 8 \Rightarrow x = 0.5$$

$$K = \frac{[N_2][H_2]^3}{[NH_3]^2} \Rightarrow \frac{(2-0.5)(3 \times 1.5)^3}{(4+1)^2} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{n_2-n_1}$$

$$= \frac{1/5 \times 1/5 \times 1/5 \times 1/5}{5 \times 5} \times \left(\frac{1}{0.4}\right)^{4-2} = 1/27 \frac{\text{mol}^2}{L^2}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۳)

(پیمان فواوی مجید)

۱۴۲- گزینه «۳»

در تعادل (III) با افزایش حجم (کاهش فشار) تعادل به سمت خاصی جابه‌جا نمی‌شود. زیرا مجموع ضرایب مولی واکنش‌دهنده‌ها با ضریب مولی فراورده یکسان است. به دلیل افزایش حجم غلظت همه گونه‌های گازی کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) با افزایش یا کاهش فشار، ثابت تعادل تغییر نمی‌کند.

(۲) با کاهش فشار در سامانه‌های تعادلی غلظت گونه‌های گازی موجود در تعادل کاهش می‌یابد.

(۴) با افزودن مقدار  $Cl_2$  در تعادل (II)، واکنش به سمت برگشت و با افزودن مقداری  $Br_2$  در تعادل (III)، واکنش به سمت رفت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

(ت) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۵

(ث) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۶

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۳۷- گزینه «۱»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

با توجه به نمونه داده شده، موج با فرکانس حدود  $1700$ ، کاملاً جذب شده پس با توجه به جدول صورت سؤال، پیوند  $C=O$  در نمونه ماده ما وجود دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۳۸- گزینه «۱»

(محمدرضا پوریاویر)

طبق مطالب نوشته شده در کتاب درسی فناوری تصفیه آب مانع از گسترش بیماری‌هایی از جمله وبا در جهان شده است. فناوری تولید پلاستیک، صنعت پوشاک و بسته‌بندی (غذا، دارو و ...) را دگرگون ساخته است و فناوری شناسایی و تولید کودهای شیمیایی مناسب، نقش چشمگیری در تأمین غذای جمعیت جهان دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۲)

۱۳۹- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

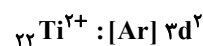
بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ رنگدانه ایجاد کننده رنگ سفید  $TiO_2$  است که یک رنگدانه معدنی است نه آلی.

(ب) نادرست؛ داشتن نقطه ذوب بالا یکی از دلایل استفاده از تیتانیم در موتور جت است. از دلایل دیگر استفاده از این فلز، چگالی کم (سبک بودن موتور جت) و همچنین مقاومت بالا در برابر ساییدگی است.

(پ) نادرست؛ فلزات دسته  $d$  عموماً (که تیتانیم نیز جزو این دسته است) نسبت به فلزات دسته  $s$  سخت‌تر هستند.

(ت) نادرست؛ آرایش الکترونی  $Ti^{2+}$  و  $Ca$  به صورت زیر است:



(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱۴۰- گزینه «۲»

(هدی بهاری‌پور)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ در صنعت هواپیماسازی از تیتانیم استفاده می‌شود.

(ب) درست



## ۱۴۳- گزینه «۳»

(ممیر زبئی)

ابتدا مول  $\text{CO}_2$  تولید شده تا لحظه برقراری تعادل زیر را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol CO}_2 = 200 \times \frac{75}{100} \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 1/5 \text{ mol CO}_2$$

سپس غلظت مولی  $\text{CO}_2$  را به دست می‌آوریم (که با  $K$  برابر است):

$$[\text{CO}_2] = \frac{n}{V} = \frac{1/5}{2} = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = [\text{CO}_2] = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال جرم  $\text{CaO}$  تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g CaO} = 200 \times \frac{75}{100} \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = 84 \text{ g CaO}$$

در نهایت جرم  $\text{CO}_2$  تولید شده را حساب می‌کنیم و از جرم اولیه

(۲۰۰ g) کم می‌کنیم تا جرم مواد جامد درون ظرف به دست آید:

$$n = \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{جرم مولی CO}_2} \Rightarrow 1/5 = \frac{m}{44} \Rightarrow m = 66 \text{ g CO}_2$$

$$m_{\text{مواد جامد}} = 200 - 66 = 134 \text{ g}$$

$$\text{CaO درصد جرمی} = \frac{84}{134} \times 100 = 62/7$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

## ۱۴۴- گزینه «۳»

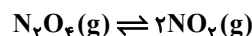
(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاضی)

ثابت تعادل را در تعادل اول حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{[\text{NO}_2]^2}{[\text{N}_2\text{O}_4]} = \frac{(4)^2}{16} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

با باز شدن شیر رابط، حجم به ۴ لیتر افزایش پیدا می‌کند و واکنش برای

مقابله با افزایش حجم به سمت رفت جابه‌جا می‌شود.



غلظت تعادلی در تعادل اولیه	$\frac{16}{1}$	$\frac{4}{1}$
غلظت تعادلی در تعادل جدید	$\frac{16-x}{4}$	$\frac{4+2x}{4}$

با توجه به ثابت بودن دما، ثابت تعادل جدید با تعادل اولیه برابر است پس:

$$K = \frac{[\text{NO}_2]^2}{[\text{N}_2\text{O}_4]} \Rightarrow \frac{(4+2x)^2}{4(16-x)} = 1 \Rightarrow 4x^2 + 16x + 16 = 64 - 4x$$

$$4x^2 + 20x - 48 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \times 2 \times (-24)}}{4} = \frac{-10 \pm 17}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-27}{4} & \text{غ ق ق} \\ x_2 = \frac{7}{4} & \text{ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه غلظت تعادلی  $\text{NO}_2$  برابر خواهد بود با:

$$[\text{NO}_2] = \frac{4 + 2 \times \frac{7}{4}}{4} = 1/875 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

## ۱۴۵- گزینه «۴»

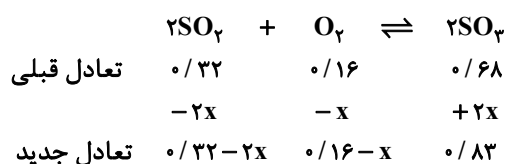
(ممد عظیمیان زواره)

فروش نفت خام ساده‌ترین راه برای بهره‌برداری از این منبع طبیعی است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

## ۱۴۶- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)



$$2x = 0/15 \Rightarrow x = 0/075$$

$$\left. \begin{aligned} \text{O}_2 \text{ مول} &= 0/16 - 0/075 = 0/085 \text{ mol} \\ \text{SO}_2 \text{ مول} &= 0/32 - 0/15 = 0/17 \text{ mol} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\text{mol SO}_2}{\text{mol O}_2} = 2$$

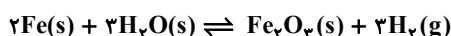
تغییری نکرده است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

## ۱۴۷- گزینه «۴»

(ممد رضا پورفاویر)

با توجه به واکنش داده شده می‌توان گفت:

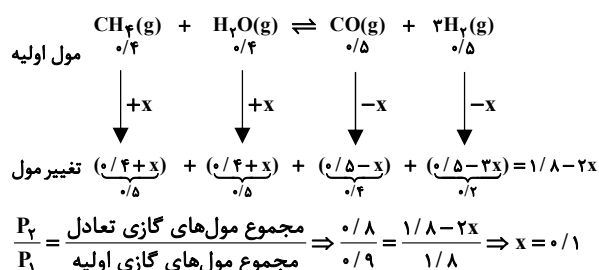


مقدار مول اولیه	۵	۶	۰	۰
تغییر مول	-۲x	-۳x	+x	+۳x
مقدار مول نهایی	۵-۲x	۶-۳x	x	۳x





چون روی سوال گفته مول  $H_2O$  و  $CH_4$  برابر است لذا مول  $H_2O$  و  $CH_4$  به ترتیب  $0.4$  و  $0.4$  می باشد  $(\frac{0.8}{2} = 0.4)$  و چون مجموع مول فراورده ها برابر ۱ می باشد و روی سوال گفته  $50\%$  درصد مولی فراورده  $H_2$  می باشد لذا  $0.5$  مول  $H_2$  و  $0.5$  مول  $CO$  وجود دارد. چون فشار از  $0.9$  به  $0.8$  رسیده است لذا فشار کاهش یافته و واکنش به سمت مول گازی کمتر پیشرفت می کند. یعنی در جهت برگشت.



$$K = \frac{[H_2]^3 \times [CO]}{[CH_4] \times [H_2O]} = \frac{(\frac{0.2}{2})^3 \times (\frac{0.4}{2})}{(\frac{0.5}{2}) \times (\frac{0.5}{2})}$$

$$K = \frac{(0.1)^3 \times (0.2) \times 4}{0.25} = 3/2 \times 10^{-3}$$

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

(امیر هاتمیان)

۱۵- گزینه «۳»

بررسی عبارت ها:

الف) نادرست؛ با کاهش حجم ظرف غلظت همه مواد شرکت کننده در واکنش افزایش می یابد.

ب) درست؛ با کاهش حجم تعادل به سمت مول گازی کمتر یعنی در جهت رفت جابه جا می شود پس در ابتدا برهم خوردن تعادل غلظت همه گونه ها در

ابتدا افزایش یافته  $(M \uparrow = \frac{n}{V} \downarrow)$  پس از این غلظت  $SO_3$  رو به

افزایش و غلظت  $SO_2$  و  $O_2$  کاهش می یابد ولی به مقدار اولیه نمی رسد.

پ) نادرست؛ با افزایش یا کاهش حجم تعادل جابه جا می شود ولی تأثیری بر روی ثابت تعادل  $k$  ندارد و  $k$  فقط با دما تغییر پیدا می کند.

ت) نادرست؛ با کاهش حجم  $\leftarrow$  افزایش فشار  $\leftarrow$  غلظت مواد

افزایش  $\uparrow$  می یابد  $\leftarrow$  و سرعت واکنش های رفت و برگشت هر ۲ افزایش می یابند.

ث) درست؛ چون واکنش در جهت رفت پیشرفت می کند لذا از مول واکنش دهنده ها یعنی  $(O_2$  و  $SO_2)$  کاسته شده و بر مول فراورده یعنی  $(SO_3)$  افزوده می شود.

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

برای حل این مسئله اولاً باید توجه داشت که ثابت تعادل در آن از رابطه زیر به دست می آید (غلظت مواد جامد ثابت بوده و در رابطه ثابت تعادل نوشته نمی شوند):

$$K = \frac{[H_2]^3}{[H_2O]^3}$$

و ثانیاً از آنجا که بازده درصدی واکنش  $80\%$  است، مقدار  $H_2O$  تجزیه شده معادل با  $80\%$  مقدار اولیه خواهد بود. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$3x = \frac{80}{100} \times 6 \Rightarrow x = 1/6$$

$$\left. \begin{aligned} [H_2O]_{\text{تعادلی}} &= \frac{(6-3x) \text{ mol}}{4 \text{ L}} = \frac{1/2 \text{ mol}}{4 \text{ L}} = 0.125 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \\ [H_2]_{\text{تعادلی}} &= \frac{3x \text{ mol}}{4 \text{ L}} = \frac{1/4 \text{ mol}}{4 \text{ L}} = 0.03125 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow K = \frac{(1/2)^3}{(0.125)^3} = 4^3 = 64$$

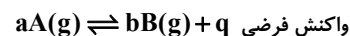
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

(امیر هاتمیان)

۱۴۸- گزینه «۳»

بررسی عبارت ها:

الف) درست؛ چون با کاهش دما از  $637^\circ\text{C}$  تا  $437^\circ\text{C}$  ثابت تعادل افزایش یافته است لذا واکنش گرماده بوده است:



با کاهش دما تعادل در جهت تولید گرما پیش می رود (یعنی در جهت رفت) بنابراین مقدار  $K$  افزایش می یابد.

ب) نادرست؛ در فرایند هابر در شرایط بهینه،  $28\%$  درصد مولی از مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می دهد.

پ) نادرست؛ با کاهش حجم ظرف تعادل به سمت مول گازی کمتر جابه جا شده که همان در جهت برگشت می باشد.

ت) نادرست؛ چون با افزایش دما تعادل به سمت راست جابه جا شده (رفت)

پس واکنش گرماگیر می باشد چون با افزایش دما تعادل در جهت مصرف  $q$  جابه جا می شود و با کاهش فشار (افزایش حجم) تعادل به سمت مول گازی بیشتر جابه جا می شود. یعنی  $a < b$ .

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

(امیر هاتمیان)

۱۴۹- گزینه «۱»

تعداد مول اولیه واکنش دهنده ها را  $a$  در نظر می گیریم و تعداد مول اولیه فراورده ها را  $b$  در نظر می گیریم:

$$\left. \begin{aligned} a + b &= 1/8 \text{ mol} \\ b &= 1/25 a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + 1/25 a = 1/8$$

$$\Rightarrow a = \frac{1/8}{26/25} = 0.12 \text{ mol}, \quad b = 0.01 \text{ mol}$$



## شیمی ۲

## ۱۵۱- گزینه «۳»

(معمردر شا پوریاوید)

موارد اول و سوم نادرست هستند.

برای نگهداری مواد غذایی محیط‌های سرد، تاریک و خشک (نه مرطوب)

مناسب‌تر هستند.

قاووت گردی مغزی و تهیه شده از مغز آفتابگردان، پسته و ... است که در

مقایسه با اجزای خود با سرعت بیشتری فاسد می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

## ۱۵۲- گزینه «۳»

(امیرمعمرد کلکرائی)

سوختن گرد آهن در ظرف پر از گاز اکسیژن اثر افزایش غلظت را نشان

می‌دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

## ۱۵۳- گزینه «۳»

(معمرد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ درست؛ واکنش پس از ۳۰۰ ثانیه (۵ دقیقه) از آغاز واکنش به پایان

رسیده است.

(ب درست؛ سرعت واکنش با سرعت متوسط مصرف  $N_2$  یکسان است.

$$\bar{R}_{N_2} = -\frac{\Delta n_{N_2}}{\Delta t} = -\frac{0.01 - 0.05}{150s} = \frac{4}{5} \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1} \quad (0.150^{\circ})$$

$$\text{mol.s}^{-1} \times 60 = \text{mol.min}^{-1} \Rightarrow \frac{4}{5} \times 10^{-3} \times 60$$

$$= 1/6 \times 10^{-2} \text{ mol.min}^{-1}$$

(پ نادرست

$$\bar{R}_{NH_3} = 2\bar{R}_{N_2} = 2 \times \left( -\frac{0.005 - 0.05}{200s} \right) = 4/5 \times 10^{-5} \text{ mol.s}^{-1}$$

$$4/5 \times 10^{-5} \text{ mol.s}^{-1} \times 17 = 7/5 \times 10^{-4} \text{ g NH}_3 \quad \text{تولید شده در یک ثانیه}$$

(ت درست

$$7/5 \times 10^{-4} \times 200 = 1/53 \text{ g NH}_3$$

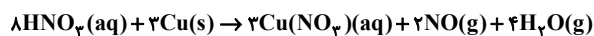
(ث نادرست؛ زیرا  $N_2$  ترکیب محسوب نمی‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

## ۱۵۴- گزینه «۴»

(معمردر شا پوریاوید)

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



با توجه به این معادله می‌توان گفت:

$$\frac{\text{تعداد مول NO تولیدی}}{2} = \frac{\text{تعداد مول HNO}_3 \text{ مصرفی}}{8}$$

$$\frac{\text{تعداد مول Cu(NO}_3)_2 \text{ تولیدی}}{3} =$$

$$\Rightarrow \frac{n_{HNO_3} \text{ مصرفی}}{8} = \frac{0.4}{2} = \frac{n_{Cu(NO_3)_2} \text{ تولیدی}}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n_{HNO_3} \text{ مصرفی} = 1.6 \text{ mol} \\ n_{Cu(NO_3)_2} \text{ تولیدی} = 0.6 \text{ mol} \end{cases}$$

به این ترتیب برای تعیین مقدار  $HNO_3$  اولیه و همچنین سرعت تشکیل

نمک خواهیم داشت:

$$n_{HNO_3} \text{ باقی‌مانده} = n_{HNO_3} \text{ مصرفی} + n_{HNO_3} \text{ اولیه}$$

$$= 1.6 + 0.9 = 2.5$$

$$\bar{R}_{Cu(NO_3)_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0.6 \text{ mol}}{10 \text{ min}} = \frac{0.6 \text{ mol}}{(10 \times 60) s} = 0.001 \text{ mol.s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

## ۱۵۵- گزینه «۲»

(امین نوروزی)

معادله موازنه شده به شکل زیر است:

نمودار با توجه به این که نزولی است پس مربوط به  $N_2O_5$  است. زیرا طبق

نمودار مقدار کاهش می‌یابد.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{N_2O_5}}{\text{ضریب}} \Rightarrow 67/2 \times 2 \text{ L.min}^{-1}$$

$$\Rightarrow 67/2 \times 2 \text{ L.min}^{-1} \times \frac{\text{min}}{60s} \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4 \text{ L}} = 0.1 \frac{\text{mol}}{s}$$

حال تغییرات مول  $N_2O_5$  را در بازه ۱۵ ثانیه اول حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{N_2O_5} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{10} \times 15 = 1/5 \text{ mol}$$



$$\Delta n(\text{CO}_2) = (5/25 - 3/5) \times 10^{-2} \text{ mol} = 1/75 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$\Delta t = 50\text{s} - 20\text{s} = 30\text{s} \times \frac{1 \text{ min}}{60\text{s}} = 0.5 \text{ min}$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1/75 \times 10^{-2} \text{ mol}}{0.5 \text{ min}} = 3/5 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{2} = \frac{\bar{R}_{\text{CO}_2}}{1} \Rightarrow \bar{R}_{\text{HCl}} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{HCl}} = \frac{2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{min}}}{0.8 \text{ L}} = 2.5 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

(امین نوروزی)

۱۵۹- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ طبق واکنش زیر به مرور مقدار گاز افزایش یافته و باعث افزایش فشار می‌شود.



ب) درست؛ واکنش‌پذیری  $\text{Cl} < \text{F}$  است پس سرعت  $\text{F}_2$  با  $\text{Na}$  بیشتر می‌باشد.

پ) درست؛ برخی افراد پس از مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند زیرا فاقد آنزیم و کاتالیزگری هستند که این مواد را سریع و کامل هضم کند. قند آغشته به خاک باغچه به علت وجود کاتالیزگر مناسب برای سوختن قند در خاک باغچه سریع‌تر می‌سوزد.

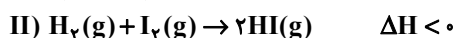
ت) نادرست؛ بنزوتیک اسید باعث کاهش سرعت واکنش‌هایی می‌شود که موجب فساد مواد غذایی می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲ و ۸۵)

(مهمر عظیمیان زواره)

۱۶۰- گزینه «۳»

واکنش (I) برخلاف واکنش (II) گرماگیر است زیرا یکی از عوامل تأثیرگذار در  $\Delta H$  واکنش حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده می‌باشد.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

در نمودار شمار اولیه  $\text{N}_2\text{O}_5$  برابر ۲ مول است و تغییرات مول برابر ۱/۵ مول است. پس مقدار  $a$  برابر ۵/۰ مول خواهد بود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱۵۶- گزینه «۴»

(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

با توجه به نمودار، معادله واکنش به صورت زیر است:  $2\text{A}(\text{g}) \rightarrow \text{B}(\text{g})$   
در مدت ۵ ثانیه اول  $1 \text{ mol} = 2 \times 50/0$  از ماده  $\text{B}$  تولید شده است و در ۵ ثانیه دوم  $5 \text{ mol} = 10 \times 50/0$  ماده  $\text{B}$  تولید شده است که در مجموع  $1/5 \text{ mol}$  ماده  $\text{B}$  خواهیم داشت:

$$1/5 \text{ mol B} \times \frac{2 \text{ mol A}}{1 \text{ mol B}} = 3 \text{ mol A}$$

۳ مول از ماده  $\text{A}$  مصرف شده و ۳ مول داخل ظرف باقی مانده  $\Rightarrow$

$$3 + 1/5 = 4/5 \text{ mol} \Rightarrow \text{باقی مانده در ظرف}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۵۷- گزینه «۲»

(عمیر زبئی)

جرم کاهش یافته همان مجموع جرم  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  گازی آزاد شده است. می‌توان مول  $\text{CO}_2$  تولید شده را از روی کاهش جرم محاسبه کرد:

$$? \text{ mol CO}_2 = 18/6 \text{ g (CO}_2 \text{ و H}_2\text{O)}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2 + 18 \text{ g H}_2\text{O}} = 0/3 \text{ mol CO}_2$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta n_{\text{CO}_2}}{V \times \Delta t} = \frac{0/3}{20 \times 600} = 2/5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{\text{CO}_2} = 2/5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۱۵۸- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

واکنش موازنه شده:



واکنش زمانی به اتمام می‌رسد که دیگر تولید یا مصرف ماده‌ای نداشته باشیم که در این زمان  $t = 50\text{s}$  لحظه اتمام واکنش است. ۳۰ ثانیه انتهای واکنش از لحظه  $t = 20\text{s}$  تا لحظه  $t = 50\text{s}$  می‌باشد.

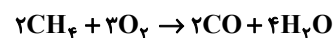
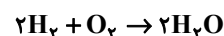


## شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۱»

(امین نوری)

$$2/8L \Rightarrow \begin{cases} x L CH_4 \\ (2/8-x)L H_2 \end{cases}$$



$$g H_2O = x L CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{22/4 L CH_4} \times \frac{4 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } CH_4}$$

$$\times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \approx 1/6 x$$

$$g H_2O = (2/8-x)L H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22/4 L H_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } H_2}$$

$$\times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \approx 0/8(2/8-x)$$

$$0/8(2/8-x) + 1/6x = 3/36 \Rightarrow 2/24 - 0/8x + 1/6x = 3/36$$

$$2/24 + 0/8x = 3/36 \Rightarrow 0/8x = 1/12 \Rightarrow x = 1/4$$

$$\begin{cases} 1/4 L CH_4 \Rightarrow \frac{1/4}{2/8} \times 100 \Rightarrow 50\% H_2 \\ 1/4 L H_2 \end{cases}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

۱۶۲- گزینه «۲»

(ممیر زبئی)

بررسی موارد:

مورد اول: درست؛  $N_2$  همان جوّی اثر است.مورد دوم: درست؛ جرم مولی و نقطه جوش  $N_2$  از  $H_2$  بیشتر است.

مورد سوم: نادرست؛ با سرد کردن مخلوط، آمونیاک را جدا می‌کنند.

مورد چهارم: یکی از چالش‌های هابر این بود که واکنش در دما و فشار اتاق

انجام نمی‌شود.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۶۳- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاضی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ سوخت سبز از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا و ... به دست می‌آیند.

(۲) نادرست؛ برای این منظور از اکسید فلزات قلیایی خاکی دوره سوم (MgO) و چهارم (CaO) استفاده می‌شود.

(۳) درست؛ فراورده‌های سوختن زغال سنگ  $CO$ ،  $CO_2$ ،  $SO_2$  و  $H_2O$  می‌باشند که نصف آن‌ها یعنی  $CO_2$  و  $SO_2$  هنگام انحلال در آب، به آن خاصیت اسیدی می‌بخشند.

(۴) نادرست؛ توسعه پایدار بیان می‌کند هرگاه در مجموع شرکت‌ها و کارخانه‌ها، کالاهایی را تولید کنند که قیمت تمام شده تولید کالا برای کشور کاهش یابد، این توسعه سبب رشد واقعی کشور می‌شود و در دراز مدت سبب حفظ یا کاهش مصرف منابع طبیعی می‌گردد. پس قیمت فعلی کالا ملاکی برای توسعه پایدار نیست.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۱۶۴- گزینه «۳»

(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) درست؛ فراورده‌های حاصل  $BaSO_4$  (رسوب سفیدرنگ) و سدیم کلرید (محلول در آب) می‌باشند.

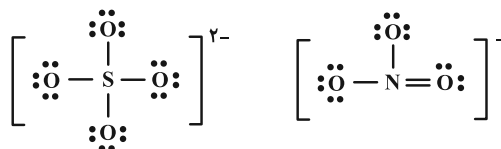
(ب) درست

(پ) نادرست؛ حالت فیزیکی منیزیم به دست آمده از این فرایند مایع است.

(ت) درست؛ یون آمونیوم ( $NH_4^+$ ) از اتصال ۵ اتم (نه ۲ یا چند اتم) تشکیل شده است.



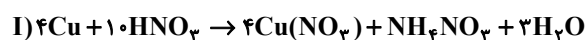
ث) درست



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲ و ۹۸)

۱۶۵- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)



بررسی موارد:

مورد اول: درست؛

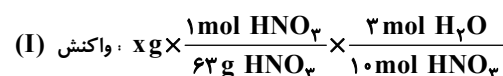
$$5/12 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{4 \text{ mol Cu(NO}_3)_2}{4 \text{ mol Cu}}$$

$$\times \frac{188 \text{ g}}{1 \text{ mol Cu(NO}_3)_2} = 15/04 \text{ g}$$

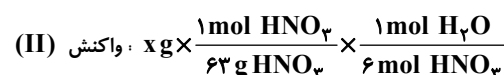
$$5/12 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{4 \text{ mol Cu}}$$

$$\times \frac{80 \text{ g}}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} = 1/6 \text{ g}$$

$$15/04 - 1/6 = 13/44 \text{ g}$$

مورد دوم: نادرست؛ جرم اسید مصرفی را  $x$  گرم فرض کنیم.

$$\times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = \frac{18 \times 3x}{630}$$



$$\times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = \frac{6x}{63}$$

}

مورد سوم: درست

$$\text{حجم مولی گازها} = \frac{44 \text{ g}}{\text{mol}} \times \frac{\text{L}}{2/2 \text{ g}} = \frac{20 \text{ L}}{\text{mol}}$$

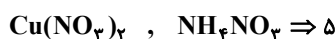
$$1/6 \text{ g S} \times \frac{1 \text{ mol S}}{32 \text{ g S}} \times \frac{6 \text{ mol NO}_2}{1 \text{ mol S}} \times \frac{20 \text{ L NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} = 6 \text{ L گاز}$$

مورد چهارم: درست

$$\text{mol S} = 0/25 \text{ mol Cu}$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت ضریب S نیز باید  $\frac{1}{4}$  ضریب مولی Cu باشد

که هست. بنابراین مول فرآورده‌های محلول واکنش (I) یعنی مجموع ضرایب



و مول فرآورده غیرگازی محلول در آب واکنش (II) یعنی همان

$$\frac{5}{1} = 5 \quad \text{H}_2\text{SO}_4 \text{ که ضریب (۱) دارد.}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۶۶- گزینه «۲»

(امیرمحمد کنگرانی)

بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ با توجه به قانون آووگادرو در دما و فشار ثابت مول‌های

یکسان از گازهای مختلف حجم یکسانی دارند.

مورد دوم: نادرست؛

$$? \text{ L N}_2 = 0/7 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{24 \text{ L N}_2}{1 \text{ mol N}_2} = 0/6$$

مورد سوم: درست؛ که براساس رابطه میان مول و حجم گازها که نخستین بار

توسط آووگادرو ارائه شد. در دما و فشار ثابت حاصل تقسیم حجم گاز بر مقدار

مول آن مقدار ثابتی است و بین حجم و مول گاز رابطه مستقیم وجود دارد.

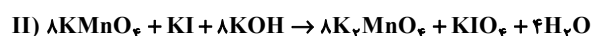
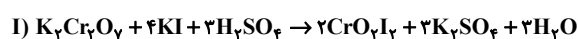
$$22/4 \frac{\text{L}}{\text{mol}} \times \frac{0/4 \text{ g}}{1 \text{ L}} = 8/96 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۴)

۱۶۷- گزینه «۲»

(امیر ماتیان)

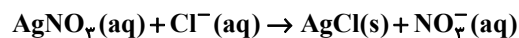
ابتدا معادله‌های موازنه شده واکنش‌ها را می‌نویسیم:





$$? \text{ mol Cl}^- = 4 / 5 \text{ mol Mg}^{2+} \times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol Mg}^{2+}}$$

$$= 1 \text{ mol Cl}^-$$



$$20 \text{ kg محلول} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg محلول}} \times \frac{68 \text{ g AgNO}_3}{180 \text{ g محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{170 \text{ g AgNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol AgNO}_3} = 10 \text{ mol Cl}^-$$

$$1 \text{ mol Cl}^- = 10 - 9 = 1 \text{ mol Cl}^- \text{ در کلسیم کلرید}$$

$$9 \text{ g CaCl}_2 = 1 \text{ mol Cl}^- \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{2 \text{ mol Cl}^-} \times \frac{111 \text{ g CaCl}_2}{1 \text{ mol CaCl}_2}$$

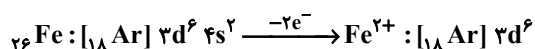
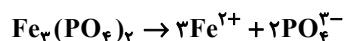
$$= 55 / 5 \text{ g CaCl}_2$$

$$\frac{\text{جرم MgCl}_2}{\text{جرم CaCl}_2} = \frac{427 / 5}{55 / 5} = 7 / 7$$

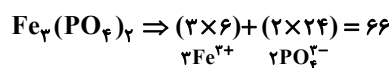
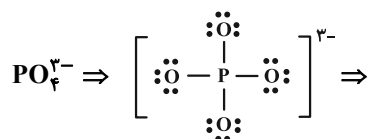
(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(امیر ماتیان)

۱۷۰- گزینه «۳»



۶ الکترون در لایه ظرفیت آهن هستند که در تشکیل پیوند کووالانسی شرکت ندارند. ۲۴ الکترون ناپیوندی در لایه ظرفیت اتم‌های آن وجود دارد.



شمار مول کل الکترون‌های خارج از پیوند کووالانسی در لایه‌های ظرفیت

$$e^- \text{ خارج از پیوند} = 9 / 9 \text{ mol Fe}_3(\text{PO}_4)_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Fe}_3(\text{PO}_4)_2}{66 \text{ mol } e^-} \times \frac{258 \text{ g Fe}_3(\text{PO}_4)_2}{1 \text{ mol Fe}_3(\text{PO}_4)_2} = 53 / 7 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

مجموع ضرایب مواد در واکنش (I)

مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها در واکنش (II)

$$= \frac{1+4+3+2+3+3}{1+1+1} = \frac{16}{3}$$

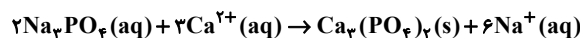
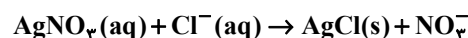
(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۳)

(امیر ماتیان)

۱۶۸- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست



ب) نادرست؛ زمین از دیدگاه شیمیایی پویاست و بخش‌های گوناگون آن با یکدیگر برهم‌کنش فیزیکی و شیمیایی دارند.

پ) نادرست؛ منابع آب غیراقیانوسی در مجموع ۲/۸٪ منابع آب کره زمین را تشکیل می‌دهند.

ت) نادرست؛ آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی همگن است و به دلیل حل شدن مقادیر قابل توجهی از نمک اغلب شور است.

ث) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۰

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۲)

(امیر ماتیان)

۱۶۹- گزینه «۲»

$$? \text{ mol Mg}^{2+} = 20 \text{ kg محلول} \times \frac{5400 \text{ g Mg}^{2+}}{10^6 \text{ kg محلول}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{24 \text{ g Mg}^{2+}} = 4 / 5 \text{ mol Mg}^{2+}$$

$$? \text{ g MgCl}_2 = 4 / 5 \text{ mol Mg}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{1 \text{ mol Mg}^{2+}}$$

$$\times \frac{95 \text{ g MgCl}_2}{1 \text{ mol MgCl}_2} = 427 / 5 \text{ g MgCl}_2$$