



## آزمون ۱۶ فروردین ۱۴۰۳

### اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلالی - توحید اسدی - سیدرضا اسلامی - مهدی براتی - مسعود برملا جمال الدین حسینی - عادل حسینی - محمدابراهیم درمان - محمدرضا راسخ - مجید رفعتی - محمدحسن سلامی حسینی - حمید علیزاده - کامیار علییون لیلا مرادی - جهانبخش نیکنام
هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب - اسحاق اسفندیار - جواد ترکمن - سیدمحمدرضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش مصطفی دیداری - سوگند روشنی - علی ساوجی - مسعود طایفه - هومن عقیلی - احمدرضا فلاح - مهرداد ملوندی نیلوفر مهدوی
فیزیک	زهره آقامحمدی - امیرحسین برادران - علی برزگر - علیرضا جبیری - فراز رسولی - محسن سلماسی - محمدجواد سورچی - معصومه شریعت ناصری - محمدرضا شریفی - مهدی شریفی - مسعود قره خانی - محسن قندچلر - مصطفی کیانی - محمدصادق مام سیده - غلامرضا مجبی - محمدکاظم منشادی - امیراحمد میرسعید - سیده ملیحه میرصالحی - حسام نادری - حسین ناصحی - مجتبی نکوئیان - شادمان ویسی
شیمی	عین الله ابوالفتحی - امیرحسین بختیاری - محمدرضا پورجاوید - سعید تیزرو - امیر حاتمیان - پیمان خواجوی مجد علیرضا رضایی سراب - محمدرضا زهرهوند - رضا سلیمانی - جهان شاهی بیگباغی - امیرحسین طیبی رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - حسن عیسی زاده - علی کریمی - امیرمحمد کنگرانی علیرضا کیانی دوست - امیرحسین مسلمی - هادی مهدی زاده - امین نوروزی

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه و گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	جواد ترکمن اسحاق اسفندیار	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	محمدرضا راسخ	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی آراس محمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سهیل تقی زاده	امیرمحمد کریمی	حسین بصیر ترکمپور	علی رضایی احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین مرتضوی

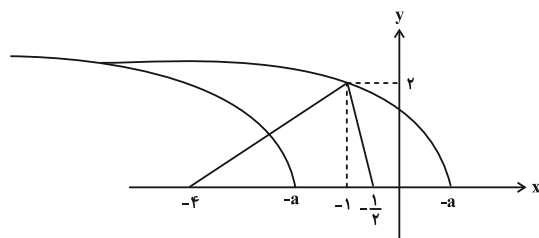
### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حال مطابق شکل بالا، برای این که نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  نقطه مشترک

داشته باشند، دو حالت پیش می آید. (حالت اول)  $-a > -\frac{1}{2}$  باشد که در

آن صورت باید  $g(-1) \leq 2$  شود، (حالت دوم)  $-a \leq -\frac{1}{2}$  باشد که در

آن صورت باید  $-a \geq -4$  شود:

$$\begin{cases} -a \leq -\frac{1}{2}, & -a \geq -4 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq a \leq 4 \\ -a > -\frac{1}{2}, & g(-1) = \sqrt{1-a} \leq 2 \Rightarrow 1-a \leq 4 \Rightarrow -3 \leq a < \frac{1}{2} \end{cases}$$

پس به ازای مقادیر عضو بازه  $[-3, 4]$  که شامل ۸ عدد صحیح است،

معادله  $f(x) = \sqrt{-x-a}$  جواب حقیقی دارد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱ تا ۱۲)

#### ۵- گزینه «۲»

(سیدرضا اسلامی)

در همسایگی  $x=0$ ، نمودار بالاتر مربوط به تابع  $f$  است. پس داریم:

$$\begin{cases} g(1) = b = -2 \\ f\left(\frac{2}{3}\right) = g\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \frac{1}{27}a = -2\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow a = -3 \end{cases}$$

پس ضابطه های دو تابع  $f(x) = -3x^3$  و  $g(x) = -2x^2$  است و داریم:

$$f(b) + g(a) = f(-2) + g(-3) = 24 - 18 = 6$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

#### ۶- گزینه «۴»

(کامیار علییون)

تابع  $y = |x+1| + 1$  روی بازه  $[-2, -\infty)$  اکیداً نزولی است. پس برای

این که تابع  $f$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی باشد، لازم است شرط های زیر برقرار باشد:

الف) سهمی  $y = -x^2 - ax$  روی بازه  $(-\infty, -2)$  اکیداً نزولی باشد،

این یعنی این بازه نباید شامل طول رأس سهمی باشد:

$$x_S = -\frac{a}{2} \leq -2 \Rightarrow a \geq 4$$

#### حسابان ۲

#### ۱- گزینه «۱»

(عارل مسینی)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x - \sqrt{3}]x - \sqrt{3}}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x - \sqrt{3}}{x-1} \\ &= \frac{-1 - \sqrt{3}}{0^+} = -\infty \end{aligned}$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در پی نوایت: صفحه های ۳۸ تا ۵۰)

#### ۲- گزینه «۳»

(عارل مسینی)

ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = 1-x$  است و ضابطه تابع  $g$  از رابطه  $g(x) = 3f(3x)$  به دست می آید.

$$\Rightarrow g(x) = 3(1-3x) = 3-9x$$

$$\frac{f(x)=g(x)}{1-x=3-9x} \Rightarrow 8x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱ تا ۱۲)

#### ۳- گزینه «۱»

(کاظم ایلالی)

ضابطه تابع  $g$  از روی ضابطه تابع  $f$  از رابطه  $g(x) = f\left(\frac{x+m}{2}\right) - n$

به دست می آید. پس داریم:

$$g(x) = 4\left(\frac{x+m}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+m}{2}\right) + 1 - n$$

$$= x^2 + \left(2m - \frac{1}{2}\right)x + m^2 - \frac{m}{2} + 1 - n$$

با توجه به نمودار تابع  $g$ ، ضابطه آن باید  $g(x) = x^2$  باشد، پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} 2m - \frac{1}{2} &= 0 \Rightarrow m = \frac{1}{4} \\ m^2 - \frac{m}{2} + 1 - n &= 0 \xrightarrow{m=\frac{1}{4}} n = \frac{15}{16} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{15}{4}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱ تا ۱۲)

#### ۴- گزینه «۴»

(پوانیش نیکنام)

باید نمودارهای دو تابع  $y = f(x)$  و  $g(x) = \sqrt{-x-a}$  نقطه مشترک داشته باشند. برای رسم نمودار تابع  $y = f(x)$ ، نمودار تابع

$$y = f\left(\frac{1}{4}x - 1\right)$$

تقسیم می کنیم.



و داریم:

$$x^{30} - 3x^{27} = x^{30} - 2^{10} = (x^3)^{10} - 2^{10}$$

$$= (x^3 + 2) \left( (x^3)^9 - 2(x^3)^8 + \dots + 2^8 x^3 - 2^9 \right)$$

$$\Rightarrow p(x) = x^{27} - 2x^{24} + 2^2 x^{21} - 2^3 x^{18} + \dots + 2^8 x^3 - 2^9$$

و مجموع ضرایب مثبت  $p(x)$  برابر است با:

$$1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + 2^8 = \frac{(2^2)^5 - 1}{2^2 - 1} = \frac{1023}{3} = 341$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه ۲۰)

(لازم ایلالی)

۹- گزینه «۱»

ابتدا باید ضابطه تابع را ساده کنیم:

$$\sin^6 x - \cos^6 x$$

$$= (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)$$

$$= -\cos 2x \left( (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x \right)$$

$$= -\cos 2x \left( 1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x \right) = -\cos 2x \left( 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{1 - \cos 4x}{2} \right) \right)$$

$$= -\frac{3}{4} \cos 2x - \frac{1}{4} \cos 2x \cos 4x$$

$$f(x) = -\frac{3}{4} \cos 2x \quad \text{در نتیجه ضابطه تابع } f \text{ به صورت مقابل است:}$$

$$\text{که یعنی } T = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ و } M = \frac{3}{4} \text{ و در نتیجه } TM = \frac{3\pi}{4} \text{ است.}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

(عمید عزیزانه)

۱۰- گزینه «۳»

با توجه به شکل  $x + 2\alpha = 45^\circ$  است. پس برای محاسبه  $\tan x$  لازمداریم که  $\tan 2\alpha$  را حساب کنیم:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{1}{25}} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

(ب) مقدار تابع  $y = -x^2 - ax$  در  $x = -2$  بیشتر از مقدار تابع

$$y = |x+1| + 1 \text{ در این نقطه نباشد: } -4 + 2a \leq 2 \Rightarrow a \leq 3$$

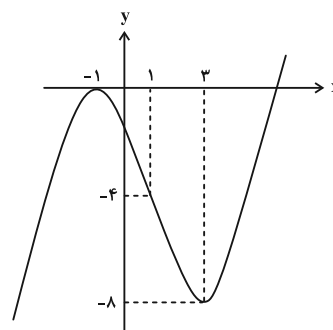
در نتیجه هیچ مقداری برای  $a$  نمی توان پیدا کرد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

(پویش نیکنام)

۷- گزینه «۲»

$$f(x) = \begin{cases} -(x+1)^2 & ; x < 1 \\ x^2 - 6x + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است:اگر  $a < m < b$  باشد، نامساوی  $\frac{m+a}{2} < \frac{m+b}{2}$  برقرار است و ازآنجا که  $f\left(\frac{m+a}{2}\right) > f\left(\frac{m+b}{2}\right)$  است، نتیجه می شود تابع  $f$  روی بازهمحدود، نزولی است. حال با توجه به نمودار، تابع  $f$  روی بازه  $(-1, 3)$ 

اکیداً نزولی است، پس داریم:

$$-1 < \frac{m+a}{2} < \frac{m+b}{2} < 3 \Rightarrow m \in (-2-a, 6-b)$$

بازه  $(a, b)$  باید زیرمجموعه بازه فوق باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} -2-a \leq a \Rightarrow a \geq -1 \\ 6-b \geq b \Rightarrow b \leq 3 \end{cases}$$

پس بیشترین مقدار  $b-a$  برابر  $3 - (-1) = 4$  است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

(سیدرضا اسلامی)

۸- گزینه «۲»

از اتحاد زیر استفاده می کنیم:

$$a^n - b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - b^{n-1}) \quad \text{زوج } n$$



با توجه به نمودار  $\frac{23}{6}$  از یک دوره تناوب کمتر و از  $\frac{3}{4}$  آن بیشتر است.

$$\Rightarrow \frac{3T}{4} < \frac{23}{6} < T \xrightarrow{b>0} \frac{3}{4} \left(\frac{2}{b}\right) < \frac{23}{6} < \frac{2}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{23} < b < \frac{12}{23}$$

حال با توجه به مقادیر به دست آمده برای  $b$  داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{23} < \frac{24k-1}{46} < \frac{12}{23} \Rightarrow \frac{19}{24} < k < \frac{25}{24} \\ k \in \mathbb{Z} \rightarrow k=1 \xrightarrow{(*)} b = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\frac{9}{23} < \frac{24k+7}{46} < \frac{12}{23} \Rightarrow \frac{11}{24} < k < \frac{17}{24} : \text{عضو صحیح ندارد}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(سیدرضا اسلامی)

۱۳- گزینه «۱»

$$f(0) = 3 \Rightarrow a \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -a\sqrt{3} = 3 \Rightarrow a = -\sqrt{3}$$

از طرفی نمودار روی هر بازه از دامنه‌اش اکیداً نزولی است، پس  $ab < 0$  و در نتیجه  $b > 0$  است. مجانب‌های قائم نمودار، نقاطی است که تابع در آن‌ها

$$\Rightarrow bx - \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (6k+5)\frac{\pi}{6b} \quad \text{تعریف نمی‌شوند:}$$

که مقادیر مثبت آن‌ها به ترتیب  $\frac{5\pi}{6b}$ ،  $\frac{11\pi}{6b}$ ،  $\frac{17\pi}{6b}$  و ... هستند. یعنی

$$\Rightarrow \frac{11\pi}{6b} = \frac{17\pi}{18} \Rightarrow b = 3 \quad \text{دومین مجانب قائم است.}$$

در نتیجه  $f(x) = -\sqrt{3} \tan\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$  است. در نقطه  $A$

$$f(x) = -1 \quad \text{برقرار است.}$$

$$-\sqrt{3} \tan\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Rightarrow \tan\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow 3x - \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{6} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 45^\circ - 2\alpha$$

حال داریم:

$$\Rightarrow \tan x = \tan(45^\circ - 2\alpha) = \frac{1 - \tan 2\alpha}{1 + \tan 2\alpha} = \frac{1 - \frac{5}{12}}{1 + \frac{5}{12}} = \frac{7}{17}$$

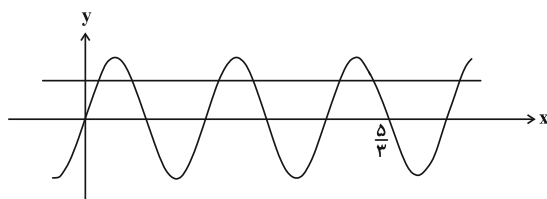
(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

(مسعود برملا)

۱۱- گزینه «۳»

تعداد جواب‌های معادله، تعداد نقاط برخورد خط  $y = \frac{2}{3}$  و تابع

$f(x) = \sin 3\pi x$  است. این دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



تعداد نقاط برخورد در بازه  $\left(0, \frac{5}{3}\right)$  برابر ۶ است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

(کاظم اهلایی)

۱۲- گزینه «۱»

ابتدا مقدار  $a$  را حساب می‌کنیم:

$$f(0) = 2a \sin \frac{\pi}{4} - a = \sqrt{2}a - a = (\sqrt{2} - 1)a > 0 \Rightarrow a > 0$$

$$f_{\max} = \sqrt{2} \Rightarrow |2a| - a = 2a - a = a = \sqrt{2}$$

پس  $f(x) = 2\sqrt{2} \sin(b\pi x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2}$  است. مقدار این تابع در

$$x = \frac{23}{6} \quad \text{برابر صفر است.}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{23b\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{23b\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \frac{23b\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = \frac{24k-1}{46} \quad \text{یا} \quad b = \frac{24k+7}{46} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z} \quad (*)$$



k	۰	۱	۲
$-2k\pi + \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$		
$(8k+3)\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{19\pi}{12}$

پس تعداد جواب‌های مورد نظر برابر ۳ است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(کالظم ایلالی)

۱۶- گزینه «۲»

اولاً باید حد مخرج کسر در  $x=1$  صفر باشد تا حد کسر نامتناهی شود. ثانیاً چون حد صورت کسر برابر ۱- است، علامت مخرج کسر باید در دو طرف  $x=1$  مثبت باشد. بنابراین داریم:

$$2 + a + b = 0 \Rightarrow b = -a - 2$$

$$2x^5 + ax^2 + b = 2x^5 + ax^2 - a - 2 = 2(x^5 - 1) + a(x^2 - 1)$$

$$= 2(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) + a(x-1)(x+1)$$

$$= (x-1)(2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2 + ax + a) = (x-1)Q(x)$$

$Q(x)$  هم باید عامل  $x-1$  داشته باشد، پس باید  $Q(1) = 0$  باشد:

$$\Rightarrow 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + a + a + 0 \Rightarrow a = -5$$

بنابراین  $b = 3$  و در نتیجه  $a - b = -8$  است.

البته به روش زیر نیز می‌توانستیم عمل کنیم.

اگر  $f(x) = 2x^5 + ax^2 + b$  مفروض باشد،  $x=1$  باید صفر توابع  $f$  و

$f'$  باشد تا  $x=1$  ریشه مضاعف مخرج باشد.

$$\begin{cases} f(1) = 2 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -2 \\ f'(x) = 10x^4 + 2ax \xrightarrow{f'(1)=0} 10 + 2a = 0 \Rightarrow a = -5 \end{cases}$$

پس  $b = 3$  و در نتیجه  $a - b = -8$  است.

(حسابان ۲- تابع و عرهای نامتناهی- هر در پی‌نویست:

صفحه‌های ۲۰ و ۳۸ تا ۵۵)

(کالظم ایلالی)

۱۷- گزینه «۲»

معادله مجانب‌های قائم تابع تانژانت به صورت  $x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$  است

$(k \in \mathbb{Z})$ . بنابراین داریم:

طول نقطه  $A$ ، دومین مقدار مثبت در دسته جواب بالاست.

$$\xrightarrow{k=1} x_A = \frac{\pi}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(عارل مسینی)

۱۴- گزینه «۳»

$$\sin x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x - 1}$$

جواب‌های معادله بالا، اجتماع جواب‌های دو معادله زیر است:

$$\sin x = 0, \quad \frac{2 \cos x}{2 \cos^2 x - 1} = 1$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi; \quad k \in \mathbb{Z}$$

پس داریم:

$$\frac{2 \cos x}{2 \cos^2 x - 1} = 1 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 2 \cos x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \pm \theta$$

که  $\theta$  زاویه‌ای نامعلوم در ربع اول است که کسینوس آن برابر  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

است. در نتیجه جواب‌های بازه  $(0, 2\pi)$  به صورت  $\pi - \theta$  و

$\pi + \theta$  هستند که مجموع آن‌ها برابر  $2\pi$  است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(کالظم ایلالی)

۱۵- گزینه «۳»

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \sin x + \cos x = 2\sqrt{2} \sin x \cos x$$

$$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin 2x \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin 2x$$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = -2k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = (8k+3)\frac{\pi}{12}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

حال جواب‌های بازه  $(0, 2\pi)$  را پیدا می‌کنیم. به ازای مقادیر مختلف  $k$

در دسته جواب‌های بالا، مقادیر جدول زیر در این بازه قرار می‌گیرند:



(ناظم ایلالی)

۱۹- گزینه «۴»

ابتدا ضابطه تابع  $f - g$  را به دست می آوریم:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \frac{x^3}{x^2 + x + 1} - \frac{x^3}{x^2 - 2x - 1}$$

$$= \frac{x^5 - 2x^4 - x^2 - x^5 - x^4 - x^2}{(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x - 1)} = \frac{-3x^4 - 2x^2}{(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x - 1)}$$

در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f - g)(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^4}{x^2 \times x^2} = -3$$

(مسئله ۲- هرهای منتهای- هر در بی نهایت: صفحه های ۶۳ تا ۶۶)

(معمدرضا راسخ)

۲۰- گزینه «۴»

ابتدا مجانب های افقی و قائم نمودار تابع را پیدا می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + ax|x|}{x^2 - x + \frac{1}{4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+a)x^2}{x^2} = 1+a \quad (a \neq -1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + ax|x|}{x^2 - x + \frac{1}{4}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1-a)x^2}{x^2} = 1-a \quad (a \neq 1)$$

پس خطوط  $y = 1 \pm a$  مجانب های افقی نمودار هستند.  $x = \frac{1}{4}$  نیز خط

مجانب قائم است؛ زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{x^2 + ax|x|}{x^2 - x + \frac{1}{4}} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{x^2 + ax|x|}{(x - \frac{1}{4})^2} = \infty$$

بنابراین نقاط  $(\frac{1}{4}, 1+a)$ ،  $(\frac{1}{4}, 1-a)$  و  $(0, 0)$  رئوس مثلث مورد

نظر هستند که مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \left( |(1+a) - (1-a)| \times \frac{1}{4} \right) = \frac{|a|}{2} = \lambda$$

$$\Rightarrow |a| = 16 \Rightarrow a = \pm 16$$

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی نهایت:

صفحه های ۵۵ تا ۵۸، ۶۷ و ۶۸)

$$\frac{2\pi}{x+1} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x+1 = \frac{4}{2k+1} \Rightarrow x = \frac{4}{2k+1} - 1$$

$$D_f = (\frac{1}{3}, 3) \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{4}{2k+1} - 1 \leq 3$$

$$\frac{4}{3} \leq \frac{4}{2k+1} \leq 4 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2k+1} \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2k+1 \leq 3$$

$$0 \leq 2k \leq 2 \Rightarrow 0 \leq k \leq 1, \quad k \in \mathbb{Z}$$

در نتیجه نمودار تابع دو مجانب قائم دارد.

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی نهایت: صفحه های ۵۵ تا ۵۸)

(سیدرضا اسلامی)

۱۸- گزینه «۴»

$$f(-1 + \frac{1}{x+1}) = 2 - \frac{2x+2}{x^2+x+1}$$

پس وقتی  $x \rightarrow \pm\infty$ ، مقدار عبارت  $-1 + \frac{1}{x+1} = -1 + \frac{1}{x+1}$  به  $-1$  میل

$$\text{می کند و در نتیجه عبارت } \frac{2x^2}{x^2+x+1} = 2 - \frac{2x+2}{x^2+x+1} \text{ به } 2 \text{ میل}$$

می کند. به صورت دقیق تر داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(-\frac{x}{x+1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x^2+x+1} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 2$$

تابع  $f$  با مقادیر بیشتر از ۲ به آن نزدیک می شود.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-\frac{x}{x+1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2+x+1} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 2$$

تابع  $f$  با مقادیر کمتر از ۲ به آن نزدیک می شود. حال برای تابع  $g$ 

می توانیم بنویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x-2}{f(x)-2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-2}{f(x)-2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$$

نمودار گزینه «۴» درست است.

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی نهایت: صفحه های ۵۵ تا ۵۸)



## حسابان ۲-۱ اختیاری

۲۱- گزینه «۴»

(توضیح اسری)

با توجه به نمودار تابع  $f$  داریم:  $f(2) = 3$  و همچنین شیب خط  $d$  برابر  $f'(2)$  است. بنابراین:

$$m_d = \frac{0-3}{5-2} = -1 \Rightarrow f'(2) = -1$$

می‌دانیم:  $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ . حال با تغییر متغیر  $3x = t$

نتیجه می‌شود:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+3x) - 3}{x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(2+t) - f(2)}{\frac{t}{3}} = 3 \times \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(2+t) - f(2)}{t}$$

$$= 3f'(2) = 3 \times (-1) = -3$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۲۲- گزینه «۳»

(سراسری خارج از کشور ریاضی ۹۲)

با توجه به اینکه  $f'(1)$  موجود است داریم:

$$f'_-(1) = f'_+(1) \quad (1)$$

(۲) تابع در  $x=1$  پیوسته است یعنی:  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$

ابتدا پیوستگی تابع را بررسی می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(-\frac{1}{x} + x\right) &= -1 + 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + ax + b) &= 1 + a + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + b + 1 = 0 \quad (1)$$

و با توجه به مشتق‌پذیری داریم:

$$\left. \begin{aligned} x \geq 1: f'(x) &= \frac{1}{x^2} + 1 \Rightarrow f'_+(1) = 1 + 1 = 2 \\ x < 1: f'(x) &= 2x + a \Rightarrow f'_-(1) = 2 + a \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 + a = 2 \Rightarrow a = 0$$

با جایگذاری  $a$  در رابطه (۱)،  $b = -1$  می‌شود.بنابراین در  $x < 1$  ضابطه تابع به صورت  $f(x) = x^2 - 1$  است و داریم:

$$f(1 - \sqrt{2}) = (1 - \sqrt{2})^2 - 1 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 - 1 = 2 - 2\sqrt{2}$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹، ۹۳ و ۹۴)

۲۳- گزینه «۱»

(مبیر رفعتی)

ابتدا با استفاده از اتحاد کسینوس مجموع زوایا، تابع را ساده می‌کنیم:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{12}\right)$$

$$f'(x) = -2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{12}\right) \quad \text{پس داریم:}$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = -2 \sin\left(2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{12}\right) = -2 \sin \frac{\pi}{4} = -\sqrt{2}$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۲۴- گزینه «۱»

(معمد ابراهیم درمان)

خط  $y = 3x + 7$  در  $x = -1$  بر دو تابع  $f$  و  $g$  مماس است. این یعنی  $f(-1) = g(-1) = 4$  و  $f'(-1) = g'(-1) = 3$ . حال داریم:

$$g'(x) = \left(1 + \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}\right) f'(x + \sqrt{f(x)})$$

 $x = -1$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$g'(-1) = \left(1 + \frac{f'(-1)}{2\sqrt{f(-1)}}\right) f'(-1 + \sqrt{f(-1)})$$

$$= \left(1 + \frac{3}{2 \times 2}\right) f'(1) = \frac{5}{4} f'(1) = 3$$

$$\Rightarrow f'(1) = \frac{12}{5}$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

۲۵- گزینه «۲»

(معدری برای)

فاصله نقطه  $A(x, y)$  از نقطه  $(2, 0)$  به صورت

$$d = \sqrt{(x-2)^2 + (y-0)^2} \quad \text{است. عبارت } y = \sqrt{-x^2 + 6x + 1}$$

جایگزین می‌کنیم تا  $d$  بر حسب متغیر  $x$  به دست آید.

$$d = \sqrt{(x-2)^2 + (-x^2 + 6x + 1)} = \sqrt{x^2 - 4x + 4 - x^2 + 6x + 1} = \sqrt{2x + 5}$$

از  $d$  نسبت به  $x$  مشتق می‌گیریم و برابر با  $\frac{1}{3}$  قرار می‌دهیم.

$$d'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+5}} = \frac{1}{\sqrt{2x+5}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2x+5}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{2x+5} = 3 \Rightarrow 2x+5=9 \Rightarrow x=2$$

برای به دست آوردن عرض نقطه مورد نظر،  $x=2$  را در ضابطه منحنی قرار می‌دهیم.

$$y = \sqrt{-x^2 + 6x + 1} \xrightarrow{x=2} y = \sqrt{-4 + 12 + 1} = \sqrt{9} = 3$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۲۶- گزینه «۲»

(جمال الدین حسینی)

با ساده کردن ضابطه تابع داریم:

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x^2 - 1) = x^{\frac{8}{3}} - x^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}} - \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}(4x^2 - 1) = \frac{2(4x^2 - 1)}{3\sqrt[3]{x}}$$

از  $f'(x) = 0$  داریم:

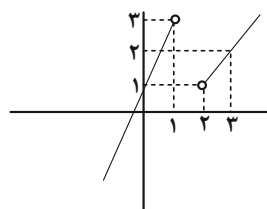
$$4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

از طرفی  $f'(x)$  در  $x = 0$  تعریف نشده است، بنابراین مجموعه طول‌هاینقاط بحرانی تابع عبارت است از  $\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$ .

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۲۷- گزینه «۲»

(مهم‌ترین سلامی مسینی)

نمودار  $f(x)$  را در  $x > 2$  و  $x < 1$  رسم می‌کنیم. با توجه به شکل، محدودهرسم  $y = x + a$  را مشخص می‌کنیم.حال باید  $f(2) > 1$  و  $f(1) < 3$  باشد، پس:

$$\begin{cases} 1 + a < 3 \Rightarrow a < 2 \\ 2 + a > 1 \Rightarrow a > -1 \end{cases} \Rightarrow a \in (-1, 2)$$

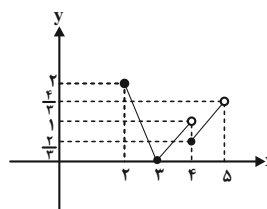
بیشترین مقدار  $n - m$  برابر  $2 - (-1) = 3$  است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۲۸- گزینه «۴»

(معدنی برای)

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 6 & ; 2 \leq x < 3 \\ x - 3 & ; 3 \leq x < 4 \\ \frac{2x - 6}{3} & ; 4 \leq x < 5 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، واضح است که مقدار ماکزیمم مطلق برابر ۲ و مقدار

مینیمم مطلق برابر صفر است که اختلاف آن‌ها برابر ۲ است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۲۹- گزینه «۳»

(عادل مسینی)

با تغییر متغیر  $t = \sqrt[3]{1 + \sin x}$  و استفاده از ضابطه  $f$ ، تابع  $g$  را به صورت زیر می‌سازیم:

$$g(t) = t^3 - 1 - 3t = t^3 - 3t - 1; 0 \leq t \leq \sqrt[3]{2}$$

برد تابع  $g$  همان برد تابع  $f$  است. پس داریم:

$$g(0) = -1, g(\sqrt[3]{2}) = 1 - 3\sqrt[3]{2}$$

نقطه بحرانی بازه  $(0, \sqrt[3]{2})$  را نیز پیدا کنیم، برای این کار ریشه‌های

$$g'(t) = 0$$

$$g'(t) = 3t^2 - 3 \xrightarrow[t > 0]{g'(t) = 0} t = 1, g(1) = -3$$

پس نقطه  $(1, -3)$  دیگر نقطه بحرانی تابع  $g$  است. از آنجا که

$$-3 < 1 - 3\sqrt[3]{2} < -1$$

پس اختلاف بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع  $f$  برابر

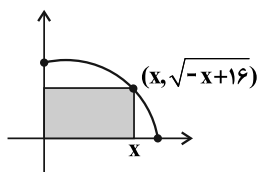
$$-1 - (-3) = 2$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۳۰- گزینه «۳»

(لیلا مرادی)

شکل مسئله به صورت زیر است:



مساحت مستطیل ساخته شده برابر است با:

$$S(x) = x\sqrt{-x+16}$$

$$S'(x) = \sqrt{-x+16} + x \frac{-1}{2\sqrt{-x+16}} = \frac{-2x+32-x}{2\sqrt{-x+16}}$$

$$\xrightarrow{S'(x)=0} -3x+32=0 \Rightarrow x = \frac{32}{3}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{-x+16} = \sqrt{-\frac{32}{3}+16} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

پس بیش‌ترین مساحت برابر می‌شود با:

$$S_{\max} = \frac{32}{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{128}{3\sqrt{3}} = \frac{128\sqrt{3}}{9}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)





در مورد گزینه «۱» داریم:

$$(AB^T)^T = (AB^T)(AB^T) = A(B^T A)B^T \\ = A(AB)B^T = A^T B^T = A^T$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۹ تا ۲۱)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۴» ۳۳-

$$A + 2I = \begin{bmatrix} |A| & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} |A| & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} |A| - 2 & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\det}$$

$$|A| = (|A| - 2)(|A| + 3) - (|A| + 2)(|A| - 1)$$

$$\Rightarrow |A| = |A|^2 + |A| - 6 - |A|^2 - |A| + 2$$

$$\Rightarrow |A| = -4 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ -5 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{5}{4} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{جمع درایه ها}} \text{صفر}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۳ و ۲۷)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۲» ۳۴-

به کمک روش بسط نسبت به سطر اول داریم:

$$x[2(-1) - 1(x) - 1(-4x)] - [5x(-x - 3) + 2(2x + 1) + 1(5)] = 0$$

$$8x^2 + 9x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{9}{8} \\ \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -\frac{7}{8} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 \beta^2} = \frac{(-\frac{9}{8})^2 - 2(-\frac{7}{8})}{(-\frac{7}{8})^2} = \frac{193}{49} \approx 3.94$$

عدد مورد نظر به عدد صحیح ۴ نزدیک است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

هندسه ۳

گزینه «۳» ۳۱-

(پوار ترکمن)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 5 & x \\ 1 & 1 & -1 \\ 2x & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-10x & 6 & 2x-11 \\ 3+2x & 4 & -1 \\ -2+4x & 20 & 4x+6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -12x+12 & -6 & 2x-5 \\ 4+2x & -4 & 3 \\ -8 & -20 & 4x+26 \end{bmatrix}$$

با توجه به فرض، مجموع درایه های قطر اصلی ماتریس A برابر صفر است، داریم:

$$(-12x+12) + (-4) + (4x+26) = 0$$

$$\Rightarrow -8x + 34 = 0 \Rightarrow x = \frac{17}{4}$$

بنابراین مجموع درایه های قطر فرعی این ماتریس برابر است با:

$$(2x-5) + (-4) + (-8) = 2x-17 = 2(\frac{17}{4})-17 = -8/5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۷ تا ۱۹)

(مهرداد ملونری)

گزینه «۱» ۳۲-

با توجه به فرض، گزینه ها را بررسی می کنیم:

گزینه «۲»:

$$(AB)^T = (AB)(AB) = (AB)(B^T A) = AB^T A = A^T$$

گزینه «۳»:

$$(BA)^T = (BA)(BA) = B(AB)A = B(B^T A)A = B^T A^T = A^T$$

همچنین از  $AB = B^T A$  نتیجه می گیریم  $BAB = B^T A = A$  و لذا

$$BA = BAB^T = (BAB)B^T = AB^T$$

گزینه «۴»:

$$(A^T B)^T = (A^T B)(A^T B) = A^T (BA)(AB)$$

$$= A^T (AB^T)AB = A^T (B^T A)B = (AB)B = AB^T$$



۳۵- گزینه «۲»

(اساقی اسفندیار)

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{ماتریس ضرایب}} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = (A + 2I)^{-1}$$

از دو طرف وارون می گیریم:

$$A + 2I = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 7 \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

دترمینان B را نسبت به ستون اول بسط می دهیم:

$$|B| = 7 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -20$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

۳۶- گزینه «۲»

(سولندر روشنی)

مکان هندسی نقاطی که از آن نقاط بتوان مماس هایی با طول L بر دایره

رسم کرد دایره ای است به مرکز O و شعاع

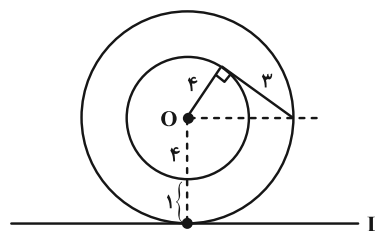
$$R' = \sqrt{R^2 + L^2}$$

در نتیجه با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0 \Rightarrow R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 44} = 4$$

$$\Rightarrow R' = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

که می بینیم دایره مفروض و خط داده شده در صورت سؤال یک نقطه تقاطع دارند.



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۴۰ تا ۴۳)

۳۷- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

مختصات مرکز و شعاع دو دایره را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} O(-3, 0), R = 2m + 1 \\ O'(0, 4), R' = m \end{cases}, OO' = 5$$

برای دو دایره متقاطع داریم:

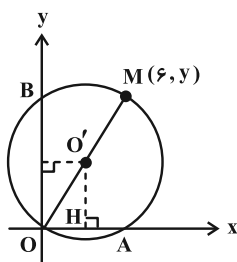
$$m + 1 < 5 < 3m + 1 \Rightarrow \begin{cases} 3m + 1 > 5 \Rightarrow m > \frac{4}{3} \\ m + 1 < 5 \Rightarrow m < 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} < m < 4$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۴۱ و ۴۴)

۳۸- گزینه «۴»

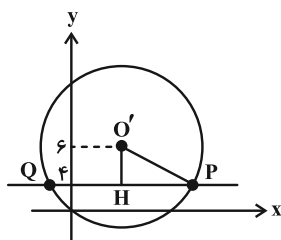
(علی ساوویی)

طبق فرض  $OA = \alpha$  و  $OB = 2\alpha$ . در نتیجه مختصات مرکز دایره $O'(\frac{\alpha}{2}, \alpha)$  است. همچنین مطابق شکل و فرض، OM قطر دایره است:

$$O' : \begin{cases} \frac{6}{2} = \frac{\alpha}{2} \\ \frac{y}{2} = \alpha \end{cases} \Rightarrow O'(3, 6)$$

داریم:

$$R = OO' = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$$





$$\begin{cases} C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0 \xrightarrow{\text{کم}} \\ C': x^2 + y^2 + 2x + 2y - 7 = 0 \end{cases}$$

$$4x + 6y - 8 = 0 \xrightarrow{+2} 2x + 3y = 4$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

### هندسه ۳- اختیاری

(امیدرضا خلاح)

۴۱- گزینه «۳»

$$\triangle OA'B': A'B'^2 = OA'^2 + OB'^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow A'B' = \sqrt{a^2 + b^2}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$A'B' = a + c \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = a + c \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a^2 + b^2 = (a + c)^2$$

$$a^2 + (a^2 - c^2) = a^2 + c^2 + 2ac$$

$$\Rightarrow 2c^2 + 2ac - a^2 = 0 \xrightarrow{+a^2} 2\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{c}{a}\right) - 1 = 0$$

با حل معادله از روش  $\Delta$  داریم:

$$\Delta = 2^2 - 4(2)(-1) = 12$$

$$\frac{c}{a} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ \frac{c}{a} = \frac{-\sqrt{3}-1}{2} < 0 \end{cases} \text{ غنق } < 0$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(امیدرضا خلاح)

۴۲- گزینه «۴»

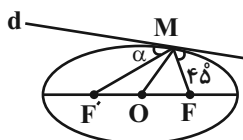
از نقطه  $M$  به نقاط  $O$  و  $F'$  وصل می‌کنیم. می‌دانیم پاره‌خط‌های  $MF$

و  $MF'$  با خط  $d$  زوایای یکسانی می‌سازند. بنابراین  $\alpha = 45^\circ$  و در

نتیجه  $\angle FMF' = 90^\circ$  است.

در مثلث قائم‌الزاویه  $FMF'$ ،  $MO$  میانه وارد بر وتر است و در نتیجه

داریم:



$$O'HP: HP = \sqrt{O'P^2 - O'H^2} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 2^2} = \sqrt{41}$$

$$\Rightarrow PQ = 2\sqrt{41}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

(مهردار ملونری)

۳۹- گزینه «۳»

مختصات مرکز و شعاع دایره مورد نظر را می‌یابیم:

$$x^2 + y^2 - 3x + y = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز: } W = \left(\frac{-(-3)}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) \\ \text{شعاع: } R = \frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

چون خط  $y + 3x = k$  بر دایره مماس است، پس فاصله مرکز این دایره از

خط مماس برابر شعاع دایره است:

$$\frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{\left| -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} - k \right|}{\sqrt{1+9}} \Rightarrow \frac{10}{2} = |4 - k|$$

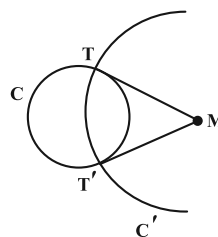
$$\Rightarrow 4 - k = \pm 5 \Rightarrow k = 9, -1$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۳ و ۳۵)

(هومن عقیلی)

۴۰- گزینه «۱»

از نقطه  $M$  دو مماس  $MT = MT'$  بر دایره رسم می‌کنیم.



طول مماس رسم شده از نقطه  $M(-1, -1)$  بر دایره داده شده برابر است با:

$$MT = MT' = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 - 2(-1) - 4(-1) + 1} = 3$$

اکنون معادله دایره به مرکز  $M$  و شعاع  $MT = 3$  را می‌نویسیم:

$$C': (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$$

واضح است که خط گذرا از دو نقطه  $T$  و  $T'$ ، همان وتر مشترک دو دایره است

که با کم کردن معادله دو دایره از هم، به دست می‌آید. پس معادله وتر مشترک

عبارت است از:



(غرضانه کاپاش)

۴۴- گزینه «۱»

چون شعاع بازتابش موازی محور تقارن سهمی خارج شده است، پس شعاع تابش از کانون سهمی عبور کرده است. بنابراین معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل کرده و مختصات کانون سهمی را به دست می آوریم.

$$y^2 + 2y - 4x + 5 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 4x - 4$$

$$\Rightarrow (y+1)^2 = 4(x-1)$$

سهمی رو به راست باز می شود و رأس  $A(1, -1)$  و  $a=1$  فاصله کانونی آن است و داریم:

$$\text{کانون: } F(1+1, -1) = (2, -1)$$

اگر  $B$  نقطه تلاقی پرتو تابش با سهمی باشد، آنگاه داریم:

$$y^2 + 2y - 4x + 5 = 0 \xrightarrow{y=1} -4x + 8 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow B(2, 1)$$

شعاع تابش از نقاط  $F(2, -1)$  و  $B(2, 1)$  عبور کرده است، پس معادله آن به صورت  $x=2$  است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۰ تا ۵۶)

(امیدرضا فلاح)

۴۵- گزینه «۲»

راستای خط  $d$  بر محورهای  $y$  و  $z$  عمود است، پس معادله آن به فرم

$$\text{است. در همه نقاط واقع بر خط } d, \text{ مؤلفه } y \text{ (عرض) برابر ۳ و } \begin{cases} y = m \\ z = n \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ z = 1 \end{cases} \text{ مؤلفه } z \text{ (ارتفاع) برابر ۱ است، پس معادله خط } d \text{ به صورت}$$

است. از طرفی همه نقاط واقع بر صفحه رنگی دارای مؤلفه  $y$  ثابتی هستند،

پس معادله آن به صورت  $y=3$  است.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه های ۶۷ و ۶۸)

$$MO = \frac{1}{2} FF' \Rightarrow c = \frac{1}{2} FF' \Rightarrow FF' = 8 \Rightarrow 2c = 8$$

$$\Rightarrow c = 4$$

$$\Delta FMF': MF^2 + MF'^2 = FF'^2$$

$$\Rightarrow MF^2 = FF'^2 - MF'^2 = 8^2 - (5 + \sqrt{7})^2$$

$$= 64 - (25 + 7 + 10\sqrt{7}) = 32 - 10\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow MF^2 = 25 + 7 - 10\sqrt{7} = (5 - \sqrt{7})^2$$

$$\Rightarrow MF = 5 - \sqrt{7}$$

$M$  نقطه ای روی بیضی است، بنابراین داریم:

$$MF + MF' = 2a \Rightarrow (5 - \sqrt{7}) + (5 + \sqrt{7}) = 2a$$

$$\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$\text{خروج از مرکز} = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} = 0.8$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۴۷ تا ۵۰)

۴۳- گزینه «۳»

(سیر ممبر رضا حسینی فرد)

چون سهمی محور عرضها را فقط در یک نقطه قطع می کند، پس قطعاً رو به بالا یا رو به پایین باز می شود.

حالت اول: سهمی رو به بالا باز شود. در این صورت  $A(4, -2-a)$  رأس سهمی است و داریم:

$$\text{معادله سهمی: } (x-4)^2 = 4a(y+2+a)$$

$$\xrightarrow{M(0,1)} 16 = 4a(2+a)$$

$$\Rightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -4 \end{cases} \text{ غقق}$$

حالت دوم: سهمی رو به پایین باز شود. در این صورت  $A(4, -2+a)$  رأس سهمی است و داریم:

$$\text{معادله سهمی: } (x-4)^2 = -4a(y+2-a) \xrightarrow{M(0,1)} 16 = -4a(3-a)$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 4 \end{cases} \text{ غقق}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۲ تا ۵۵)



## ریاضیات گسسته

۴۶- گزینه «۱»

(پوار ترکمن)

از  $a^y \mid b^x$  می توان نتیجه گرفت  $a^3 \mid b^5$  (چرا؟). بنابراین:

$$a^3 \mid b^5 \xrightarrow{\times 2} 2a^3 \mid 2b^5 \Rightarrow 2a^3 \mid (2b^5) \times 3$$

$$\Rightarrow 2a^3 \mid 6b^5 \Rightarrow (2a^3, 6b^5) = 2a^3$$

به همین ترتیب از  $a^y \mid b^x$  می توان  $a^2 \mid b^4$  را نتیجه گرفت و در نتیجه:

$$a^2 \mid b^4 \xrightarrow{\times 3} 3a^2 \mid 3b^4 \Rightarrow 3a^2 \mid (3b^4) \times 2$$

$$\Rightarrow 3a^2 \mid 6b^4 \Rightarrow (3a^2, 6b^4) = 3a^2$$

پس  $[2a^3, 6b^4]$  مورد نظر است. با توجه به این که از  $a^y \mid b^x$ :بخش پذیری  $a^3 \mid b^4$  نتیجه می شود، داریم:

$$a^3 \mid b^4 \Rightarrow 2a^3 \mid 6b^4 \Rightarrow [2a^3, 6b^4] = 6b^4$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۰ و ۱۳)

۴۷- گزینه «۲»

(مصطفی دیراری)

اگر  $d = (an - 2, bn + 5)$  فرض شود، آن گاه:

$$\begin{cases} d \mid an - 2 \xrightarrow{\times(-b)} d \mid -abn + 2b \\ d \mid bn + 5 \xrightarrow{\times a} d \mid abn + 5a \end{cases} \Rightarrow d \mid 2b + 5a$$

پس  $2b + 5a = 1$  یا  $2b + 5a = -1$  است، تا  $d = 1$  گردد. اگر  $a$ زوج باشد  $2b + 5a$  زوج می شود و در نتیجه  $a$  باید عددی فرد باشد. بهازای هر عدد فرد  $a$  از مجموعه  $\{4, 3, \dots, -3, -4\}$  از هر معادلهدقیقاً یک حالت برای  $b$  به دست می آید که طبق فرض، باید  $b$  عضو این

مجموعه باشد:

$$a = -3 \Rightarrow \begin{cases} b = 8 & \times \\ b = 7 & \times \end{cases}$$

$$a = -1 \Rightarrow \begin{cases} b = 3 & \checkmark \\ b = 2 & \checkmark \end{cases}$$

$$a = 1 \Rightarrow \begin{cases} b = -2 & \checkmark \\ b = -3 & \checkmark \end{cases}$$

$$a = 3 \Rightarrow \begin{cases} b = -7 & \times \\ b = -8 & \times \end{cases}$$

پس چهار زوج مرتب وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۴۸- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

طبق صورت سؤال و شرط قضیه تقسیم داریم:

$$\begin{cases} a = bq + r, & q = r + 1 \\ 0 \leq r < b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = bq + q - 1 \\ 1 \leq q < b + 1 \end{cases}$$

در تقسیم جدید نیز داریم:

$$a + 91 = b(q + 4) + 11 \Rightarrow bq + q - 1 + 91 = bq + 4b + 11$$

$$\Rightarrow 79 = 4b - q \xrightarrow{1 \leq q < b+1} 3b - 1 < 79 \leq 4b - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b \geq 20 \\ b < \frac{80}{3} \end{cases}$$

پس حداکثر مقدار  $b$  (مقسوم علیه) برابر ۲۶ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۴۹- گزینه «۴»

(نیلوفر مهروری)

$$\left. \begin{matrix} a \equiv b^m \\ a \equiv b^n \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv b^{[m, n]}$$

نکته:

$$\left. \begin{matrix} a \equiv 3^7 \Rightarrow a \equiv 3^7 + 5(7) \Rightarrow a \equiv 3^8 \\ a \equiv 2^{12} \Rightarrow a \equiv 2^{12} + 3(12) \Rightarrow a \equiv 3^8 \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv 3^8$$

$$\xrightarrow{84} a \equiv 3^8 \Rightarrow a = 84k + 3^8$$

به ازای  $k = 4$ ،  $a$  کوچک ترین عدد سه رقمی مضرب ۱۱ است.

$$k = 4 \Rightarrow a = (84 \times 4) + 3^8 = 374$$

مجموع ارقام فرد  $3 + 7 = 10$ 

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

۵۰- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

$$(\Delta n - 2, 3n + 5) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid \Delta n - 2 \xrightarrow{\times 3} d \mid 3\Delta n - 6 \\ d \mid 3n + 5 \xrightarrow{\times 5} d \mid 15n + 25 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{d \mid 31} d = 1 \text{ یا } 31$$

$$\Delta n - 2 \equiv 0 \xrightarrow{31} \Delta n \equiv 2 + 93 = 95 \xrightarrow{+5} n \equiv 19$$

$$\Rightarrow n = 31k + 19 \xrightarrow{k=0, 1, 2} 19, 50, 81$$

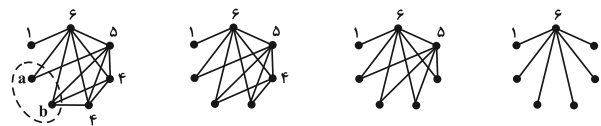
در نتیجه  $n$  می تواند  $87 = 90 - 3$  عدد طبیعی دو رقمی اختیار کند.



(مهردار ملونری)

۵۳- گزینه «۳»

در این گراف مرتبه ۷، یک رأس از درجه ۶ (Full درجه) داریم که مطابق شکل زیر، رسم گراف را از آن شروع کرده و به ترتیب به رأس‌های درجه ۵، ۴ و ۴ می‌رسیم:



دو رأس مشخص شده، مربوط به درجات  $a$  و  $b$  هستند که مطابق نمودار، مقدار اولیه برای مجموع آن‌ها  $a + b = 6$  است. چنانچه بین این دو رأس، یالی موجود باشد (یعنی مجاور باشند)، آن‌گاه  $a + b = 8$  خواهد شد. پس دو مقدار ۶ و ۸ برای  $a + b$  وجود دارد.

توجه: در نمودار گراف سمت چپ، رأس درجه ۴ دومی می‌تواند با رأس درجه ۴  $a$  مجاور باشد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۵)

(مسعود طایفه)

۵۴- گزینه «۲»

تمام دورهای موجود در این گراف عبارتند از:

$$\begin{cases} acbda \\ acbea \\ acbfa \end{cases}, \begin{cases} adbea \\ adbfa \end{cases}, aebfa$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(یوار ترکمن)

۵۵- گزینه «۴»

واضح است که درجه رأس‌های  $a, b, c, d$  و  $e$  در گراف  $G$ ، به ترتیب ۳، ۳، ۴، ۵ و ۶ می‌باشد. بنابراین طبق قضیه مجموع درجه‌های رأس‌های گراف داریم:

$$2q = \deg_G^{(f)} + \deg_G^{(g)} = 2q \Rightarrow \underbrace{3+3+4+5+6}_{\text{عددی فرد}} = 2q$$

بنابراین  $\deg_G^{(f)} + \deg_G^{(g)}$  باید عددی فرد باشد و با توجه به این که مرتبه گراف  $G$  برابر ۷ است، پس  $\Delta(G) \leq 6$  می‌باشد و در نتیجه

بیشترین مقدار  $\deg_G^{(f)} + \deg_G^{(g)}$  برابر ۱۱ است (چرا؟) و می‌توان

$\deg_G^{(f)} = 6$  و  $\deg_G^{(g)} = 5$  (یا برعکس) فرض کرد. از طرفی می‌دانیم

$\deg_G^{(v)} = (p-1) - \deg_G^{(v)}$ ، بنابراین درجه رأس‌های  $a, b, c, d$

$e, f$  و  $g$  در گراف  $\bar{G}$  به ترتیب ۳، ۲، ۱، ۰، ۰ و ۱ به دست

توجه: شرط وجود جواب معادله هم‌نهشتی مورد نظر به صورت  $65 \mid (3n+5, 2n-2)$  است که اگر  $d = 31$  باشد، برقرار نیست.

(ریاضیات گسسته-آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۵۱- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

طبق فرض، عدد  $xyy$  مضرب  $15 = 3 \times 5$  است ولی مضرب ۹ نیست، پس: (۱) رقم یکان آن (یعنی  $y$ ) یکی از ارقام ۵ یا ۰ است.

(۲) مجموع ارقام آن (یعنی  $2(x+y)$ ) مضرب ۳ است ولی مضرب ۹ نیست. در نتیجه مقادیر قابل قبول برای  $x$  و  $y$  به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} y=0 \Rightarrow x=3, 6 \\ y=5 \Rightarrow x=1, 7 \end{cases}$$

پس تنها ۴ عدد  $3300, 6600, 1155, 7755$  مطلوب هستند.

(ریاضیات گسسته-آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۵۲- گزینه «۲»

(مصطفی دیداری)

گراف  $K_{11}$  دارای  $\frac{11 \times 10}{2} = 55$  یال و گراف  $K_{12}$  دارای

$$\frac{12 \times 11}{2} = 66 \text{ یال است. پس برای این که } 59 \text{ یال در گراف قرار بگیرد}$$

نیاز به حداقل ۱۲ رأس داریم. اگر رأس‌ها را بیشتر از ۱۲ تا در نظر بگیریم  $q(\bar{G})$  زیاد می‌شود پس برای این که مقدار  $q(\bar{G}) + \Delta(\bar{G})$  کمترین

باشد  $p = 12$  می‌گیریم:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 59 + q(\bar{G}) = \frac{12 \times 11}{2}$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = 7$$

گراف  $\bar{G}$ ، ۱۲ رأس و ۷ یال دارد. در  $\bar{G}$ ، درجه همه رأس‌ها نمی‌تواند

برابر یک باشد و طبق نمودار زیر، کمترین مقدار  $\Delta(\bar{G}) = 2$  است.



$$\min(q(\bar{G}) + \Delta(\bar{G})) = 7 + 2 = 9$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)



سپس تعداد جایگشت‌هایی را محاسبه می‌کنیم که هم دو حرف «الف» و هم دو حرف «س» در کنار هم هستند که در این حالت ۵! جایگشت وجود دارد. جواب مسئله برابر تفاضل دو مقدار به دست آمده است:

$$\frac{6!}{2!} - 5! = 360 - 120 = 240$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

(امیررضا خلاج)

۵۹- گزینه «۲»

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 = 15$  برابر است با:

$$\binom{15+3-1}{3-1} = \binom{17}{2} = 136$$

جواب‌هایی از این معادله که مؤلفه صفر ندارند، در واقع همان جواب‌های طبیعی معادله هستند که تعداد آن‌ها برابر است با:

$$\binom{15-1}{3-1} = \binom{14}{2} = 91$$

بنابراین تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله که حداقل یک مؤلفه صفر داشته باشد، برابر است با:

$$136 - 91 = 45$$

(ریاضیان گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(امیرمسین ابومحبوب)

۶۰- گزینه «۴»

برای پیدا کردن جواب‌های طبیعی این معادله، کافی است به متغیر  $x_4$  که دارای توان ۲ است، مقادیر مناسب داده و تعداد جواب‌های طبیعی را در هر حالت پیدا کنیم.

$$x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 11$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{11-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

$$x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{8-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_4 = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

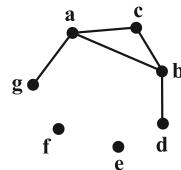
$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{5-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6$$

بنابراین تعداد جواب‌های طبیعی این معادله برابر است با:

$$45 + 21 + 6 = 72$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

می‌آید. با رسم گراف  $\bar{G}$  درمی‌یابیم، تعداد زیرگراف‌های ۳ رأسی آن، شامل رأس‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، با تعداد انتخاب‌های صفر یا ۱ تا ۳ یال از بین یال‌های  $ab$ ،  $ac$  و  $bc$  برابر است. یعنی جواب عبارت است از:



$$\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 2^3 = 8$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

### ریاضیات گسسته - اختیاری

(فرزانه شاکپاش)

۵۶- گزینه «۴»

$N_G(a)$  مجموعه همسایگی باز رأس  $a$  و فاقد خود رأس  $a$  است. اگر یال  $ab$  در گراف  $G$  وجود داشته باشد، آنگاه  $a \in N_G(b)$  ولی  $a \notin N_G(a)$  پس  $N_G(a) \neq N_G(b)$ . با توجه به اینکه برای هر دو رأس دلخواه  $a$  و  $b$  در گراف  $G$ ، رابطه  $N_G(a) = N_G(b)$  برقرار است، پس این گراف هیچ یالی ندارد و مجموعه همسایگی باز تمام رأس‌های آن تهی است. بنابراین در گراف  $G$ ، هر رأس تنها قادر به احاطه همان رأس است و در نتیجه  $\gamma(G) = 6$  خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

(امیرمسین ابومحبوب)

۵۷- گزینه «۳»

عدد احاطه‌گری این گراف برابر ۲ است و مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن عبارت‌اند از:

$$\{a, b\}, \{a, f\}, \{a, g\}, \{d, b\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(افشین فاضل‌نژاد)

۵۸- گزینه «۲»

ابتدا تعداد جایگشت‌هایی از حروف کلمه «آسانسور» را به دست می‌آوریم که در آن‌ها دو حرف «الف» در کنار هم هستند. در این حالت دو حرف «الف» را به صورت یک بسته در نظر می‌گیریم که به همراه ۵ حرف دیگر، دارای ۶! جایگشت هستند که به دلیل وجود دو حرف «س»، تعداد این

جایگشت‌ها برابر  $\frac{6!}{2!}$  است.



## فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۱»

(سیرده ملیحه میرصالحی)

حرکت خودروها، حرکت با سرعت ثابت است و معادله حرکت آنها از رابطه  $x = vt + x_0$  به صورت زیر به دست می آید:

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{600 - (-300)}{20 - 0} = 15 \frac{m}{s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - (-300)}{10 - 0} = 30 \frac{m}{s}$$

$$x_A = 15t + 300, \quad x_B = 30t - 300$$

با داشتن معادله حرکت هر دو متحرک A و B داریم:

$$|x_A - x_B| = 150m \Rightarrow -15t + 600 = \pm 150 \Rightarrow \begin{cases} t = 50s \\ t = 30s \end{cases}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۲- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

فرض می‌کنیم بیشترین تندی متحرک  $v_M$  باشد. متحرک در بازه زمانی ۱۱s تا ۱۵s با این تندی حرکت می‌کند. چون شتاب متحرک در بازه زمانی ۵s تا ۱۱s ثابت است، پس شتاب متحرک در لحظه  $t = 9s$  با شتاب متوسط متحرک در این بازه زمانی،  $(a_{av})_1$  برابر است. شتاب متحرک در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۱s نیز ثابت است. پس اندازه شتاب متحرک در لحظه  $t = 19s$  با اندازه شتاب متوسط در این بازه زمانی  $(a_{av})_2$  برابر است.

$$a_{t=9s} = \frac{v}{t} |a_{t=19s}| \Rightarrow (a_{av})_1 = \frac{v}{3} |(a_{av})_2| \xrightarrow{a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

$$\frac{v_M - 5}{11 - 5} = \frac{v}{3} \times \frac{0 - v_M}{21 - 15} \Rightarrow \frac{v_M - 5}{6} = \frac{v}{3} \times \frac{v_M}{6}$$

$$\Rightarrow v_M - 5 = \frac{v}{3} v_M \Rightarrow \frac{1}{3} v_M = 5 \Rightarrow v_M = 15 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۱ و ۱۵ تا ۱۹)

۶۳- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

حرکت هر دو متحرک با شتاب ثابت است. نقطه شروع را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم و معادله مکان- زمان هر دو متحرک را می‌نویسیم. توجه کنید که چون متحرک B، در لحظه  $t = 4s$  شروع به حرکت می‌کند، پس زمان حرکت متحرک B را  $(t - 4)$  قرار می‌دهیم:

$$\begin{array}{c} \boxed{A} \xrightarrow{a_A = \frac{1}{4}a} \\ O \\ \boxed{B} \xrightarrow{a_B = a} \end{array} \quad x$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_A = x_B = 0, t_A = t, a_A = \frac{1}{4}a, v_{0A} = v_{0B} = 0, t_B = t - 4, a_B = a}$$

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}(\frac{1}{4}a)t^2 \\ x_B = \frac{1}{2}a(t-4)^2 \end{cases} \xrightarrow[\text{لحظه به هم رسیدن}]{x_A = x_B}$$

$$\frac{1}{2}(\frac{1}{4}a)t^2 = \frac{1}{2}a(t-4)^2 \Rightarrow \frac{1}{4}t^2 = (t-4)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{1}{2}t = t - 4 \Rightarrow t = 8s$$

در لحظه به هم رسیدن، تندی متحرک B برابر  $9/6 \frac{m}{s}$  است. با استفاده از معادله سرعت- زمان، شتاب متحرک B را محاسبه می‌کنیم:

$$v_B = a_B(t-4) + v_{0B} \xrightarrow{v_{0B} = 0, v_B = 9/6 \frac{m}{s}, t = 8s, a_B = a}$$

$$9/6 = a \times 4 \Rightarrow a = 2/4 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_A = \frac{1}{4}a = 0/6 \frac{m}{s^2}$$

اکنون تندی متحرک A را ۲ ثانیه پس از به هم رسیدن دو متحرک یعنی در لحظه  $t = 10s$  به دست می‌آوریم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow{v_{0A} = 0, a_A = 0/6 \frac{m}{s^2}} v_A = 0/6 \times 10 = 6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۴- گزینه «۲»

(معصومه شریعت‌ناحری)

در لحظه  $t = 0$  خط مماس بر نمودار رسم شده است. یعنی  $v_0 = 0$  است. پس:

$$\text{در بازه زمانی صفر تا ۸ ثانیه} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_8 + v_0}{2} \Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{v_8 + 0}{2} \times 8 = -32 \Rightarrow v_8 = -8 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{-8 - 0}{8} = -1 \frac{m}{s^2} \quad \text{بنابراین:}$$

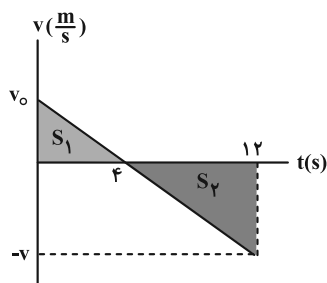
اکنون معادله مستقل از زمان را بین دو مکان  $x = 0$  و  $x = 8m$  می‌نویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 = 2 \times (-1) \times (-8) \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = \pm 4 \frac{m}{s}$$

چون در این لحظه شیب خط مماس بر نمودار منفی است، پس سرعت در این لحظه منفی می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

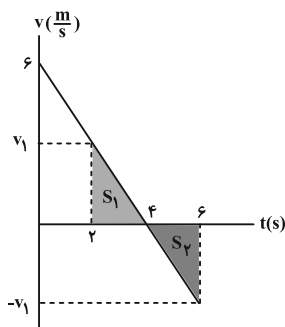




$$\text{تشابه: } \frac{v_0}{4} = \frac{v}{12-4} \Rightarrow v = 2v_0$$

$$S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow \frac{v_0 \times 4}{2} + \frac{8 \times -2v_0}{2} = -36$$

$$\Rightarrow 2v_0 - 8v_0 = -36 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$\text{تشابه: } \frac{6}{2} = \frac{v_1}{4} \Rightarrow v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$S'_1 = \frac{3 \times 2}{2} = 3, \quad S'_2 = \frac{-3 \times 2}{2} = -3$$

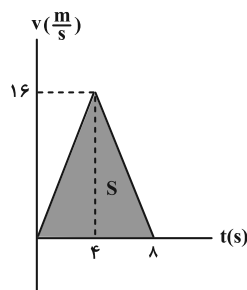
$$s_{av} = \frac{S'_1 + |S'_2|}{\Delta t} = \frac{6}{4} = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۳» ۶۷-

(معمدرضا شریفی)

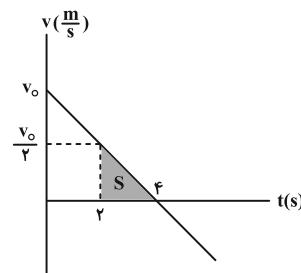
مساحت سطح زیر نمودار شتاب- زمان، اندازه تغییرات سرعت در هر بازه زمانی را نشان می‌دهد. بنابراین می‌توانیم سرعت را در هر لحظه به دست آوریم و نمودار سرعت زمان به صورت زیر می‌شود:



(مجتبی نگوئیان)

گزینه «۴» ۶۵-

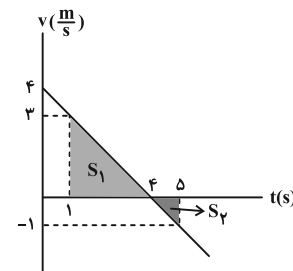
ابتدا نمودار سرعت- زمان متحرک را با استفاده از اطلاعات مسئله رسم می‌کنیم. توجه شود که لحظه تغییر جهت، وسط بازه ۲s تا ۶s می‌شود، یعنی  $t = 4s$



مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. پس:

$$S = \Delta x = 2m \Rightarrow 2 = \frac{1}{2}(2)\left(\frac{v_0}{2}\right) \Rightarrow v_0 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین تندی متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 5s$  به صورت زیر به دست می‌آید:



$$L = S_1 + |S_2| \Rightarrow L = \frac{1}{2}(3)(3) + \frac{1}{2}(1)(1) = 5m$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{5}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

گزینه «۴» ۶۶-

(امیراحمد میرسعید)

کمترین تندی متوسط در مدت ۴ ثانیه مربوط به زمانی است که تندی متحرک به کمترین مقدار می‌رسد، یعنی اطراف مکانی که تندی صفر است. پس ۲ ثانیه بعد از  $v = 0$  و ۲ ثانیه قبل از  $v = 0$  یعنی از لحظه  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 6s$  را در نظر می‌گیریم. برای حل این مسئله در گام اول نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم، با توجه به شکل سرعت اولیه مثبت ولی شتاب منفی است. پس:



(علی بزرگر)

۶۹- گزینه «۴»

می‌دانیم وقتی جسمی در تعادل باشد، برآیند نیروها برابر صفر است. با حذف دو نیروی ۶N و ۸N تعادل جسم به هم خورده و برآیند نیروهای باقی‌مانده ۱۲N و ۴N دقیقاً برابر برآیند دو نیروی عمود بر هم ۶N و ۸N خواهد بود. لذا داریم:

$$F_{\text{net}_1} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{N} \Rightarrow F_{\text{net}_1} = m \times a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{10}{m}$$

در حالت بعدی به مجموعه در حال تعادل، دو نیروی خلاف جهت هم افزوده شده است لذا برآیند نیروها در این حالت برابر برآیند نیروهای جدید خواهد بود. چون نیروهای جدید خلاف جهت هم هستند، داریم:

$$F_{\text{net}_2} = 10 - 6 = 4\text{N} \Rightarrow F_{\text{net}_2} = m \times a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{4}{m}$$

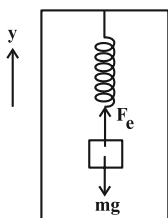
$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{4}{m}}{\frac{10}{m}} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(زهره آقاممدری)

۷۰- گزینه «۳»

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و با انتخاب جهت مثبت به طرف بالا، قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \xrightarrow{x=L-L_0} \frac{F_e=kx}{x=L-L_0}$$

$$k(L-L_0) = mg + ma \xrightarrow{k=400 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 4 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, L=42 \text{ cm}, L_0=34 \text{ cm}, m=4 \text{ kg}}$$

$$4(42-34) = 40 + 4a \Rightarrow 4a = 32 - 40 = -8 \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به این که شتاب منفی به دست آمد، جهت شتاب رو به پایین است. بنابراین دو حالت داریم:

۱- آسانسور با شتاب ثابت  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند.

۲- آسانسور با شتاب ثابت  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، کندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند.

$$S = \Delta x = \frac{8 \times 16}{2} = 64 \text{ m}$$

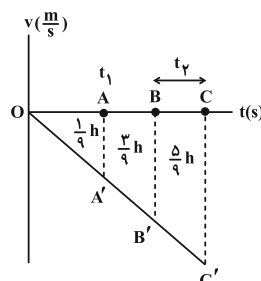
$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{64}{8} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(فرار رسولی)

۶۸- گزینه «۱»

حرکت سقوط آزاد یک حرکت شتابدار با شتاب ثابت  $g$  و بدون سرعت اولیه است. پس با رسم نمودار  $v-t$  برای این حرکت داریم؛ (دقت کنید که سطح زیر این نمودار در هر لحظه میزان ارتفاع پایین آمده تا آن لحظه را نشان می‌دهد).



پس نتیجه می‌گیریم مساحت قسمت میانی  $\frac{3}{9}h$  است.

حالا با استفاده از تشابه بین مثلث‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta OAA'}{\Delta OBB'} : \left(\frac{OA}{OB}\right)^2 = \left(\frac{S_{\Delta OAA'}}{S_{\Delta OBB'}}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t_1}{OB}\right)^2 = \frac{\frac{1}{9}h}{\frac{1}{9}h + \frac{3}{9}h} \Rightarrow OB = 2t_1$$

$$\frac{\Delta OAA'}{\Delta OCC'} : \left(\frac{OA}{OC}\right)^2 = \left(\frac{S_{\Delta OAA'}}{S_{\Delta OCC'}}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t_1}{OC}\right)^2 = \frac{\frac{1}{9}h}{\frac{1}{9}h + \frac{3}{9}h + \frac{5}{9}h} \Rightarrow OC = 3t_1$$

صورت تست فاصله زمانی B تا C را  $t_2$  نامیده است که داریم:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{OC - OB}{t_1} = \frac{3t_1 - 2t_1}{t_1} = 1$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



با توجه به این که نردبان ساکن است، داریم:

$$F_{\text{net } x} = 0 \Rightarrow F'_N = f_{s, \max} = \mu_s F_N \quad (1)$$

$$F_{\text{net } y} = 0 \Rightarrow F_N + f'_{s, \max} = mg$$

$$\Rightarrow F_N + \mu'_s F'_N = mg \quad (2)$$

اگر نیروی وارده از طرف دیوار قائم به نردبان را با  $R'$  نشان دهیم، داریم:

$$R' = \sqrt{F'^2_N + f'^2_{s, \max}} = F'_N \sqrt{1 + \mu'^2_s}$$

$$\frac{R' = 20\sqrt{13} \text{ (N)}}{\mu'_s = \frac{2}{3}} \rightarrow 20\sqrt{13} = F'_N \times \frac{\sqrt{13}}{3} \Rightarrow F'_N = 60 \text{ N} \quad (3)$$

$$\frac{(1) \text{ در } (2)}{\mu_s = \frac{1}{2}} \rightarrow 60 = \frac{1}{2} F_N \Rightarrow F_N = 120 \text{ N} \quad (4)$$

$$\frac{(2) \text{ در } (4) \cdot (2)}{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow 120 + \frac{2}{3}(60) = m(10) \Rightarrow m = 16 \text{ kg}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۶)

(مفسر سلامتی)

۷۳- گزینه «۲»

$$p_2 = 15 \times 9 + 15 = 15(1+9) = 150 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$p_6 = 15 \times 36 + 30 = 30(18+1) = 19 \times 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

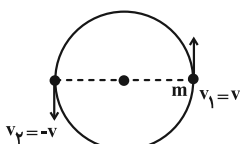
$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{19 \times 30 - 150}{3} = \frac{3(190 - 50)}{3} = 140 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

(زهره آقامحمدری)

۷۴- گزینه «۲»

گلوله در مدت یک دوره، یک دور کامل می‌زند، پس در مدت نصف دوره، نصف مسیر حرکت را می‌پیماید و سرعت آن در ابتدا و انتهای این مسیر مطابق شکل زیر خواهد شد. در نتیجه اندازه تغییر تکانه گلوله در این بازه، برابر است با:



$$\Delta p = m\Delta v = m(v_2 - v_1) = \frac{v_2 - v_1}{v_1 = v} \rightarrow$$

$$\Delta p = -2mv \Rightarrow |\Delta p| = 2mv \xrightarrow{\substack{m=0.4 \text{ kg} \\ \Delta p=0.8\pi \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}}$$

$$0.8\pi = 2 \times 0.4 \times v \Rightarrow v = \frac{\pi}{\text{s}}$$

بنابراین گزینه «۳» صحیح است. توجه کنید که در گزینه «۱» حرکت آسانسور تندشونده به سمت بالا و در گزینه «۴» حرکت آسانسور کندشونده به سمت پایین است که در هر دو مورد، جهت شتاب آسانسور به سمت بالا است. (فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۷۱- گزینه «۴»

(فرار رسولی)

به شکل دقت کنید. اگر نیروی  $F_1$  خیلی زیاد شود، جسم رو به بالا حرکت می‌کند و اگر خیلی کم باشد نیروی وزن باعث افتادن جسم خواهد شد. بنابراین محدوده‌ای برای نیروی  $F_1$  وجود دارد که در آن جسم ساکن می‌ماند. برای یافتن این محدوده باید جسم را در دو حالت بررسی کنیم:

۱) آستانه حرکت به پایین که به ما کمترین مقدار  $F_1$  برای ساکن نگه داشتن جسم را می‌دهد و ۲) آستانه حرکت رو به بالا که به ما بیشترین مقدار  $F_1$  برای ساکن ماندن جسم را خواهد داد. هر عددی در این محدوده قابل قبول است.

$$F_1 \text{ : آستانه حرکت به پایین : } mg = F_{1 \min} + f_{s, \max}$$

$$\Rightarrow mg = F_{1 \min} + \mu_s (F_N) \xrightarrow{F_N = F_1 = \frac{4}{3} F_{1 \min}}$$

$$mg = F_{1 \min} + \frac{2}{15} \left( \frac{4}{3} F_{1 \min} \right) \Rightarrow 20 = F_{1 \min} + \frac{4}{15} F_{1 \min}$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{19}{15} F_{1 \min} \Rightarrow F_{1 \min} = \frac{300}{19} \text{ N}$$

$$F_1 \text{ : بیشترین } F_{1 \max} = mg + f'_{s, \max}$$

$$\Rightarrow F_{1 \max} = mg + \mu_s (F'_N) \xrightarrow{F'_N = F'_1 = \frac{4}{3} F_{1 \max}}$$

$$F_{1 \max} = mg + \frac{2}{15} \left( \frac{4}{3} F_{1 \max} \right) \Rightarrow F_{1 \max} = 20 + \frac{4}{15} F_{1 \max}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{15} F_{1 \max} = 20 \Rightarrow F_{1 \max} = \frac{300}{11} \text{ N}$$

هر مقدار  $F_1$  در محدوده  $\frac{300}{19} \leq F \leq \frac{300}{11} \approx 27 \frac{2}{3}$  قابل قبول است.

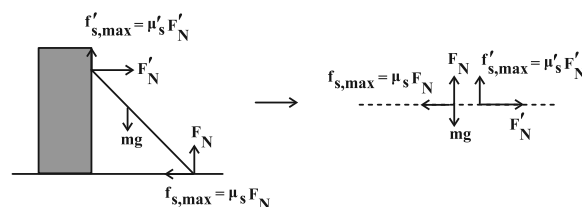
پس تمامی گزینه‌ها قابل قبول هستند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۷۲- گزینه «۳»

(مجتبی نکلویان)

ابتدا مطابق شکل زیر، نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:





حالا با داشتن دوره تناوب، تعداد نوسان در مدت یک دقیقه را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[t=2s]{t=1\text{min}=60s} 3 = \frac{60}{n} \Rightarrow n = 20$$

از طرفی با توجه به این که در هر نوسان کامل، ۲ بار پاره خط نوسان طی می‌شود، درمی‌یابیم در ۲۰ نوسان کامل، ۴۰ بار پاره خط نوسان طی می‌شود.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(مبتنی کلوئیان)

۷۷- گزینه «۴»

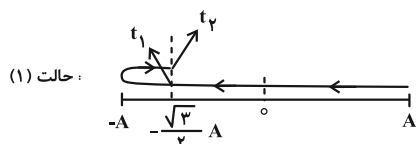
ابتدا از روی نمودار مکان- زمان، دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \xrightarrow[t=\frac{1}{2}s]{x=-\frac{\sqrt{3}}{2}A} -\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}\left(\frac{1}{2}\right)\right)$$

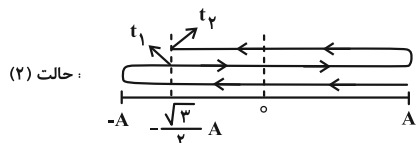
$$\Rightarrow \frac{\pi}{T} = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{4}{5}s$$

با توجه به این که نوسانگر در یک دوره تناوب، دو بار متوالی از مکان

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A \text{ می‌گذرد، می‌توان دو حالت زیر را در نظر گرفت:}$$



$$-\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{5}{12}T \\ \frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{7}{12}T \\ \frac{t_2}{t_1} = \frac{7}{5} \end{cases}$$



$$-\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{7}{12}T \\ \frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{11}{12}T \\ \frac{t_2}{t_1} = \frac{11}{7} \end{cases}$$

پس حالت (۲) قابل قبول است، بنابراین:

$$t_2 = \frac{11}{12}T \xrightarrow[T=\frac{4}{5}s]{} t_2 = \frac{11}{15}s$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

شتاب مرکز گرای گلوله برابر است با:

$$a = \frac{v^2}{r} \xrightarrow[r=\frac{m}{s}]{r=\frac{5}{m}} a = \frac{\pi^2}{0.5} \xrightarrow{\pi^2=10} a = 20 \frac{m}{s^2}$$

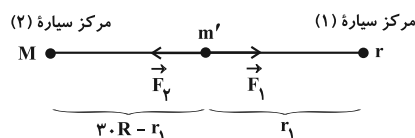
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۳)

۷۵- گزینه «۱»

(غلامرضا ممینی)

شرط تعادل جسم بین دو سیاره آن است که اندازه نیروی گرانشی که از سوی سیاره‌ها بر جسم وارد می‌شود، با هم برابر باشند، با استفاده از رابطه

$$\text{نیروی گرانش } (F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}) \text{ داریم:}$$



$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_1| \Rightarrow G \frac{mm'}{(r_1)^2} = G \frac{Mm'}{(30R - r_1)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{M}{m} = \left(\frac{30R - r_1}{r_1}\right)^2 \xrightarrow{M=4m} \left(\frac{30R - r_1}{r_1}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{30R - r_1}{r_1} = 2 \Rightarrow r_1 = 10R$$

فاصله از سطح سیاره بزرگ‌تر برابر است با:

$$20R = x + 4R \Rightarrow x = 16R$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۷۶- گزینه «۳»

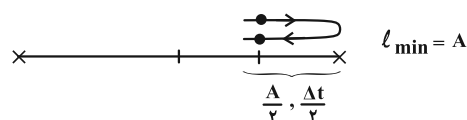
(محمدریوار سورپی)

می‌دانیم اگر بخواهیم نوسانگر کمترین مسافت طی شده را در بازه زمانی

$$\Delta t < \frac{T}{2} \text{ داشته باشد، باید نقطه شروع بررسی را } \frac{\Delta t}{2} \text{ قبل از انتهای}$$

پاره خط نوسان و پایان را  $\frac{\Delta t}{2}$  بعد از انتهای پاره خط نوسان در نظر بگیریم.

بنابراین داریم:



با توجه به این که نوسانگر در مدت زمان  $\frac{\Delta t}{2}$  از مکان  $x = \frac{A}{2}$  به مکان

$$x = A \text{ رفته، درمی‌یابیم مدت زمان } \frac{\Delta t}{2} \text{ معادل } \frac{T}{6} \text{ است؛ بنابراین داریم:}$$

$$\frac{\Delta t}{2} = \frac{T}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} \xrightarrow{\Delta t=1s} 1 = \frac{T}{3} \Rightarrow T = 3s$$



## فیزیک ۳-۱ اختیاری

## ۸۱- گزینه «۲»

(مسئله ناصبی)

چون نقطه D در لحظه t در حال عبور از وضع تعادل است، بنابراین، تندی آن در این لحظه بیشینه و برابر  $v = A\omega = A(\frac{2\pi}{T})$  است. از طرفی، با توجه به این که، هر جزء از محیط انتشار موج، حرکت ذره قبل از خود را تکرار می کند، بنابراین، با توجه به جهت انتشار موج، نقطه D در این لحظه به سمت پایین حرکت می کند. برای محاسبه تندی ذره D، ابتدا  $\lambda$  و سپس T را با توجه به نمودار به دست می آوریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$\lambda = vT \xrightarrow{v=10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} 0.4 = 10 \cdot T \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

اکنون، با توجه به تندی متوسط ذره C، مسافت طی شده را به دست می آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{s_{av} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \frac{\ell}{\Delta t = 0.12 \text{ s}} = 2 = \frac{\ell}{0.12} \Rightarrow \ell = 0.24 \text{ m}$$

در این قسمت، تعداد نوسان های کامل ذره C را در مدت ۰/۱۲ s می یابیم:

$$T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{0.12}{0.04} = 3$$

با توجه به این که در هر دوره تناوب مسافت طی شده چهار برابر دامنه نوسان است، مسافت طی شده در مدت ۰/۱۲ s ثانیه که برابر ۳ دوره تناوب می باشد را برحسب دامنه نوسان A به دست می آوریم و با استفاده از آن دامنه را می یابیم:

$$\ell = 3 \times (4A) \xrightarrow{\ell = 0.24 \text{ m}} 0.24 = 12A \Rightarrow A = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

در آخر، تندی ذره D را پیدا می کنیم:

$$v = A(\frac{2\pi}{T}) \xrightarrow{\substack{T=0.04 \text{ s} \\ A=2 \text{ cm}}} v = 2 \times \frac{2\pi}{0.04} = 100\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۳)

## ۸۲- گزینه «۱»

(مسئله قنبرلر)

بررسی گزینه های نادرست:

الف) در طناب ها، تندی موج با شعاع طناب رابطه عکس دارد.

ب) صوت موجی طولی است و راستای انتشار موج و راستای نوسان ذرات محیط، موازی هستند.

ت) اشعه گاما از نوع امواج الکترومغناطیس است و انتقال انرژی آن مستقل از ذرات محیط است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۶۹ تا ۸۰)

## ۷۸- گزینه «۱»

دوره تناوب A و B با هم یکسان است.

$$T_A = T_B \Rightarrow \omega_A = \omega_B$$

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{A}{A} = 2 \text{ برابر}$$

انرژی جنبشی A در مرکز نوسان  $E_A = K_{\max A}$

انرژی پتانسیل B در نقاط بازگشت  $E_B = U_{\max B}$

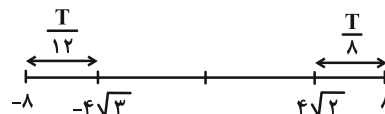
$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{1}{2} m_A A_A^2 \omega_A^2}{\frac{1}{2} m_B A_B^2 \omega_B^2} \xrightarrow{\substack{m_A = 2, \omega_A = \omega_B \\ A_A = 2}} \frac{m_A}{m_B} = 2$$

$$\frac{E_A}{E_B} = 2 \times 2 = 4 \text{ برابر}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)

## ۷۹- گزینه «۳»

(معمداً کلام منشاری)



$$\begin{cases} t_r = T + \frac{\Delta T}{12} \\ t_l = \frac{T}{8} \end{cases} \Rightarrow t_r - t_l = T + \frac{\Delta T}{12} - \frac{T}{8} = T + \frac{10T - 3T}{24} = \frac{31T}{24}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g} = 4L = 4 \times \frac{64}{100} = \frac{256}{100}$$

$$\Rightarrow T = 1/6 \text{ s} \xrightarrow{T=1/6 \text{ s}} \frac{31T}{24} = \frac{31}{24} \times \frac{16}{10} = \frac{62}{30} = \frac{31}{15} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۶۳، ۶۷ و ۶۸)

## ۸۰- گزینه «۲»

(مسام ناری)

برای این که در سامانه B و C تشدید رخ دهد باید بسامد طبیعی آن ها با بسامد سامانه A برابر شود. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_A = \omega_B \Rightarrow \sqrt{\frac{k_A}{m_A}} = \sqrt{\frac{k_B}{m_B}} \Rightarrow k_B = \frac{m_B}{m_A} k_A = 2k_A$$

$$\omega_A = \omega_C \Rightarrow \sqrt{\frac{k_A}{m_A}} = \sqrt{\frac{k_C}{m_C}} \Rightarrow k_C = \frac{m_C}{m_A} k_A = \frac{1}{2} k_A$$

$$\Rightarrow \frac{k_B}{k_C} = \frac{2k_A}{\frac{1}{2}k_A} = 4$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۶۵ تا ۶۹)



## ۸۳- گزینه «۲»

(مهم صارق مام سیره)

در حالت اول، طول، جرم و نیروی کشش سیم به ترتیب برابر  $m$ ،  $L$  و  $F$  و در حالت دوم که  $\frac{3}{4}$  از طول سیم را کنار گذاشته ایم و  $\frac{1}{4}$  از آن باقیمانده است، جرم سیم  $\frac{1}{4}$  جرم آن در حالت اول می باشد. بنابراین، با توجه به این که، طول سیم را به طول آن در حالت اولیه رسانده و آن را با نیروی  $4F$

کشیده ایم، با استفاده از رابطه  $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$  می توان نوشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{F_2 \times \frac{L_2}{m_2}}}{\sqrt{F_1 \times \frac{L_1}{m_1}}} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{4F \times \frac{L}{4 \times \frac{1}{4}m}}}{\sqrt{F \times \frac{L}{m}}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{4F \times \frac{L}{m}}}{\sqrt{F \times \frac{L}{m}}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{2\sqrt{FL/m}}{\sqrt{FL/m}} = 2$$

$$\frac{v_2}{160} = 2 \Rightarrow v_2 = 320 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 320 - 160 \Rightarrow \Delta v = 160 \frac{m}{s}$$

می بینیم، تندی انتشار موج عرضی در سیم،  $160 \frac{m}{s}$  افزایش پیدا کرده است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۳ و ۷۴)

## ۸۴- گزینه «۲»

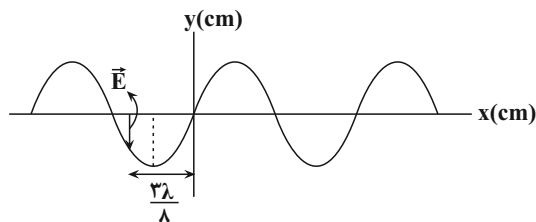
(امیرمسین برادران)

$$\frac{v\lambda}{f} = 2\lambda \Rightarrow \lambda = 16m$$

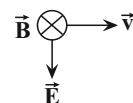
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \lambda f \Rightarrow 16f = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \Rightarrow f = \frac{1}{16\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

با توجه به ادامه نقش موج در قسمت x های منفی جهت بردار  $\vec{E}$  را در

$$\text{لحظه } t = \frac{3T}{8} \text{ مشخص می کنیم.}$$



اکنون با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی را تعیین می کنیم:



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۴ تا ۷۶)

## ۸۵- گزینه «۱»

(امیرمسین برادران)

می دانیم شدت صوت با حاصل ضرب مجذور دامنه و بسامد رابطه مستقیم و با مجذور فاصله رابطه عکس دارد.

$$I \propto \frac{A^2 f^2}{d^2} \Rightarrow \frac{I_M}{I_N} = \left(\frac{A_M}{A_N}\right)^2 \times \left(\frac{f_M}{f_N}\right)^2 \times \left(\frac{d_N}{d_M}\right)^2$$

$$\text{از روی نمودار } \lambda_M = \frac{5}{4} \lambda_N \text{ است.}$$

اکنون با توجه به رابطه تندی و بسامد موج داریم:

$$v = \lambda f \Rightarrow \frac{v_M}{v_N} = \frac{\lambda_M}{\lambda_N} \times \frac{f_M}{f_N} \rightarrow \frac{v_M}{v_N} = \frac{5}{4} \times \frac{f_M}{f_N}$$

$$v_M = 120 \frac{m}{s}, v_N = 300 \frac{m}{s}$$

$$\frac{f_M}{f_N} = \frac{4}{5} \quad (I)$$

$$\xrightarrow{(I)} \frac{I_M}{I_N} = 4^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{16}\right)^2 = \frac{64}{25}$$

$$A_M = 4A_N, d_N = 4m, d_M = 16m$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۸۰ و ۸۱)

## ۸۶- گزینه «۲»

(مسعود قره فانی)

طول موج ثابت می ماند، اما چون دو متحرک A و B به سمت چشمه صوت در حرکت اند، در واحد زمان با جبهه های صوت بیشتری مواجه شده و بسامد بیشتری دریافت می کنند. بنابراین داریم:

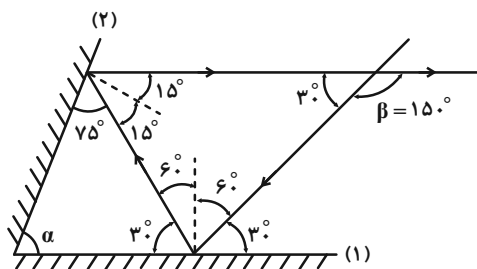
$$v_B > v_A \Rightarrow f_B > f_A > f_0$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۸۱ تا ۸۴)

## ۸۷- گزینه «۲»

(شارمان ویسی)

روش اول: چون پرتو بازتابش از آینه (۲) موازی آینه (۱) است و پرتو تابش به عنوان خط مورب برای دو خط موازی می باشد، مطابق شکل زیر، زاویه های هم اندازه (زاویه های تند و زاویه های باز) را مشخص می کنیم و به دنبال آن زاویه بین دو آینه را می یابیم:



$$\alpha + 75^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$



## ۸۹- گزینه «۴»

(معمومه شریعت ناصری)

می دانیم پهنای نوارهای تداخلی متناسب با طول موج است. بنابراین، ابتدا، تندی نور در محیط با ضریب شکست  $n_1 = 3$  را می یابیم و سپس با استفاده از رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  و با توجه به اینکه  $f$  ثابت می باشد، به صورت زیر، پهنای نوار در محیط دوم را حساب می کنیم:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{3} \rightarrow v_1 = \frac{3 \times 10^8}{3} = 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f=\text{ثابت}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{v_2 = 1/5 \times 10^8 \frac{m}{s}, v_1 = 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1/5 \times 10^8}{10^8} = 1/5 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{2}$$

از طرف دیگر،  $a \propto \lambda$  است، لذا داریم:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xrightarrow{a_1 = 1/2 \text{ mm}} \frac{a_2}{1/2} = \frac{3}{2} \Rightarrow a_2 = 1/3 \text{ mm}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۷، ۱۰۴ و ۱۰۵)

(مصطفی کیانی)

## ۹۰- گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$ ، تندی انتشار موج عرضی در تار را می یابیم:

$$f_5 - f_3 = 600 \Rightarrow \frac{5v}{2L} - \frac{3v}{2L} = 600 \xrightarrow{L=0.5 \text{ m}}$$

$$\frac{5v}{2 \times 0.5} - \frac{3v}{2 \times 0.5} = 600 \Rightarrow 5v - 3v = 600 \Rightarrow 2v = 600$$

$$\Rightarrow v = 300 \frac{m}{s}$$

اکنون به صورت زیر، جرم تار را پیدا می کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{F=1800 \text{ N}, v=300 \frac{m}{s}, L=0.5 \text{ m}} 300 = \sqrt{\frac{1800 \times 0.5}{m}}$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^4 = \frac{900}{m} \Rightarrow m = 10^{-2} \text{ kg} \xrightarrow{\times 1000} m = 10 \text{ g}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

روش دوم: در آینه های تخت متقاطع که زاویه بین دو آینه کوچک تر از  $90^\circ$  است و از هر آینه یک بازتاب رخ می دهد، زاویه بین پرتو بازتابش و پرتو تابش ( $\beta$ ) دو برابر زاویه بین دو آینه ( $\alpha$ ) است. یعنی  $\beta = 2\alpha$  است. در این سؤال، بدون محاسبه زاویه های تابش و بازتابش و تنها با دانستن این نکته که برای دو خط موازی و یک خط مورب، زاویه های تند با هم برابرند، به سادگی می توان زاویه بین دو آینه را به دست آورد.

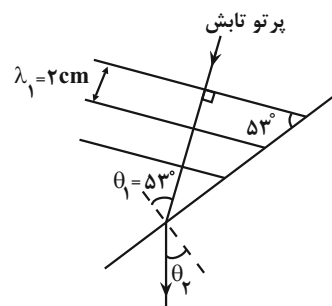
$$\beta = 2\alpha \Rightarrow 150^\circ = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۰ تا ۹۴)

## ۸۸- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

می دانیم که چون دو زاویه غیر روبه رو به هم با اضلاع عمود بر هم با هم برابرند، زاویه بین جبهه های موج تابشی و مرز جدایی دو محیط برابر زاویه تابش ( $\theta_1$ ) است. از طرف دیگر، چون تندی موج در محیط (۱)،  $60\%$  درصد بیشتر از تندی موج در محیط (۲) است،  $v_1 = v_2 + 0.6v_2 = \frac{1}{5}v_2$  می باشد. بنابراین طبق قانون شکست عمومی داریم:



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{v_1 = \frac{1}{5}v_2, \theta_1 = 53^\circ} \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow{\sin 53^\circ = 0.8} \frac{0.8}{\sin \theta_2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.8 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

با توجه به این که در عبور موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد موج ثابت می ماند، داریم:

$$v = \lambda f \xrightarrow{f=\text{ثابت}} \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \xrightarrow{\lambda_1 = 2 \text{ cm}}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{10}{5} = 2 \text{ cm}$$

دقت کنید، فاصله دو جبهه موج متوالی برابر یک طول موج ( $\lambda$ ) است. در این جا، طول موج در محیط (۱) برابر  $\lambda_1 = 2 \text{ cm}$  است.

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه ۹۶)



## شیمی ۳

## ۹۱- گزینه «۲»

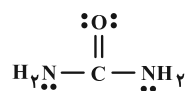
(امیرمسین مسلمی)

موارد (پ) و (ث) درست هستند.

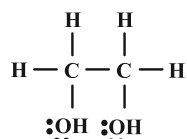
بررسی عبارت‌ها:

الف) زله نوعی کلویید است و ترکیبی پایدار می‌باشد.

ب) ساختار اوره به صورت:



و اتیلن گلیکول به صورت:



است و شامل ۹ پیوند کووالانسی است.

$$\frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{شمار جفت الکترون ناپیوندی}} = \frac{\lambda}{4} = 2$$

پ) حداکثر شمار اتم‌ها در پاک‌کننده صابونی زمانی است که زنجیره آلکیل سیر شده و کاتیون آن آمونیوم باشد.



ت) افزودن نمک فسفات باعث افزایش خاصیت پاک‌کنندگی می‌شود.

ث) فراوان‌ترین عنصر موجود در جهان هیدروژن است که از واکنش Al، NaOH و H<sub>2</sub>O تولید می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

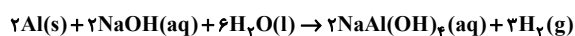
## ۹۲- گزینه «۳»

(مهمربها پوراوید)

این واکنش شدیداً گرماده است و گرمای حاصل می‌تواند موجب ذوب شدن برخی از مواد مسدود کننده مجاری شود. در این صورت رفع آن‌ها راحت‌تر صورت می‌گیرد.

گاز X مولکول دو اتمی هیدروژن (H<sub>2</sub>) است که حباب‌های حاصل از آن به باز شدن مسیر گرفتگی توسط چربی‌ها و آلاینده‌ها کمک می‌کند. این پاک‌کننده‌ها هم براساس برهم‌کنش بین ذره‌ای عمل می‌کنند و هم با انجام واکنش شیمیایی با آلاینده‌ها به رفع آن‌ها کمک می‌کنند.

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است که مجموع ضرایب مولی عناصر موجود در آن (یعنی Al و H<sub>2</sub>) برابر با ۵ خواهد بود:



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

## ۹۳- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

ابتدا pH این محلول در دمای ۲۵°C را محاسبه می‌کنیم:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]}{M} \Rightarrow [\text{H}^+] = \sqrt{K_a \cdot M}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = \sqrt{2 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-2}} = \sqrt{10^{-6}} = 10^{-3}$$

$$\text{pH}_{(25^\circ\text{C})} = -\log[\text{H}^+] = -\log(10^{-3}) = 3 \text{ mol.L}^{-1}$$

دمای اولیه محلول اسید برابر با ۲۵°C می‌باشد، اگر ۲۰٪ دمای آن را افزایش دهیم به دمای ۳۰°C خواهد رسید. به ازای ۵°C افزایش دما، K<sub>a</sub> این اسید به اندازه ۲۵×۱۰<sup>-۶</sup> mol.L<sup>-1</sup> = ۵×۵×۱۰<sup>-۶</sup> افزایش می‌یابد.

$$K_{a(30^\circ\text{C})} = K_{a(25^\circ\text{C})} + 2/5 \times 10^{-5}$$

$$= 2 \times 10^{-5} + 2/5 \times 10^{-5} = 45 \times 10^{-5}$$

پس pH این محلول را در دمای ۳۰°C محاسبه می‌کنیم:

$$[\text{H}^+] = \sqrt{K_a \cdot M} = \sqrt{45 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-2}}$$

$$= \sqrt{225 \times 10^{-8}} = 15 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH}_{(30^\circ\text{C})} = -\log[\text{H}^+] = -\log(15 \times 10^{-4}) = 4 - \log 15$$

$$= 4 - (\log 3 + \log 5) = 4 - (0/5 + 0/7) = 2/8$$

خواسته مسئله را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{pH}_{(30^\circ\text{C})}}{\text{pH}_{(25^\circ\text{C})}} = \frac{2/8}{3} \approx 0/93$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

## ۹۴- گزینه «۴»

(پیمان فواپوی‌میدر)

فقط مورد (ت) صحیح است.

بررسی سایر موارد:

آ) کربن مونوکسید در آب خاصیت اسیدی ایجاد نمی‌کند.

ب) آمونیاک بازی ضعیف است پس بر اثر حل شدن هر مول از آن در آب ۲ مول یون تولید نمی‌شود.





درصد خلوص

$$\frac{1}{2} \text{L NaOH} = 142 \text{ g} \times \frac{80}{100} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol اسید چرب}} \times \frac{3 \text{ L NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol اسید چرب}}{(14n + 46) \text{ g}} \\ \frac{12}{10} = 142 \times \frac{80}{100} \times \frac{3}{(14n + 46)} \Rightarrow 14n + 46 = 284 \Rightarrow n = 17$$

شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۹

شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۹

۹۷- گزینه «۴» (علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: شوینده غیرصابونی با یونهای  $\text{Ca}^{2+}$  و  $\text{Mg}^{2+}$  واکنش نمی‌دهد.

شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲

۹۸- گزینه «۳» (سعید تیزرو)

موارد دوم و پنجم نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: pH معده، خون، محتویات روده و دهان به ترتیب برابر ۱/۶ تا ۱/۸، ۷/۴، ۸/۵ و محدوده ۵/۲ تا ۷/۱ است که نشان‌دهنده درستی مورد اول است.

مورد دوم: یکسان بودن pH در دو محلول اسید تک پروتون‌دار به معنای یکسان بودن غلظت یون هیدرونیوم و در نتیجه غلظت آنیون‌ها در دو محلول

است.  $([\text{NO}_3^-] = [\text{NO}_2^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1})$

مورد سوم: با توجه به بالاتر بودن مقدار ثابت یونش اسید HY می‌توان نتیجه گرفت این اسید قوی‌تر بوده و غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر و غلظت یون هیدروکسید کمتر است.

مورد چهارم: با توجه به این که  $\text{pH} = 2$ ، مقدار  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  برای هر دو

محلول برابر  $10^{-2}$  مولار است. با توجه به این که استیک اسید

$(\text{CH}_3\text{COOH})$  نسبت به فورمیک اسید  $(\text{HCOOH})$ ، اسید

ضعیف‌تری محسوب می‌شود، در غلظت بیشتر از آن، مقدار  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  به

$10^{-2}$  مولار می‌رسد. بنابراین در واکنش با NaOH، مول نمک تولید شده

از محلول  $\text{CH}_3\text{COOH}$  بیشتر از  $\text{HCOOH}$  خواهد بود.

پ) هر چند که عبارت یونش عمدتاً فقط برای ترکیبات مولکولی استفاده می‌شود، اما حتی اگر برای ترکیبات یونی مثل NaOH هم استفاده شود، چون NaOH هم مثل  $\text{HNO}_3$  در آب کاملاً به یون‌ها تفکیک می‌شود، این عبارت غلط است.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۹)

۹۵- گزینه «۱» (امیرمهر کنگرانی)

بررسی موارد:

الف) درست؛  $\text{HSO}_4^-$  نسبت به HF اسید قوی‌تری است، بیشتر یونش می‌یابد و  $\alpha$  بزرگ‌تری دارد.

ب) درست؛ HF یک اسید ضعیف و  $K_a$  کوچک دارد و  $\text{HSO}_4^-$  یک اسید قوی است و  $K_a$  بزرگ‌تری دارد. بیشتر یونش می‌یابد و غلظت یون‌های تولید شده بیشتر است پس رسانایی بیشتری دارد.

پ) نادرست؛ محلول HF نمونه‌ای از اسیدهای ضعیف است و نمونه‌ای از سامانه تعادلی هستند که در آن سرعت واکنش رفت و برگشت با هم برابر هستند.

ت) نادرست؛ در صورت رقیق کردن یک محلول اسید، غلظت  $\text{OH}^-$  در آن زیاد می‌شود.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۰)

۹۶- گزینه «۲» (امیر هاتمیان)

از اطلاعات مسئله استفاده می‌کنیم:  $\log_{10} 3 = 0.5 \Rightarrow 10^{0.5} = 3$

$$[\text{H}^+] = 10^{-13/5} = 10^{-14} \times 10^{0.5} = 3 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{3 \times 10^{-14}} = \frac{1}{3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی NaOH} = \frac{1}{3} \text{ mol.L}^{-1}$$

اسید چرب که زنجیر آلکیل آن سیر شده می‌باشد.

$$\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COOH} \\ \text{جرم مولی} = (14n + 46) \text{ g.mol}^{-1}$$

سپس با استفاده از استوکیومتری واکنش تعداد n را به دست می‌آوریم.



$$M_1 \times 40 = (6 \times 10^{-3}) \times 200 \Rightarrow M_1 = 0.03 \text{ mol.L}^{-1}$$

از آنجا که  $\text{HNO}_3$  یک اسید قوی تک پروتون دار است، برای محاسبه pH آن می توان گفت:

$$[\text{H}^+] = [\text{HNO}_3]_{\text{اولیه}} = 3 \times 10^{-2}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 3 \times 10^{-2}$$

$$= -\log 3 + (-\log 10^{-2}) = -0.5 + 2 = 1.5$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۳۳ تا ۳۶)

(کتاب آبی)

۱۰۱- گزینه «۲»

$$\text{غلظت ppm} = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow 190 = \frac{\text{ymgF}^-}{1\text{L}}$$

$$\Rightarrow y = 190 \text{ mgF}^-$$

$$? \text{ mol F}^- = 190 \times 10^{-3} \text{ gF}^- \times \frac{1 \text{ mol F}^-}{19 \text{ gF}^-} = 0.01 \text{ mol F}^-$$

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول های حل شده}}$$

$$\Rightarrow 0.024 = \frac{0.01 \text{ mol}}{z \text{ mol}} \Rightarrow z = \frac{5}{12} \text{ mol HF}$$

$$? \text{ g HF} = \frac{5}{12} \text{ mol HF} \times \frac{20 \text{ g HF}}{1 \text{ mol HF}} \approx 8.3 \text{ g HF}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

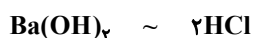
(علیرضا کیانی دوست)

۱۰۲- گزینه «۲»

$$\text{pH} = 0.7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-0.7} = 10^{-1} \times 10^{0.3} = 0.2 \text{ mol.L}$$

$$\text{mol آغازی HCl} = 200 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 40 \text{ mol}$$

$$\frac{17/1 \text{ g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ mol}}{171 \text{ g}} = 0.1 \text{ mol.L}$$



$$0.1x$$

$$40$$

$$-0.1x$$

$$-0.2x$$

$$0$$

$$40 - 0.2x$$

مورد پنجم: با افزودن آب به یک محلول بازی، محلول رقیق تر شده و

$[\text{OH}^-]$  و pH محلول کاهش می یابد. با کاهش  $[\text{OH}^-]$ ،  $[\text{H}_3\text{O}^+]$

افزایش می یابد تا حاصل ضرب آن ها ثابت بماند. بنابراین اختلاف  $[\text{OH}^-]$

و  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  کاهش می یابد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۳ تا ۲۶)

(امین نوروزی)

۹۹- گزینه «۲»

فقط مورد (آ) درست است.

(آ) محلول HBr اسید قوی بوده و غلظت اولیه HBr با غلظت نهایی

$\text{H}^+$  و  $\text{Br}^-$  برابر است.



$$M_1: \quad 0.5 \quad 0 \quad 0$$

$$\Delta M: \quad -0.5 \quad 0.5 \quad 0.5$$

$$M_2: \quad 0 \quad 0.5 \quad 0.5$$

(ب) محلول HCN اسید ضعیف بوده و غلظت نهایی  $[\text{H}^+]$  و  $[\text{CN}^-]$

کمتر از  $0.3 \text{ M}$  است.

(پ) محلول HI اسید قوی بوده و به هیچ وجه  $[\text{HI}] = [\text{H}^+] = [\text{I}^-]$

نیست زیرا تمام مولکول های HI به  $\text{H}^+$  و  $\text{I}^-$  تفکیک می شوند.

(ت) محلول HF اسید ضعیف بوده که اگر درجه یونش آن از  $0.5$

بزرگ تر باشد  $[\text{H}^+] = [\text{F}^-] > [\text{HF}]$  برقرار خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۱ تا ۲۳)

(محمدرضا پورجاوید)

۱۰۰- گزینه «۱»

در ابتدا لازم است غلظت اسید رقیق شده مصرفی در واکنش را محاسبه کنیم:

$$22/2 \text{ mg Ca(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ g Ca(OH)}_2}{1000 \text{ mg Ca(OH)}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Ca(OH)}_2}{74 \text{ g Ca(OH)}_2} \times \frac{2 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ mol Ca(OH)}_2} = 6 \times 10^{-4} \text{ mol HNO}_3$$

به این ترتیب غلظت اولیه اسید اولیه برابر خواهد بود با (حجم محلول رقیق

شده  $200$  میلی لیتر است):

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$



قیراندود کردن، کاهش میزان رطوبت محیط، پوشاندن سطح فلز با کروم و گریس (به دلیل ناقطبی و نامحلول بودن در آب) می‌تواند از خوردگی فلز آهن جلوگیری کرد. اما اکسیژن در محیط اسیدی سریع‌تر کاهش یافته و این موضوع خوردگی آهن را تشدید می‌کند. همچنین فلز قلع به دلیل کاهندگی کمتر نسبت به آن، تنها در صورت قرار گرفتن به عنوان روکش آهن و پوشاندن سطح آن می‌تواند باعث حفاظت فیزیکی شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۰۵- گزینه «۳» (ممنوع عظیمیان زواره)

موارد (آ)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی سایر موارد موارد:

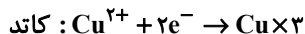
(ب) نادرست؛ سلول سوختی منبع انرژی سبز به شمار می‌رود.

(ث) نادرست؛ عناصر واسطه همگی فلزند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۰۶- گزینه «۴» (هاری مهری زاده)

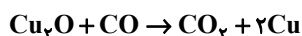
با توجه به داده‌های سؤال داریم:



$$? \text{ g Cu} = \frac{1}{1806} \times 10^{22} \text{ e}^- \times \frac{1 \text{ mol e}^-}{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol Cu}}{6 \text{ mol e}^-} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 0.96 \text{ g Cu}$$

با توجه به واکنش زیر داریم:



$$? \text{ g CO} = 0.96 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{2 \text{ mol Cu}}$$

$$\times \frac{28 \text{ g CO}}{1 \text{ mol CO}} = 0.21 \text{ g CO}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

$$\frac{(40 - 0.2x) \text{ mol}}{(200 + x)} = 0.05 \Rightarrow 40 - 0.2x = 10 + 0.05x$$

$$\Rightarrow 0.25x = 30 \Rightarrow x = 120 \text{ L}$$

$$\text{pH}(\text{HCl}) = 10^{-1/3} = 10^{-2} \times 10^{0.7} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ min} = 120 \text{ L} \times \frac{1 \text{ s}}{0.25 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 8 \text{ min}$$

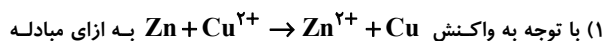
$$120 \text{ L} + 200 \text{ L} = 320 \text{ L}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۱۰۳- گزینه «۴» (امین نوروزی)

این واکنش انجام نمی‌شود و عکس آن انجام‌پذیر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۶۴ g ، ۲e<sup>-</sup> مس تولید می‌شود.

$$\text{g Cu} = 0.4 \text{ mole}^- \times \frac{64 \text{ g Cu}}{2 \text{ mol e}^-} = 12.8 \text{ g Cu}$$

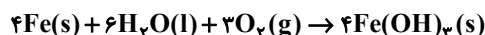
(۲) چون فلز Au با Cu<sup>2+</sup> واکنش نمی‌دهد.

(۳) درست

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۰۴- گزینه «۴» (سعید تیزرو)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



برای انجام واکنش بالا ۱۲ مول الکترون مبادله می‌شود و تعداد الکترون‌های

مبادله شده به ازای تشکیل ۴/۲۸ کیلوگرم فراورده را می‌توان به صورت زیر

محاسبه کرد:

$$4280 \text{ g Fe(OH)}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe(OH)}_3}{107 \text{ g Fe(OH)}_3}$$

$$\times \frac{6 \text{ mole}^-}{2 \text{ mol Fe(OH)}_3} = 120 \text{ mol e}^-$$



## ۱۰۷- گزینه «۱»

(پیمان قوامی مدیر)

طبق واکنش  $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$  به ازای مصرف یک مول  $O_2$ ، ۴ مول الکترون از مدار عبور می‌کند و هر مول الکترون باعث قرار گرفتن یک مول نقره بر روی جسم می‌شود.

$$13/44 L O_2 \times \frac{1 mol O_2}{22/4 L O_2} \times \frac{4 mol e^-}{1 mol O_2}$$

$$\times \frac{1 mol Ag}{1 mol e^-} \times \frac{108 g Ag}{1 mol Ag} = 259/2 g Ag$$

پس جرم نهایی جسم برابر است با:  $217 + 259/2 = 476/2 g$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۱، ۵۲، ۶۰ و ۶۱)

## ۱۰۸- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد نادرست:

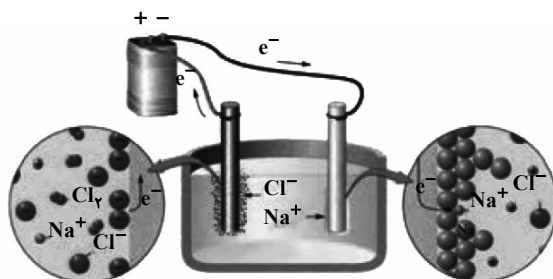
مورد چهارم: در فرایند هال برخلاف سلول برقکافت منیزیم کلرید مذاب، چگالی فلز مذاب تولید شده بیشتر از الکترولیت است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

## ۱۰۹- گزینه «۲»

(هاری مهری زاده)

با توجه به شکل A، B و C به ترتیب  $Na^+$ ،  $Cl^-$  و قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهند.



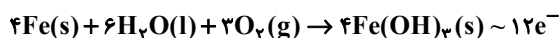
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۵۵)

## ۱۱۰- گزینه «۲»

(امیرحسین مسلمی)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ واکنش‌های خوردگی آهن و فرایند هال به صورت زیر است:

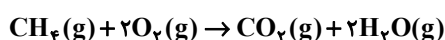


با شمار یکسانی مبادله الکترون، محلول آهن (III) هیدروکسید در واکنش خوردگی آهن یا کربن دی‌اکسید در فرایند هال تولید می‌شود.

ب) نادرست؛ فراورده گازی واکنش برقکافت منیزیم کلرید مذاب، گاز کلر است که به دلیل واکنش‌پذیری کمتر آن از گاز فلوئور، واکنش آن با سدیم فلوئورید جهت تشکیل  $F_2$ ، پیش نمی‌رود.

پ) نادرست؛ لیتیم در فلزات قلیایی کمترین شمار الکترون‌های با  $l=0$  (زیرلایه s) را دارد، اما بیشترین قدرت کاهندگی و کمترین  $E^\circ$  را دارد.

ت) درست؛ واکنش کلی سلول سوختی «متان-اکسیژن» به صورت زیر است:



STP، حالت فیزیکی آب، مایع خواهد بود و فراورده به جرم مولی بیشتر  $(CO_2)$  به شکل مایع در نمی‌آید.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۶۴)

## شیمی ۳- اختیاری

## ۱۱۱- گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)

فقط مورد (ت) درست است.

بررسی موارد:

مورد آ) شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهم‌نام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور ترکیب یونی، عدد کوئوردیناسیون نام دارد.

مورد ب) مقایسه آنتالپی فروپاشی این سه ترکیب به صورت  $NaF > NaCl > KBr$  است.

مورد پ) آلیاژ هوشمند از عناصر Ni و Ti (نیکل و تیتانیوم) ساخته می‌شود.



$$\text{تعداد الکترون مبادله شده} = 0.12 \text{ mol Zn} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mole}^-}$$

$$= 1.4 \times 10^{23} \text{ e}^-$$

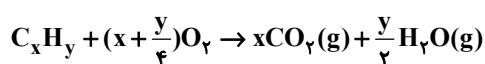
(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه ۸۴)

۱۱۴- گزینه «۳» (حسن عیسی زاده)

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (آ) گاز اکسیژن لازم برای سوختن هیدروکربن برابر است با:



$$? \text{gO}_2 = 0.12 \text{ mol C}_x\text{H}_y \times \frac{(x + \frac{y}{4}) \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_x\text{H}_y} \times \frac{32 \text{ gO}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$= (6/4x + 1/6y) \text{gO}_2$$

عبارت (ب) واکنش  $\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g})$  در دمای اتاق انجام

نمی‌شود و در اثر رعد و برق یا در دمای موتور خودرو انجام می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۱۱۵- گزینه «۲» (امیر ماتیان)

فرض می‌کنیم جرم خاک رس بعد از حرارت دادن

(دیگر ۵۰gSiO<sub>۲</sub> + ۸gH<sub>۲</sub>O + ۴۲g) ۱۰۰g می‌باشد و مقدار آب خارج

شده از خاک رس در نمونه اولیه را x در نظر می‌گیریم.

$$100 = \frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم خاک رس اولیه}} \times 100$$

$$20 = \frac{(8+x)\text{gH}_2\text{O}}{(50+42+8+x)\text{g خاک رس اولیه}} \times 100 \Rightarrow \frac{8+x}{100+x} = \frac{2}{10}$$

$$80+10x=200+2x \Rightarrow x=15\text{g}$$

درصد جرمی SiO<sub>۲</sub> در نمونه اولیه:

$$?\text{SiO}_2 = \frac{50 \text{ gSiO}_2}{(100+15) \text{g خاک}} \times 100\% = \frac{50}{115} \times 100\% \approx 43.5\%$$

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

مورد ت) فلزهای دسته d از فلزهای دسته s و p سخت‌ترند و نقطه ذوب بالاتری دارند و عده‌های اکسایش آنها متنوع است.

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛

صفحه‌های ۷۸، ۸۰، ۸۱، ۸۵ و ۸۶)

۱۱۲- گزینه «۴» (رضا سلیمانی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اعداد اکسایش متنوع از جمله ویژگی‌های شیمیایی فلزها است، در حالی که دریای الکترونی برخی از خواص فیزیکی فلزها را توجیه می‌کند.

گزینه «۲»: الکترون‌های ظرفیت هر فلز در به وجود آمدن دریای الکترونی شرکت دارند.

گزینه «۳»: در شبکه بلور فلزها، مجموع بار کاتیون‌ها و الکترون‌های دریای الکترونی برابر است، (نه تعداد آن‌ها!).

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه ۸۲)

۱۱۳- گزینه «۳» (علیرضا رضایی سراب)

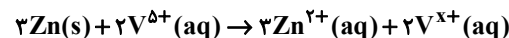
ابتدا شمار مول Zn را تعیین می‌کنیم:

$$? \text{ mol Zn} = 7/8 \text{ g Zn} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \text{ g Zn}} = 0.12 \text{ mol Zn}$$

$$0.12 \text{ L} \times \frac{0.4 \text{ mol V}^{5+}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{b \text{ mol Zn}}{a \text{ mol V}^{5+}}$$

$$= 0.12 \text{ mol Zn} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

Zn و V<sup>۵+</sup> با نسبت ۳ به ۲ واکنش داده‌اند.



طبق موازنه بار الکتریکی داریم  $2 \times (+5) = 3 \times (+2) + 2 \times (x)$

$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

یون وانادیم (II) فرآورده خواهد بود که رنگ بنفش دارد.



## ۱۱۶- گزینه «۲»

(ممبر رضا زهرهوند)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در یک دوره از جدول تناوبی، هرچه بار منفی یون پایدار یک عنصر بیشتر باشد، شعاع آن بیشتر و هرچه بار مثبت یون پایدار یک عنصر بیشتر باشد، شعاع آن کوچکتر است. برای مثال در دوره دوم و سوم جدول تناوبی مقایسه شعاع یون‌های هم‌الکترون به صورت « $N^{3-} > O^{2-} > F^- > Na^+ > Mg^{2+} > Al^{3+}$ » می‌باشد.

گزینه «۲»: شعاع  $O^{2-}$  (دارای ۲ لایه الکترون) از شعاع  $Ca^{2+}$  (دارای ۳ لایه الکترونی) بزرگتر است؛ بنابراین یونی که تعداد لایه‌های الکترونی بیشتری دارد، همواره شعاع بزرگتری ندارد.

گزینه «۳»: هرچه اندازه بار الکتريکی یک یون بیشتر و شعاع آن کوچکتر باشد، چگالی بار آن بیشتر است. مقایسه چگالی بار آنیون‌ها در دوره دوم جدول تناوبی به صورت « $N^{3-} > O^{2-} > F^-$ » است.

گزینه «۴»: در یک ترکیب یونی هرچه چگالی بار آنیون‌ها و کاتیون‌ها بیشتر باشد، پیوند یونی قوی‌تر است و چگالی بار یون‌ها متأثر از بار و شعاع آن‌ها می‌باشد.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

## ۱۱۷- گزینه «۳»

(جهان شاهی بیکباغی)

با توجه به جدول زیر گزینه «۳» پاسخ تست است.

عنوان فناوری	دست‌آورد
فناوری تصفیه آب	مانع گسترش بیماری
فناوری تولید پلاستیک	توسعه و تحول پوشاک و دارو
فناوری شیمیایی و تولید کود	تأمین غذای جمعیت
مبدل کاتالیستی	کاهش آلودگی

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

## ۱۱۸- گزینه «۴»

(امیرحسین بختیاری)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: انرژی فعال‌سازی واکنش (۱)  $(569 - 181 = 388 \text{ kJ})$  بیش‌تر از واکنش (۲)  $(344 \text{ kJ} = 556 - 90)$  است، پس واکنش (۲) سریع‌تر انجام می‌شود.

$$? \text{ kJ} = 40 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{181 \text{ kJ}}{1 \text{ mol O}_2} = 226 / 25 \text{ kJ}$$

گزینه «۲»:

گزینه «۳»: با توجه به نمودارهای داده شده درست است.

$$? \text{ kJ} = 8 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{556 \text{ kJ}}{1 \text{ mol O}_2} = 139 \text{ kJ}$$

گزینه «۴»:

به ازای مصرف ۸ گرم گاز اکسیژن در واکنش (۲)،  $139 \text{ kJ}$  انرژی آزاد می‌شود.

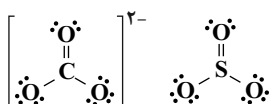
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

## ۱۱۹- گزینه «۳»

(عین‌الله ابوالفتی)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست؛ فضای میان دو هسته در مولکول‌های دو اتمی جور هسته (مانند  $\text{Cl}_2$ ) بیش‌ترین احتمال حضور الکترون و همچنین بیش‌ترین تراکم بارالکتريکی را دارد.  
(ب) درست؛ شکل هندسی این دو گونه شبیه هم بوده و دارای ۴ پیوند اشتراکی هستند.

(پ) نادرست؛ فرمول مولکولی کلروفرم به صورت  $\text{CHCl}_3$  است.

(ت) نادرست؛ در گروه ۱۷ از بالا به پایین با افزایش شعاع اتمی خصلت نافلزی کاهش می‌یابد و اتم با شعاع بزرگ‌تر حتماً خصلت نافلزی کم‌تری دارد؛ بنابراین همواره در نقشه پتانسیل آن‌ها اتم با شعاع بزرگ‌تر آبی رنگ است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

## ۱۲۰- گزینه «۳»

(علی کریمی)

گزینه «۱»: هر چه اندازه ذره‌های کاتالیزگر ریزتر باشد سطح تماس بیش‌تر می‌شود.  
گزینه «۲»: به این دلیل از ۳ نوع کاتالیزگر استفاده می‌شود که ۳ نوع واکنش مختلف داریم.

گزینه «۴»: نماد پالادیم Pd می‌باشد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)



# دفترچه پاسخ

(رشته ریاضی و فیزیک)

۱۶ فروردین ماه ۱۴۰۳

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



## کتاب مهارت‌های معلمی

## ۱۲۱- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

ذکر «بسم الله» در آغاز کار و تدریس، بیانگر حقایقی خواهد بود؛ از جمله آن که:

- «بسم الله»، رمز خروج از تکبر و اظهار عجز به درگاه الهی است.
- «بسم الله»، گام اول در مسیر عبودیت و بندگی است.
- «بسم الله»، عامل قداست یافتن کارها و بیمه شدن آن‌هاست.
- «بسم الله»، ذکر خداست؛ یعنی خدایا من تو را فراموش نکرده‌ام.

(وظایف معلم، صفحه‌های ۷۶ و ۷۷)

## ۱۲۲- گزینه «۲»

(مرتضی ممسنی کبیر)

قرآن کریم، بارها به مسلمانان درخصوص تحذیر از دشمنان هشدار داده است. در آیه‌ای از قرآن کریم در تبیین ماهیت خطرناک دشمنان آمده است: «يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لَا تَتَّخِذُوا بَطَانَةَ مَنْ دُونَكُمْ لَا يَالُونَكُمْ خِبالاً وَدُوَاْ غَنَمٌ قَدْ بَدَتِ الْبَغْضَاءُ مِنْ أَفْوَهِمْ وَمَا تُخْفِي صُدُورُهُمْ أَكْبَرُ قَدْ بَيَّنَّا لَكُمُ الْآيَاتِ إِنْ كُنْتُمْ تَعْقِلُونَ: ای کسانی که ایمان آورده‌اید! از غیر خودتان هم‌راز نگیرید. آنان در تباهی شما کوتاهی نمی‌کنند، آن‌ها رنج بردن شما را دوست دارند. همانا کینه و دشمنی از [گفتار و] دهانشان پیدااست و آنچه دلشان دربردارد، بزرگ‌تر است. به تحقیق ما آیات [روشنگر و افشاگر] توطئه‌های دشمن را برای شما بیان کردیم، اگر تعقل کنید.»

(وظایف معلم، صفحه ۱۰۸)

## ۱۲۳- گزینه «۴»

(مرتضی ممسنی کبیر)

کسانی که قالب‌پذیرند به اصطلاح، نان را به نرخ روز می‌خورند. در مقابل این افراد، افرادی هستند قالب‌ساز و خط شکن که هیچ نظام اقتصادی، سیاسی، اجتماعی و خانوادگی، مانع تصمیم بر حق آنان نمی‌شود و به قول قرآن: «لَا يَخَافُونَ فِي اللَّهِ لَوْمَةً لَّائِمَةً»؛ بنابراین معلم باید در انتخاب موضع و مخاطب قالب‌ساز باشد، نه قالب‌پذیر.

(وظایف معلم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

## ۱۲۴- گزینه «۱»

(مرتضی ممسنی کبیر)

قرآن کریم از قول شعیب (ع) می‌فرماید: «و ما توفیقی آلا بالله: و جز به لطف خداوند، توفیقی برای من نیست». دعوت معلم باید عملی باشد؛ چنان که رسولان الهی نیز چنین می‌کردند: «قال يا قوم ... و ما أريد أن أخالفكم إلى ما أنها كم عنه ...: [شعیب] گفت: ای قوم من! ... و من نمی‌خواهم با آن چه شما را از آن نهی می‌کنم، مخالفت کنم [و آن را مرتکب شوم].»

(ترکیبی، صفحه‌های ۳۹ و ۷۷)

## ۱۲۵- گزینه «۲»

(مرتضی ممسنی کبیر)

اخلاص، دانشگاهی است که چهل‌روزه فارغ التحصیل بیرون می‌دهد. در روایات می‌خوانیم: «هرکس چهل روز کارهای خود را خالص قرار دهد، خداوند چشمه‌های حکمت را از قلبش بر زبانش جاری می‌کند.» امام باقر (ع) فرمودند: «کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد، سخت‌ترین حسرت را در قیامت خواهد داشت.»

(صفحات معلم، صفحه‌های ۳۷ و ۵۲)

## ۱۲۶- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

خداوند، این دو نام از نام‌های خویش (رئوف و رحیم) را بر هیچ یک از پیامبران جز پیامبر اسلام (ص) اطلاق نکرده است. هم‌چنین آن حضرت را با جمله «عزیز علیه ما عنتم» غم‌خوار امت معرفی کرده است؛ به گونه‌ای که هرچه مردم را برنجاند، پیامبر را می‌رنجاند و این، بیانگر اوج محبت آن حضرت است که سبب جذب مردم می‌شد.

(صفات معلم، صفحه ۵۰)

## ۱۲۷- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

نشانه بی‌تکلفی، سلام کردن به همه افراد، رفت و آمد با طبقه محروم، کمک کردن به همسر، توقع نداشتن از مردم، اقرار کردن به جهل (در جایی که ندانیم)، اقرار به برتری دیگران و امثال آن است.

(صفات معلم، صفحه ۳۵)

## ۱۲۸- گزینه «۲»

(مرتضی ممسنی کبیر)

حیات انسان، در ایمان و عمل صالح است و خداوند متعال و انبیا (ع) هم مردم را به همان دعوت کرده‌اند: «دعائکم لِمَا يُحِبُّبُکُمْ». اطاعت از فرامین آنان، رمز رسیدن به زندگی پاک و طیب است؛ چنان‌که در جای دیگری از قرآن می‌خوانیم: «من عمل صالحاً من ذکر او انشی و هو مؤمن فَلَنُحْيِيَنَّهٗ حَیَاةً طَيِّبَةً: هرکس کار شایسته‌ای کند، چه مرد یا زن، درحالی‌که مؤمن باشد، به زندگی پاک و پسندیده زنده‌اش می‌داریم.»

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

## ۱۲۹- گزینه «۱»

(مرتضی ممسنی کبیر)

امام سجاد (ع) در دعای مکارم الاخلاق از خداوند می‌خواهد: «الهی انطقنی بالهدی و الهمنی التقوی: خدایا زبانه را به هدایت باز کن و تقوا را به من الهام کن.» انسانی که به این مقام برسد، خدایی می‌شود و همین که خدایی شد، می‌تواند همه امکانات و ابزارها را در مسیر رضای خدا به‌کارگیرد و انسان‌های خدایی تربیت کند.

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه ۲۰)

## ۱۳۰- گزینه «۴»

(مرتضی ممسنی کبیر)

در قرآن برای توصیف انبیا (ع) عبارات متعددی به کاررفته؛ ولی آن چه بیش از همه استفاده شده، تعبیر «یعلمهم الکتاب و الحکمة و یزکیهم» است که نشان می‌دهد کار پیامبران، تعلیم کتاب و حکمت و تزکیه بوده است.

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)





## دین و زندگی ۲

## ۱۳۱- گزینه «۱»

(یاسین ساعری)

عزت به معنای «تفوذناپذیری» و «تسلیم نبودن» است. آیه «و الذین کسبوا السیئات جزاء سیئة بمثلها و ترهقهم ذلّة: آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازه عمل خود می‌بینند و بر چهره آنان غبار ذلت می‌نشیند»، مربوط به بدکاران است.

(عزت نفس، صفحه ۱۳۹)

## ۱۳۲- گزینه «۲»

(عباس سیر شبستری)

امام علی (ع) می‌فرماید: «حبّ الشیء یمعی و یصم: علاقه شدید به چیزی انسان را کور و کر می‌کند.» از این رو پیشوایان دین، از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم تا به انتخابی درست برسیم.

(پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۵۳ و ۱۵۴)

## ۱۳۳- گزینه «۱»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

حدیث قدسی: «ای فرزند آدم، این مخلوقات را برای تو آفریدم و تو را برای خودم.» بیانگر شناخت ارزش خود و فروختن خویش به بهای اندک است. خدا خالق تمام هستی است و سرچشمه و منبع همه قدرت‌ها و عزت‌هاست. او وجود شکست‌ناپذیری است که هیچ‌گاه کسی توانایی ایستادن در برابر قدرت او را ندارد. بنابراین، هرکس به دنبال عزت است، باید خود را به این سرچشمه وصل کند: «من کان یرید العزة فله العزة جمیعاً: هرکس عزت می‌خواهد [بداند] که هر چه عزت است، از آن خداست.»

(عزت نفس، صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

## ۱۳۴- گزینه «۴»

(فرزین سماقی)

پیشوایان ما همواره دختران و پسران را به ازدواج تشویق و ترغیب کرده و از پدران و مادران خواسته‌اند که با کنار گذاشتن رسوم غلط شرایط لازم را برای آنان فراهم کنند و به‌خاطر پندارهای باطل هم‌چون فراهم شدن همه امکانات زندگی، فرزندان خود را به گناه نکشاند و جامعه را گرفتار آسیب نسازند.

(پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۵۵ و ۱۵۶)

## ۱۳۵- گزینه «۱»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

تسلیم و بندگی خداوند، عزت نفس را به دنبال دارد و انسان عزیز در برابر مردم، متواضع و فروتن است.

(عزت نفس، صفحه ۱۴۳)

## ۱۳۶- گزینه «۲»

(عباس سیر شبستری)

اهداف ازدواج: ۱- پاسخ به نیاز جنسی: ابتدایی‌ترین زمینه ازدواج، نیاز جنسی مرد و زن به یکدیگر است. ۲- انس با همسر. ۳- رشد و پرورش فرزندان: فرزند، ثمره پیوند زن و مرد و تحکیم بخش وحدت روحی آن‌هاست. ۴- رشد اخلاقی و معنوی: پسر و دختر جوان با تشکیل خانواده، از همان ابتدا زمینه‌های فساد را از خود دور می‌کنند، مسئولیت‌پذیری را تجربه می‌نمایند، ....

(پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

## ۱۳۷- گزینه «۲»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

در کلام علوی (ع) می‌خوانیم: «بندۀ کسی مثل خودت نباش (معلول)، زیرا خداوند تو را آزاد آفریده است. (علت)» در کلام امیرالمؤمنین (ع) می‌خوانیم: «انه لیس لانفسکم ثمن آلا الجنة فلا تبیعوها إلا بها: همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست، پس [خود را] به کم‌تر از آن نفروشید.»

(عزت نفس، صفحه‌های ۱۴۰ و ۱۴۱)

## ۱۳۸- گزینه «۱»

(عباس سیر شبستری)

مهم‌ترین برنامه‌های تشکیل خانواده در اسلام عبارت‌اند از:

- ۱- تقویت عفاف و پاکدامنی در خود از آغاز بلوغ
- ۲- مشخص کردن هدف‌های خود از تشکیل خانواده
- ۳- شناخت معیارها و شاخص‌های همسر مناسب
- ۴- شناخت ویژگی‌های روحی زن و مرد

(پیوند مقرر، صفحه ۱۵)

## ۱۳۹- گزینه «۴»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

انسانی که در دوره نوجوانی و جوانی به سر می‌برد، هنوز به گناه عادت نکرده و خواسته‌های نامشروع در وجود او ریشه‌دار نشده است و به تعبیر پیامبر اکرم (ص)، چنین کسی به آسمان نزدیک‌تر است. یعنی گرایش به خوبی‌ها در او قوی‌تر است.

(عزت نفس، صفحه ۱۴۲)

## ۱۴۰- گزینه «۳»

(عباس سیر شبستری)

در آیه شریفه «و من آیاته ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً لتسکنوا الیها و جعل بینکم مودةً و رحمةً: و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از [نوع] خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما «دوستی» و «رحمت» قرار داد ...». نشانه‌های خداوند در ازدواج را می‌توان یافت و پیامبر (ص) می‌فرماید: «برای دختران و پسران خود امکان ازدواج فراهم کنید تا خداوند اخلاقتان را نیکو کند و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و عفاف و غیر آن‌ها را زیاد گرداند.»

(پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۴۹ و ۱۵۰)



## دین و زندگی ۱

## ۱۴۱- گزینه ۳»

(معمد رضایی بقا)

امام علی (ع) درباره مراقبت می فرماید: «گذشت ایام، آفاتی در پی دارد و موجب از هم گسیختگی تصمیم ها و کارها می شود.»

(آهنگ سفر، صفحه ۱۰۱)

## ۱۴۲- گزینه ۴»

(عباس سید شبستری)

پوشش مناسب از نشانه های «عفاف» است، به گونه ای که از نوع پوشش هر کس می توان میزان توجه به این ارزش را یافت. از قرآن کریم به دست می آوریم که پوشش کامل سبب می شود که زن به عفاف و پاکی شناخته شود «... ذلک أدنی أن يعرفن فلا يؤذین...» این برای آنکه به [عفاف] شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است...»

(زیبایی پوشیدگی، صفحه های ۱۴۷ و ۱۴۸)

## ۱۴۳- گزینه ۲»

(مرتضی ممسنی کبیر)

باید دقت کنیم در انتهای آیه نماز و بعد از بیان حکم نماز (اقم الصلاة) و حکمت نماز (ان الصلاة تنهی عن الفحشاء والمنکر و لذكر الله اکبر) عبارت «و الله يعلم ما تصنعون» آمده که مؤید صفت «علم الهی» است. اگر عبارت «اهدنا الصراط المستقیم» را صادقانه از خداوند بخواهیم، به راه های انحرافی دل نخواهیم بست.

(باری از نماز و روزه، صفحه های ۱۲۴ و ۱۲۵)

## ۱۴۴- گزینه ۱»

(معمد رضایی بقا)

خداوند در آیه «قل إن كنتم تحبون الله فاتبعوني يحببكم الله و يغفر لكم ذنوبكم و الله غفور رحيم» عمل به دستوراتش را که توسط پیامبر ارسال شده است، شرط اصلی دوستی با خود اعلام می کند.

(دوستی با خدا، صفحه های ۱۱۳ و ۱۱۴)

## ۱۴۵- گزینه ۴»

(مرتضی ممسنی کبیر)

موارد «الف و د» صحیح است ولی در مورد «ب» جمله «برای احتیاط، قضای آن را به جای آورد.» نادرست است و در مورد «ج»، کفاره اختیاری است نه کفاره جمع؛ یعنی یکی از کفاره های شصت روز روزه، یا اطعام شصت فقیر باید انجام شود.

(باری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۰)

## ۱۴۶- گزینه ۱»

(معمد رضایی بقا)

در آیه شریفه «و اصبر علی ما اصابک ان ذلک من عزم الامور»، به صبر و شکیبایی از آثار عزم قوی اشاره شده است. آنان که عزم قوی دارند، سرنوشت را به دست حوادث نمی سپارند و با قدرت به سوی هدف قدم برمی دارند. استواری بر هدف، شکیبایی و تحمل سختی ها برای رسیدن به آن هدف، از آثار عزم قوی است.

(آهنگ سفر، صفحه ۹۹)

## ۱۴۷- گزینه ۳»

(عباس سید شبستری)

قرآن کریم می فرماید: «... ذلک أدنی ان يعرفن فلا يؤذین و کان الله غفوراً رحیماً». پوشش و حجاب زنان در ایران باستان چنان برجسته بود که حتی برخی از مورخان غربی بر این باورند که می توان ایران باستان را منشأ اصلی گسترش حجاب در جهان دانست.

(زیبایی پوشیدگی، صفحه های ۱۳۸ و ۱۵۰)

## ۱۴۸- گزینه ۴»

(غردین سماقی)

امام صادق (ع) می فرماید: «لباس نازک و بدن نما نپوشید؛ زیرا چنین لباسی نشانه سستی و ضعف دینداری فرد است.»

(فضیلت آراستگی، صفحه ۱۴۰)

## ۱۴۹- گزینه ۲»

(معمد رضایی بقا)

امام صادق (ع) می فرماید: «ما احب الله من عساه: کسی که از فرمان خدا سرپیچی می کند، او را دوست ندارد.» این حدیث رابطه میان نافرمانی خداوند را با دوستی و محبت او بیان می کند. تحولاتی که عشق و محبت الهی در انسان ایجاد می کند به این دلیل است که قلب انسان جایگاه خداست و جز با خدا آرام و قرار نمی یابد.

(دوستی با خدا، صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۴)

## ۱۵۰- گزینه ۳»

(غردین سماقی)

تکرار دائمی نماز در شبانه روز، آراستگی و پاکی انسان را در طول روز حفظ می کند و زندگی را پاک و باصفا می کند.

(فضیلت آراستگی، صفحه ۱۳۸)



## استعداد تحلیلی

## ۱۵۱- گزینه «۴»

(ممد اصفهانی)

دانش آموزی که اولویت‌های چهار عمل اصلی ریاضی را به‌درستی نمی‌شناسد، از سمت چپ شروع می‌کند و حاصل هفت به علاوه ی پنج را در دو ضرب می‌کند که به بیست و چهار می‌رسد. سپس از حاصل ۲ واحد کم کرده و با پنج جمع می‌کند که بیست و هفت حاصل می‌شود. در حالی که با رعایت اولویت‌ها، عدد بیست حاصل می‌شود.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۲- گزینه «۳»

(ممد اصفهانی)

معلمی که عروض را شنیداری درس می‌دهد، یا هر معلم دیگری که فعالیت می‌کند که به خودی خود ممکن است شور و هیجان دانش‌آموزان را بیشتر کند، ابتدا باید مطمئن باشد این آشفته‌گی به‌ویژه آشفته‌گی صداها، به بی‌نظمی منجر نمی‌شود.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۳- گزینه «۳»

(ممد اصفهانی)

معلم صورت سؤال در بیان هدف آموزش خود، مثالی قدیمی مطرح کرده است که دانش‌آموز را قانع نمی‌کند، پس معلم باید مدام در حال به‌روزرسانی باشد تا حداقل مثالی هم اگر می‌زند، دانش‌آموز را برای درس خواندن جلب و قانع کند.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۴- گزینه «۳»

(ممد اصفهانی)

صورت سؤال و گزینه‌ی پاسخ، هر دو در بیان ارزش و اهمیت معلمند و این که اگر جایی علمی هست، یقیناً معلمی بوده است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۵- گزینه «۲»

(کتاب فرهنگیان)

نیوشیدن: شنیدن

طبيب داستان برای «شنیدن» خبر مرگ بیمارش رو به سوی آن خانه کرده ولی آوازی نیامده‌است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۶- گزینه «۲»

(کتاب فرهنگیان)

سنة اثنتین و خمسمایه یعنی سال ۵۰۲ که قرن ششم است. دیگر موارد درست است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۷- گزینه «۲»

(کتاب فرهنگیان)

طبيب داستان برای علاج بیمار، به قرآن و نماز روی آورده است، که در قرآن، کلام مبرم و کتاب محکم خوانده است «و نزل من القرآن ما هو شفاء و رحمة للمؤمنین» و بیمار پس از آن شفا یافته است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۸- گزینه «۲»

(سپهر حسن‌شان‌پور)

همه‌ی کلمات «ا» و «ر» را دارند. می‌توانیم برای سرعت بخشیدن به محاسبه آن‌ها را از کلمات حذف و باقی‌مانده‌ها را محاسبه کنیم.

گزینه «۱»: ن + س: ۲۹- و ۱۵- ← ۴۴-

گزینه «۲»: س + و: ۱۵- و ۳۰- ← ۴۵-

گزینه «۳»: ن + ث: ۲۹- و ۵- ← ۲۴-

گزینه «۴»: ب + ت: ۲ و ۴ ← ۶

واضح است که گزینه‌ی «۲» کوچکترین عدد در بین گزینه‌هاست.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۹- گزینه «۳»

(سپهر حسن/فان پور)

روشن ← ر: منفی / و: منفی / ش: منفی / ن: منفی ← حاصل ضرب: مثبت  
 فردا ← ف: مثبت / ر: منفی / د: منفی / ا: مثبت ← حاصل ضرب: مثبت  
 پوشش ← پ: مثبت / و: منفی / ز: منفی / ش: منفی ← حاصل ضرب: منفی  
 دارا ← د: منفی / ا: مثبت / ر: منفی / ا: مثبت ← حاصل ضرب: مثبت  
 تنها عدد حاصل در ضرب گزینه «۳» منفی است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۵- گزینه «۱»

(عمیر اصفهانی)

نیلوفر دخترخاله ارشیا و ناصر شوهرخاله ارشیاست. ارشیا یک خاله دارد، پس نیلوفر دختر ناصر است. حامد، پسرعمه نیلوفر است، پس نیلوفر دختردایی حامد است و پدر نیلوفر، ناصر، دایی حامد. چون علی و حامد پسرخاله‌اند. ناصر دایی علی هم هست.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۶۰- گزینه «۲»

(عمیر اصفهانی)

«عدسی» نام یک غذاست.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۱- گزینه «۳»

(عمیر اصفهانی)

«بژ» نام یک رنگ است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۲- گزینه «۴»

(عمیر اصفهانی)

«اسب» نام یک حیوان است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۳- گزینه «۱»

(عمیر اصفهانی)

«چاد» نام یک کشور است.

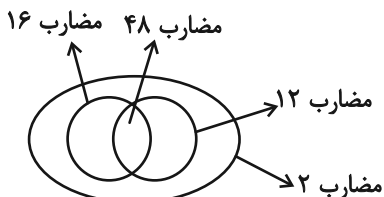
(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۴- گزینه «۴»

(عمیر اصفهانی)

دسته‌های مضارب ۱۲ و ۱۶، هم عضو مشترک دارند و هم عضو غیرمشترک.  
 نکته این است که همه مضارب مشترک این دو عدد، مضرب ۴۸ هستند و

همه مضارب ۴۸، مضرب مشترک این دو عدد. همه این اعداد نیز در دسته اعداد زوجند.

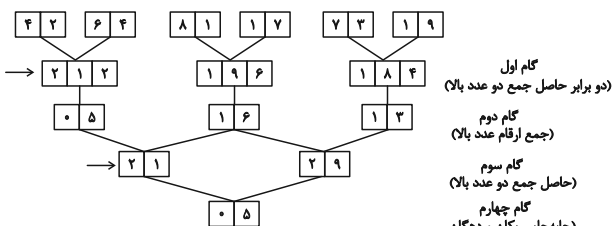


(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۶۶- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

ابتدا طبق الگوی داده شده، گام‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$۲۹ - ۲۱ = ۸$$

(هوش منطقی ریاضی)

تفاضل اعداد گام سوم:

## ۱۶۷- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

طبق پاسخ قبلی، اعداد ۲۱۲، ۱۹۶ و ۱۸۴ را در گام دوم داریم و رقم ۷ نداریم.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۶۸- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

ارقام ۱ و ۲ در گام اول و سوم بیش از دوبار آمده است:

$$۱ + ۲ = ۳$$

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۶۹- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

طبق پاسخ سؤال‌های قبل،  $\boxed{0} \boxed{5}$  را در گام‌های دوم و چهارم می‌توان دید.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۰- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

اگر شیر A مخزن پر را در ۵ ساعت خالی کند، در هر ساعت  $\frac{1}{5}$  از آن را خالی می‌کند. همچنین اگر شیر B مخزن پر را در ۴ ساعت خالی کند، در هر ساعت  $\frac{1}{4}$  از آن را خالی می‌کند. پس این دو شیر همزمان در هر ساعت

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20} \text{ و در دو ساعت } \frac{18}{20} = \frac{90}{100} \text{ از مخزن را خالی می‌کنند.}$$

شیر C باید  $\frac{95}{100} - \frac{90}{100} = \frac{5}{100}$  آب را در دو ساعت خالی می‌کنند،

یعنی  $\frac{1}{20}$  آن را. پس در هر ساعت  $\frac{1}{40}$  از مخزن را خالی می‌کند، یعنی

۴۰ ساعت طول می‌کشد تا مخزن پر را خالی کند.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۱- گزینه «۱»

(عمیر اصفهانی)

سن زهرا را Z، سن مینا را M و سن دوقلوها را D در نظر می‌گیریم.

$$Z + 8 = 5Z \Rightarrow 4Z = 8 \Rightarrow Z = 2 \text{ اکنون داریم:}$$

$$M + 8 = 3M \Rightarrow 2M = 8 \Rightarrow M = 4$$

شانزده سال بعد، سن بچه‌ها:

$$Z = 2 + 16 = 18$$

$$M = 4 + 16 = 20$$

$$D_1 = 8, D_2 = 8$$

$$\frac{18 + 20 + 8 + 8}{4} = \frac{54}{4} = 13 \frac{3}{4}$$

میانگین خواسته شده:

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۲- گزینه «۳»

(عمیر اصفهانی)

داده «الف» هیچ عدد مشخصی ندارد، فقط نسبت دو اندازه است. با داده «ب» نیز نمی‌توان سهم مساحت رنگی را از مساحت دایره حساب کرد. ولی با هر دو داده می‌توان به پاسخ رسید. نسبت «الف»، زاویه مرکزی قطاع رنگی را مشخص می‌کند و اندازه شعاع و مساحت دایره را از «ب» داریم.

(هوش تصویری)

## ۱۷۳- گزینه «۲»

(عمیر اصفهانی)

$$5 + 15 + 11 + 14 = 45$$

$$22 + 22 + 0 + 1 = 45$$

$$9 + 3 + 20 + 13 = 45$$

$$7 + 16 + 4 + ? = 45 \Rightarrow ? = 18$$

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۴- گزینه «۳»

(عمیر اصفهانی)

$$6 \times 8 = 3 \times 16 = 48$$

$$9 \times 10 = 5 \times 18 = 90$$

$$2 \times 4 = 1 \times 8 = 8$$

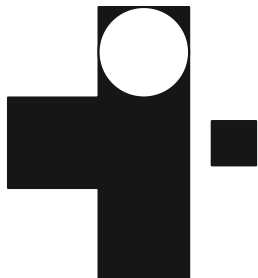
$$15 \times 12 = 60 \times ? = 180 \Rightarrow ? = 3$$

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۵- گزینه «۲»

(عمیر اصفهانی)

می‌توان شکل را به صورت زیر تبدیل کرد که دایره‌ای از درون آن برداشته شده است که شعاع آن، ضلع مربع خارجی است. اگر ضلع مربع خارجی ۲ واحد باشد، مساحت شکل، چهار مربع  $4 \times 4$  است.



$$2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

مساحت دایره:

$$2 \times 2 = 4$$

مساحت مربع کناری:

$$4 \times (4 \times 4) - 2 \times \pi \times 2 = 64 - 4\pi$$

مساحت بخش رنگی:

$$\frac{64 - 4\pi}{4} = 16 - \pi$$

نسبت خواسته شده:

(هوش منطقی ریاضی)



## ۱۷۶- گزینه «۳»

(ممیر اصفهانی)

در هر چهار شکل، یکی از نقطه‌ها «پشت کمان و بیرون از دیگر شکل‌ها» و یکی دیگر از نقطه‌ها «در فضای مشترک دایره و مربع، خارج از مستطیل، درون کمان» است. نقطه سوم، به جز گزینه پاسخ، در «فضای مشترک مربع، مستطیل، خارج از دایره، درون کمان» است. این نقطه در گزینه پاسخ درون دایره افتاده است. به عبارت دیگر تنها گزینه‌ای که دایره در آن ۲ نقطه دارد، همین گزینه «۳» است.

(هوش تصویری)

## ۱۷۷- گزینه «۱»

(ممیر اصفهانی)

در الگوی صورت سؤال، در هر مرحله از انتقال از چپ به راست، مربع کوچک بیرونی به اندازه ضلع خود ساعتگرد جابه‌جا می‌شود. مربع کوچک دیگری در هر مرحله روی رأس‌های مربع بزرگ‌تر و درون مربع پادساعتگرد جابه‌جا می‌شود و مربع سفید بزرگ‌تر- که درون خود، مربع کوچکی هم دارد - ساعتگرد درون مربع بزرگ جابه‌جا می‌شود و پادساعتگرد می‌چرخد.

(هوش تصویری)

## ۱۷۸- گزینه «۲»

(ممیر اصفهانی)



## ۱۷۹- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

در دسته  $\{۷, ۶, ۱\}$ ، از سه شکل، شکل اول با شکل دوم فضای مشترکی دارد خارج از شکل سوم. شکل دوم نیز با شکل سوم فضای مشترکی دارد، خارج از شکل اول، شکل‌های اول و سوم نیز فضای مشترکی ندارند. در دسته  $\{۹, ۴, ۲\}$ ، هر سه شکل با هم فضای دو به دو مشترک دارند و فضای مشترکی بین سه شکل هست.

در دسته  $\{۸, ۵, ۳\}$ ، از سه شکل، شکل اول با شکل دوم فضای مشترکی دارد و شکل سوم فضای مشترکی با این دو شکل ندارد.

(هوش منطقی ریاضی)

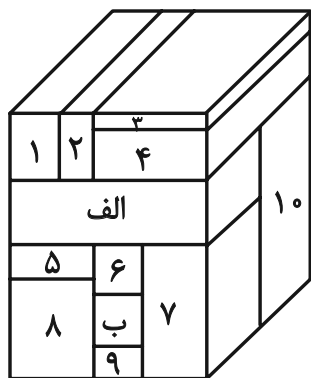
## ۱۸۰- گزینه «۳»

(ممیر اصفهانی)

مکعب مستطیل‌های در تماس با مکعب مستطیل‌های مدنظر:

الف: ۱, ۲, ۴, ۱۰, ۵, ۶, ۷

ب: ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰



(هوش منطقی ریاضی)