



آزمون ۳۰ تیر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی - کاظم اجلالی - حسن اسماعیلی - عباس اشرفی - مهدی براتی - شاهین پروازی - محمدسجاد پیشوایی - محمد پیمانی - محمدابراهیم تونده جانی - محسن جعفریان - عادل حسینی - افشین خاصه خان - نسترن زارع - علی ساوجی - علی اصغر شریفی - حمید علیزاده - کیان کریمی خراسانی - لایلا مرادی - مهدی ملارمضانی - علیرضا نعمتی - حمیدرضا نوش کاران - جهانبخش نیکنام - فهیمه ولی زاده
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - حنا انصافی - سامان اسپهرم - محبوبه بهادری - محمدابراهیم تونده جانی - حسین حاجیلو - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - محمد خندان - سوگند روشنی - مجید علایی نسب - رسول محسنی منش - مهرداد ملوندی - امیر وفائی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	محمد مهدی ابوترابی - امیرحسین ابومحبوب - علی ایمانی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سیدوحید ذوالفقاری - سوگند روشنی - سیدمسعود طایفه - مرتضی فهیم علوی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - امیرحسین برادران - مهدی حسین دوست - سیدابوالفضل خالقی - بیتا خورشید - محمدعلی راست پیمان - حمید زرین کش - مرتضی شعبانی - فرشاد قنبری - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - غلامرضا محبی - امیر محمودی انزلی - فاروق مردانی - احسان مطلبی - عباس موتاب - سیدمحمدجواد موسوی مبارکه - مجتبی نکونیان
شیمی	امیرحسین بختیاری - جعفر یازوکی - علی جدی - کامران جعفری - امیر حاتمیان - ایمان حسین نژاد - پیمان خواجوی مجد - سینا رحمانی تبار - محمدرضا زهرهوند - رضا سلیمانی - امیرحسین طیبی - بهنام قازانچایی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	امیر حاتمیان ویراستار استاد : محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱، ۶۴۶۳



حسابان ۱

۱- گزینه «۳»

(کلاظم ابلالی)

ابتدا مجموع ۵۱ جمله اول دنباله حسابی را حساب می‌کنیم:

$$a_n = 3n \quad ; \quad 3, 6, 9, \dots \text{ دنباله حسابی}$$

$$\Rightarrow S_{51} = 3(1+2+\dots+51) = 3\left(\frac{51 \times 52}{2}\right) = 3 \times 26 \times 51$$

برای مجموع جملات دنباله هندسی نیز داریم:

$$b_n = 3 \times 2^{n-1} \quad ; \quad 3, 6, 12, \dots \text{ دنباله هندسی}$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} = 3(2^n - 1)$$

حال باید نامعادله زیر را حل کنیم و داریم:

$$S_n > S_{51} \Rightarrow S_n = 3(2^n - 1) > 51 \times 26 \times 3$$

$$\Rightarrow 2^n > (26 \times 51 + 1) = 1327 \Rightarrow n \geq 11$$

پس حداقل ۱۱ جمله از دنباله هندسی را باید جمع کنیم.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۲- گزینه «۴»

(شمیر علیزاده)

$$\text{مجموع } n \text{ جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه } S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \text{ به}$$

دست می‌آید.

در این سؤال $q = -2$ ، $a_1 = -\frac{1}{4}$ و $n = k+2$ است.

$$\Rightarrow -\frac{43}{4} = -\frac{1}{4} \left(\frac{1 - (-2)^{k+2}}{3} \right) \Rightarrow (-2)^{k+2} = -128$$

$$\Rightarrow k+2 = 7 \Rightarrow k = 5$$

۵ واسطه هندسی اضافه کرده‌ایم به طوری که b جمله هفتم این دنباله است:

$$b = -\frac{1}{4}(-2)^6 = -\frac{64}{4} = -16$$

$$\Rightarrow k+b = -11$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۳- گزینه «۱»

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۵)

اگر نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در دو طرف مبدأمختصات قطع کند، معادله $ax^2 + bx + c = 0$ یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد، بنابراین حاصلضرب ریشه‌ها باید منفی باشد.

$$y = (m+2)x^2 + 3x + 1 - m$$

$$\text{حاصلضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = \frac{1-m}{m+2} < 0$$

ریشه‌های صورت و مخرج عبارت $\frac{1-m}{m+2}$ برابر با ۱ و -۲ است که عبارت در

آنها تغییر علامت می‌دهد. با انتخاب عدد ۲ در بازه آخر، علامت عبارت منفی خواهد شد، بنابراین جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

m	-۲	۱
$\frac{1-m}{m+2}$	-	+

$$\frac{1-m}{m+2} < 0 \Rightarrow m < -2 \text{ یا } m > 1$$

دقت کنید که اگر حاصلضرب ریشه‌ها منفی باشد، شرط $\Delta > 0$ خودبه‌خود برقرار می‌شود.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴- گزینه «۴»

(علی ساوینی)

$$2x - 1 = y \Rightarrow x = \frac{y+1}{2}$$

با توجه به صورت سؤال:

این عبارت را در معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ جای گذاری می‌کنیم:

$$\left(\frac{y+1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{y+1}{2}\right) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{y^2 + 2y + 1}{4} - 3y - 3 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 - 12y + 4 = 0 \Rightarrow y^2 - 10y + 5 = 0$$

اگر معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را به صورت $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ بازنویسی

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = -10 \\ \frac{c}{a} = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{a-b+c}{a} = 1 - \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = 1 + 10 + 5 = 16$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۵- گزینه «۲»

(علی اصغر شریفی)

اگر اعداد $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{b}$ ، $\frac{b}{c}$ تشکیل دنباله حسابی بدهند، خواهیم داشت:

$$\frac{2a}{b} = \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{2a}{b} = \frac{b}{a} \times \frac{a}{c} + \frac{c}{a}$$

می‌دانیم که مجموع و حاصلضرب ریشه‌ها در این معادله درجه دوم به

صورت $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ و $P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$ هستند. با جای گذاری در

عبارت بالا، خواهیم داشت:

$$\frac{-2}{S} = \frac{-S}{P} + P \Rightarrow -2P = -S^2 + P^2S \Rightarrow \frac{S^2 - 2P}{S} = P^2$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha + \beta} = \alpha^2\beta^2$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)



۶- گزینه «۲»

(غیمه ولی زاده)

ابتدا سمت راست تساوی را ساده سازی می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} &= \frac{2(x)(x+1) + (1)(x-1)(x+1) + (1)(x)(x-1)}{(x-1)(x)(x+1)} \\ &= \frac{2x^2 + 2x + x^2 - 1 + x^2 - x}{(x-1)(x+1)(x)} = \frac{4x^2 + x - 1}{(x+1)(x-1)(x)} \\ &\Rightarrow \frac{2x^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{4x^2 + x - 1}{(x+1)(x-1)(x)} \Rightarrow 2x^2 = 4x^2 + x - 1 \\ 2x^2 + x - 1 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=-1 \end{cases} \\ b=a+c &\Rightarrow \begin{cases} x=-1 \text{ (ریشهٔ مخرج)} \\ x=\frac{-c}{a}=\frac{1}{2} \end{cases} \checkmark \end{aligned}$$

پس معادله فقط یک جواب دارد.

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۷- گزینه «۲»

(علیرضا نعمتی)

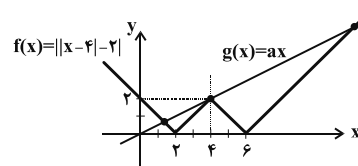
$$\begin{aligned} x^2 + x + 1 - 3\sqrt{x^2 + x + 1} + 2 &= 0 \\ \sqrt{x^2 + x + 1} = t &\Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \\ \Rightarrow (t-1)(t-2) = 0 &\Rightarrow t = 1, 2 \\ \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -1 \\ x^2 + x + 1 = 4 \Rightarrow x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow x'_1 + x'_2 = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

در نتیجه مجموعه ریشه‌ها برابر ۲- است.

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۸- گزینه «۳»

(کیان کریمی شراسانی)

با رسم نمودار تابع f داریم:

چون عرض از مبدأ خط g برابر صفر است، تنها در حالتی که نمودار g از نقطه $(4, 2)$ بگذرد، نمودارها در ۳ نقطه یکدیگر را قطع می کنند و معادله دارای سه جواب است:

$$\Rightarrow g(4) = 2 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۹- گزینه «۱»

(کیان کریمی شراسانی)

برای بدست آوردن مساحت مربع باید فاصله دو خط موازی AB و CD را بدست آوریم.

$$m_{AB} = m_{CD} \Rightarrow a = 2a - 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \begin{cases} AB: -y + 2x + 6 = 0 \\ CD: -y + 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$CD \text{ و } AB \text{ فاصله} = \text{طول ضلع مربع} = \frac{|6-1|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2}} = \sqrt{5}$$

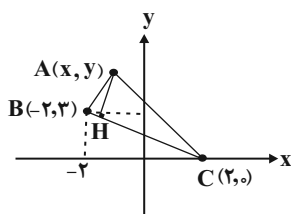
$$\Rightarrow \text{مساحت مربع} = (\sqrt{5})^2 = 5$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۰- گزینه «۲»

(عمید علیرزاده)

چون نقطه $A(x, y)$ روی خط $y = -2x + 3$ واقع است، مختصات آن به صورت $A(x, -2x + 3)$ است. حال معادله ضلع BC را نوشته و اندازه ارتفاع AH را محاسبه می کنیم. شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید:



$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{0 - 3}{2 - (-2)} = -\frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{C(2,0)} y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 2)$$

$$\Rightarrow \boxed{3x + 4y - 6 = 0} \text{ (معادله ضلع BC)}$$

$$\begin{cases} A(x, -2x + 3) \\ 3x + 4y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{|3x + 4(-2x + 3) - 6|}{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{|-5x + 6|}{5} = 2/2$$

$$\Rightarrow |5x - 6| = 11 \Rightarrow 5x - 6 = \pm 11 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{5} \\ x = -1 \end{cases}$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)



$$A'OB' \text{ مساحت قطاع } = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \times 5^2 \times 120^\circ}{360^\circ} = \frac{25\pi}{3}$$

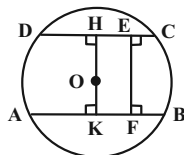
$$\text{مساحت ناحیه سایه زده} = \frac{25\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} = \frac{21\pi}{3} = 7\pi$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه ۱۲)

گزینه «۴» -۱۴

(معمداً ابراهیم توزنده بانی)

از مرکز دایره عمودی بر این دو وتر رسم می کنیم. می دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می کند، پس با فرض $BF = x$ داریم:



$$CH = DH = \frac{CE + DE}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

$$HE = CH - CE = 3 - 2 = 1$$

$$AK = BK = \frac{AF + BF}{2} = \frac{5 + x}{2}$$

$$KF = BK - BF = \frac{5 + x}{2} - x = \frac{5 - x}{2}$$

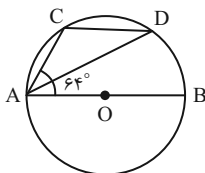
چهارضلعی HEFK مستطیل است، بنابراین داریم:

$$HE = KF \Rightarrow 1 = \frac{5 - x}{2} \Rightarrow 5 - x = 2 \Rightarrow x = 3$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه ۱۳)

گزینه «۱» -۱۵

(سامان اسپهرم)



$$\widehat{BAC} = 64^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 2 \times 64^\circ = 128^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AC} = 180^\circ - \widehat{BC} = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ADC} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{52^\circ}{2} = 26^\circ$$

از آنجا که مثلث ACD متساوی الساقین است، پس داریم:

$$\widehat{CAD} = \widehat{ADC} = 26^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 64^\circ - 26^\circ = 38^\circ$$

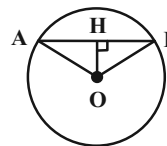
(هنر سه ۲- دایره: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

هندسه ۲

گزینه «۱» -۱۱

(هنانه اتفاقی)

$$\Delta AOB : OA = OB = R \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$



می دانیم در مثلث قائم الزاویه، طول ضلع روبه رو به زاویه 30° ، نصف طول وتر است، پس در مثلث OAH داریم:

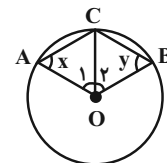
$$\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow OH = \frac{1}{2} OA = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه ۱۳)

گزینه «۴» -۱۲

(مصبوبه بخارری)

از مرکز دایره به نقطه C وصل می کنیم. در این صورت داریم:



$$\Delta OAC : OA = OC \Rightarrow \hat{OCA} = \hat{A} = x$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 = 180^\circ - 2x \quad (1)$$

$$\Delta OBC : OB = OC \Rightarrow \hat{OCB} = \hat{B} = y$$

$$\Rightarrow \hat{O}_2 = 180^\circ - 2y \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \hat{AOB} = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ - 2x + 180^\circ - 2y$$

$$\Rightarrow \hat{AOB} = 360^\circ - 2x - 2y \xrightarrow{\text{زاویه مرکزی } \hat{AOB}}$$

$$\widehat{ACB} = 360^\circ - 2x - 2y$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه ۱۲)

گزینه «۳» -۱۳

(هنانه اتفاقی)

ابتدا اندازه زاویه مرکزی $\hat{AOB} = \alpha$ را پیدا می کنیم. اگر طول کمان $A'B'$ برابر L' باشد، آن گاه داریم:

$$L' = \frac{\pi R^2 \alpha}{180^\circ} \Rightarrow \frac{10\pi}{3} = \frac{\pi \times 5^2 \times \alpha}{180^\circ} \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ \times 10}{3 \times 5} = 120^\circ$$

$$AOB \text{ مساحت قطاع } = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \times 5^2 \times 120^\circ}{360^\circ} = \frac{4\pi}{3}$$



بنابراین نسبت بیشترین به کمترین فاصله این دو وتر برابر $\frac{31}{17}$ است.

(هنر سه ۲- دایره: صفحه ۱۳)

(افشین فاضلهان)

۱۹- گزینه «۴»

با فرض $\hat{M} = x$ داریم:

$$BT = BM \xrightarrow{\hat{BMT}} \hat{BTM} = \hat{M} = x$$

$$\hat{BTM} = \frac{\widehat{BT}}{2} \Rightarrow \widehat{BT} = 2x \quad (\text{زاویه ظلی})$$

$$\hat{M} = \frac{\widehat{AT} - \widehat{BT}}{2} \Rightarrow x = \frac{\widehat{AT} - 2x}{2} \Rightarrow \widehat{AT} = 4x$$

$$\widehat{AB} = \widehat{AT} = 4x$$

$$\widehat{AB} + \widehat{AT} + \widehat{BT} = 360^\circ \Rightarrow 4x + 4x + 2x = 360^\circ$$

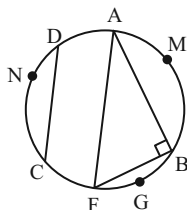
$$\Rightarrow 10x = 360^\circ \Rightarrow x = 36^\circ \Rightarrow \hat{M} = 36^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

(مبیر علایی نسب)

۲۰- گزینه «۳»

قطر AF را رسم می‌کنیم:



$$\left. \begin{aligned} \widehat{AMB} + \widehat{BGF} &= 180^\circ \\ \widehat{AMB} + \widehat{CND} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{BGF} = \widehat{CND}$$

$$\left. \begin{aligned} BF &= CD \\ AB &= 2CD \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB = 2BF \Rightarrow AB^2 = 4BF^2$$

زاویه \hat{ABF} محاطی روبه‌رو به قطر دایره است. بنابراین $\hat{B} = 90^\circ$ است.

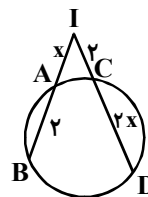
$$\Delta ABF : (2R)^2 = AB^2 + BF^2 = \Delta BF^2 = \Delta CD^2$$

$$\frac{R^2}{CD^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{\pi R^2}{CD^2} = \frac{5\pi}{4}$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(مهردار ملونری)

۱۶- گزینه «۴»



اگر $IA = x$ فرض شود، آنگاه داریم:

$$IA \times IB = IC \times ID \Rightarrow x(x+2) = 2(2+2x)$$

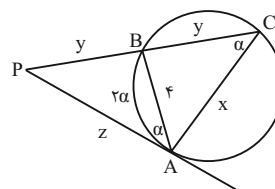
$$\Rightarrow x^2 + 2x = 4 + 4x \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + \sqrt{5} \\ x_2 = 1 - \sqrt{5} < 0 \end{cases}$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(مبیر علایی نسب)

۱۷- گزینه «۳»



مطابق شکل روابط طولی در دایره داریم:

$$PA^2 = PB \cdot PC \Rightarrow z^2 = y \cdot 2y \Rightarrow z = y\sqrt{2}$$

اگر اندازه کمان AB را 2α در نظر بگیریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{ACP} &= \alpha \quad (\text{زاویه محاطی}) \\ \hat{PAB} &= \alpha \quad (\text{زاویه ظلی}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta PAB \sim \Delta PAC \Rightarrow \hat{APB} = \hat{APC}$$

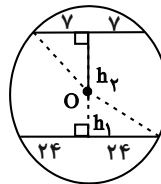
$$\frac{x}{4} = \frac{2y}{z} \xrightarrow{z=y\sqrt{2}} \frac{x}{4} = \frac{2y}{y\sqrt{2}} \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

(امیر وفائی)

۱۸- گزینه «۲»

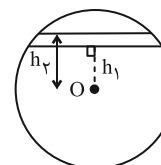
ابتدا فاصله هر وتر را از مرکز دایره به دست می‌آوریم:



$$h_2 = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$h_1 = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\text{بیشترین فاصله دو وتر} = h_1 + h_2 = 3 + 4 = 7$$



$$\text{کمترین فاصله دو وتر} = h_2 - h_1 = 4 - 3 = 1$$



آمار و احتمال

گزینه «۴» ۲۱-

(سید و میر زوالفقاری)

نقیض ترکیب شرطی $(p \Rightarrow q)$ به صورت ترکیب عطفی $(p \wedge \sim q)$ است. بنابراین نقیض گزاره «اگر a عددی زوج باشد، آن گاه a^2 عددی زوج است» به صورت گزاره « a عددی زوج است و a^2 عددی زوج نیست» می باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۱» ۲۲-

(فرزانه فاکپاش)

ترکیب فصلی هر گزاره و نقیض آن، یک گزاره همیشه درست و ترکیب عطفی هر گزاره و نقیض آن، یک گزاره همیشه نادرست است. از طرفی یک ترکیب شرطی تنها در صورتی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن نادرست باشد. بنابراین داریم:

$$[(p \vee \sim p) \Rightarrow (q \wedge \sim q)] \Rightarrow \sim r \equiv (T \Rightarrow F) \Rightarrow \sim r \\ \equiv F \Rightarrow \sim r \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۴» ۲۳-

(امیرمسین ابومفیوب)

گزاره $p \Rightarrow \sim q$ نادرست است، پس گزاره p درست و گزاره $\sim q$ نادرست است، در نتیجه گزاره q درست است. از طرفی هر دو گزاره $q \Rightarrow r$ و q درست هستند، پس گزاره r نیز لزوماً درست است.

حال برای دو گزاره داده شده داریم:

$$(\sim r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow \sim p) \equiv (F \Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \Rightarrow F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F \\ (p \wedge q) \Rightarrow (\sim r \Leftrightarrow q) \equiv (T \wedge T) \Rightarrow (F \Leftrightarrow T) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۶ تا ۱۲)

گزینه «۴» ۲۴-

(علی ایمانی)

طبق قوانین گزاره ها داریم:

$$[p \Rightarrow (p \wedge \sim q)] \Rightarrow \sim p \equiv [\sim p \vee (p \wedge \sim q)] \Rightarrow \sim p \\ \equiv [\underbrace{(\sim p \vee p)}_T] \wedge (\sim p \vee \sim q) \Rightarrow \sim p \\ \equiv (\sim p \vee \sim q) \Rightarrow \sim p \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee \sim p \\ \equiv (p \wedge q) \vee \sim p \equiv \underbrace{(p \vee \sim p)}_T \wedge (q \vee \sim p) \\ \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۳» ۲۵-

(افشین فاضله خان)

$$1 \leq x^2 \leq 9 \Rightarrow 1 \leq |x| \leq 3 \Rightarrow A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$$

بررسی گزینه ها:

$$2x^2 + 5x - 3 \geq 0 \Rightarrow (2x - 1)(x + 3) \geq 0 \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{1}{2}, x \leq -3$$

به ازای $x = -1$ و $x = -2$ نامساوی برقرار نیست، پس گزاره سوری نادرست است.

$$6x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow (2x - 1)(3x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{گزینه «۲»}$$

هیچ کدام از دو مقدار به A تعلق ندارد، پس گزاره سوری نادرست است.

$$|x - 2| \geq 5 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 5 \Rightarrow x \geq 7 \\ x - 2 \leq -5 \Rightarrow x \leq -3 \end{cases} \quad \text{گزینه «۳»}$$

نامساوی به ازای $x = -3$ برقرار است، پس گزاره سوری درست است.

$$|x + 1| < 4 \Rightarrow -4 < x + 1 < 4 \Rightarrow -5 < x < 3 \quad \text{گزینه «۴»}$$

نامساوی به ازای $x = 3$ برقرار نیست، پس گزاره سوری نادرست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۱۳ تا ۱۵)



۲۶- گزینه «۳»

(مرتضی فعیف علوی)

دو مجموعه A و B برابر یکدیگرند، هرگاه اعضای آن‌ها نظیر به نظیر برابر هم باشند. حالت‌های ممکن برای تساوی این دو مجموعه عبارت‌اند از:

$$\begin{cases} x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1 \\ x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

حالت اول:

بنابراین به ازای $x = 0$ ، دو مجموعه A و B برابر یکدیگرند.

حالت دوم:

$$\begin{cases} x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2, 1 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

بنابراین به ازای $x = -2$ ، دو مجموعه A و B برابر یکدیگرند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۲۷- گزینه «۲»

(غرزانه فاکپاش)

یک مجموعه n عضوی دارای 2^n زیرمجموعه است. فرض کنید مجموعه A دارای n عضو باشد. با کاهش ۲ عضو از این مجموعه، تعداد اعضای آن برابر $(n-2)$ خواهد بود. در نتیجه داریم:

$$2^n - 2^{n-2} = 192 \Rightarrow 2^n - 2^n \times 2^{-2} = 192$$

$$\Rightarrow 2^n - \frac{1}{4} \times 2^n = 192 \Rightarrow \frac{3}{4} \times 2^n = 192$$

$$\Rightarrow 2^n = 256 = 2^8 \Rightarrow n = 8$$

$$A = \left\{ \begin{matrix} 8 \\ 2 \end{matrix} \right\} = 28$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۲۸- گزینه «۲»

(مهمرمهری ابوترابی)

زیرمجموعه‌های A_1, A_2, \dots, A_n یک افراز برای مجموعه A هستند، هرگاه هیچ کدام از A_i ها تهی نباشند، اشتراک دوه‌دوی آنها تهی باشد و اجتماع A_i ها برابر مجموعه A گردد. در گزینه «۱» یکی از زیرمجموعه‌ها تهی است. در گزینه «۳»، عضو \emptyset در دو زیرمجموعه مشترک است. در گزینه «۴» عضو c در هیچ کدام از زیرمجموعه‌ها وجود ندارد. بنابراین هیچ کدام از این سه حالت نمی‌توانند یک افراز برای مجموعه A باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

۲۹- گزینه «۲»

(غرزانه فاکپاش)

یک مجموعه n عضوی، دارای 2^n زیرمجموعه است، بنابراین داریم:

$$\frac{2^{n(B)}}{2^{n(A)}} = 2 \Rightarrow 2^{n(B)-n(A)} = 2^1 \Rightarrow n(B) - n(A) = 1$$

$$\Rightarrow n(B) = n(A) + 1$$

$$2^{n(A \cup B)} = 256 = 2^8 \Rightarrow n(A \cup B) = 8$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 8 = n(A) + (n(A) + 1) - 1 \Rightarrow 2n(A) = 8 \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow A = 2^4 = 16 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۳۰- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۱»: عکس قضیه شرطی برقرار نیست. به عنوان مثال نقض، اگر

$$A = \{1, 2\}, B = \{1, 3\} \text{ و } C = \{2, 3\}, \text{ آن گاه}$$

$$A \cup C = B \cup C = \{1, 2, 3\} \text{ ولی } A \neq B$$

گزینه «۲»: عکس قضیه شرطی برقرار نیست. به عنوان مثال نقض، اگر

$$A = \{1\} \text{ و } B = \{2\}, \text{ آن گاه } B - A = B \text{ ولی } A \neq \emptyset$$

گزینه «۳»: اگر $A \cup B = A \cap B$ ، آن گاه به روش عضوگیری دلخواه

می‌توان نشان داد $A = B$ است، پس عکس قضیه شرطی درست است.

گزینه «۴»: اگر $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $A = \{1, 2\}$ و

$$B = \{2, 3, 4\} \text{ باشد، آن گاه } A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} = U \text{ ولی}$$

$$B' = \{1\} \neq A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)



فیزیک ۲

گزینه ۱»

(سیرممر پوار موسوی مبارکه)

می دانیم بار الکتریکی جسم همواره مضرب درستی از بار بنیادی e است. (اصل کوانتیده بودن بار) پس ابتدا این شرط را چک می کنیم:

$$n = \frac{q}{e} = \frac{4 \times 10^{-10} \times 10^{-9}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.5 \text{ الکترون}$$

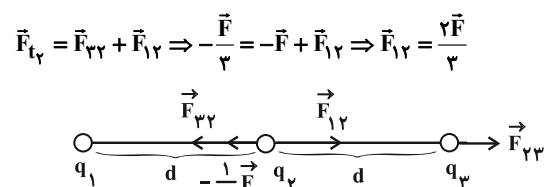
چون n غیر صحیح به دست آمد و مضرب درستی از e در اینجا مشاهده نمی شود، پس این اتفاق ممکن نیست و گزینه «۱» صحیح است.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۲ تا ۴)

گزینه ۲»

(فسرو ارغوانی فرد)

مطابق شکل، نیرویی که q_2 به q_3 وارد می کند دارای اندازه F و به طرف راست است، بنابراین بارهای q_2 و q_3 هم نام اند و در نتیجه نیرویی که q_3 به q_2 وارد می کند، دارای اندازه F و به طرف چپ است. با توجه به این که اندازه نیروی برابند وارد بر بار q_2 برابر با $\frac{1}{3}F$ و به طرف چپ است، در نتیجه اندازه نیرویی که q_1 به q_2 وارد می کند برابر با $\frac{2}{3}F$ و به طرف راست خواهد بود. بنابراین بارهای q_1 و q_2 نیز هم نام هستند.



با استفاده از قانون کولن داریم:

$$\frac{F_{32}}{F_{12}} = \frac{|q_3||q_2|}{|q_1||q_2|} \left(\frac{r_{12}}{r_{22}} \right)^2 \quad \frac{F_{32}=F, F_{12}=\frac{2}{3}F}{r_{22}=r_{12}} \rightarrow \frac{F}{\frac{2}{3}F} = \frac{|q_3|}{|q_1|} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_3|} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۵ تا ۱۰)

گزینه ۱»

(زهره آقاممیری)

فرض می کنیم که بار $q_1 < 0$ و بار $q_2 > 0$ باشد و $|q_2| = \frac{1}{2}|q_1|$

است. مقدار بار جابه جا شده برابر است با: $\Delta q = \frac{3}{4}q_2 = \frac{0}{9}|q_1|$

و بارهای نهایی برابرند با: $q'_2 = q_2 - \Delta q = \frac{0}{3}|q_1|$

$$q'_1 = -|q_1| + \frac{0}{9}|q_1| = -\frac{0}{9}|q_1|$$

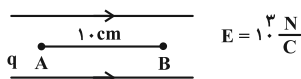
با استفاده از رابطه مقایسه ای قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \quad \frac{r'=r}{r'} \rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{0/1|q_1|}{|q_1|} \times \frac{0/3|q_1|}{1/2|q_1|} \times \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{90}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۵ تا ۱۰)

گزینه ۲»

(مرتضی شعبانی)



با حرکت در جهت خط های میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش خواهد یافت. بنابراین $V_B < V_A$ خواهد بود.

$$|\Delta V| = Ed = 10^3 \times 0.1 = 100V \Rightarrow \Delta V = -100V$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow -100 = \frac{(0.8 - 0.4) \times 10^{-6}}{q}$$

$$\Rightarrow q = \frac{4 \times 10^{-7}}{-100} = -4 \times 10^{-9}C = -4nC$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۲۳ تا ۲۷)

گزینه ۴»

(امیرمسین برادران)

با توجه به رابطه میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه ای ابتدا میدان الکتریکی را در فاصله $\frac{d}{2}$ و $\frac{d}{4}$ از بار q_1 به دست می آوریم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{|d|^2} \Rightarrow \frac{E'_1}{E_1} = \left(\frac{d}{d'} \right)^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{E'_1}{5 \times 10^3} = \left(\frac{d}{\frac{d}{2}} \right)^2 \Rightarrow E'_1 = 2 \times 10^4 \frac{N}{C} \\ \frac{E''_1}{5 \times 10^3} = \left(\frac{d}{\frac{d}{4}} \right)^2 \Rightarrow E''_1 = 8 \times 10^4 \frac{N}{C} \end{cases}$$

اکنون با استفاده از رابطه نیروهای الکتریکی وارد بر بار q در میدان الکتریکی E داریم:

$$F = E|q| \Rightarrow \Delta F = |q|(E''_1 - E'_1) \xrightarrow{q=4 \times 10^{-6}C, E'_1=2 \times 10^4 \frac{N}{C}, E''_1=8 \times 10^4 \frac{N}{C}} \rightarrow$$

$$\Delta F = 4 \times 10^{-6} (8 \times 10^4 - 2 \times 10^4) = 0.24N$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۱۲ تا ۱۶)

گزینه ۳»

(میشی نکوئیان)

مطابق شکل داده شده، کره های B و C دارای بار ناهمنام و کره های A و B دارای بار همنام هستند. بنابراین کره های A و C دارای بار ناهمنام هستند. اندازه بار کره A از اندازه بار کره B بزرگ تر می باشد. همچنین اندازه بار کره B از اندازه بار C بزرگ تر است. پس

$$|q_A| > |q_B| > |q_C|$$



بعد از حذف q_1 و q_2 فقط بارهای q_3 و q_4 باقی می‌مانند:

$$E'_T = |\vec{E}_3 + \vec{E}_4| = \frac{2kq\sqrt{2}}{R^2}$$

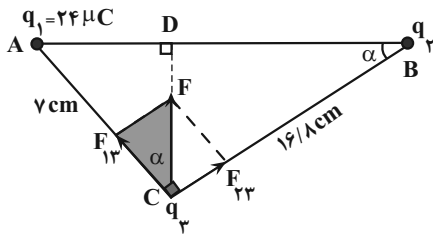
$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{\frac{2\sqrt{2}kq}{R^2}}{\frac{3\sqrt{2}kq}{R^2}} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۳۹- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فرد)

مطابق شکل زیر نیروی F را به دو مؤلفه در امتدادهایی که بارهای q_1 و q_2 به بار q_3 نیرو وارد می‌کنند، تجزیه می‌کنیم. چون بارهای q_1 و q_2 بار q_3 را جذب کرده‌اند، لذا این دو بار، هم‌نامند. از طرفی در مثلث هاشورخورده داریم:



$$\tan \alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} \quad (1)$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{16/8} \quad (2)$$

و در مثلث ABC داریم:

بنابراین، داریم:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{y}{16/8} \Rightarrow F_{23} = \frac{y}{16/8} F_{13}$$

$$\Rightarrow \frac{k|q_3||q_2|}{(16/8)^2} = \frac{y}{16/8} \times \frac{k|q_1||q_3|}{y^2}$$

$$\xrightarrow{q_1, q_2 \text{ هم‌نامند}} q_2 = \frac{16/8 q_1}{y} \Rightarrow q_2 = \frac{16/8 \times 24}{y} = 57/6 \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۹)

۴۰- گزینه «۲»

(عباس موتالب)

فقط عبارت‌های «پ» و «ت» درست می‌باشند.

الف) نادرست. میدان الکتریکی خالص فقط درون رساناها صفر است.

ب) نادرست. پتانسیل الکتریکی روی همه نقاط سطوح رسانا یکسان است.

ث) نادرست.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

بنابراین با تماس دو کره A و C بار هر دو کره، همنام با بار کره A

می‌شود؛ پس هر سه کره دارای بار همنام می‌شوند.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۳۷- گزینه «۴»

(مهری حسین دوست)

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: نادرست - در فضای بین دو خط میدان، میدان الکتریکی صفر نیست.

گزینه «۲»: نادرست - اگر بار منفی را در نقطه B قرار دهیم، جهت نیروی وارد بر آن مماس بر خط میدانی است که از آن نقطه می‌گذرد و در خلاف جهت خطوط میدان است.

گزینه «۳»: نادرست - خطوط میدان یکدیگر را قطع نمی‌کنند، لذا از نقطه A تنها یک خط میدان می‌گذرد.

گزینه «۴»: درست - تراکم خطوط میدان نشان‌دهنده قوی یا ضعیف بودن میدان است. چون خطوط میدان در نقطه A متراکم‌تر است، لذا میدان در این نقطه قوی‌تر از نقطه B است.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

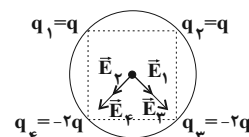
۳۸- گزینه «۴»

(بیبا فورشید)

ابتدا برای وضعیت داده شده میدان در مرکز دایره را محاسبه می‌کنیم.

$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{R^2}$$

$$|\vec{E}_1 + \vec{E}_2| = \frac{kq}{R^2} \sqrt{2}$$



$$E_3 = E_4 = \frac{2kq}{R^2} \Rightarrow |\vec{E}_3 + \vec{E}_4| = \frac{2kq}{R^2} \sqrt{2}$$

$$E = E_T = 2\sqrt{2} \frac{kq}{R^2} + \sqrt{2} \frac{kq}{R^2} = 3\sqrt{2} \frac{kq}{R^2}$$



شیمی ۲

گزینه ۳» ۴۱-

(ایمان عسین نژاد)

فقط مورد «ب» نادرست است.

بررسی گزینه نادرست:

ب) پیش‌بینی می‌شود که در سال ۲۰۲۵ در جهان به تقریب بیش از ۶۰ میلیارد تن از سوخت‌های فسیلی و فلزها و مواد معدنی استخراج و مصرف می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱ تا ۵)

گزینه ۲» ۴۲-

(سینا رحمانی تبار)

بررسی موارد:

الف) ژرمانیم ($_{32}\text{Ge}$) با عدد اتمی ۳۲ دومین عنصر شبه‌فلز گروه ۱۴ و قلع ($_{82}\text{Sn}$) با عدد اتمی ۵۰ نخستین عنصر فلزی گروه ۱۴ است.

$$18 = 32 - 50 = \text{اختلاف عدد اتمی}$$

ب) تعداد عنصرهای فلزی تک ظرفیتی دوره چهارم برابر ۵ است.

گروه	۱	۲	۳	۱۲	۱۳
عنصر	K^+	Ca^{2+}	Sc^{3+}	Zn^{2+}	Ga^{3+}

ب) با توجه به نمودار ۱ صفحه ۱۳ کتاب شیمی یازدهم بیشترین اختلاف شعاع اتمی بین ۲ عنصر متوالی $_{13}\text{Al}$ از گروه ۱۳ و $_{14}\text{Si}$ از گروه ۱۴ می‌باشد.

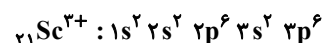
(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

گزینه ۳» ۴۳-

(امیر هاتمیان)

عنصرهای A، B و C و D به ترتیب $_{21}\text{Sc}$ ، $_{24}\text{Cr}$ ، $_{29}\text{Cu}$ و $_{30}\text{Zn}$ هستند. عبارت (۳) نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: کاتیون پایدار عنصر اسکاندیم، $_{21}\text{Sc}^{3+}$ می‌باشد.

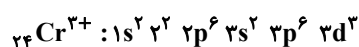
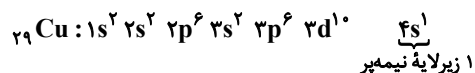
$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد } e^- \text{ با } (l=1) = 12 \\ \text{تعداد } e^- \text{ با } (l=0) = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{6} = 2$$

گزینه «۲»: لایه ظرفیت عنصر $_{30}\text{Zn}$ به صورت $3d^{10} 4s^2$ است مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی این الکترون‌ها برابر است با:

$$_{30}\text{Zn} \quad n \text{ و } l \text{ الکترون‌های لایه ظرفیت} \quad = 10(3+2) + 2(4+0) = 58$$

$$3d \rightarrow \begin{cases} n=3 \\ l=2 \end{cases} \quad 4s \rightarrow \begin{cases} n=4 \\ l=0 \end{cases}$$

گزینه «۳»: کروم ($_{24}\text{Cr}$) دارای ۲ اکسید CrO و Cr_2O_3 است. در اکسید Cr_2O_3 شمار کاتیون‌ها $\frac{2}{3}$ برابر شمار آنیون‌ها است و آرایش الکترونی یون Cr^{3+} :

۳ الکترون با $l=2$ دارد.گزینه «۴»: آرایش الکترونی عنصر $_{29}\text{Cu}$:


(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

گزینه ۳» ۴۴-

(امیرحسین طیبی)

موارد «ب» و «پ» نادرست است.

بررسی موارد:

الف) درست؛ ششمین عنصر واسطه دوره چهارم جدول تناوبی، آهن ($_{26}\text{Fe}$) می‌باشد که در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت (Fe_2O_3) است.

ب) نادرست؛ در میان عنصرهای دوره چهارم، $_{29}\text{Cu}$ و $_{30}\text{Zn}$ از دسته d و ۶ عنصر از دسته p که شامل $_{31}\text{Ga}$ ، $_{32}\text{Ge}$ ، $_{33}\text{As}$ ، $_{34}\text{Se}$ ، $_{35}\text{Br}$ و $_{36}\text{Kr}$ هستند که زیرلایه ۳d کاملاً پر دارند (در مجموع ۸ عنصر) و ۲ عنصر $_{24}\text{Cr}$ و $_{25}\text{Mn}$ زیرلایه ۳d نیمه پر دارند.

پ) نادرست؛ اولین فلز واسطه‌ای که زیرلایه ۳d آن پر می‌شود عنصر $_{29}\text{Cu}$ است.

مجموع n و l الکترون‌های ظرفیت $_{29}\text{Cu}$

$$= 10(3+2) + 1(4+0) = 54$$

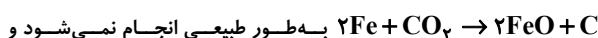
ت) درست؛ اسکاندیم $_{21}\text{Sc}$ نخستین عنصر واسطه دوره چهارم است که در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

گزینه ۲» ۴۵-

(علی جبری)

واکنش‌پذیری کربن (C) بیشتر از آهن (Fe) است پس واکنش



واکنش‌پذیری فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

مقایسه واکنش‌پذیری در ۳ گزینه دیگر به صورت زیر می‌باشد که یعنی هر سه واکنش به‌طور طبیعی انجام می‌شود و در آن‌ها واکنش‌پذیری فراورده‌ها کمتر از واکنش‌دهنده‌ها است.



(کامران جعفری)

۴۸- گزینه «۲»



خاصیت نافلزى هالوژن‌ها:

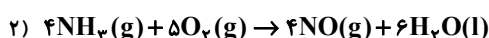
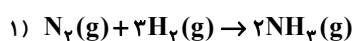
و تنها گزینه‌ای که خاصیت نافلزى هالوژن‌ها را به ترتیب درست نشان می‌دهد گزینه «۲» می‌باشد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶ تا ۹)

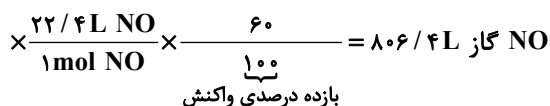
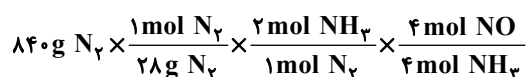
(امیرمسین بختیاری)

۴۹- گزینه «۲»

ابتدا ۲ معادله فرایند هابر و سوختن گاز آمونیاک را می‌نویسیم:



ابتدا از مقدار N_2 مقدار NH_3 و سپس با استفاده از معادله (۲) مقدار گاز NO را برحسب لیتر محاسبه می‌کنیم. باید توجه داشته اگر فراورده‌ها در شرایط STP باشند (دما $0^\circ C$ و فشار ۱ atm) آب به صورت مایع از گازها جدا می‌شود.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(رضا سلیمانی)

۵۰- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: طلا در طبیعت به شکل فلزی و عنصری خود نیز یافت می‌شود اما مقدار آن در معادن طلا بسیار کم است.

گزینه «۲»: استخراج طلا همانند دیگر فعالیت‌های صنعتی آثار زیان‌باز زیست محیطی بر جای می‌گذارد.

گزینه «۴»: فلز طلا به اندازه‌ای چکش‌خوار و نرم است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند مترمربع تبدیل کرد.

(شیمی ۲- صفحه ۱۷)

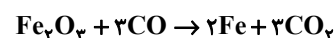
۱) واکنش پذیری: $Na > Zn$ ۲) واکنش پذیری: $K > Cu$ ۳) واکنش پذیری: $K > Fe$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۶- گزینه «۴»

(یعناام قازانی)

معادله موازنه شده واکنش:



$$2800 \times 50 = 140000 \text{ kg} = 140 \text{ ton}$$

$$? \text{ ton } Fe_2O_3 = 140 \text{ ton Fe} \times \frac{160 \text{ g Fe}}{1 \text{ ton Fe}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{2 \text{ mol Fe}} \times \frac{160 \text{ g } Fe_2O_3}{1 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{1 \text{ ton } Fe_2O_3}{160 \text{ g } Fe_2O_3}$$

$$\times \frac{100}{75} \times \frac{100}{80} = \frac{140 \times 160 \times 100 \times 100}{56 \times 2 \times 75 \times 80} = 333.33$$

درصد خلوص بازده

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۵)

۴۷- گزینه «۲»

(محمدرضا زهره‌وند)

$$100\% \times \frac{\text{مقدار ماده خالص}}{\text{مقدار ماده ناخالص}} = \text{درصد خلوص } \%$$

$$1 \text{ ton سنگ معدن} = 1000 \text{ kg سنگ معدن}$$

$$75 = \frac{x}{1000} \times 100 \Rightarrow x = 750 \text{ kg } Fe_3O_4$$

$$1 \text{ mol } Fe_3O_4 \sim 3 \text{ mol Fe}$$

$$? \text{ kg Fe} = 750 \text{ kg } Fe_3O_4 \times \frac{1000 \text{ g } Fe_3O_4}{1 \text{ kg } Fe_3O_4}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Fe_3O_4}{232 \text{ g } Fe_3O_4} \times \frac{3 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol } Fe_3O_4} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}}$$

$$\times \frac{1 \text{ kg Fe}}{1000 \text{ g Fe}} \approx 543 \text{ kg Fe}$$

مقدار نظری

$$R = \frac{\text{مقدار عملی فراورده}}{\text{مقدار نظری فراورده}} \times 100\% \text{ بازده درصدی واکنش}$$

$$= \frac{270}{543} \times 100\% \approx 50\%$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)



ریاضی ۱

گزینه «۳» - ۵۱

(ممبر پیمانی)

با مشخص کردن اعضای مجموعه A ، B و C ، حاصل $(C - A)$ و $(A - B)$ را بدست می آوریم:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$C = \{4, 5\}$$

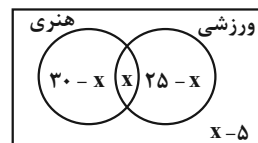
$$\Rightarrow \begin{cases} C - A = \{5\} \\ A - B = \{1, 2\} \end{cases} \Rightarrow (C - A) \cup (A - B) = \{1, 2, 5\}$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۴ و ۵)

گزینه «۲» - ۵۲

(فسن اسماعیلی)

اگر تعداد دانش آموزهای مشترک هر دو نوع مسابقه را برابر x در نظر بگیریم با توجه به نمودار ون داریم:



تعداد نفرات منفی نمی شود، پس باید:

$$\begin{cases} 30 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 30 \\ x \geq 0 \\ 25 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 25 \\ x - 5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5 \end{cases} \Rightarrow 5 \leq x \leq 25$$

تعداد دانش آموزهایی که می توانند در هر دو مسابقه شرکت کرده باشند، با توجه به نمودار ون برابر x است، پس حداکثر مقدار آن به ازای $x = 25$ یعنی برابر ۲۵ است. تعداد دانش آموزهایی که می توانند فقط در یک مسابقه شرکت کرده باشند، برابر $(30 - x) + (25 - x) = 55 - 2x$ می باشد، پس حداکثر مقدار آن به ازای $x = 5$ یعنی برابر ۴۵ می تواند باشد.

$$\text{جواب نهایی} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۸ تا ۱۳)

گزینه «۴» - ۵۳

(شاهین پروازی)

مجموعه نشان داده شده به صورت $(a, b) - (a, +\infty)$ است. پس داریم:

$$3x - 2 = x^2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=1} (1, +\infty) - (1, 2) \Rightarrow a = 1, b = 2$$

$$\xrightarrow{x=2} (4, +\infty) - (4, 4) \text{ غلط}$$

$$\Rightarrow (1 - a^2, b - a) = (0, 1)$$

طول این بازه برابر ۱ است.

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۳ تا ۵)

گزینه «۳» - ۵۴

(عارل حسینی)

جمله عمومی دنباله خطی را $a_n = \alpha n + \beta$ در نظر می گیریم، مجموع سه جمله اول برابر $a_1 + a_2 + a_3$ و مجموع سه جمله دوم برابر $a_4 + a_5 + a_6$ است.

$$a_1 + a_2 + a_3 = (\alpha + \beta) + (2\alpha + \beta) + (3\alpha + \beta) = 6\alpha + 3\beta$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = (4\alpha + \beta) + (5\alpha + \beta) + (6\alpha + \beta) = 15\alpha + 3\beta$$

$$\frac{15\alpha + 3\beta}{6\alpha + 3\beta} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{5\alpha + \beta}{2\alpha + \beta} = \frac{2}{3} \Rightarrow 15\alpha + 3\beta = 4\alpha + 2\beta$$

$$\Rightarrow \beta = -11\alpha \Rightarrow a_n = \alpha n - 11\alpha = \alpha(n - 11)$$

در این دنباله جمله یازدهم برابر صفر است.

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۱۶ و ۱۷)

گزینه «۲» - ۵۵

(پوانبش نیکنام)

فرض کنیم ۴ جمله این دنباله به صورت a, aq, aq^2, aq^3 باشد.

$$\begin{cases} a - aq = 35 \\ aq^2 - aq^3 = 560 \end{cases} \Rightarrow \frac{aq^2(1 - q)}{a(1 - q)} = \frac{560}{35}$$

$$\Rightarrow q^2 = 16 \xrightarrow{q < 0} q = -4$$

$$\Rightarrow a - a(-4) = 35 \Rightarrow a = 7$$

$$7, -28, 112, -448 \Rightarrow \text{مجموع چهار جمله} = -357$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۲۵ تا ۲۷)



۵۶- گزینه «۴»

(دانیال ابراهیمی)

در دنباله حسابی، جمله عمومی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است که a_1 و d به ترتیب جمله اول و قدرنسبت این دنباله هستند. همچنین اگر m ، n و p سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، رابطه $mp = n^2$ برقرار است. بنابراین برای جملات چهارم، نهم و سیزدهم از دنباله حسابی داریم:

$$\begin{aligned} a_4 a_{13} &= (a_9)^2 \Rightarrow (a_1 + 3d)(a_1 + 12d) = (a_1 + 8d)^2 \\ \Rightarrow a_1^2 + 15a_1 d + 36d^2 &= a_1^2 + 16a_1 d + 64d^2 \\ \Rightarrow 28d^2 + a_1 d &= 0 \xrightarrow{d \neq 0} 28d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{29} = 0 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو، دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۵۷- گزینه «۱»

(معری برای)

در الگوی t_n اختلاف جملات ثابت نیست و این اختلاف جملات، دنباله حسابی (الگوی خطی) می‌سازند. پس t_n یک الگوی درجه دوم است. این دنباله حسابی که از اختلاف جملات دنباله درجه دوم به وجود می‌آید را با a_n نشان می‌دهیم:

$$\begin{array}{ccccccc} t_1 & , & t_2 & , & t_3 & , & t_4 & , & \dots \\ \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \\ a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & \dots \end{array}$$

قدر نسبت این دنباله حسابی ۵ و جمله اول آن ۶ است، بنابراین:

$$3, 9, 20, 36, 57, \dots$$

$$\begin{array}{ccccccc} & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \\ 6 & & 11 & & 16 & & 21 & \\ \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \\ 5 & & 5 & & 5 & & 5 & \end{array}$$

$$a_n = 6 + (n-1) \times 5 = 5n + 1$$

با توجه به الگوی درجه دوم، واضح است که $t_{49} - t_{46}$ برابر است با:

$$a_{46} + a_{47} + a_{48}$$

$$\begin{array}{ccccccc} t_1 & , & t_2 & , & t_3 & , & t_4 & , & \dots, & t_{46} & , & t_{47} & , & t_{48} & , & t_{49} & , & \dots \\ \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \\ a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_{46} & & a_{47} & & a_{48} & \end{array}$$

$$a_{46} + a_{47} + a_{48} =$$

$$\begin{aligned} 5 \times 46 + 1 + 5 \times 47 + 1 + 5 \times 48 + 1 &= 5(46 + 47 + 48) + 3 \\ &= 5 \times 141 + 3 = 708 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۴)

۵۸- گزینه «۲»

(مسن جعفریان)

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت متوازی الاضلاع} = 4 \times 7\sqrt{3} = 28\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۵۹- گزینه «۱»

(معری ملارمضانی)



شش ضلعی منتظم به مساحت $S = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ از ۱۲ مثلث هم‌نهشت تشکیل

شده است که مساحت هر کدام برابر $\frac{\sqrt{3}}{8} a^2$ است. حال دوزنقه

هاشورخورده صورت سؤال، از ۳ مثلث اینچنین تشکیل شده است، پس

$$\text{مساحت آن برابر } \frac{3\sqrt{3}}{8} a^2 \text{ است.}$$

$$\Rightarrow S_{\text{دوزنقه}} = \frac{3\sqrt{3}}{8} a^2 \xrightarrow{a^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}} S_{\text{دوزنقه}} = \frac{3}{8}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۶۰- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

می‌دانیم که اگر دو زاویه α و β متمم باشند، روابط $\tan \alpha = \cot \beta$ و

$$\tan \beta = \cot \alpha$$

پس در این سؤال دو زاویه $4x$ و $72^\circ - 2x$

متمم یکدیگر هستند، در نتیجه داریم:

$$72^\circ - 2x + 4x = 90^\circ \Rightarrow 2x = 18^\circ \Rightarrow x = 9^\circ$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)



فیزیک ۱

گزینه ۴» ۶۱-

(همید زربین کفش)

سه کمیت دما، مقدار ماده و شدت روشنایی جزو کمیت‌های اصلی در SI بوده و نرده‌ای هستند که یکای آن‌ها به ترتیب کلوین، مول و کندلا (شمع) می‌باشد. دقت کنید که کیلوگرم، یکای SI کمیت جرم است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۷)

گزینه ۲» ۶۲-

(امیر محمودی انزلی)

اگر طلا را با اندیس (۱) و نقره را با اندیس (۲) نمایش دهیم، داریم:

$$\text{جرم کل} = 250 \text{ g} \Rightarrow m_1 + m_2 = 250 \text{ g} \quad (1)$$

$$\text{حجم کل} = 18 / 25 \text{ cm}^3 \Rightarrow V_1 + V_2 = 18 / 25 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = 18 / 25 \text{ cm}^3$$

$$\frac{\rho_1 = 19 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{\rho_2 = 10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \Rightarrow \frac{m_1}{19} + \frac{m_2}{10} = 18 / 25 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow 10m_1 + 19m_2 = 3467 / 5 \text{ g} \quad (2)$$

حالا با حل دستگاه معادله‌های (۱) و (۲)، می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} m_1 + m_2 = 250 \text{ g} \\ 10m_1 + 19m_2 = 3467 / 5 \text{ g} \end{cases}$$

ضرب کردن طرفین معادله (۱) در عدد (۱۰-) و سپس جمع کردن طرفین معادله‌ها با هم:

$$\Rightarrow \begin{cases} -10m_1 - 10m_2 = -2500 \text{ g} \\ 10m_1 + 19m_2 = 3467 / 5 \text{ g} \end{cases}$$

$$9m_2 = 967 / 5 \Rightarrow m_2 = 107 / 5 \text{ g}$$

بنابراین:

$$\text{درصد جرمی نقره} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \times 100 = \frac{107 / 5}{250} \times 100 = 43\%$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه ۳» ۶۳-

(فرشاد قنبری)

جرم تلفن همراه برابر میانگین مقادیر داده شده می‌باشد. در محاسبه میانگین، عددی که فاصله زیادی از سایر مقادیر داشته باشد، به حساب نمی‌آید. در این جا $80 / 5 \text{ g}$ را کنار می‌گذاریم.

$$\text{جرم تلفن همراه} = \frac{97 / 3 + 98 / 1 + 97 / 7 + 96 / 9}{4} = 97 / 5 \text{ g}$$

دقت اندازه‌گیری برابر کوچک‌ترین مقداری است که یک وسیله اندازه‌گیری می‌تواند اندازه بگیرد. در این جا، کم‌ترین مقدار اندازه‌گیری برابر $0 / 1 \text{ g}$ است. بنابراین داریم:

$$10^{-4} \text{ kg} = \text{دقت اندازه‌گیری} \Rightarrow 10^{-3} \text{ kg} = 0 / 1 \times 10^{-3} \text{ kg} = 0 / 1 \text{ g} = \text{دقت اندازه‌گیری}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

گزینه ۴» ۶۴-

(زهره آقاممیری)

$$54 \times 10^3 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^3} = 54 \times 10^3 \times 10^{-3} \times 10^{-4} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$$

$$= 54 \times 10^{-4} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} \quad (I)$$

$$1 \frac{\text{kg}(\mu\text{m})^2}{(\text{ms})^3} = 1 \times 10^{-12} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{10^{-9} \text{s}^3} = 10^{-3} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} \quad (II)$$

$$I, II \Rightarrow 54 \times 10^3 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^3} = 54 \times 10^3 \frac{\text{kg}(\mu\text{m})^2}{(\text{ms})^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

گزینه ۲» ۶۵-

(زهره آقاممیری)

حجم آب خارج شده در مدت ۴ ساعت برابر $5 \times 120 = 600 \text{ cc}$ است. آهنگ خروج آب برابر است با:

$$\frac{600 \text{ cc}}{4 \text{ ساعت}} = 150 \frac{\text{cc}}{\text{ساعت}}$$

$$150 \frac{\text{cc}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cc}} \times \frac{10^9 \text{ mm}^3}{1 \text{ m}^3} = 2 / 5 \times 10^3 \frac{\text{mm}^3}{\text{min}}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۱۰)

گزینه ۴» ۶۶-

(عبدالرضا امینی نسب)

چون کره را ذوب کرده و با آن استوانه می‌سازیم، حجم کره و پوسته استوانه‌ای یکسان است.

$$V_{\text{کره}} = V_{\text{استوانه}} \Rightarrow \frac{m}{\rho} = \pi(R^2 - r^2)h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{810}{10} = 3(2^2 - 1^2) \times h \Rightarrow 81 = 9h \Rightarrow h = 9 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

گزینه ۴» ۶۷-

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا باید آهنگ خروج آب از شیلنگ را برحسب $\frac{L}{h}$ (لیتر بر ساعت) به‌دست آوریم. برای این کار، با استفاده از قاعده تبدیل زنجیره‌ای، داریم:



اکنون می‌توانیم حجم حفره داخل کره A را محاسبه کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = V_A - V_{\text{واقعی}} = V_A - V'_A \Rightarrow$$

$$V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{5}{12}\pi R^3 = \frac{11}{12}\pi R^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(امسان مطلبی)

۶۹- گزینه «۱»

بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) مدل‌ها و نظریه‌های فیزیک در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند.

ج) در هنگام مدل‌سازی یک پدیده فیزیکی باید اثرهای جزئی را نادیده بگیریم، نه اثرات مهم و تعیین‌کننده را.

مورد «ب» صحیح است.

بنابراین، تنها عبارت ب درست است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱ تا ۶)

(مصطفی کیانی)

۷۰- گزینه «۱»

برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکای هر یک از عبارت‌های

سمت راست معادله $x = \frac{1}{\gamma} A F a + B v a$ با یکای عبارت سمت چپ (x)

که در SI برحسب متر (m) است، یکسان باشند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$[x] = [A F a] \Rightarrow [x] = [A] \times [F] \times [a]$$

$$\frac{[x] = m, [a] = \frac{m}{s^2}}{[F] = N = \frac{kg \cdot m}{s^2}} \rightarrow m = [A] \times \frac{kg \cdot m}{s^2} \times \frac{m}{s^2} \Rightarrow [A] = \frac{s^4}{kg \cdot m}$$

$$[x] = [B v a] \Rightarrow [x] = [B] \times [v] \times [a]$$

$$\frac{[v] = \frac{m}{s}}{[a] = \frac{m}{s^2}} \rightarrow m = [B] \times \frac{m}{s} \times \frac{m}{s^2} \Rightarrow [B] = \frac{s^3}{m}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۱۱)

$$\begin{aligned} 250 \frac{cm^3}{s} &= 250 \frac{cm^3}{s} \times \frac{1m^3}{10^6 cm^3} \times \frac{10^3 L}{1m^3} \times \frac{3600s}{1h} \\ &= 900 \frac{L}{h} \end{aligned}$$

به عبارت دیگر، در هر ساعت ۹۰۰ لیتر آب وارد استخر می‌شود، بنابراین پس از ۲ ساعت، ۱۸۰۰ لیتر آب وارد استخر می‌شود. بنابراین:

$$V_{\text{ظرفیت خالی استخر}} = 3000 - 1800 = 1200 L$$

$$\text{ظرفیت خالی استخر بر حسب درصد} = \frac{1200}{3000} \times 100 = 40\%$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۱۰)

۶۸- گزینه «۳»

(زهره آقامحمدری)

در ابتدا، چون چگالی جسم A، ۲۰ درصد بیشتر از چگالی جسم B است، داریم:

$$\rho_A = \rho_B + 0.2\rho_B \Rightarrow \rho_A = 1.2\rho_B \quad (1)$$

اکنون حجم ظاهری هر دو جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} V_A = V_A = \frac{4}{3}\pi R^3 & \Rightarrow V_A > V_B \quad (2) \\ V_B = V_B = \pi R^2 \left(\frac{1}{\gamma} R\right) = \frac{1}{\gamma}\pi R^3 \end{cases}$$

از طرف دیگر، چون جرم هر دو جسم یکسان است، داریم:

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \quad (1) \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A}$$

$$1.2\rho_B V'_A = \rho_B V'_B$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} V'_A = V'_B \Rightarrow V'_B > V'_A \quad (3)$$

از رابطه‌های (۲) و (۳) می‌توان نتیجه گرفت که استوانه B توپر و کره A توخالی است.

بنابراین، چون استوانه B توپر است، لذا حجم واقعی و ظاهری آن با هم برابر است. در این حالت داریم:

$$V_B = V'_B = \frac{1}{\gamma}\pi R^3$$

در نتیجه حجم واقعی کره A برابر است با:

$$V'_A = \frac{5}{6} V'_B = \frac{5}{6} \times \frac{1}{\gamma}\pi R^3 = \frac{5}{12}\pi R^3$$



حسابان ۲

گزینه ۳» ۷۱-

(مدرسپار پیشوایی)

با توجه به این که $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ و همچنین نمودار f که در اعداد

نامنفی تعریف شده است، خواهیم داشت:

$$y = 2f(x - |x|) \xrightarrow{x \geq 0} y = 2f(x - x)$$

$$\Rightarrow y = 2f(0) \Rightarrow y = 2f(1) \Rightarrow y = 2$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۲» ۷۲-

(عباس اشرفی)

نقطه (a, b) روی نمودار $y = 1 - f(1 - x)$ قرار دارد، پس نقطه $(1 - a, 1 - b)$ روی نمودار خود تابع $y = f(x)$ قرار دارد.

همچنین اگر نقطه $(1 - a, 1 - b)$ روی نمودار $y = f(x)$ باشد، نقطه $(\frac{2-a}{3}, 3 - 2b)$ روی نمودار تابع $y = 2f(3x - 1) + 1$ قرار دارد.

از آنجایی که نمودار تابع $y = 2f(3x - 1) + 1$ از مبدأ مختصات می‌گذرد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2-a}{3} = 0 &\Rightarrow a = 2 \\ 3 - 2b = 0 &\Rightarrow b = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + b = \frac{7}{2}$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۲» ۷۳-

(لیلا مرادی)

با توجه به شکل اعداد حقیقی بازه $[-3, 5]$ را می‌توان در تابع داده شده به جای x قرار داد:

$$-3 \leq x \leq 5 \xrightarrow{\times 3} -9 \leq 3x \leq 15 \xrightarrow{+6} -3 \leq 3x + 6 \leq 21$$

این یعنی بازه $[-3, 21]$ برابر دامنه تابع f است، بنابراین:

$$D_f = [-3, 21] \Rightarrow D_g : -3 \leq \frac{x}{2} \leq 21 \Rightarrow -6 \leq x \leq 42$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

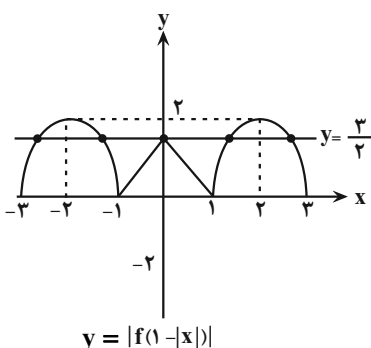
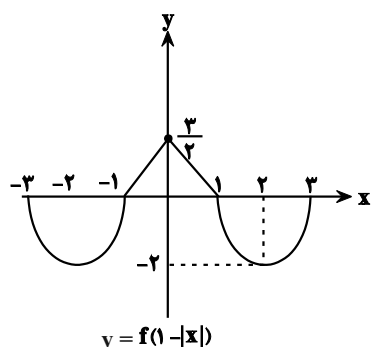
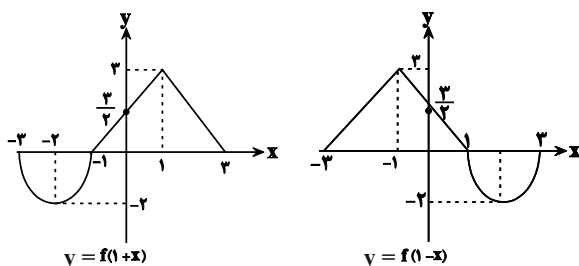
گزینه ۴» ۷۴-

(ممدابراهیم توزنده‌جانی)

به کمک رسم نمودار، معادله را حل می‌کنیم. بنابراین به ترتیب

$$y = f(1 + x), y = f(1 - x), y = f(1 - |x|) \text{ و در نهایت}$$

$$y = |f(1 - |x|)| \text{ را رسم می‌کنیم:}$$



با توجه به نمودار، خط $y = \frac{3}{4}$ منحنی را در ۵ نقطه قطع می‌کند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۱» ۷۵-

(عادل حسینی)

نقطه $(4, 5)$ روی نمودار $y = f(1 + x) + a$ قرار دارد، پس:

$$5 = f(1 + 4) + a \Rightarrow f(5) = 5 - a \Rightarrow (5, 5 - a) \in f$$

از طرفی نقطه $(b, 4)$ نیز روی نمودار $y = f(2x - 1)$ قرار دارد، پس:

$$4 = f(2b - 1) \Rightarrow (2b - 1, 4) \in f$$

این دو نقطه متناظر با یک نقطه در تابع f هستند، بنابراین داریم:



(عادل مسینی)

۷۹- گزینه «۱»

$$g(x) = 1 + |2(x+1)| - 1 = 2|x+1|$$

برای پیدا کردن نقاط برخورد توابع f و g ، آنها را مساوی یکدیگر قرار

می‌دهیم:

$$1 + |2x| = 2|x+1|$$

$$\begin{cases} \text{امکان ناپذیر } x < -1: 1 - 2x = -2x - 2 \Rightarrow 1 = -2 \\ \text{ق ق } -1 \leq x < 0: 1 - 2x = 2x + 2 \Rightarrow 4x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \\ \text{امکان ناپذیر } x \geq 0: 1 + 2x = 2x + 2 \Rightarrow 1 = 2 \end{cases}$$

طول نقطه برخورد $x = -\frac{1}{4}$ است. عرض این نقطه برابر است.

$$f(-\frac{1}{4}) = 1 + 2|\frac{1}{4}| = \frac{3}{2}$$

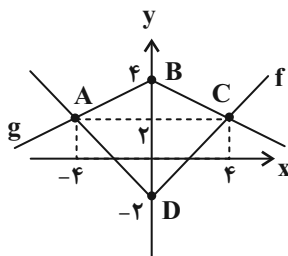
(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(افشین فاضله‌شان)

۸۰- گزینه «۳»

ابتدا نمودار تابع f را رسم می‌کنیم.برای رسم نمودار تابع g ، طول هر نقطه تابع f باید دو برابر شود و عرض هر

نقطه قرینه شده و سپس ۲ واحد اضافه گردد.

مختصات نقاط A و C به صورت زیر به دست آمده‌اند:

$$|x| - 2 = -|\frac{x}{2}| + 4 \Rightarrow |x| + 4 = -\frac{1}{2}|x| + 4 \Rightarrow |x| = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ x_C = 4 \end{cases}, y_A = y_C = 2$$

قطرهای چهارضلعی $ABCD$ بر هم عمودند و مساحت آن برابر نصف

حاصل ضرب اندازه قطرهایست.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

$$\begin{cases} 2b - 1 = 5 \\ 4 = 5 - a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۶- گزینه «۴»

(نسترن زارع)

کافی است مراحل گفته‌شده را به صورت معکوس از آخر به اول انجام دهیم:

ابتدا $\frac{1}{3}$ واحد در جهت عمودی منقبض می‌کنیم:

$$y = -\frac{1}{3}|3x - 12| = -|x - 4|$$

سپس آن را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم:

و در انتها ۲ واحد به چپ انتقال می‌دهیم:

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۸)

۷۷- گزینه «۲»

(عمیدرضا نوش‌کاران)

در ابتدا برای محاسبه $f(2)$ ، $x = -1$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$f(2) = 4(-1)^2 + 12(-1) + 20 - f(2) \Rightarrow f(2) = 6$$

$$\Rightarrow f(-2x) = 4x^2 + 12x + 14 \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 14$$

حال نمودار تابع f را طبق الگوی گفته شده انتقال می‌دهیم:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{یک واحد به راست}} y = f(x-1) = x^2 - 8x + 21$$

$$\xrightarrow{\text{انعکاس نسبت به محور } y \text{ ها}} y = f(-x-1) = x^2 + 8x + 21$$

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۸- گزینه «۳»

(عادل مسینی)

تابع $y = f(\frac{x}{3})$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع می‌کند، پس نقطه(۰، ۳) روی نمودار تابع $y = f(\frac{x}{3})$ قرار دارد، بنابراین:

$$y = f(\frac{x}{3}) \xrightarrow[\frac{x=3}{y=0}]{x=3} 0 = f(\frac{3}{3}) \Rightarrow f(1) = 0$$

بنابراین نمودار تابع $y = f(x)$ محور x ها را در نقطه (۱، ۰) قطع می‌کندو در تابع $y = f(x+2)$ ، این نقطه به نقطه (۰، -۱) تبدیل می‌شود.

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)



هندسه ۳

گزینه «۱» - ۸۱

(افشین فاضله‌فان)

جمع یک ماتریس و قرینه آن برابر ماتریس صفر است نه عدد صفر، یعنی

داریم:

$$A + (-A) = (-A) + A = \bar{0}$$

بنابراین گزینه «۱» نادرست است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

گزینه «۲» - ۸۲

(مهمر قنران)

A یک ماتریس ۱×۴ و B یک ماتریس ۳×۱ است، بنابراین تنها

ماتریس BA قابل تعریف است، چون تعداد ستون‌های ماتریس B برابر

تعداد سطرهاى ماتریس A است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۱۷)

گزینه «۳» - ۸۳

(سوکندر روشنی)

ابتدا درایه‌های ماتریس A را می‌نویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} x+1 & x+2 & x+3 \\ 2x+1 & 2x+2 & 2x+3 \end{bmatrix}$$

در نتیجه با توجه به این که مجموع درایه‌ها برابر ۳۰ است، داریم:

$$9x + 12 = 30 \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس A برابر است با:

$$3x + 6 = 3(2) + 6 = 12$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه «۲» - ۸۴

(مهمر قنران)

$$(2A + 3B) + 3(A - B) = 5A$$

$$\Rightarrow 5A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 9 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 10 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 4$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه «۱» - ۸۵

(امیر حسین ایومشوب)

در یک ماتریس اسکالر، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر بوده و

درایه‌های واقع بر قطر اصلی همگی برابر یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2b - 3 = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \\ a + 2b = 0 \Rightarrow a + 3 = 0 \Rightarrow a = -3 \\ c - 1 = a - b = -\frac{9}{2} \Rightarrow c = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$a + b + c = -3 + \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۱۲)

گزینه «۳» - ۸۶

(سوکندر روشنی)

ابتدا ماتریس B را می‌نویسیم:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{21} \\ -a_{12} & -a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a^2 & 8 \\ -2b & -c \end{bmatrix}$$



دو ماتریس A و B مساوی یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 1 - a^2 = a^2 - 1 \Rightarrow 2a^2 = 2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \\ 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \\ c = -c \Rightarrow 2c = 0 \Rightarrow c = 0 \end{cases}$$

$$\max(2a + 3b + 4c) = 2(1) + 3(4) + 4(0) = 14$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۸۷- گزینه «۲»

(امیرحسین ایومفیوب)

طبق تعریف ماتریس‌های A و B داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

بنابراین درایه C_{12} بزرگ‌ترین درایه ماتریس C است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۸۸- گزینه «۲»

(فرزانه خاکپاش)

ABC (ستون دوم C) \times (سطر اول A) = درایه سطر اول و ستون دوم

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 3 - 8 + 3 = -2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۸۹- گزینه «۳»

(فرزانه خاکپاش)

چون حاصل ضرب AB موجود است، پس B یک ماتریس اسکالر 3×3

$$\text{است. با فرض } B = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \text{ داریم:}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k & 2k & 3k \\ -2k & k & 2k \\ 0 & 5k & -4k \end{bmatrix}$$

$$AB \text{ درایه‌های } 6k = 18 \Rightarrow k = 3$$

$$B \text{ درایه‌های } 3k = 3 \times 3 = 9$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

۹۰- گزینه «۳»

(امیرحسین ایومفیوب)

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & -1 \\ -1 & 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -1 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x-3 & 2x+3 & x+3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -1 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x(x-3) - (2x+3) + x(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x - 3 + x^2 + 3x = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(2)(-3) = 28 > 0 \Rightarrow \text{معادله دو جواب حقیقی متمایز دارد.}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)



ریاضیات گسسته

۹۱- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

اگر $a + b$ عددی زوج باشد، آنگاه a و b یا هر دو زوج هستند که در این صورت ab عددی زوج است و یا هر دو فرد هستند که در این صورت ab عددی فرد است ولی در صورتی که $a + b$ عددی فرد باشد، آنگاه از بین a و b یکی زوج و دیگری فرد است که در این صورت ab قطعاً عددی زوج می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۹۲- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

طبق مثال‌ها و تمرینات کتاب درسی، درستی گزاره «الف» به روش اثبات بازگشتی، گزاره «ب» به روش برهان خلف و گزاره «پ» به روش اثبات مستقیم ثابت می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۳ تا ۸)

۹۳- گزینه «۱»

(افشین فاضله‌فان)

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy \Rightarrow 2xy = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } y = 0$$

بنابراین به ازای هیچ مقدار غیر صفر x و y ، رابطه برقرار نیست.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ مشابه تمرین ۳ صفحه ۸)

۹۴- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

تنها گزینه «۳» هر دو عدد گنگ و مثبت بوده و حاصل ضرب آن‌ها گویا است. پس این گزینه مثال نقضی برای حکم ارائه شده است.

$$\begin{cases} 3 - \sqrt{5} > 0 \\ 3 + \sqrt{5} > 0 \end{cases} \Rightarrow (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 3^2 - (\sqrt{5})^2 = 4$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۹۵- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

مثال نقض گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» عبارتند از:

گزینه «۱»: $n = 5$ گزینه «۲»: $n = 4$

$$\begin{matrix} \circ & \times & \sqrt{2} & = & 0 \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{گنگ} & & \text{گویا} & & \end{matrix}$$

برای اثبات گزینه «۳» داریم:

$$4k + 1 = 4n(n + 1) + 1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n + 1)^2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۹۶- گزینه «۳»

(مرتضی فویم‌علوی)

دو گزاره $A - B = A$ و $A \cap B = \emptyset$ هم‌ارز هستند ولی به عنوان مثال نقض برای سایر گزینه‌ها داریم:

گزینه «۱»: اگر $A = \{1\}$ و $B = \{2\}$ و $C = \{1, 2\}$ باشند، آنگاه

$$A \cup C = B \cup C = \{1, 2\}, \text{ ولی } A \neq B$$



گزینه «۲»: اگر $A = \{1\}$ و $B = \{1, 2\}$ باشند، آنگاه $A \subseteq B$ ، ولی
 $B - A = \{2\} \neq \emptyset$.

گزینه «۴»: اگر $A = \{1\}$ و $B = \{1, 2\}$ باشند، آنگاه $A \subseteq B$ ، ولی
 $A \cap B = \{1\} \neq B$.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۹۷ - گزینه «۴» (مرتضی فعیم علوی)

عکس قضیه شرطی $a^2 > 1 \Rightarrow a > 1$ برقرار نیست. به عنوان مثال اگر
 $a = -2$ باشد، آنگاه $a^2 > 1$ و $a < 1$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۹۸ - گزینه «۲» (کیوان دارابی)

$$3\alpha + 3\beta = 3(\alpha + \beta) = \text{گویا} \times \text{گویا} = \text{گویا}$$

از طرفی با برهان خلف می‌توان نشان داد که $2\alpha + 3\beta$ گنگ است.

برهان خلف:

$$\alpha, \beta \in \mathbb{Q}', 2\alpha + 3\beta \in \mathbb{Q}, \alpha + \beta \in \mathbb{Q} \Rightarrow 2\alpha + 3\beta - 2(\alpha + \beta) \in \mathbb{Q}$$

$$\Rightarrow \beta \in \mathbb{Q}$$

که خلاف فرض است.

روش دوم: می‌توان با برهان خلف نشان داد که مجموع یک عدد گنگ با یک

عدد گویا عددی گنگ است، بنابراین:

$$\text{گنگ} = \text{گنگ} + \text{گویا} = 2\alpha + 3\beta = 2(\alpha + \beta) + \beta$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۵ و ۶)

۹۹ - گزینه «۲»

(سیر مسعود طایفه)

می‌توان همه اعداد ۱ تا ۶ را در عبارت جایگذاری کرد (در نظر گرفتن همه

حالات). تنها اعدادی که $\frac{n^2(n-1)^2}{4}$ را به عددی زوج تبدیل می‌کنند ۴ و ۵

هستند.

از طرفی با اثبات مستقیم می‌توان نشان داد که $4 \mid n$ یا $4 \mid n-1$ ، اما

هیچکدام را به تنهایی نمی‌توان نتیجه گرفت.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۳ و ۵)

۱۰۰ - گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

اگر $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ باشد، آنگاه $\sin \theta > 0$ و $\cos \theta > 0$ و در نتیجه

داریم:

$$\tan \theta + \cot \theta \geq 2 \Leftrightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \geq 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta \geq 0 \Leftrightarrow (\sin \theta - \cos \theta)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر بدیهی است و تمام روابط برگشت پذیر هستند، پس حکم ثابت

می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)



فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به نمودار، متحرک در لحظه $t = 2s$ تغییر جهت داده است. بنابراین برای محاسبه مسافت طی شده باید بازه زمانی صفر تا $4s$ را به دو بازه زمانی صفر تا $2s$ و $2s$ تا $4s$ تقسیم کنیم و جابه‌جایی در هر بازه زمانی را محاسبه کرده و سپس اندازه آن‌ها را با هم جمع کنیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} t_0 = 0 : x_0 = -10m \\ t_2 = 2s : x_2 = 30m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_1 = x_2 - x_0 = 30 - (-10) = 40m$$

$$\left. \begin{aligned} t_2 = 2s : x_2 = 30m \\ t_4 = 4s : x_4 = -30m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_2 = x_4 - x_2 = -30 - 30 = -60m$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 40 + |-60| = 100m$$

برای محاسبه جابه‌جایی داریم:

$$\left. \begin{aligned} t_0 = 0 : x_0 = -10m \\ t_4 = 4s : x_4 = -30m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = x_4 - x_0 = -30 - (-10) = -20m$$

$$\Rightarrow |\Delta x| = 20m$$

در نهایت نسبت مسافت به اندازه بردار جابه‌جایی متحرک برابر است با:

$$\frac{l}{|\Delta x|} = \frac{100}{20} = 5$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۰۲- گزینه «۳»

(سیدابوالفضل خالقی)

طول مسیرهای رفت و برگشت یکسان و برابر با Δx است. با توجه به رابطه سرعت متوسط، زمان طی هر مرحله را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 5 = \frac{\Delta x}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x}{5} \\ 3 = \frac{\Delta x}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x}{3} \end{cases}$$

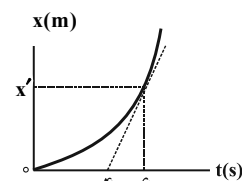
حال از رابطه تندی متوسط استفاده می‌کنیم. داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\Delta x + \Delta x}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{2\Delta x}{\frac{\Delta x}{5} + \frac{\Delta x}{3}} \Rightarrow s_{av} = \frac{20}{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}} = \frac{20}{\frac{8}{15}} = 37.5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ و ۴)

۱۰۳- گزینه «۳»

(مهمد علی راست‌پیمان)



شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. بنابراین اگر فرض کنیم مکان متحرک در لحظه $t = 6s$ برابر با x' باشد، سرعت در لحظه $t = 6s$ برابر است با:

$$v = \text{شیب خط مماس در لحظه } t = 6s$$

$$\Rightarrow v = \frac{x' - 0}{6 - 4} \Rightarrow v = \frac{x'}{2}$$

از طرفی با توجه به تعریف سرعت متوسط، در بازه زمانی صفر تا $6s$ داریم:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x' - 0}{6 - 0} \Rightarrow v_{av} = \frac{x'}{6}$$

$$\frac{v}{v_{av}} = \frac{\frac{x'}{2}}{\frac{x'}{6}} = 3$$

در نتیجه:

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ و ۴)

۱۰۴- گزینه «۲»

(امیرحسین برادران)

گزاره «د» غلط است. وقتی جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند، ممکن است جهت حرکت آن تغییر نکند و در این حالت تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر هستند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۴)

۱۰۵- گزینه «۴»

(غاروق مردانی)

برای پاسخ به این سؤال لازم است بدانیم:

- شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان، معرف سرعت لحظه‌ای است.
- شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان معرف شتاب لحظه‌ای است.
- در حرکت بر خط راست، در حرکت شتاب‌دار تندشونده، بردارهای سرعت و شتاب هم جهت ($av > 0$) و در حرکت شتاب‌دار کندشونده، خلاف جهت ($av < 0$) یکدیگرند.

اکنون به بررسی هریک از نمودارها می‌پردازیم:

الف) سرعت خلاف جهت محور x - شتاب در جهت محور x ، چون شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت نیز منفی است، یعنی در خلاف جهت محور x است. از طرف دیگر، چون اندازه شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است، تندی نیز در حال کاهش است، لذا حرکت شتاب‌دار کندشونده است. در نتیجه، چون $v < 0$ است، باید $a > 0$ باشد. یعنی شتاب در جهت محور x است.

ب) سرعت خلاف جهت محور x - شتاب در جهت محور x ، چون نمودار سرعت - زمان، زیر محور زمان است $v < 0$ می‌باشد. از طرف دیگر، چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان مثبت است، $a > 0$ است.

پ) سرعت در خلاف جهت محور x - شتاب در جهت محور x (همان توضیح قسمت الف)

ت) سرعت در جهت محور x - شتاب در خلاف جهت محور x ، چون نمودار سرعت - زمان بالای محور زمان است، $v > 0$ می‌باشد. از طرف دیگر، چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان منفی است، $a < 0$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

۱۰۶- گزینه «۲»

(بیثا فورشید)

طول مسیر مسابقه برای هر دو دوندۀ یکسان است که آن را برابر x فرض می‌کنیم. با توجه به اینکه سرعت‌های متوسط در مسیرها برحسب v داده شده است، می‌توان زمان هر قسمت را برحسب x و v به‌دست آورد. بنابراین با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{avA} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{x}{v_{avA}} \Rightarrow v = \frac{x}{v_{avA}} \Rightarrow \Delta t_A = \frac{x}{v}$$



(امیرمسین برادران)

۱۰۹- گزینه «۲»

بررسی عبارات:

الف) نادرست است. در بازه زمانی صفر تا t_1 ، چون $v > 0$ است، بنابراین متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است، لذا $v_{av} > 0$ می باشد. از طرف دیگر، چون در این بازه زمانی شیب خطی که دو نقطه از نمودار را به هم متصل می کند، منفی است، بنابراین $a_{av} < 0$ خواهد بود.

ب) نادرست است. در نمودار سرعت - زمان، جهت حرکت (جهت بردار سرعت) در لحظاتی عوض می شود که نمودار، محور زمان را قطع کند. بنابراین در این نمودار در لحظه های t_1 و t_3 جهت حرکت متحرک تغییر می کند. در لحظه t_2 جهت بردار شتاب تغییر کرده است.

پ) درست است. می دانیم بردار سرعت متوسط و جابه جایی متوسط در یک بازه زمانی همواره هم جهت اند. در بازه زمانی t_1 تا t_3 که نمودار سرعت - زمان محور زمان است، $v < 0$ می باشد، لذا متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. بنابراین در این بازه زمانی به هم وصل می کند، مثبت است، $a_{av} > 0$ خواهد بود.

ت) درست است. در بازه زمانی t_3 تا t_4 که نمودار بالای محور زمان است. $v > 0$ می باشد. همچنین در این بازه زمانی که شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر لحظه مثبت می باشد، $a > 0$ است. بنابراین، v و a هر دو در جهت محور x هستند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲ و ۱۲)

(علیرضا کونه)

۱۱۰- گزینه «۴»

گزینه «۱»: نادرست است. تندی متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 در حال افزایش و از لحظه t_1 تا لحظه t_2 در حال کاهش است.

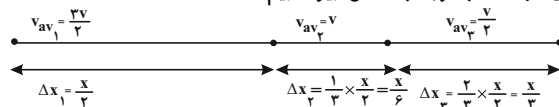
گزینه «۲»: نادرست است. متحرک در لحظه ای تغییر جهت می دهد که سرعت آن صفر شده و علامت سرعت تغییر کند. می بینیم در لحظه t_1 ، علامت سرعت تغییر نکرده (از صفر تا t_2 سرعت منفی است) و اندازه آن نیز صفر نشده است.

گزینه «۳»: نادرست است. در بازه زمانی صفر تا t_1 ، اندازه سرعت در جهت منفی در حال افزایش است. بنابراین، حرکت تندشونده می باشد. در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، اندازه سرعت در جهت منفی در حال کاهش است، لذا حرکت کندشونده است؛ در نتیجه، در مجموع، حرکت، ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

گزینه «۴»: درست است. با توجه به رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ و $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، چون در بازه زمانی صفر تا t_1 ، $\Delta v < 0$ و همچنین $\Delta x < 0$ است، لذا $a_{av} < 0$ و $v_{av} < 0$ هستند. یعنی بردار شتاب متوسط و بردار سرعت متوسط، هم جهت اند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۴ تا ۱۳)

برای دوندۀ B با توجه به شکل زیر داریم:



$$B \Rightarrow \Delta t_B = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \frac{\Delta x_1}{v_{av1}} + \frac{\Delta x_2}{v_{av2}} + \frac{\Delta x_3}{v_{av3}}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \frac{\frac{3}{2}v}{\frac{3}{2}v} + \frac{3v}{v} + \frac{\frac{3}{2}v}{\frac{3}{2}v} \Rightarrow \Delta t_B = \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{v}\right) + \left(\frac{1}{1} \times \frac{3}{v}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{v}\right)$$

$$\frac{x}{v} = \Delta t_A \Rightarrow \Delta t_B = \frac{1}{3} \Delta t_A + \frac{1}{6} \Delta t_A + \frac{1}{3} \Delta t_A \Rightarrow \Delta t_B = \frac{1}{2} \Delta t_A$$

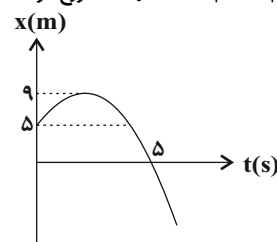
$$\Rightarrow \Delta t_A = \frac{6}{v} \Delta t_B$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۶ تا ۱۳)

۱۰۷- گزینه «۳»

(غلامرضا مویی)

$$= \text{مسافت از لحظه شروع حرکت تا لحظه عبور از مبدأ مکان} = |9 - 5| + |0 - 9| = 13 \text{ m}$$



$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{13 \text{ m}}{5 \text{ s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲ و ۷)

۱۰۸- گزینه «۳»

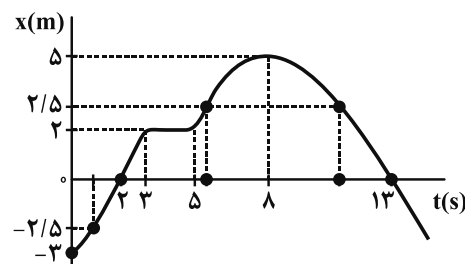
(عبدالرضا امینی نسب)

هر یک از گزاره ها را بررسی می کنیم:

گزاره «الف»: متحرک یک بار و در لحظه $8s$ ، تغییر جهت می دهد. (غلط)
گزاره «ب»: متحرک در بازه زمانی صفر تا $2s$ و همچنین در بازه زمانی $8s$ تا $13s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان می باشد که جمعاً $7s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. (غلط)

گزاره «ج»: متحرک سه بار در فاصله $2/5 \text{ m}$ مبدأ قرار می گیرد: یک بار قبل از لحظه $t = 2s$ ، یکبار در بازه زمانی $5s$ تا $8s$ و بار دیگر در بازه زمانی $8s$ تا $13s$. (غلط)

گزاره «د»: متحرک دو بار و در لحظات $2s$ و $13s$ ، از مبدأ مکان می گذرد. (صحیح)



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۳ تا ۱۳)



شیمی ۳

گزینه ۳» ۱۱۱

(سینا رهمانی تبار)

طبق نمودار صفحه ۳ کتاب درسی از سال ۱۳۳۰ تاکنون امید به زندگی در مناطق کم‌برخوردار همواره کمتر از میانگین جهانی و نواحی برخوردار بوده است که شامل ۵۰ سال گذشته نیز می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: شاخص امید به زندگی از سال ۱۳۳۰ تا ۱۳۹۰ در نواحی برخوردار و کم‌برخوردار افزایش یافته است.

گزینه «۲»: با افزایش سطح تندرستی و بهداشت فردی و همگانی، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.

گزینه «۴»: پاک‌کننده‌ها و شوینده‌ها در راستای ارتقای سلامت و بهداشت در شاخص امید به زندگی نقش پررنگی ایفا می‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه ۳» ۱۱۲

(پونام قازانچایی)

موارد «الف»، «پ» و «ت» نادرست هستند.

بررسی موارد:

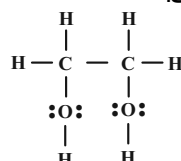
الف) نادرست؛ روغن زیتون با فرمول $C_{57}H_{104}O_6$ و چربی کوهان شتر با فرمول $C_{57}H_{110}O_6$ می‌باشد با توجه به تعداد هیدروژن بیشتر چربی کوهان شتر، ترکیبی سیرشده‌تر است و تعداد الکترون پیوندی بیشتری دارد.

ب) درست

$$C_8H_{18} \Rightarrow \frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{8 \times 12}{18 \times 1} = 5/3$$

پ) نادرست؛ کلوتید مخلوط ناهمگن می‌باشد که پایدار است و ته‌نشین نمی‌شود. نور به هنگام عبور از کلوتید پخش می‌شود.

ت) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای ۹ پیوند اشتراکی است.



ث) درست؛

$$C_{25}H_{52} \text{ اتم } ? = 7/04 \text{ g } C_{25}H_{52}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_{25}H_{52}}{352 \text{ g } C_{25}H_{52}} \times \frac{77 \text{ mol اتم}}{1 \text{ mol } C_{25}H_{52}} \times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol اتم}}$$

$$C_{25}H_{52} \text{ اتم } ? = 1/54 N_A$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ و ۷)

گزینه ۲» ۱۱۳

(علی ببری)

موارد «ب» و «ت» درست است.

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ مخلوط پایدار شده آب و روغن با استفاده از صابون، کلوتید است.

ب) درست؛ ذرات حل‌شونده در مخلوط کلوتید و محلول برخلاف سوسپانسیون در آب ته‌نشین نمی‌شوند و پایدار هستند.

پ) نادرست؛ ذره‌های تشکیل‌دهنده سوسپانسیون پس از مدتی ته‌نشین می‌شوند در نتیجه سوسپانسیون پایدار نیست.

ت) درست؛ متن کتاب صفحه‌های ۶ و ۷ کتاب درسی

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶ و ۷)

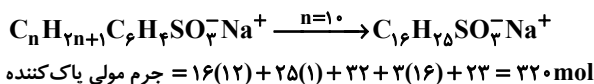
گزینه ۱» ۱۱۴

(سینا رهمانی تبار)

فرمول عمومی پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر هیدروکربن سیرشده به صورت:

$$\frac{C}{H} \text{ جرم} = \frac{12(n+6)}{1(2n+1+4)} = 7/68$$

$$\Rightarrow 12n + 72 = 15/36n + 38/4 \Rightarrow 3/36n = 33/6 \Rightarrow n = 10$$



$$= 16(12) + 25(1) + 32 + 3(16) + 23 = 320 \text{ mol}$$

$$\frac{3 \times 16}{320} \times 100 = 15\% \text{ درصد جرمی اکسیژن}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۸ و ۹ و ۱۰)

گزینه ۳» ۱۱۵

(امیر ماتیان)

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) عسل دارای مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل ($-OH$) دارند.

ب) چربی را می‌توان مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر دانست.

پ) طبق متن کتاب درسی صفحه ۶ درست است.

ت) مخلوط آب و روغن ناپایدار است اما اگر مقداری صابون به این مخلوط اضافه کنیم یک مخلوط پایدار ایجاد می‌شود که به ظاهر همگن است. مخلوط مورد نظر کلوتید می‌باشد.

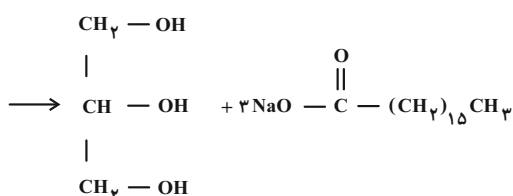
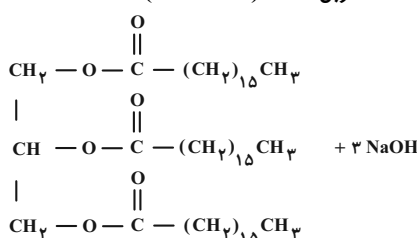
ث) درست مطابق متن کتاب درسی صفحه ۷

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۷)

گزینه ۳» ۱۱۶

(پونام قازانچایی)

فرمول اتانول به صورت C_2H_5OH می‌باشد که دارای ۶ اتم هیدروژن است. لذا تعداد اتم‌های آن ۵۴ کربن است. ($9 \times 6 = 54$)

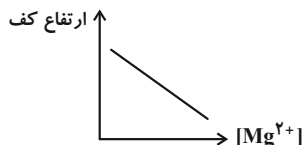


$$\times \frac{1 \text{ mol استر سنگین}}{848 \text{ g استر سنگین}} \times \frac{3 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol استر سنگین}}$$

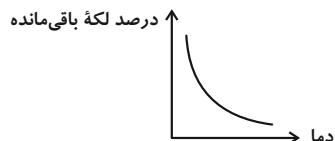
$$\times \frac{1 \text{ mol استر سنگین}}{848 \text{ g استر سنگین}} \times \frac{3 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol استر سنگین}}$$



ارتباط بین ارتفاع کف حاصل با غلظت یون Mg^{2+} موجود در آب در نمودار نشان داده شده است.



پ) درست؛ با افزایش دما قدرت پاک کنندگی یک صابون افزایش می‌یابد و ارتفاع کف حاصل تا یک حدی بالا می‌رود و بعد ثابت می‌ماند. ارتباط بین افزایش دما و قدرت پاک کنندگی صابون (درصد لکه باقی‌مانده) به صورت زیر است:



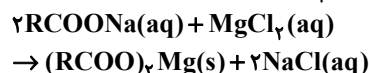
ت) نادرست؛ پارچه‌هایی که از پلیمری شدن الکل‌ها و اسیدهای دوعاملی به دست می‌آید پلی‌استر است که نسبت به پارچه‌های نخی چسبندگی بیشتری با لکه‌های چربی دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۲۰- گزینه «۲»

(امیر ماتیان)

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



$$? g MgCl_2 = 175 / 5 g NaCl \times \frac{1 \text{ mol NaCl}}{58 / 5 g NaCl}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{2 \text{ mol NaCl}} \times \frac{95 g MgCl_2}{1 \text{ mol MgCl}_2} = 142 / 5 g MgCl_2$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6$$

$$= \frac{142 / 5 g MgCl_2}{2 m^3 \times \frac{1000 L}{1 m^3} \times \frac{1000 mL}{1 L} \times \frac{1 g}{1 mL}} \times 10^6 = 71 / 25$$

$$? g Mg^{2+} = 142 / 5 g MgCl_2 \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{95 g MgCl_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{24 g Mg^{2+}}{1 \text{ mol Mg}^{2+}} = 36 g Mg^{2+}$$

$$? g \text{ صابون} = 36 g Mg^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{24 g Mg^{2+}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol Mg}^{2+}} \times \frac{236 g \text{ صابون}}{1 \text{ mol صابون}}$$

$$? g \text{ صابون} = 708 g$$

$$100\% \times \frac{\text{جرم صابون مصرفی}}{\text{جرم صابون اولیه}}$$

$$= \frac{708}{885} \times 100\% = 80\%$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸، ۹ و ۶)

$$\frac{\text{صابون ناخالص } 100 g}{\text{صابون خالص } 75 g} \times \frac{\text{صابون خالص } 292 g}{1 \text{ mol صابون}}$$

$$\times \frac{\text{صابون ناخالص } 1 kg}{1000 g \text{ صابون ناخالص}} = 2 / 336 kg \text{ صابون ناخالص}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۹)

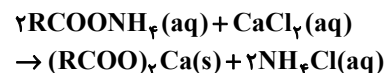
۱۱۷- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

عبارت‌های «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست:



بنابراین به ازای مصرف هر مول از این صابون، یک مول آمونیوم کلرید تولید می‌شود. ب) نادرست؛ نمک‌های منیزیم و کلسیم اسیدهای چرب در آب نامحلول هستند. پ) درست؛ چون اسید چرب ناقطبی بوده و در آب که قطبی است حل نمی‌شود اما صابون چون دارای سر قطبی نیز می‌باشد در نتیجه از طریق سر قطبی می‌تواند در آب حل شود.

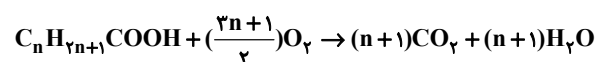
ت) نادرست؛ ذره‌های صابون وقتی وارد چربی می‌شوند به کمک بخش ناقطبی خود در آن پخش می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۸، ۹ و ۱۰)

۱۱۸- گزینه «۱»

(علی جری)

معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل یک اسید چرب با فرمول مولکولی: $C_nH_{2n+1}COOH$ به صورت زیر است:



مطابق اطلاعات مسئله داریم:

$$\frac{n+1}{2} = \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{2n+2}{2} = \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{2n+2}{1} = \frac{7}{10}$$

$$\Rightarrow 20n+20 = 21n+7 \Rightarrow n = 13$$

بنابراین فرمول شیمیایی اسید چرب به صورت $C_{13}H_{27}COOH$ و فرمول شیمیایی صابون مایع فاقد، عنصر فلزی آن به صورت $C_{13}H_{27}COONH_4$ است.

$$\text{جرم مولی صابون مورد نظر} = \frac{C}{12} + \frac{H}{1} + \frac{C}{12} + \frac{O}{16} = (13 \times 12) + (27 \times 1) + 12 + 2(16) = 245 g \cdot mol^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۱۹- گزینه «۲»

(پیر پازوکی)

موارد «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ وجود آنزیم در صابون‌ها، درصد لکه‌های باقی‌مانده روی لباس را کاهش می‌دهد.

ب) درست؛ با افزایش غلظت یون Mg^{2+} در آب سخت قدرت پاک کنندگی صابون کاهش یافته و ارتفاع کف حاصل نیز کاهش می‌یابد.



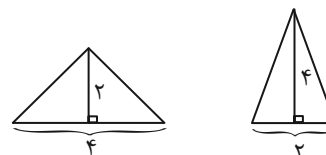
هندسه ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

دو مثلث با مساحت یکسان لزوماً هم نهشت نیستند مانند مثلث‌های شکل

زیر:



گزینه‌های «۲» و «۳»: در مثلث قائم الزاویه، نقطه هم‌رسی عمود منصف‌های اضلاع وسط وتر و نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها روی رأس قائمه (در هر دو حالت روی مثلث) است.

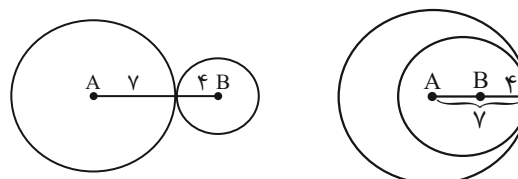
گزینه «۴»: نقطه هم‌رسی نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی یک مثلث همواره درون مثلث است.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۲۲- گزینه «۴»

(میر علایی نسب)

نقطه مورد نظر باید هم روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۷ و هم روی دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۴ قرار داشته باشد. چون تنها یک نقطه با این شرایط وجود دارد، پس این دو دایره تنها یک نقطه مشترک دارند که به یکی از دو صورت زیر امکان‌پذیر است:



$$L = 7 + 4 = 11$$

$$L = 7 - 4 = 3$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۲۳- گزینه «۱»

(رسول مسمنی‌منش)

$$\text{فرض کنید } \hat{A} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3} = \frac{\hat{D}}{4} = \alpha$$

$$\hat{A} = \alpha \text{ و } \hat{B} = 2\alpha \text{ و } \hat{C} = 3\alpha \text{ و } \hat{D} = 4\alpha$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow \alpha + 2\alpha + 3\alpha + 4\alpha = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 10\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 36^\circ, \hat{B} = 72^\circ, \hat{C} = 108^\circ, \hat{D} = 144^\circ$$

مجموع زوایای مجاور A و D و همچنین مجموع زوایای مجاور B و C

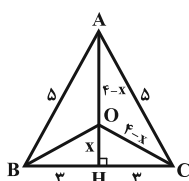
برابر 180° است، پس نیم‌سازهای زوایای A و D و همچنین نیم‌سازهای

زوایای B و C برهم عمودند.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه ۱۸)

(مهمر شتران)

۱۲۴- گزینه «۳»



نقطه O، نقطه هم‌رسی عمود منصف‌های اضلاع این مثلث متساوی‌الساقین است، بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث ABH، طول AH را به دست می‌آوریم:

$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

با فرض $OH = x$ ، $OA = 4 - x$ است. از آنجا که O از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس $OB = OC = 4 - x$ می‌باشد. حال با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه OCH، داریم:

$$OC^2 = OH^2 + CH^2 \Rightarrow (4-x)^2 = x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 16 - 8x + x^2 = x^2 + 9 \Rightarrow 8x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{8} = 0.875$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۲۵- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

در رسم نیم‌ساز یک زاویه و خطی عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن یا غیرواقع بر آن، حداقل سه کمان باید رسم شود، ولی رسم خطی موازی با یک خط از نقطه‌ای غیرواقع بر آن، مستلزم رسم خطی عمود بر آن از نقطه‌ای غیرواقع بر آن و سپس رسم خطی عمود بر خط اخیر از نقطه‌ای روی آن است که بنابراین در مجموع نیاز به رسم حداقل ۶ کمان دارد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)



$$\Delta AIB : \frac{\hat{B}}{2} > \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow AI > BI \quad (1)$$

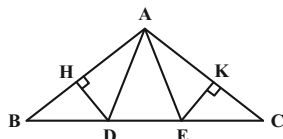
$$\Delta AIC : \frac{\hat{A}}{2} > \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow CI > AI \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} CI > AI > BI$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(معمداً ابراهیم توزنده‌جانی)

۱۲۹- گزینه «۲»



$$D \Rightarrow AD = BD \quad (1) \quad \text{روی عمود منصف AB است}$$

$$E \Rightarrow AE = CE \quad (2) \quad \text{روی عمود منصف AC است}$$

$$ADE \text{ محیط مثلث} = AD + DE + AE \xrightarrow{(1), (2)}$$

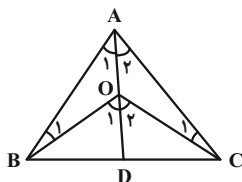
$$ADE \text{ محیط مثلث} = BD + DE + CE = BC = ۱۲$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(معمداً ابراهیم توزنده‌جانی)

۱۳۰- گزینه «۳»

اگر O نقطه هم‌رسمی عمود منصف‌ها در مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:



$$\begin{cases} OA = OB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \\ OA = OC \Rightarrow \hat{A}_r = \hat{C}_1 \end{cases}$$

$$\Delta OAB : \hat{O}_1 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 2\hat{A}_1 \quad (1)$$

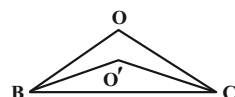
$$\Delta OAC : \hat{O}_r \Rightarrow \hat{O}_r = \hat{A}_r + \hat{C}_1 = 2\hat{A}_r \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \hat{B}OC = \hat{O}_1 + \hat{O}_r = 2(\hat{A}_1 + \hat{A}_r) = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

حال اگر O' نقطه هم‌رسمی نیمسازهای مثلث BOC باشد، پس BO' و

CO' به ترتیب نیمسازهای زوایای OBC و OCB هستند و در نتیجه

داریم:

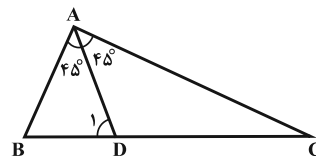


$$\hat{B}O'C = 90^\circ + \frac{\hat{B}OC}{2} = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۱۲۶- گزینه «۲»

(مسین فابیو)



در مثلث ABD، داریم:

$$AD > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{D}_1 \quad (1)$$

$$\hat{B} + \hat{D}_1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \quad (2) \quad \text{از طرفی}$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 2\hat{B} > 135^\circ \Rightarrow \hat{B} > 67.5^\circ$$

$$\text{از طرفی } \hat{B} < 90^\circ \quad \text{در نتیجه: } 67.5^\circ < B < 90^\circ$$

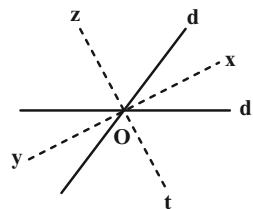
$$\Rightarrow \max(\beta - \alpha) = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۱۲۷- گزینه «۴»

(مضوبه بجاوری)

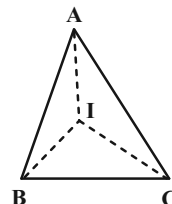
نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله باشند، روی نیمساز زاویه‌های ایجاد شده بین دو خط قرار دارند. حال روی هر کدام از نیم‌خط‌های O_x، O_y، O_z و O_t می‌توان نقطه‌ای پیدا کرد که از دو خط d و d' به فاصله ۵ واحد باشند.



(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱۲۸- گزینه «۲»

(مضوبه بجاوری)



$$\hat{B} > \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} > \frac{\hat{A}}{2} > \frac{\hat{C}}{2}$$



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۲»

(امیرحسین طیبی)

عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ چهار عنصر فراوان سیاره‌ی مشتری به ترتیب هیدروژن (H)،

هلیوم (He)، کربن (C) و اکسیژن (O) می‌باشد که فقط کربن در کره

زمین به حالت جامد می‌باشد.

ب) نادرست؛ هر چه دمای ستاره بیشتر باشد، شرایط تشکیل عنصرهای

سنگین‌تر مانند طلا فراهم می‌شود.

پ) نادرست؛ فراوان‌ترین عنصر سیاره‌ی مشتری (عنصر هیدروژن)، نخستین

عنصری است که پس از مه‌بانگ پا به عرصه‌ی جهان گذاشت.

ت) درست؛ در زمین، درصد فراوانی همه‌ی عنصرها کمتر از ۵۰ است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۳۲- گزینه «۱»

(سینا رحمانی تبار)

n, p, e : ذره‌های زیر اتمی

$$n + p + e = 280 \xrightarrow[e=p]{n=1/5p}$$

$$1/5p + p + p = 280 \Rightarrow 3/5p = 280$$

$$p = \frac{280}{3/5} = 80$$

$$n = 1/5 \times 80 = 160 \quad A = n + p = 200$$

نماد خود عنصر: ${}_{80}^{200}X$ است پاسخ گزینه‌ای است که عدد اتمی یکسان با

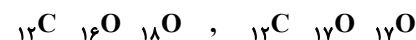
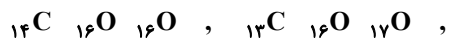
X ولی عدد جرمی متفاوت با ۲۰۰ داشته باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۴ تا ۷)

۱۳۳- گزینه «۳»

(علی جری)

۴ مولکول با جرم مولی ۴۶ می‌توان ساخت.



(شیمی ۱- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۴- گزینه «۲»

(یعناام قازانپایی)

عنصر ${}_{43}^{98}Tc$ ، E است. بنابراین عدد اتمی عناصر دیگر به صورت زیر

تعریف می‌شود.

گروه	۳	۴	۵	۶	۷	۸
عنصر	${}^{39}A$	${}^{40}B$	${}^{41}C$	${}^{42}D$	${}^{43}E$	${}^{44}F$



(امیر ماتیان)

۱۳۶- گزینه «۴»

ابتدا باید جرم اتمی تمام ایزوتوپ‌های A و B را محاسبه کنیم تا

سنگین‌ترین و سبک‌ترین ایزوتوپ هر عنصر مشخص شود:

$$\bar{M}_A = \frac{(80 \times 27) + (10 \times 28) + (10 \times x)}{100} = 27 / 3 \Rightarrow x = 29$$

A^{۲۷} A^{۲۸} A^{۲۹} : ایزوتوپ‌های A

$$\bar{M}_B = \frac{(75 \times y) + (25 \times 38)}{100} = 39 / 5 \Rightarrow y = 40$$

B^{۳۸} B^{۴۰} : ایزوتوپ‌های B

$$\left. \begin{aligned} A_2B_3 \text{ سبک‌ترین} &= 2(27) + 3(38) = 168 \\ A_2B_3 \text{ سنگین‌ترین} &= 2(29) + 3(40) = 178 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف جرم} = 178 - 168 = 10$$

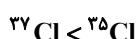
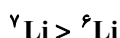
(شیمی - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

(جعفر بازوکی)

۱۳۷- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مقایسه فراوانی ایزوتوپ‌های لیتیم و کلر به صورت زیر است:



و عنصر A با عدد اتمی ۳۹ با عنصر Sc با عدد اتمی ۲۱ هم‌گروه است و

اختلاف عدد اتمی گاز نجیب دوره دوم (Ne) با عدد اتمی عنصر D ۴۲

$$42 - 10 = 32 \quad \text{برابر است با:}$$

(شیمی - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶)

(کامران جعفری)

۱۳۵- گزینه «۳»

موارد «الف»، «ب» و «ت» درست هستند و «پ» نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

توده سرطانی دارای رشد و تکثیر سلولی زیاد است. بنابراین نیاز به مصرف

بالای انرژی دارد.

غذای اصلی سلول‌ها گلوکز است بنابراین در سلول سرطانی گلوکز زیادی

مصرف می‌شود. با ورود گلوکز نشان‌دار شده به بدن سلول سرطانی قابل

تشخیص است زیرا گلوکزهای پرتوزا به تعداد زیادی وارد آن می‌شوند. اما از

بین بردن سلول سرطانی، بخشی از درمان است. در صورتی که در سؤال

موارد مرتبط با تشخیص خواسته شده است و مورد «پ» مورد قبول نیست.

(شیمی - صفحه ۹)



گزینه «۲»: جرم اتمی عنصرها با عدد جرمی آن‌ها متفاوت است و جرم اتم‌ها

را حتی با ترازوهای بسیار دقیق هم نمی‌توان اندازه گرفت.

گزینه «۴»: جرم ۱ مول از عنصر ^1H برابر ۱ g می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۳۸- گزینه «۲»

(پیمان فواوی می‌د)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$\frac{2}{2} \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{3 \text{ mol اتم}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol اتم}} = \frac{3 N_A}{20}$$

گزینه «۲»:

$$0.05 \text{ mol SF}_6 \times \frac{4 \text{ mol F اتم}}{1 \text{ mol SF}_6} \times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol اتم}} = \frac{N_A}{5} \quad (\text{F اتم})$$

گزینه «۳»:

$$\frac{4}{2} \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ Fe اتم}}{1 \text{ mol Fe}} = 4.515 \times 10^{22}$$

گزینه «۴»:

$$N_A \text{ H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{N_A \text{ H}_2\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol H}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ g H}}{1 \text{ mol H}} = 2 \text{ g H}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۳۹- گزینه «۲»

(رضا سلیمانی)

موارد «ب» و «ت» نادرست هستند.

شکل درست عبارت‌ها:

ب) نور زرد لامپ‌های آزادراه‌ها و خیابان‌ها به دلیل وجود بخار سدیم در

آن‌هاست.

ت) امواج نشر شده از کنترل تلویزیون نامرئی بوده و با وسیله‌ای مثل دوربین

گوشی قابل رؤیت هستند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۴۰- گزینه «۳»

(امیرحسین بختیاری)

رنگ لامپ‌ها به دلیل نشر نور به وسیله الکترون‌های برانگیخته شده می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)