



آزمون ۵ آبان ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-یاسین سپهر-علی سلامت-حمید علیزاده-کامیار علییون-علیرضا ندافزاده-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-جواد حاتمی-فشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی
ریاضیات گسسته	جواد ترکمن-فرزاد جوادی-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-محمد صحت کار
فیزیک	زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-فرشید رسولی-معصومه شریعت ناصری-مریم شیخ مو-شیرازادی-علی عاقلی-عبداله فقه زاده-مصطفی کیانی-علی گل محمدی رامنشه-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-سیده ملیحه میر صالحی-مجتبی نکوئیان
شیمی	عین اله ابوالفتحی-مجتبی اسدزاده-علی امینی-محمد آخوندی-قادر باخاری-جعفر پازوکی-محمد رضا جمشیدی-حلم حاجی نقی-مرتضی خوش کیش-حمید ذبحی-حسن رحمتی کوکنده-سینا رضادوست-علی رفیعی-حسین زارعی پاشایی-مرتضی زارعی-امیرمحمد سعیدی-رضا سلیمانی-منصور سلیمانی ملکان-سیدصدرا عادل-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی زاده-محمد فائز نیا-علی مجیدی-امیرحسین معروفی-سجاد نقی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علیرضا ندافزاده	محمد صحت کار کیوان دارابی	محمد صحت کار کیوان دارابی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی دانیال راستی	امیررضا حکمت نیا امیرحسین مسلمی
ویراستار استاد	مهدی ملارمضانی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	امیرحسین برادران	محمدحسن محمدزاده مقدم
بازبینی نهایی رتبه های برتر	پارسا نوری منش سپهر تقی زاده	مهرداد خالقی	مهرداد خالقی	کیارش صانعی حسین بصیر ترکمبور	ماهان زواری حلم حاجی نقی احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین نژاد
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۴۳



حسابان ۲

گزینه ۲

(یاسین سپهر)

$$(f - g)\left(-\frac{5}{4}\right) = f\left(-\frac{5}{4}\right) - g\left(-\frac{5}{4}\right) = \left(-\frac{5}{4} + 3\right) - \left[2\left(-\frac{5}{4}\right)\right] \\ = -3 + 3 - (-5) = 5$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۳

(علیرضا نراف: زاده)

$$g^{-1} = \{(-4, 2), (2, 1), (3, 0), (5, 4)\}$$

دامنه تابع f نیز بازه $[-3, 3]$ است. حال تعریف دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ را داریم:

$$D_{f \circ g^{-1}} = \{x \in D_{g^{-1}} \mid g^{-1}(x) \in D_f\}$$

از میان مقادیر g^{-1} ، فقط $g^{-1}(5)$ در دامنه تابع f قرار نمی‌گیرد. پس مجموعه بالا فقط سه عضو $-4, 2$ و 3 را دارد.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۶۸)

گزینه ۳

(سعید تن‌آرا)

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 + 4x = (2x+1)^2 - 1$$

در ضابطه $f \circ g$ ، $x = -\frac{1}{4}$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$(f \circ g)\left(-\frac{1}{4}\right) = (0)^2 - 1 = -1$$

حال $g\left(-\frac{1}{4}\right)$ را m در نظر می‌گیریم و داریم:

$$(f \circ g)\left(-\frac{1}{4}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{4}\right)\right) = f(m) = m^2 - 2m = -1$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

گزینه ۱

(علیرضا نراف: زاده)

این نکته مهم را می‌دانیم که اگر $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ باشد.

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

پس در این سؤال ضابطه تابع $f \circ g$ برابر است:

$$(f \circ g)(x) = \frac{-5x+3}{x-1}$$

ضابطه تابع g که $g(x) = 3x+7$ است:

$$\Rightarrow f(3x+7) = \frac{-5(3x+7)+3}{x-1} \quad (*)$$

$f^{-1}(-3)$ را k در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow f(k) = -3 \xrightarrow{(*)} \frac{-5k+3}{k-1} = -3$$

$$\Rightarrow x=0 \Rightarrow k = 3(0) + 7 = 7$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۶۸)

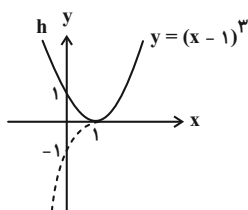
گزینه ۳

(مسعود برملا)

ابتدا ضابطه تابع $h(x) = |f(x) - g(x)|$ را می‌سازیم:

$$h(x) = |1 - x^3 + 3x^2 - 3x| = |x^3 - 3x^2 + 3x - 1| = |(x-1)^3|$$

نمودار تابع $y = (x-1)^3$ و همچنین نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده است.



تابع h روی \mathbb{R} غیریکنوا است اما روی هر کدام از بازه‌های $(-\infty, 1]$ و $[1, +\infty)$ و زیرمجموعه‌های آن‌ها یکنوا است.

(حسابان ۱ و ۲- تابع: صفحه‌های ۶۳، ۶۶ و ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۳

(پروانش نیکنام)

وضعیت یکنوایی دو تابع داده شده مخالف هم است، به این معنی که روی

بازه‌ای که f اکیداً نزولی است، $y = f\left(-\frac{x}{4}\right)$ اکیداً صعودی است و

بالعکس. پس باید پیدا کنیم که بازه $[0, 3]$ در تابع f (که تابع روی این

بازه اکیداً نزولی است) به چه بازه‌ای در تابع $y = f\left(-\frac{x}{4}\right)$ نظیر می‌شود:

$$0 \leq -\frac{x}{4} \leq 3 \Rightarrow -6 \leq x \leq 0$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۸)

گزینه ۴

(شاهین پروازی)

$$f(x) = \sqrt{(x-2)^2 - 3} + 1$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{(7-x)^2 - 3} + 1$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \sqrt{4-x} + 1$$



(عادل حسینی)

۱۰- گزینه «۱»

ابتدا $\log_{12} 6$ را با استفاده از قاعده تغییر مبنا باز می کنیم:

$$\log_{12} 6 = \frac{\log 6}{\log 12} = \frac{\log 3 + \log 2}{\log 3 + 2 \log 2}$$

صورت و مخرج کسر بالا را بر $\log 2$ تقسیم می کنیم.

$$\Rightarrow \log_{12} 6 = \frac{\log_2 3 + 1}{\log_2 3 + 2} = \frac{k+1}{k+2}$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه ۸۶)

(شاهین پروازی)

۱۱- گزینه «۲»

پس از رنگ آمیزی کامل هر صفحه $0/98$ طول مداد باقی می ماند، بنابراین پس از n صفحه طول باقی مانده مداد $(0/98)^n$ خواهد بود. ما باید نامعادله $0/6 \leq (0/98)^n$ را حل کنیم. از طرفین در مبنای ۱۰ لگاریتم می گیریم:

$$n \log 0/98 \leq \log 0/6$$

$$\Rightarrow n(\log 2 + 2 \log 7 - 2) \leq \log 2 + \log 3 - 1$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{1 - (\log 2 + \log 3)}{2 - (\log 2 + 2 \log 7)}$$

حال مقادیر تقریبی را جای گذاری می کنیم:

$$n \geq \frac{1 - 0/77}{2 - 1/99} = \frac{0/23}{0/01} = 23$$

پس حداقل ۲۳ صفحه را باید کامل رنگ آمیزی کنیم.

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های ۷۶ تا ۷۹ و ۸۶)

(میانفش نیکنام)

۱۲- گزینه «۲»

دامنه تابع f بازه $(-\frac{1}{5}, +\infty)$ است. پس $x = -\frac{1}{5}$ ریشه عبارت $bx + 1$ است.

$$\Rightarrow b(-\frac{1}{5}) + 1 = 0 \Rightarrow b = 5$$

از طرفی نقطه $(3, 1)$ روی نمودار تابع قرار دارد:

$$f(3) = a + \log_4 (5 \times 3 + 1) = a + \log_4 16 = a + 2 = 1 \Rightarrow a = -1$$

پس ضابطه تابع g به صورت زیر خواهد بود:

$$g(x) = \sqrt{(\frac{5}{2} - x)f(\frac{x}{2})} = \sqrt{(\frac{5}{2} - x)(\log_4 (\frac{5}{2}x + 1) - 1)}$$

جدول تعیین علامت را برای عبارت زیر رادیکال می نویسیم:

	$-\frac{2}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{2}$	
$\frac{5}{2} - x$		+	+	-
$\log_4 (\frac{5}{2}x + 1) - 1$		-	+	+
$p(x)$		-	+	-

برای این که از نمودار تابع g به نمودار تابع $f \circ g$ برسیم، کافی است آن را واحد به چپ و یک واحد به پایین منتقل کنیم:

$$g(x) = \sqrt{7-x} + 2 \xrightarrow[y \rightarrow y-1]{x \rightarrow (x+3)}$$

$$g(x+3) - 1 = (\sqrt{7-(x+3)} + 2) - 1 = \sqrt{4-x} + 1 = (f \circ g)(x)$$

دقت کنید در این سؤال دامنه توابع مشکلی برای ما ایجاد نمی کنند.

(مسابان ۱ و ۲- تابع: صفحه های ۶۳ تا ۶۶ و ۱ تا ۱۲)

(کامیار علیون)

۸- گزینه «۳»

دامنه تابع g مجموعه اعداد حقیقی است، پس دامنه $g \circ f$ همان دامنه تابع f یعنی بازه $[-2, 2]$ است. برد تابع f نیز بازه $[0, 2]$ است. حال برای محاسبه برد تابع $g \circ f$ ، برد تابع g را با دامنه $R_f = [0, 2]$ حساب می کنیم. در این بازه ضابطه های g را به صورت زیر می نویسیم:

$$g(x) = \begin{cases} -3x & ; 0 \leq x < \frac{3}{2} \\ -3x+1 & ; \frac{3}{2} \leq x \leq 2 \end{cases}$$

برد ضابطه های بالا به ترتیب $R_1 = (-\frac{9}{2}, 0]$ و $R_2 = [-5, -\frac{3}{2}]$ است. در نتیجه برد تابع $g \circ f$ برابر اجتماع این دو یعنی $R_1 \cup R_2 = [-5, 0]$ است. این بازه شامل ۶ عدد صحیح است.

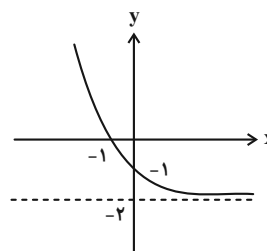
(مسابان ۱- تابع: صفحه های ۶۳ تا ۶۸)

(علیرضا نراف زاده)

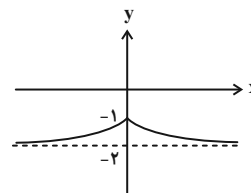
۹- گزینه «۴»

ابتدا نمودار تابع f را رسم می کنیم. برای رسم آن ابتدا نمودار

$$y = (\frac{1}{2})^x - 2$$



و سپس به جای بخش $x < 0$ آن، قرینه بخش $x \geq 0$ را نسبت به محور y ها قرار می دهیم.



برای این که خط $y = k$ نمودار تابع بالا را در دو نقطه قطع کند، k باید در حدود $(-2, -1)$ تغییر کند.

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های ۷۲ تا ۷۶)

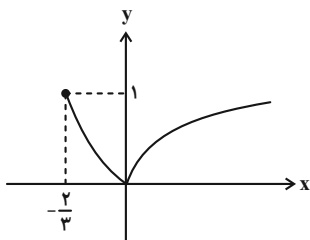


دامنه تابع h همان دامنه توابع f و g است:

$$D_f : \begin{cases} x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1 + \log_3(x+1) \geq 0 \Rightarrow x+1 \geq \frac{1}{3} \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$$

پس $D_h = [-\frac{2}{3}, +\infty)$ است. نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده

است:



این تابع روی بازه $(0, +\infty)$ و هر زیرمجموعه از آن اکیداً صعودی است.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

(مسئله ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(عارل حسینی)

۱۶- گزینه «۲»

تابع h اکیداً صعودی است و تابع k غیر یک‌به‌یک است. در تابع f ضرب

$\frac{1}{2} + [-x^2]$ که شیب پاره‌خط‌ها را مشخص می‌کند همواره منفی (البته به جز

در $x=0$) است. پس این تابع یک‌به‌یک و اکیداً نزولی است. اما در تابع g

شیب خط‌ها به ازای $-1 \leq x \leq 1$ مثبت است و در غیر این نقاط منفی. پس

تابع g غیر یکنوا است.

این نکته هم لازم به ذکر است که با رسم چند بازه از نمودارهای f و g یک به یک بودن آن ثابت می‌شود.

(مسئله ۱ و ۲- تابع؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ و ۱۵ تا ۱۸)

(سعید تن‌آرا)

۱۷- گزینه «۲»

تابع f روی \mathbb{R} اکیداً نزولی است و بر همین اساس دامنه تابع g را حساب می‌کنیم.

$$f(x^2) - f(x+2) > 0 \Rightarrow f(x^2) > f(x+2)$$

$$\xrightarrow{\text{اکیداً نزولی } f} x^2 < x+2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 2$$

پس دامنه تابع g بازه $D_g = (-1, 2)$ است و هدف سؤال یافتن تابعی

است که روی این بازه اکیداً یکنوا باشد.

پس دامنه تابع g بازه $[\frac{5}{2}, \frac{6}{5}]$ است که این بازه فقط یک عدد صحیح را شامل می‌شود.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱۳- گزینه «۲»

(علیرضا نراف‌زاده)

در ابتدا باید بگوییم محدوده قابل قبول برای x بازه $(-\frac{1}{3}, +\infty)$ است.

حال با ساده کردن معادله داریم:

$$\log \frac{3x+7}{4x+2} = \log(3x+1)$$

$$\Rightarrow \frac{3x+7}{4x+2} = 3x+1 \Rightarrow 3x+7 = 12x^2 + 10x+2$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 7x - 5 = 0$$

جواب‌های معادله بالا ۱- و $\frac{5}{12}$ هستند که فقط $x = \frac{5}{12}$ در دامنه

$(-\frac{1}{3}, +\infty)$ قرار دارد.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۴- گزینه «۱»

(ممیر علینزاده)

ابتدا ضابطه تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & ; x \leq 1 \\ -3x+3 & ; 1 \leq x \leq 2 \\ -x-1 & ; x > 2 \end{cases}$$

پس ضابطه‌های تابع $f+g$ به صورت زیر است:

$$(f+g)(x) = \begin{cases} x & ; x \leq 1 \\ -x+2 & ; 1 \leq x \leq 2 \\ x-2 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

این تابع فقط روی بازه $[1, 2]$ اکیداً نزولی است.

(مسئله ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۵- گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

$$f(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)} - 1$$

$$g(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)} + 1$$

پس ضابطه تابع $|f \cdot g|$ به صورت زیر است:

$$h(x) = |f(x) \times g(x)| = |\log_3(x+1)|$$



در شکل بالا نمودار تابع g را هم می‌بینید. برای این‌که f و g دو نقطه تقاطع داشته باشند، لازم است که $0 \leq g(2) < 2$ باشد:

$$\Rightarrow -2 < 3k \leq 0 \Rightarrow -\frac{2}{3} < k \leq 0$$

اما k نمی‌تواند صفر باشد، پس بازه قابل قبول $(-\frac{2}{3}, 0)$ است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(عادل حسینی)

۲۰. گزینه «۴»

پیدا کردن ضابطه وارون تابع f فراتر از دبیرستان است، اما می‌توانیم وارون تابع g را پیدا کنیم. البته این نکته هم لازم به ذکر است که g ماهیتاً وارون‌ناپذیر است. اما چون می‌خواهیم معادله حل کنیم، g را به دو قسمت وارون‌پذیر تفکیک می‌کنیم و دو معادله حل می‌کنیم:

$$y = g(x) = \frac{-2x^2 - 4x + 3}{3} = \frac{-2(x+1)^2 + 5}{3}$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5-3y}{2}} - 1$$

پس دو تابع $y = -\sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1$ و $y = \sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1$ را با نمودار

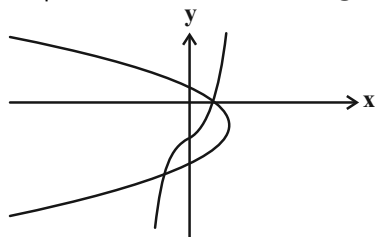
f قطع می‌دهیم. دقت کنید که اگر مختصات نقاط A و B را $A(\alpha_1, \beta_1)$ و $B(\alpha_2, \beta_2)$ در نظر بگیریم، با این کار ما β_1 و β_2 را پیدا می‌کنیم.

حال داریم:

$$x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1 \quad (1)$$

$$x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = -\sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1 \quad (2)$$

نمودارهای این توابع به صورت حدودی در شکل زیر رسم شده‌اند.



این یعنی هر کدام از معادله‌های (۱) و (۲) فقط یک جواب دارند.

اعداد احتمالی صفر، ± 1 ، ± 2 و ... را بررسی می‌کنیم و می‌بینیم که $x = 1$ در معادله (۱) و $x = -1$ در معادله (۲) صدق می‌کند. پس $\beta_1 = 1$ و $\beta_2 = -1$ است. با جای‌گذاری β_1 و β_2 به ترتیب در ضابطه‌های

$$\alpha_2 = -3 \text{ و } \alpha_1 = 0, \quad y = -\sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1 \text{ و } y = \sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1$$

به دست می‌آید. پس $\alpha_1 + \alpha_2 = -3$ است.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

رأس سهمی $y = (x-1)^2$ در بازه D_g قرار می‌گیرد، پس این تابع روی

این بازه غیریکنوا است. تابع $y = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ روی بازه $(-1, 0)$

تعریف نشده است و تابع $y = x + \sqrt{2-x}$ هم غیریکنوا است؛ زیرا نقاط

$(1, 2)$ و $(2, 2)$ روی آن یکنواپی را زیر سؤال می‌برد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۸. گزینه «۴»

(علی سلامت)

صفرهای تابع f مقادیر α و β هستند که مجموع آن‌ها برابر -10 است.

صفرهای تابع g نیز جواب‌های معادله‌های $\beta, \alpha, \frac{x}{k} - 3k = \alpha$ هستند.

پس داریم:

$$\frac{x_1}{k} - 3k = \alpha, \quad \frac{x_2}{k} - 3k = \beta$$

$$\xrightarrow{\alpha+\beta=-10} \frac{x_1+x_2}{k} - 6k = \alpha+\beta = -10$$

$x_1 + x_2$ برابر مجموع صفرهای تابع g است که آن را ۴ در نظر

می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{4}{k} - 6k = -10 \Rightarrow 4 - 6k^2 = -10k$$

$$\Rightarrow 3k^2 - 5k - 2 = (k-2)(3k+1) = 0$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ یا } -\frac{1}{3}$$

که فقط مقدار $-\frac{1}{3}$ در گزینه‌ها موجود است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۹. گزینه «۱»

(مسعود برملا)

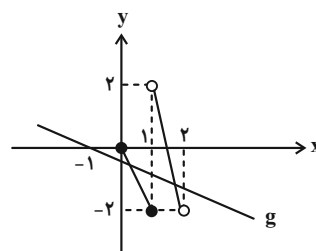
ابتدا ضابطه تابع g را می‌سازیم:

$$y = x \xrightarrow{\text{تقسیم طول نقاط بر } k} y = kx$$

$$\xrightarrow{\text{انتقال یک واحد به چپ}} g(x) = k(x+1)$$

برای رسم نمودار تابع f نیز، طول نقاط روی نمودار داده شده را بر (-2)

تقسیم می‌کنیم و سپس نمودار حاصل را یک واحد به راست می‌بریم. داریم:





هندسه ۳

۲۱- گزینه «۲»

(معمد صحت کار)

درایه سطر i ام و ستون j ام ماتریس ABC برابر است با:

(ستون j ام C) (B) (سطر i ام A)

بنابراین درایه سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^۳ برابر است با:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= 6 + 6 + 3 = 15$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۲- گزینه «۳»

(معمد صحت کار)

ماتریس‌های B و C ماتریس‌هایی تعویض‌پذیر هستند. بنابراین:

$$BC = CB = 2I$$

$$(AC + C)(BA + 2B) = ACBA + 2ACB + CBA + 2CB$$

$$= A(2I)A + 2A(2I) + (2I)A + 2(2I)$$

$$= 2A^2 + 4A + 2A + 4I = 2A^2 + 6A + 4I$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 + 6A + 4I = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- گزینه «۳»

(معمد صحت کار)

$$(A - B)^2 = (A - B)(A - B) = A^2 - AB - BA + B^2$$

$$\Rightarrow AB + BA = A^2 + B^2 - (A - B)^2$$

$$(A - B)^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 11 & 8 \\ 20 & 19 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20 & 14 \\ -1 & 22 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۴- گزینه «۴»

(بوار ترکمن)

$$A - A^2 = I \Rightarrow A^2 - A + I = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{(A+I)} (A+I)(A^2 - A + I) = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد چاق ولاغر}} A^3 + I = \bar{O} \Rightarrow A^3 = -I$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۳۳}} A^{99} = -I \xrightarrow{A^2 \times} A^{101} = -A^2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۲۵- گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^{10} - A^9 = (A^2)^5 - (A^2)^4 \times A = I^5 - I^4 \times A$$

$$= I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a & a+1 \\ 1-a & a+1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۶- گزینه «۱»

(سوکنر روشنی)

ابتدا درایه‌های ماتریس A را به دست می‌آوریم و سپس توان‌های بالاتر آن

را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = 2A$$



$$\Rightarrow [ra_{ij}] = \bar{O} \Rightarrow ra_{ij} = 0 \Rightarrow r = 0 \text{ یا } a_{ij} = 0$$

$$\Rightarrow r = 0 \text{ یا } [a_{ij}] = \bar{O}$$

$$\Rightarrow r = 0 \text{ یا } A = \bar{O}$$

(۳) این رابطه در حالت کلی نادرست است، زیرا:

$$(AB)^T = (AB)(AB)$$

تذکر: اگر A و B تعویض پذیر باشند، این رابطه صحیح است.

(۴) جمع ماتریس با عدد معنی ندارد، بلکه معادل درست این فاکتورگیری به صورت زیر است:

$$A^T + 3A = A(A + 3I) = (A + 3I)A$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

(امیرحسین ایوبیوب)

گزینه «۱» -۲۹

ابتدا حاصل ضرب AB را محاسبه می‌کنیم:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & c & -2 \\ -1 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ 3 & 0 \\ -b & a+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a+3c+2b & b-2a-6 \\ -a+15-4b & -b+4a+12 \end{bmatrix}$$

ماتریس AB اسکالر است. پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگر و درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر هستند، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} b-2a-6=0 \\ -a+15-4b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=-6 \\ a+4b=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \end{cases}$$

$$a+3c+2b = -b+4a+12 \Rightarrow 3c = 3a-3b+12$$

$$\xrightarrow{a=-1, b=4} 3c = 3(-1) - 3(4) + 12 = -3 \Rightarrow c = -1$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

(غشین فاصه‌شان)

گزینه «۴» -۳۰

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^n = \begin{bmatrix} 1 & n & \frac{n(n+1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{10} = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 55 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها = ۷۸

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

$$\Rightarrow A^n = 2^{n-1} A \Rightarrow A^{20} = 2^{19} A = \begin{bmatrix} 2^{19} & -2^{19} \\ -2^{19} & 2^{19} \end{bmatrix}$$

$$A^{26} = \text{حاصل ضرب درایه‌های } A$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۳» -۲۷

(کیوان دارابی)

برای آن که حجم محاسبات کاهش پیدا کند، از ماتریس A فاکتور می‌گیریم تا به جای دو بار عمل ضرب ماتریس‌های 3×3 در یکدیگر، یک بار این عمل را انجام دهیم. خواهیم دید، اوضاع از این هم بهتر است:

$$2A^2 + 3AB = A(2A + 3B)$$

اما:

$$2A + 3B = \begin{bmatrix} 6 & 6 & -6 \\ 12 & 0 & 1 \\ -12 & -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -6 & 6 \\ -12 & 6 & -1 \\ 12 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A + 3B = 6I$$

در نتیجه داریم:

$$2A^2 + 3AB + 9B = A(2A + 3B) + 9B = A \times 6I + 9B$$

$$= 6A + 9B = 3(2A + 3B) = 3 \times 6I = 18I = \begin{bmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3 \times 18 = 54$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

گزینه «۲» -۲۸

(کیوان دارابی)

گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(۱) نادرستی این رابطه را می‌توان با مثال نقض نشان داد:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \neq \bar{O}, B \neq \bar{O}, AB = \bar{O}$$

(۲) درستی این رابطه را اثبات می‌کنیم:

$$A = [a_{ij}] \Rightarrow rA = [ra_{ij}]$$



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۱»

(ممر صحت کار)

$$\begin{cases} a \mid 2n-3 \Rightarrow a \mid (2n-3)(2n+3) \Rightarrow a \mid 4n^2-9 \\ a \mid n^2+2 \Rightarrow a \mid 4n^2+8 \end{cases}$$

بنابراین:

$$a \mid (4n^2+8) - (4n^2-9) \Rightarrow a \mid 17 \Rightarrow a=1 \text{ یا } a=17$$

با توجه به این که براساس فرض مسئله $a \neq 1$ است، پس a فقط می تواند عدد ۱۷ باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۹ تا ۱۲)

۳۲- گزینه «۴»

(ممر صحت کار)

با در نظر گرفتن این که $64=2^6$ ، $81=3^4$ و $125=5^3$ نتیجه می گیریم اعدادی نسبت به هر سه عدد اول هستند که نه عامل ۲ داشته باشند، نه عامل ۳ و نه عامل ۵. در این شرایط کوچک ترین عدد دو رقمی مرکب عدد $49=7^2$ و بزرگ ترین عدد $91=7 \times 13$ است. پس جواب تست برابر است با:

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۳۳- گزینه «۲»

(ممر صحت کار)

$$3x^2-2=xy+2y \Rightarrow 3x^2-2=y(x+2) \Rightarrow y=\frac{3x^2-2}{x+2}$$

برای آن که به ازای اعداد صحیح مانند x ، اعدادی صحیح مانند y داشته باشیم باید صورت کسر بر مخرجش بخش پذیر باشد. به عبارت دیگر:

$$x+2 \mid 3x^2-2$$

برای یافتن جواب های این مسئله می توانیم به دو روش زیر عمل کنیم:

روش اول:

$$\begin{cases} x+2 \mid 3x^2-2 \\ x+2 \mid x+2 \Rightarrow x+2 \mid 3x^2+6x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x+2 \mid (3x^2+6x) - (3x^2-2) \Rightarrow x+2 \mid 6x+2$$

بنابراین:

$$\begin{cases} x+2 \mid 6x+2 \\ x+2 \mid x+2 \Rightarrow x+2 \mid 6x+12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x+2 \mid (6x+12) - (6x+2) \Rightarrow x+2 \mid 10$$

حالا با توجه به شمارنده های عدد ۱۰ باید ابتدا x ها را پیدا کنیم و سپس با

قرار دادن این مقادیر در معادله $y=\frac{3x^2-2}{x+2}$ ، مقادیر y را به دست

آوریم. فقط باید دقت کنیم که نقاط مورد نظر باید در ناحیه دوم دستگاه مختصات باشند. به عبارت دیگر باید x عددی منفی و y عددی مثبت

باشد:

$x+2$	-1	1	-2	2	-5	5	-10	10
x	-3	-1	-4	0	-7	3	-12	8
y	-25	1	-23	X	-29	X	-43	X

با توجه به محاسبات فوق فقط نقطه $(1, -1)$ روی این منحنی و در ناحیه دوم دستگاه مختصات است.

روش دوم: برای یافتن جواب های صحیح معادله $y=\frac{3x^2-2}{x+2}$ کافی است

که ریشه مخرج را در صورت کسر قرار دهیم:

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow 3(-2)^2-2=10 \Rightarrow x+2 \mid 10$$

بقیه محاسبات مشابه روش اول خواهد بود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۹ تا ۱۲)

۳۴- گزینه «۲»

(مصطفی دیداری)

$$a+b+\frac{1}{a+b} \geq 2$$

باید ثابت کنیم:

با استفاده از استدلال بازگشتی داریم:

$$a+b+\frac{1}{a+b} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{(a+b)^2+1}{a+b} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow (a+b)^2+1 \geq 2a+2b$$

$$\Leftrightarrow a^2+b^2+2ab-2a-2b+1 \geq 0 \Leftrightarrow (a+b-1)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۶ تا ۸)



۳۵- گزینه «۴»

(مصطفی دیداری)

$$d|a, d|b \Rightarrow d|a+b \Rightarrow (a+b, d) = d$$

$$\begin{aligned} a|c &\Rightarrow ab|c^2 \Rightarrow [ab, c^2] = c^2 \\ b|c &\Rightarrow ab|c^2 \Rightarrow [ab, c^2] = c^2 \end{aligned}$$

همچنین $d|c$ ، پس $d|c^2$ و در نتیجه $(d, c^2) = d$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۶- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

فرض کنید عدد طبیعی d همزمان $10m + \alpha$ و $7m + 2$ را بشمارد. آن‌گاه:

$$\begin{cases} d|10m + \alpha \\ d|7m + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d|70m + 7\alpha \\ d|70m + 14 \end{cases} \Rightarrow d|7\alpha - 20$$

از طرفی طبق فرض، d هیچ عامل اولی ندارد، بنابراین $d = 1$. بنابراین:

$$7\alpha - 20 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} 7\alpha - 20 = 1 \Rightarrow 7\alpha = 21 \Rightarrow \alpha = 3 \\ 7\alpha - 20 = -1 \Rightarrow 7\alpha = 19 \Rightarrow \alpha \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

بنابراین $\alpha + 4 = 7$ بر ۷ بخش پذیر است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۳۷- گزینه «۱»

(کیوان دارابی)

$$(8a + 6, 8a + 2) = 2(4a + 3, 4a + 1)$$

حال اگر $d' = (4a + 3, 4a + 1)$ ، آن‌گاه:

$$\begin{aligned} d' | 4a + 3 \\ d' | 4a + 1 \end{aligned} \Rightarrow d' | 2 \xrightarrow{d' < 2} d' = 1 \text{ یا } 2$$

اما $d' = 2$ غیرقابل قبول است، زیرا $4a + 1$ عددی فرد است و داریم

$$d = 2d' = 2 \text{ و } d' = 1 \text{ بنابراین } 2 \nmid 4a + 1.$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۳۸- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

$$\begin{cases} 5 \nmid 2a + 3b + k \xrightarrow{\times 3} 5 \nmid 6a + 9b + 3k \\ 5 \nmid 3a + 2b + 1 \xrightarrow{\times 2} 5 \nmid 6a + 4b + 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 5 \nmid 5b + 3k - 2$$

اما $5 \nmid 5b$ بنابراین: $2 - 3k \nmid 5$ و در بین گزینه‌ها کوچک‌ترین مقدار طبیعی k برابر با ۴ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۳۹- گزینه «۳»

(غفرزاد پیواری)

بررسی گزاره‌ها:

الف) $a = 2$ و $b = -2$ مثال نقض می‌باشد.ب) گزاره شرطی (ب) زمانی برقرار است که $b \neq 0$ باشد. زیرا اگر $b = 0$ نمی‌توان گفت الزاماً، $|a| \leq |b|$ مثال نقض عبارتست از مثلاً $a = 2$ و $b = 0$ ، ملاحظه می‌شود که $2 \nmid 0$ اما $0 \nmid 2$.ج) عکس گزاره قسمت (ج) درست است. اما خود گزاره (ج) درست نمی‌باشد. (کافی است $a = 5$ و $b = 17$ و $c = 2$ گرفته شود.)

$$5 \nmid 17 - 2$$

$$\text{اما } 5 \nmid 17 \text{ و } 5 \nmid 2.$$

د) گزاره (د) درست می‌باشد و مثال نقض ندارد.

(هر عدد اول مانند P نسبت به همه اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودش اول است). پس در کل سه مورد از چهار گزاره بالا با مثال نقض رد می‌شوند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۴۰- گزینه «۲»

(پیوادر ترکمن)

$$7 \nmid 5n + 3 \xrightarrow{\times 7} 49 \nmid 35n + 21$$

$$7 \nmid 5n + 3 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 49 \nmid 25n^2 + 30n + 9$$

طرف دوم این دو رابطه را جمع می‌زنیم:

$$49 \nmid 25n^2 + 65n + 30$$

$$\begin{cases} 49 \nmid 25n^2 + mn + 30 \\ 49 \nmid 25n^2 + 65n + 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 49 \nmid (m - 65)n \Rightarrow 49 \nmid m - 65 \Rightarrow m - 65 = 49q$$

$$\Rightarrow m = 49q + 65$$

به ازای $q = 1$ کوچک‌ترین عدد سه رقمی مانند m به دست می‌آید:

$$q = 1 \Rightarrow m = 49 + 65 = 114$$

مجموع ارقام این عدد برابر ۶ است.

تذکر: چون $7 \nmid 5n + 3$ ، پس $7 \nmid n$ یعنی n فاقد عامل ۷ است. بنابراین رابطه $49 \nmid (m - 65)n$ تنها در صورتی برقرار است که $49 \nmid m - 65$.

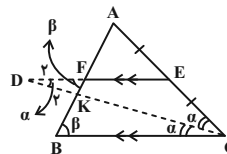
(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)



هندسه ۱

۴۱- گزینه «۱»

(پوار ترکمن)



$$\begin{cases} DE \parallel BC \xrightarrow{\text{مورب } DC} \hat{D} = \hat{C} = \alpha \\ DE \parallel BC \xrightarrow{\text{مورب } FB} \hat{F} = \hat{B} = \beta \end{cases}$$

پس دو مثلث DFK و CBK به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{DF}{CB} = \frac{FK}{BK} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{FK}{2} \Rightarrow FK = 1$$

از طرفی $FE \parallel BC$ و E وسط ضلع AC است، پس F نیز وسط ضلع AB خواهد بود. پس:

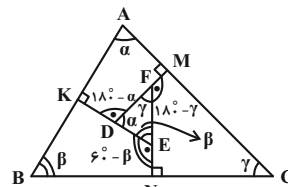
$$AF = BF = BK + FK = 2 + 1 = 3$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴۲- گزینه «۳»

(پوار ترکمن)

می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی برابر با 360° است. اگر زاویه‌های داخلی مثلث ABC را $\hat{A} = \alpha$ ، $\hat{B} = \beta$ ، $\hat{C} = \gamma$ بنامیم، داریم:



$$AMDK : \hat{M} + \hat{K} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{D} = 180^\circ - \alpha$$

$$\xrightarrow{\text{مکمل}} \hat{FDE} = \alpha$$

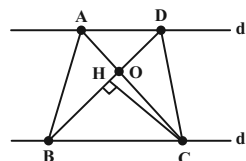
به همین ترتیب در دو چهارضلعی BKEN و CMFN، نتیجه می‌گیریم که $\hat{DEF} = \beta$ و $\hat{EFD} = \gamma$ (به حالت ز) متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC} \Rightarrow \frac{EF}{12} = \frac{4}{15} \Rightarrow EF = 3/2$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴۳- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)



$$S_{ABC} = S_{DBC} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times CH \times BD = \frac{1}{2} \times 4 \times BD$$

$$\Rightarrow BD = 10$$

$$DB = BO + OD = 10 \Rightarrow OB + 4 = 10 \Rightarrow OB = 6$$

$$S_{BOC} = \frac{CH \times BO}{2} = \frac{4 \times 6}{2} = 12$$

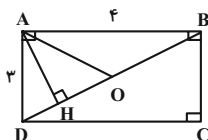
$$\Delta ADO \sim \Delta BOC \Rightarrow \frac{S_{ADO}}{S_{BOC}} = \left(\frac{OD}{OB}\right)^2 = \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S_{ADO} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

(اسحاق اسفندیار)

۴۴- گزینه «۳»



$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BD = 5$$

$$AD^2 = DH \times DB \Rightarrow 9 = DH \times 5 \Rightarrow DH = 9/5$$

$$DO = 2/5$$

$$HO = DO - DH = 2/5 - 9/5 = -7/5$$

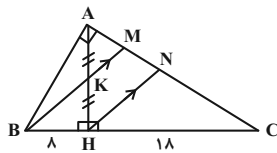
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(هومن عقیلی)

۴۵- گزینه «۱»

می‌دانیم $AH^2 = BH \times CH = 144$ ، پس $AH^2 = 12 \times 12 = 144$ ، یعنی $AH = 12$ و در نتیجه $AK = KH = 6$ از H پاره‌خط HN را موازی BM رسم می‌کنیم، یعنی $HN \parallel BM$ همچنین داریم:

$$\Delta BKH : BK^2 = BH^2 + KH^2 = 12^2 + 6^2 = 180 \Rightarrow BK = 10$$



$$KM = x \Rightarrow HN = 2x$$

$$\Delta BMC : HN \parallel BM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{2x}{x+10} = \frac{18}{26}$$

$$\Rightarrow 52x = 18x + 180 \Rightarrow x = MK = \frac{90}{17}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(هومن عقیلی)

۴۶- گزینه «۳»

ارتفاع و میانه وارد بر وتر را رسم می‌کنیم. می‌دانیم میانه وارد بر وتر، نصف وتر است. یعنی $AM = MB = 4$ و $\hat{A}_1 = 22/5^\circ$ در نتیجه $\hat{M}_1 = 45^\circ$ پس $AH = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = 2\sqrt{2}$ و می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه $AB \times AC = AH \times BC$ پس $AB \times AC = 16\sqrt{2}$.



(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۲» - ۴۹

تعداد قطرهای یک n ضلعی از رابطه $\frac{n(n-3)}{2}$ به دست می‌آید، بنابراین

داریم:

$$\frac{(n+3) \times n}{2} = 2 \times \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow n+3 = 2(n-3)$$

$$\Rightarrow n+3 = 2n-6 \Rightarrow n=9$$

اندازه هر زاویه خارجی یک n ضلعی منتظم برابر $\frac{360^\circ}{n}$ است، پس داریم:

$$\frac{360^\circ}{9} = 40^\circ = \text{اندازه هر زاویه خارجی } 9 \text{ ضلعی منتظم}$$

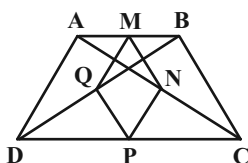
(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه ۵۵)

(پوار هاتمی)

گزینه «۲» - ۵۰

در مثلث ABC ، نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AB و AC

هستند، یعنی داریم:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel BC$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC$$

به دلیل مشابه در مثلث‌های ADC ، BDC و ABD ، به ترتیب

$$NP = \frac{1}{2} AD, PQ = \frac{1}{2} BC, MQ = \frac{1}{2} AD \text{ است و در نتیجه}$$

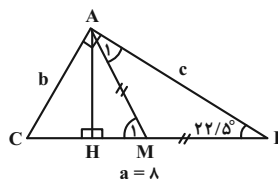
داریم:

$$\text{محیط } MNPQ = MN + NP + PQ + MQ$$

$$= \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AD + \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AD$$

$$= AD + BC = 2 \times 3 = 6$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

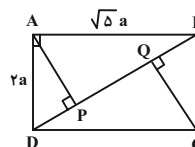


(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ و ۶۳)

گزینه «۴» - ۴۷

(افشین فاضله‌شان)

طبق قضیه فیثاغورس:



$$DB^2 = \Delta a^2 + \epsilon a^2 = 9a^2 \Rightarrow DB = 3a$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABD از رأس قائم A عمودی بر وتر BD رسم شده است. بنابراین خواهیم داشت:

$$AD^2 = DP \cdot DB \Rightarrow \epsilon a^2 = DP \cdot 3a \Rightarrow DP = \frac{\epsilon}{3} a$$

به طریق مشابه $BQ = \frac{\epsilon}{3} a$ ، بنابراین:

$$PQ = 3a - 2\left(\frac{\epsilon}{3} a\right) = \frac{1}{3} a \Rightarrow \frac{AD}{PQ} = \frac{3a}{\frac{1}{3} a} = 9$$

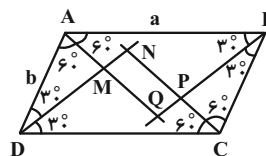
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

گزینه «۴» - ۴۸

(افشین فاضله‌شان)

با توجه به معلومات مسئله و تعریف متوازی‌الاضلاع، شکل را کامل می‌کنیم. می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل به زاویه 30° نصف وتر و ضلع

مقابل به زاویه 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است:



$$AQ = \frac{a}{2}, AM = \frac{b}{2} \Rightarrow MQ = AQ - AM = \frac{a-b}{2}$$

$$DN = \frac{\sqrt{3}}{2} a, DM = \frac{\sqrt{3}}{2} b$$

$$\Rightarrow MN = DN - DM = \frac{\sqrt{3}}{2} (a-b)$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{MQ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} (a-b)}{\frac{1}{2} (a-b)} = \sqrt{3}$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ و ۶۳)

هندسه ۲

۵۱- گزینه «۴»

(غرضانه فاکپاش)

ترکیب دو دوران متوالی به مرکز O و زاویه 90° در جهت ساعتگرد، یک دوران با زاویه 180° است. دوران تنها در صورتی تبدیل همانی است که زاویه دوران مضربی از 360° باشد و در غیر این صورت موقعیت نقطه در صفحه تغییر می‌کند. در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» ترکیب دو تبدیل هندسی مشخص شده، یک تبدیل همانی است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۴۹)

۵۲- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

می‌دانیم در یک تجانس به نسبت k ، طول پاره‌خطها $|k|$ برابر و اندازه مساحت‌ها k^2 برابر می‌شود. طول هر ضلع مربعی به طول قطر $\sqrt{2}$ برابر ۱ است. اگر S و S' به ترتیب مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۴ و مساحت مثلث تبدیل یافته آن تحت این تجانس باشند، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{S'}{S} = k^2 \Rightarrow \frac{S'}{4\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow S' = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۵۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

ترکیب دو انتقال با بردارهای \vec{v}_1 و \vec{v}_2 ، انتقالی با بردار $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ است. مطابق شکل داریم:

$$\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB} \Rightarrow \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$$

بنابراین کافی است با برداری هم‌اندازه و خلاف جهت \overrightarrow{AB} ، انتقال را انجام دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ بر $ABCD$ منطبق گردد که در بین گزینه‌ها، تنها بردار \overrightarrow{CD} دارای این ویژگی است، یعنی داریم:

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$$

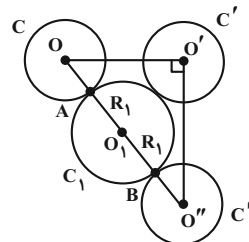
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۵۴- گزینه «۲»

(غرضانه فاکپاش)

دوران تبدیلی طولی است، بنابراین $O'O'' = OO' = 6$ است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $OO'O''$ داریم:

$$OO''^2 = 6^2 + 6^2 = 2 \times 6^2 \Rightarrow OO'' = 6\sqrt{2}$$



مطابق شکل C_1 کوچک‌ترین دایره‌ای است که بر هر دو دایره C و C'' مماس است. شعاع دایره‌های C و C'' برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

$$AB = OO'' - (OA + O''B) = 6\sqrt{2} - 2 \times 2$$

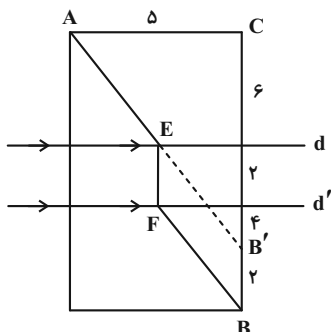
$$\Rightarrow 2R_1 = 6\sqrt{2} - 4 \Rightarrow R_1 = 3\sqrt{2} - 2$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۵۵- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا نقطه B را ۲ واحد (به اندازه فاصله بین d و d') به طرف بالا انتقال می‌دهیم تا نقطه B' به دست آید. سپس از B' به A وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه E قطع کند و از خط d' عمود رسم می‌کنیم تا آن را در نقطه F قطع نماید. مسیر $AEFB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن مطابق فرض سؤال است که طول آن برابر $AB' + B'B$ است.



$$\Delta ACB': AB'^2 = AC^2 + CB'^2 = 5^2 + 12^2 = 169$$

$$\Rightarrow AB' = 13$$

$$AB' + B'B = 13 + 2 = 15$$

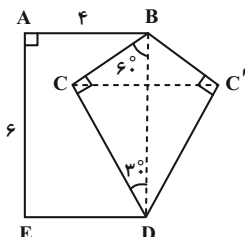
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۵)

۵۶- گزینه «۲»

(غرضانه فاکپاش)

برای افزایش مساحت این قطعه زمین بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج‌ضلعی $ABCDE$ ، کافی است بازتاب نقطه C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D به دست آوریم. اگر بازتاب یافته نقطه C را C' بنامیم، آن‌گاه دو مثلث BCD و $BC'D$ هم‌نهشت هستند. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع روبه‌رو به زوایای 30° و 60° درجه به

ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است، پس مطابق شکل داریم:



$$BC = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$DC = \frac{\sqrt{3}}{2}BD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

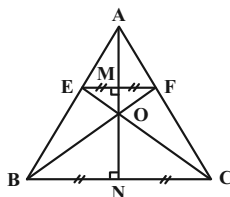
$$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$



(هومن عقیلی)

گزینه «۲» - ۵۹

مطابق شکل A مرکز تجانس مستقیم و O مرکز تجانس معکوس است و نقاط A، O و M روی عمودمنصف‌های دو پاره خط EF و BC قرار دارند.



$$\triangle OEF \sim \triangle OBC \Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{4}$$

$$\text{میانۀ } AN = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$\text{میانۀ } AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow MN = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM + ON = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$ON = 4OM$$

$$\Rightarrow OM + 4OM = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM = \frac{3\sqrt{3}}{10}$$

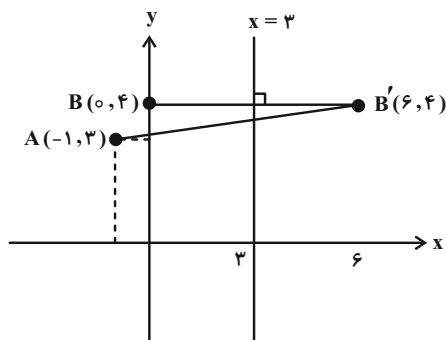
$$\Rightarrow OA = \frac{3\sqrt{3}}{10} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = \frac{4\sqrt{3}}{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱)

(هومن عقیلی)

گزینه «۱» - ۶۰

نقطه C(۳, a) روی خط x=۳ حرکت می‌کند. طبق مسئله هرون نقطه C را روی خط x=۳ باید طوری بیابیم که CA+CB کمترین باشد. برای این منظور بازتاب نقطه B را نسبت به خط x=۳ به دست می‌آوریم (نقطه B'(۶, ۴) و آن را به A وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه C قطع کند.



$$m_{AB'} = \frac{4-3}{6-1} = \frac{1}{5} \Rightarrow AB': y-3 = \frac{1}{5}(x+1)$$

$$x=3 \Rightarrow y = \frac{4}{5} + 3 = \frac{25}{5} \Rightarrow a = \frac{25}{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۳)

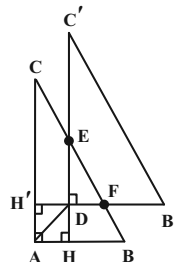
$$2S_{BCD} = 2 \times \frac{9\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۴» - ۵۷

نقطه هم‌رسمی نیمسازها در مثلث از سه ضلع به یک فاصله است و این فاصله برابر شعاع دایره محاطی داخلی مثلث است.



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی: } r = DH = DH' = \frac{S}{P}$$

$$\frac{6 \times 8}{2} = \frac{48}{6+8+10} = \frac{48}{24} = 2$$

از طرفی چهارضلعی DHAH' مربع است.

$$(\hat{A} = \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ, \quad DH = DH')$$

$$AD = \sqrt{2}DH = \sqrt{2}(2) = 2\sqrt{2}$$

طول بردار انتقال $2\sqrt{2}$ است.

$$\triangle ABC: HE \parallel AC \Rightarrow \frac{HE}{AC} = \frac{HB}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{2+DE}{8} = \frac{6-2}{6} \Rightarrow 2+DE = \frac{16}{3} \Rightarrow DE = \frac{10}{3}$$

$$\triangle ABC: H'F \parallel AB \Rightarrow \frac{H'F}{AB} = \frac{H'C}{AC} \Rightarrow \frac{2+DF}{6} = \frac{8-2}{8}$$

$$2+DF = \frac{9}{2} \Rightarrow DF = \frac{5}{2}$$

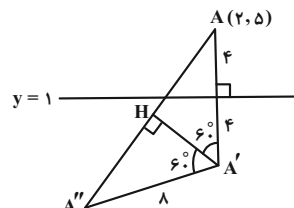
$$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} DE \times DF = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{50}{12} = \frac{25}{6}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۱)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۱» - ۵۸

فاصله نقطه A تا خط d برابر با ۴ است. بنابراین اندازه پاره خط‌های A'A'' و A'A'' (شعاع دوران) برابر با ۸ خواهد بود. با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$\triangle A'HA'': \sin 60^\circ = \frac{A''H}{A'A''} \Rightarrow A''H = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$AA'' = AH + A''H = 2A''H = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)



فیزیک ۳

گزینه «۴» - ۶۱

(معمومه شریعت ناصری)

جابه‌جایی یعنی برداری که نقطه آغاز و پایان را به هم وصل می‌کند و مسافت طول مسیری است که متحرک طی می‌کند. جابه‌جایی برابر با Δx است و با توجه به شکل مسافت طی شده برابر است با:



با توجه به صورت سؤال $|\Delta x| = |\Delta x| + 2l_1$ مسافت: $l = |\Delta x| + l_1 + l_1$

$$4|\Delta x| = 2l_1 \Rightarrow l_1 = 2|\Delta x|$$

فاصله نقطه آغاز تا نقطه تغییر جهت
فاصله نقطه پایان تا نقطه تغییر جهت

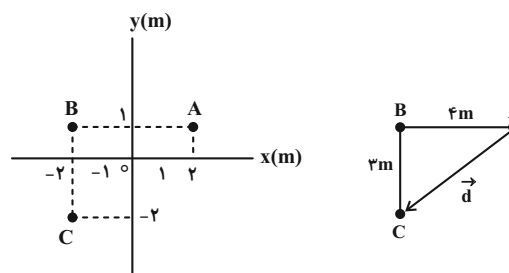
$$= \frac{\Delta x + l_1}{l_1} = \frac{\Delta x + 2\Delta x}{2\Delta x} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۳» - ۶۲

(مریم شیخ‌ممو)

با توجه به شکل زیر، مسافت طی شده توسط متحرک برابر $7m$ و جابه‌جایی آن برابر $5m$ است. بنابراین داریم:



$$d = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ و } l = 4 + 3 = 7m$$

$$\frac{l}{d} = \frac{7}{5} = 1.4$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۱» - ۶۳

(مهمد کاظم منشاری)

برای به دست آوردن سرعت متوسط باید از فرمول $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده کرد. حال با توجه به این که زمان هر حرکت در دسترس نیست می‌توانیم از

فرمول $\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{av}}$ زمان را محاسبه کرده و در مخرج کسر اول قرار دهیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2} + \frac{\Delta x_3}{v_3}} \quad \Delta x = d, \Delta x_1 = \frac{d}{3}, \Delta x_2 = \frac{d}{2}, \Delta x_3 = \frac{d}{6}$$

$$= \frac{d}{\frac{d}{3} + \frac{d}{2} + \frac{d}{6}} = \frac{d}{\frac{2d}{6} + \frac{3d}{6} + \frac{d}{6}} = \frac{d}{\frac{6d}{6}} = \frac{d}{d} = 1 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ و ۹)

گزینه «۴» - ۶۴

(معمومه شریعت ناصری)

در نمودارهای خطی $x-t$ شیب خط ثابت است. بنابراین سرعت متحرک ثابت بوده و سرعت متوسط در تمام بازه‌های زمانی یکسان و با سرعت لحظه‌ای برابر است. نمودار در بازه‌های صفر تا $6s$ و $6s$ تا $9s$ خطی و شیب نمودار ثابت است. بنابراین سرعت متوسط در بازه صفر تا $6s$ با سرعت متوسط در بازه $6s$ تا $9s$ برابر است. بنابراین:

$$|v_{av}| = |v_{av}| = |v_{av}|$$

$$\text{سه ثانیه دوم} \quad 6s \text{ تا } 9s \quad 6s \text{ تا } 0$$

$$= \frac{|x_{6s} - x_0|}{6} = \frac{|x_{6s} - 0|}{6} = \frac{|x_{6s}|}{6}$$

$$|v_{av}| = |v_{av}| = \frac{|0 - x_{6s}|}{3} = \frac{|x_{6s}|}{3} \Rightarrow \frac{|x_{6s}|}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\text{سه ثانیه سوم} \quad 9s \text{ تا } 6s \quad 3$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ و ۹)

گزینه «۳» - ۶۵

(زهرا آقاممیری)

به بررسی عبارت‌های داده شده می‌پردازیم:

(الف) نادرست؛ جهت حرکت متحرک دو بار در لحظه‌های $1s$ و $3s$ عوض شده است.

(ب) نادرست؛ با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_5 - x_0}{\Delta t} \xrightarrow{x_5 > x_0} v_{av} > 0$$

(پ) درست؛ وقتی متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند جهت بردار مکان متحرک عوض می‌شود. پس جهت بردار مکان متحرک دو بار در لحظه‌های $2s$ و $4s$ عوض شده است.

(ت) درست؛ متحرک در بازه زمانی صفر تا $1s$ و $3s$ تا $5s$ (در مجموع $3s$) در جهت محور x حرکت کرده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ و ۹)



۶۶- گزینه «۲»

(علیرضا جباری)

گام اول: با توجه به ویژگی‌های رأس سهمی، لحظه $t = \frac{1+5}{2} = 3s$ مربوط به مکان $x = -4m$ است. معادله سهمی را به صورت کلی زیر می‌نویسیم:

$$x = A(t - \alpha)(t - \beta) \xrightarrow{\alpha=1s, \beta=5s, t=3s \Rightarrow x=-4m}$$

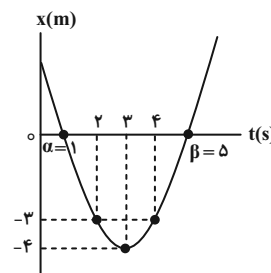
$$-4 = A(3-1)(3-5) \Rightarrow A = 1$$

گام دوم: معادله مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = (t-1)(t-5) \Rightarrow x = t^2 - 6t + 5$$

گام سوم: دو ثانیه دوم حرکت یعنی از $t = 2s$ تا $t = 4s$ ، مکان متحرک در این دو لحظه و تندی متوسط در این بازه زمانی را حساب می‌کنیم:

$$x = t^2 - 6t + 5 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t=2s} x = 2^2 - 6 \times 2 + 5 = -3m \\ \xrightarrow{t=4s} x = 4^2 - 6 \times 4 + 5 = -3m \end{cases}$$



$$\ell = |-4 - (-3)| + |-3 - (-4)| = 1 + 1 = 2m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2}{4-2} = 1 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۹)

۶۷- گزینه «۳»

(عبداله فقه‌زاده)

می‌دانیم سرعت در هر لحظه دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در آن لحظه است. بنابراین، با محاسبه شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t و تعریف سرعت متوسط، x را می‌یابیم:

$$v_t = d \text{ شیب خط } = \frac{x-9}{t}$$

$$v_t = 2 \mid v_{av}(4t \text{ تا } 0) \mid \Rightarrow \frac{x-9}{t} = 2 \times \mid \frac{x_{4t} - x_0}{4t - 0} \mid$$

$$\Rightarrow \frac{x-9}{t} = 2 \times \mid \frac{0-2}{4t} \mid \Rightarrow \frac{x-9}{t} = \frac{4}{4t}$$

$$\Rightarrow x-9=1 \Rightarrow x=10m$$

اکنون با داشتن x می‌توان نوشت:

$$\frac{v_{av}(t \text{ تا } 0)}{v_{av}(4t \text{ تا } t)} = \frac{\frac{x_t - x_0}{t - 0}}{\frac{x_{4t} - x_t}{4t - t}} = \frac{\frac{10-2}{t}}{\frac{-10}{3t}} = -\frac{24}{10} = -2.4$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۹)

۶۸- گزینه «۴»

(مریم شیخ‌موم)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست: مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = |24-0| + |10-24| = 24+14 = 38m$$

(۲) درست: در لحظه $t = 7s$ شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان که معرف سرعت متحرک است، منفی می‌باشد.

(۳) درست: در بازه زمانی $4s$ تا $6s$ که لحظه $t = 5s$ هم متعلق به این بازه زمانی است، حرکت شتابدار کندشونده می‌باشد (شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است). چون $v > 0$ است، لذا $a < 0$ خواهد بود.

(چون تقعر نمودار رو به پایین است، شتاب منفی است.)

(۴) نادرست: در بازه زمانی صفر تا $2s$ متحرک ساکن است. زیرا در این بازه زمانی سرعت (شیب خط مماس بر نمودار) صفر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۱۲)

۶۹- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

در لحظه $t = 2s$ که شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان صفر می‌باشد، سرعت متحرک صفر است. از طرف دیگر، چون در بازه زمانی صفر تا $4s$ تقعر نمودار $x-t$ به طرف پایین است، شتاب متوسط متحرک منفی است. بنابراین، با استفاده از رابطه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{v_{fs} - v_{2s}}{\Delta t} \xrightarrow{a_{av} = -3 \frac{m}{s^2}, v_{2s} = 0, \Delta t = 4-2=2s} -3 = \frac{v_{fs} - 0}{2} \Rightarrow v_{fs} = -6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۷۰- گزینه «۴»

(مبینی نکوئیان)

سرعت متوسط در نمودار مکان-زمان، برابر با شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه را به یکدیگر وصل می‌کند، پس در بازه زمانی صفر تا $4s$ داریم:



$$\frac{v_{20} = v_{10} = v, \quad v_0 = 0}{v_{20} = v' = -\frac{3}{2}v} \rightarrow \left| \frac{a_{av}(0, 20)}{a_{av}(10, 20)} \right| = \left| \frac{v - 0}{-\frac{3}{2}v - v} \right|$$

$$= \left| \frac{v}{-\frac{5}{2}v} \right| = 0.4$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

(غرشید رسولی)

۷۲- گزینه «۳»

نکته ۱: علامت سرعت تعیین کننده جهت حرکت است.

نکته ۲: شیب نمودار سرعت- زمان برابر با شتاب حرکت است.

خودرو با سرعت اولیه منفی شروع به حرکت کرده و تا لحظه t_1 سرعتش منفی است یعنی در جهت منفی محور x حرکت کرده است. در بازه صفر تا t_1 سرعت و شتاب هر دو منفی هستند و حرکت تندشونده در جهت منفی محور x است.

در بازه t_1 تا t_2 سرعت منفی و شتاب مثبت است و حرکت کندشونده در جهت منفی محور x است.

در بازه t_2 تا t_3 سرعت صفر شده و خودرو ساکن است اما در مورد این که در مکان مثبت یا منفی قرار دارد نمی‌توان اظهار نظر نمود.

در بازه t_3 تا t_4 سرعت و شتاب هر دو مثبت‌اند و حرکت تندشونده در جهت مثبت محور x است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

(غرشید رسولی)

۷۳- گزینه «۱»

نکته ۱: شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان برابر شتاب است.

نکته ۲: شتاب، آهنگ تغییر سرعت است.

بررسی موارد:

الف) درست؛ در بازه زمانی t_1 تا t_2 شیب نمودار سرعت- زمان صفر است، بنابراین حرکت یکنواخت خواهد بود.

ب) درست؛ در لحظه‌های t_1 و t_3 شیب خط مماس بر نمودار صفر و شتاب هم صفر است. همچنین شیب نمودار در بازه t_1 تا t_2 صفر و در نتیجه شتاب صفر است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -1/25 = \frac{x_B - (-3)}{4} \Rightarrow x_B = -8m$$

بنابراین سرعت متوسط در بازه زمانی ۴s تا ۱۰s برابر است با:

$$v_{av} = \frac{0 - (-8)}{10 - 4} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

از طرفی می‌دانیم که در نمودار مکان- زمان، سرعت در هر لحظه دلخواه برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است. پس:

$$t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = \frac{0 - (-8)}{\frac{20}{3} - 4} = 3 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 10s \Rightarrow v_2 = 0$$

و در نهایت شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 10s$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

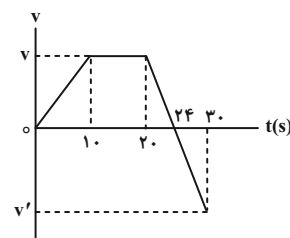
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 3}{10 - 4} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۱۲)

(زهرا آقاممیری)

۷۱- گزینه «۲»

در بازه زمانی ۲۰s تا ۳۰s شیب نمودار ثابت است، در نتیجه می‌توانیم رابطه‌ای بین v و v' بیابیم:



$$\frac{0 - v}{24 - 20} = \frac{v' - 0}{30 - 24} \Rightarrow -\frac{v}{4} = \frac{v'}{6} \Rightarrow v' = -\frac{3}{2}v$$

اکنون با استفاده از رابطه شتاب متوسط، نسبت شتاب متوسط در بازه صفر تا ۲۰s به بازه ۱۰s تا ۳۰s را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \left| \frac{a_{av}(0, 20)}{a_{av}(10, 20)} \right| = \left| \frac{\frac{v_{20} - v_0}{20 - 0}}{\frac{v_{30} - v_{10}}{30 - 10}} \right|$$



$$v = -\frac{5}{s} \rightarrow x = vt + x_0 \rightarrow x = -5t + 25$$

اکنون لحظه تغییر جهت بردار مکان را می‌یابیم. دقت کنید، در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) عبور می‌کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

$$x = -5t + 25 \xrightarrow{x=0} 0 = -5t + 25 \Rightarrow t = 5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

(علیرضا جباری)

گزینه «۳» ۷۷

گام اول، با توجه به این که نمودار مکان-زمان به صورت یک خط با شیب ثابت است، حرکت با سرعت ثابت می‌باشد و معادله مکان آن به صورت $x = vt + x_0$ است. با جایگذاری دو نقطه معلوم، معادله مکان این حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t = 4s \\ x = -6m \end{cases} \Rightarrow -6 = 4v + x_0$$

$$\begin{cases} t = 12s \\ x = 26m \end{cases} \Rightarrow 26 = 12v + x_0$$

$$\Rightarrow 32 = 8v \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

$$-6 = 4 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = -22m$$

پس معادله مکان متحرک به صورت $x = 4t - 22$ است.

گام دوم، لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه‌ای که $x = 0$ می‌شود. این لحظه را پیدا می‌کنیم:

$$x = 4t - 22 \xrightarrow{x=0} 0 = 4t_1 - 22 \Rightarrow t_1 = 5.5s$$

گام سوم، لحظه‌ای را که بردار مکان متحرک به صورت $\vec{x} = 14\vec{i}$ است به دست می‌آوریم:

$$x = 4t - 22 \xrightarrow{x=14m} 14 = 4t_2 - 22 \Rightarrow t_2 = 9s$$

گام چهارم، فاصله زمانی خواسته شده بین t_1 تا t_2 را به دست می‌آوریم:

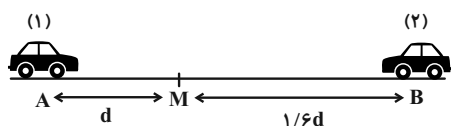
$$t_2 - t_1 = 9 - 5.5 = 3.5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(سیرمه‌لیله میرصالحی)

گزینه «۲» ۷۸

ابتدا سرعت متحرک (۱) و (۲) را به دست می‌آوریم:



پ) نادرست؛ در بازه زمانی t_5 تا t_6 شیب نمودار منفی و ثابت است. بنابراین شتاب ثابت و منفی و در نتیجه آهنگ تغییر سرعت ثابت و منفی است.

ت) نادرست؛ آهنگ تغییر سرعت همان شتاب است. با توجه به این که شیب خط مماس در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 ثابت نیست، بنابراین آهنگ تغییر سرعت در این بازه‌های زمانی ثابت نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

گزینه «۲» ۷۴

(مصطفی کیانی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ شتاب متحرک همواره منفی است. زیرا شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ که معرف شتاب می‌باشد، منفی است.

ب) درست؛ اندازه سرعت ابتدا کاهش می‌یابد تا به صفر می‌رسد و در ادامه در جهت منفی افزایش می‌یابد.

پ) نادرست؛ اندازه شتاب ابتدا افزایش می‌یابد و در ادامه کاهش می‌یابد. زیرا اندازه شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ که معرف شتاب می‌باشد، ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است.

ت) درست؛ زیرا در بازه زمانی صفر تا t' ، $\Delta v < 0$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

گزینه «۲» ۷۵

(مریم شیخ‌ممو)

چون در بازه صفر تا t_4 نمودار $v-t$ زیر محور t می‌باشد، سرعت همواره منفی می‌باشد، بنابراین متحرک در تمام این مدت بدون تغییر جهت در جهت منفی محور x حرکت کرده است. از طرف دیگر، چون در لحظه‌های t_1 و t_2 شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر صفر می‌باشد، لذا در این لحظه‌ها، شتاب صفر می‌باشد. بنابراین، شتاب متحرک سه بار صفر شده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

گزینه «۳» ۷۶

(مصطفی کیانی)

ابتدا معادله حرکت متحرک را می‌نویسیم. چون تندی و جهت حرکت ثابت است، سرعت متحرک ثابت خواهد بود. بنابراین، با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت و با توجه به این که $v < 0$ است، داریم:



$$v_A = \frac{54 - 24}{10} = \frac{30}{10} = 3 \frac{m}{s}$$

$$x = v_A t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 24m} x_A = 3t + 24$$

$$t_1 = 6s \Rightarrow x_1 = 3 \times 6 + 24 = 42m$$

$$t_2 = 14s \Rightarrow x_2 = 3 \times 14 + 24 = 66m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(علی بزرگر)

۸۰- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) درست؛ چون اندازه شیب دو خط ثابت و برابر است.

$$A \text{ شیب خط} = \frac{5 - (-10)}{3 - 0} = 5 \frac{m}{s}$$

$$B \text{ شیب خط} = \frac{5 - 20}{3 - 0} = -5 \frac{m}{s}$$

ب) نادرست؛ با توجه به علامت شیب‌ها $v_A = -v_B$ است.

پ) نادرست؛ با توجه به جهت حرکت دو متحرک داریم:

$$\Delta x_A = -\Delta x_B$$

ت) درست؛ چون به جای جابه‌جایی اندازه آن داده شده است لذا داریم:

$$\begin{cases} |\Delta x_A| = |20 - (-10)| = 30m \\ |\Delta x_B| = |-10 - 20| = 30m \end{cases} \Rightarrow |\Delta x_A| = |\Delta x_B|$$

ث) نادرست؛ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان نشان‌دهنده

سرعت متحرک است. چون شیب خط راست ثابت است، پس سرعت

لحظه‌ای و متوسط با هم برابر و مقدار ثابتی است. پس برای متحرک B

داریم:

$$v_{av} = v_{av} \\ 2s \text{ تا } 6s \quad 6s \text{ تا } 12s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹ و ۱۳ تا ۱۵)

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_1 = \frac{d}{4}$$

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{1/6d}{4} = 0/4d$$

اکنون مدت زمانی که طول می‌کشد تا دو متحرک ادامه مسیر را طی کنند،

می‌یابیم:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x}{v} \xrightarrow{\Delta x_1 = 1/6d, v_1 = \frac{d}{4}} \Delta t_1 = \frac{1/6d}{\frac{d}{4}} = 6/4s$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x}{v} \xrightarrow{\Delta x_2 = d, v_2 = 0/4d} \Delta t_2 = \frac{d}{0/4d} = 2/5s$$

$$\Delta t_1 - \Delta t_2 = 6/4 - 2/5 = 3/9s$$

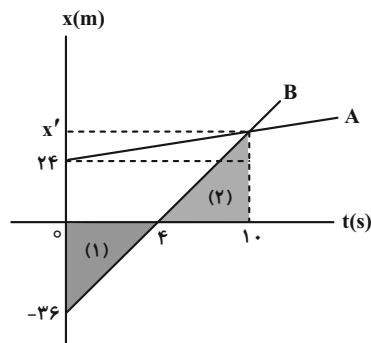
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۸)

(شیلا شیرزادی)

۷۹- گزینه «۳»

ابتدا به کمک تشابه دو مثلث (۱) و (۲) که در شکل مشخص شده، مکانی را

که این دو جسم به هم رسیده‌اند مشخص می‌کنیم:



$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{10-6}{6-0} = \frac{x'}{36} \Rightarrow 4x' = 6 \times 36 \Rightarrow x' = 6 \times 9 = 54m$$

یعنی در لحظه ۱۰ ثانیه دو متحرک در مکان ۵۴ متری به هم رسیده‌اند.

دقت کنید در لحظه صفر فاصله دو متحرک از هم $60m = 24 + 36$ بوده

است و پس از ۱۰ ثانیه این فاصله صفر شده است. یعنی هر ثانیه فاصله دو

جسم ۶ متر تغییر کرده است. پس اگر بخواهیم فاصله دو جسم ۲۴ متر شود،

$(24 + 6 = 30)$ ۴ ثانیه قبل یا ۴ ثانیه بعد از ۱۰ ثانیه را باید حساب کرد.

یعنی $t_1 = 6s$ یا $t_2 = 14s$.

اکنون برای به دست آوردن مکان متحرک A، ابتدا سرعت A را از روی

شیب خط به دست می‌آوریم:



فیزیک ۱

گزینه «۲» ۸۱-

(علیرضا جباری)

مایع A درون لوله شکل (الف)، پایین تر از سطح آزاد مایع و به صورت برآمده قرار دارد. پس نیروی هم چسبی مولکول های آن بیشتر از نیروی دگر چسبی بین مولکول های مایع A و شیشه است. بنابراین مایع A به صورت قطره های کروی روی سطح شیشه ای تمیز قرار می گیرد. (درستی «الف»)

ارتفاع های h_1 و h_2 به طول قسمت خالی لوله در بالا و طول قسمت پر لوله در پایین ربطی ندارند. بلکه در تعیین آن ها ۳ عامل زیر مؤثرند:

۱- جنس سطح داخل لوله

۲- جنس مایع

۳- قطر لوله (درستی «ت» و نادرستی «ب»)

هر چه قطر لوله موئین بیشتر باشد h_1 و h_2 کاهش می یابند. (نادرستی «پ»)

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۱ و ۳۲)

گزینه «۱» ۸۲-

(مهمان کاظم منشادی)

ابتدا محاسبه می کنیم که نیروی وارد بر ته لوله معادل با فشار چند سانتی متر جیوه می باشد. از فرمول $P = \frac{F}{A}$ می توان حداکثر فشار تحملی ته لوله را بر حسب cmHg به دست آورد.

$$\rho gh = \frac{F}{A} = \frac{40 / 8N}{10 \times 10^{-4}} = 13600 \times 10 \times h$$

حداکثری

$$\Rightarrow h_{\text{حداکثری}} = 30 \text{ cm}$$

حال فشار وارد بر ته لوله را در همین حالت محاسبه می کنیم:

ارتفاع ظرف را از فرمول $h = L \times \sin 53^\circ$ محاسبه می کنیم.

$$P_0 - \rho gh' = \rho gh \Rightarrow 10064 \times 10^5 - 13600 \times 10 \times 0.6 \times 0.8$$

$$= 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = 26 \text{ cm}$$

طبق رابطه زیر می فهمیم که می توان به ارتفاع ۴cm لوله را در جیوه فرو برد. اما به دلیل زاویه لوله با سطح مقدار جابه جایی از رابطه زیر به دست می آید.

$$h_{\text{کنونی}} - h_{\text{حداکثری}} = 30 - 26 = 4 \text{ cm}$$

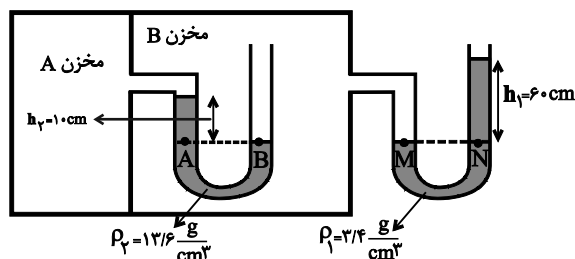
$$4 \text{ cm} \div \sin 53^\circ = 5 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۳۰)

(مهمان مقدم)

گزینه «۴» ۸۳-

با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن، داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{A_{\text{مخزن}}} + \rho_2 gh_2 = P_{B_{\text{مخزن}}} \quad (1)$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{B_{\text{مخزن}}} = \rho_1 gh_1 + P. \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} P_{A_{\text{مخزن}}} + \rho_2 gh_2 = \rho_1 gh_1 + P.$$

$$\Rightarrow P_{A_{\text{مخزن}}} - P. = \rho_1 gh_1 - \rho_2 gh_2$$

$$\Rightarrow P_g = 3 / 4 \times 10^3 \times 10 \times 0.6 - 13 / 6 \times 10^3 \times 10 \times 0.1$$

$$= 20 / 4 \times 10^3 - 13 / 6 \times 10^3 = 6 / 8 \times 10^3 \text{ Pa} = 6 / 8 \text{ kPa}$$

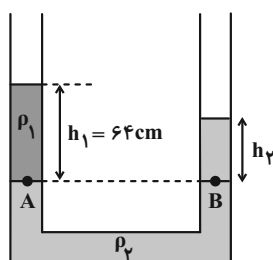
(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۳۰)

(عبداله فقه زاده)

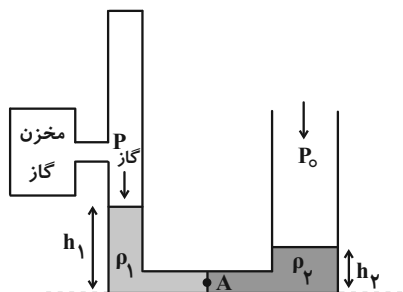
گزینه «۴» ۸۴-

ابتدا با استفاده از نقاط هم تراز A و B که فشار یکسانی دارند، ارتفاع

h_2 را می یابیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 gh_1 + P. = \rho_2 gh_2 + P. \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$



$$P_{\text{مخزن گاز}} + \rho_1 g h_1 = P_o + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن گاز}} - P_o = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow P_g = g(\rho_2 h_2 - \rho_1 h_1) \quad (*)$$

از طرفی با توجه به این که سؤال گفته جرم مایع‌ها برابر است. پس:

$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 A_1 h_1 = \rho_1 \times 3 h_1 = 3 \cdot$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = 10 \cdot \frac{g}{\text{cm}^2} = 100 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 A_2 h_2 = \rho_2 \times 6 h_2 = 3 \cdot$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = 5 \cdot \frac{g}{\text{cm}^2} = 50 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

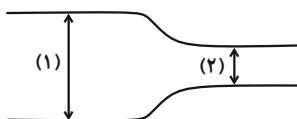
$$P_g = 10 \times (50 - 100) = -500 \text{ Pa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(سیده ملیحه میرصالحی)

۸۶- گزینه «۱»

آهنگ شارش آب در طول لوله ثابت است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$\frac{d_1 = 13/6 \text{ cm}, d_2 = 6/8 \text{ cm}}{v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \left(\frac{13/6}{6/8}\right)^2 = \left(\frac{v_2}{5}\right)$$

$$\Rightarrow 2^2 = \frac{v_2}{5} \Rightarrow v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

(علی عاقلی)

۸۷- گزینه «۴»

طبق معادله پیوستگی، تندی شاره با سطح مقطع لوله نسبت عکس دارد.

$$\text{بنابراین } \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{4} \text{ اما در مورد فشار، طبق اصل برنولی می‌دانیم}$$

فشار در مقطع باریک‌تر، کم‌تر است اما لزوماً $\frac{1}{4}$ نیست.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

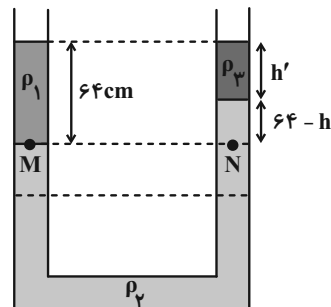
$$\rho_1 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \rightarrow 1 \times 64 = 1/6 h_2$$

$$\rho_2 = 1/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow h_2 = 40 \text{ cm}$$

اکنون با ریختن مایع ρ_3 در شاخه سمت راست، برای نقاط هم‌تراز M و

N داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_o = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 + P_o$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3 \xrightarrow{\rho_2 = 1/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$$

$$1 \times 64 = 1/6 \times (64 - h') + 0/8 h' \Rightarrow 80 = 2 \times (64 - h') + h'$$

$$h' = 128 - 80 = 48 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع جدید مایع } \rho_2 \text{ در شاخه سمت راست} = 64 - 48 = 16 \text{ cm}$$

می‌بینیم تفاوت ارتفاع مایع ρ_2 در شاخه‌های سمت راست و چپ که قبل از

ریختن مایع ρ_3 برابر ۴۰ cm بوده است به ۱۶ cm رسیده است. یعنی

۲۴ cm کاهش یافته است. بنابراین، ارتفاع مایع ρ_2 از شاخه سمت راست

۱۲ cm پایین آمده است و در طرف دیگر ۱۲ cm بالا رفته است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

(شیلای شیرزادی)

۸۵- گزینه «۲»

با توجه به شکل، فشار دو مایع در دو طرف نقطه A یکسان است. پس

داریم:



۸۸- گزینه «۴»

(علی کل ممردی رامشه)

شناور بودن جسم A نشان می‌دهد که این جسم چگالی کمتری نسبت به مایع (با چگالی ρ_0) دارد. جسم B در حال پایین رفتن است یعنی چگالی جسم B از ρ_0 بیش‌تر است و جسم C به علت غوطه‌وری درون آب نشان می‌دهد که چگالی برابر با آب دارد.

پس در نهایت: $\rho_B > \rho_C = \rho_0 > \rho_A$

از طرفی اجسام A و C در حالت شناوری و غوطه‌وری به تعادل رسیده‌اند و

این یعنی: $W = F_C = F_A$

اما جسم B در حال پایین رفتن است، یعنی $W > F_B$. در نتیجه داریم:

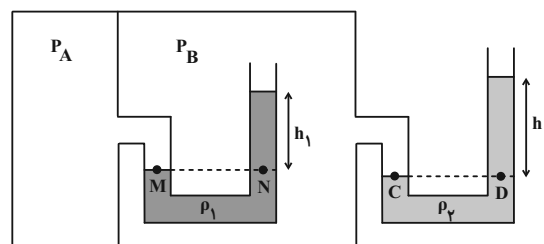
$$F_C = F_A > F_B$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۸۹- گزینه «۲»

(معمود منصوری)

اگر چگالی آب را با ρ_1 و چگالی روغن را با ρ_2 نمایش دهیم، با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_B + \rho_1 g h_1 \quad (I)$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_B = P_0 + \rho_2 g h_2 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} P_A = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_A - P_0}_A = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

فشار پیمانه‌ای مخزن A

با توجه به داده‌های سؤال $h_2 = h_1 + \frac{20}{100} h_1 = \frac{1}{2} h_1$ خواهیم داشت:

$$0.392 \times 10^4 = (1000 \times 10 \times h_1) + (800 \times 10 \times \frac{1}{2} h_1)$$

$$\Rightarrow 3920 = 19600 h_1 \Rightarrow h_1 = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} h_1 = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۰- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

گام اول: ابتدا فشار گاز درون لوله را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{F}{A} \xrightarrow{F=21/76 \text{ N}, A=2 \text{ cm}^2=2 \times 10^{-4} \text{ m}^2} P = \frac{21/76}{2 \times 10^{-4}} = 10/88 \times 10^4 \text{ Pa}$$

گام دوم: فشار محیط را که 75 cmHg داده شده، برحسب پاسکال به

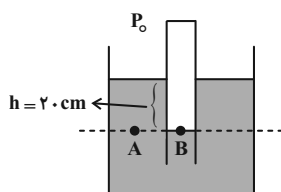
دست می‌آوریم؛ اگر چگالی جیوه $\frac{13}{6} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ باشد

می‌توان نوشت:

$$P_{(\text{Pa})} = P_{(\text{cmHg})} \times 1360 \xrightarrow{P_0=75 \text{ cmHg}} P_0 = 75 \times 1360 \text{ Pa}$$

گام سوم: فشار گاز درون لوله، همان فشار در نقطه B است. از طرفی فشار

در نقطه A با فشار در نقطه B برابر است. پس می‌توان نوشت:



$$P_B = P_A = P_0 + \rho g h \xrightarrow{P_A = P_0 = 10/88 \times 10^4 \text{ Pa}, P_0 = 75 \times 1360 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, h = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}}$$

$$108800 = 75 \times 1360 + \rho \times 10 \times \frac{2}{10} \Rightarrow 6800 = 2\rho$$

$$\Rightarrow \rho = 3400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)



فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۱»

(معمولاً نظم منشاری)

ابتدا مشخص می‌کنیم ظرفیت خازن چند برابر می‌شود:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{A=\text{ثابت}} \frac{C'}{C} = \frac{d}{d'} \\ \xrightarrow{d'=3d} \frac{C'}{C} = \frac{d}{3d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{1}{3}$$

اکنون با استفاده از رابطه $Q = CV$ داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C} \times \frac{V'}{V} \xrightarrow{V'=2V} \frac{Q'}{Q} = \frac{1}{3} \times \frac{2V}{V} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیستنه ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۹۲- گزینه «۳»

(علیرضا بیاری)

گام اول: وقتی دو سر خازن به دو سر یک باتری متصل است، هر تغییری در ساختمان خازن ایجاد کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر خازن تغییر نکرده و ثابت می‌ماند. با توجه به رابطه انرژی خازن می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{V_1=V_2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

گام دوم: انرژی خازن ۴۰ درصد افزایش داشته است. پس داریم:

$$U_2 = U_1 + \frac{40}{100} U_1 = U_1 + 0.4 U_1 = 1.4 U_1$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \xrightarrow{U_2=1.4U_1} \frac{1.4U_1}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1.4$$

گام سوم: رابطه ظرفیت خازن برحسب مشخصات ساختمانی آن به صورت

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \text{ است. } \epsilon_0, \kappa \text{ و } A \text{ در اینجا هیچ تغییری نداشته و ثابت}$$

هستند. اما فاصله دو صفحه از یکدیگر تغییر کرده است ظرفیت خازن با فاصله دو صفحه از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\frac{C_2}{C_1}=1.4} \frac{1}{1.4} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{d_1}{1.4} = \frac{7}{1.4} \text{ mm} = 5 \text{ mm}$$

گام چهارم: تغییر فاصله بین دو صفحه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta d = d_2 - d_1 = 5 - 7 = -2 \text{ mm}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که باید فاصله دو صفحه را ۲ میلی‌متر کاهش دهیم.

(فیزیک ۲- الکتروسیستنه ساکن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۹۳- گزینه «۲»

(غرشیر رسولی)

ابتدا با بسته شدن کلید k_1 مقدار بار الکتریکی ذخیره شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q_1 = CV_1 = 32 \times 10 = 320 \mu\text{C}$$

با باز شدن کلید k_1 و وصل شدن کلید k_2 بار الکتریکی جدید ذخیره شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_2 = CV_2 = 32 \times 15 = 480 \mu\text{C}$$

تغییرات بار الکتریکی روی هر صفحه خازن را به دست می‌آوریم:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 480 - 320 = 160 \mu\text{C}$$

این تغییر بار الکتریکی در خازن ناشی از جابه‌جایی الکترون‌ها بین دو صفحه آن است:

$$\Delta Q = ne \Rightarrow n = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{160 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 10^{15}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیستنه ساکن؛ صفحه‌های ۴، ۳۲ تا ۴۰)

۹۴- گزینه «۲»

(محمود منصوری)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ حضور دی‌الکتریک، باعث افزایش حداکثر ولتاژ قابل تحمل خازن می‌شود و احتمال فروریزش را کاهش می‌دهد.

(ب) درست

(پ) درست

(ت) درست؛ زیرا اگر فاصله صفحات نصف شود، ظرفیت خازن دو برابر

می‌شود. در خازن جدا از مولد با توجه به رابطه $U = \frac{q}{C}$ و ثابت بودن

(q) و افزایش (C)، انرژی (U) کاهش می‌یابد، پس جرقه ضعیف‌تری زده می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتروسیستنه ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۵- گزینه «۴»

(مبین کورنیان)

ابتدا با استفاده از قانون اهم، جریان عبوری از مقاومت را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{360 \times 10^{-3}}{18} = 2 \text{ A}$$

سپس بار الکتریکی ذخیره شده در باتری را برحسب آمپر-دقیقه محاسبه می‌کنیم:

$$q = 9.6 \times 10^4 \mu\text{A} \cdot \text{h} = (9.6 \times 10^4 \text{ A})(60 \text{ min}) = 5.76 \text{ A} \cdot \text{min}$$

و در نهایت داریم:

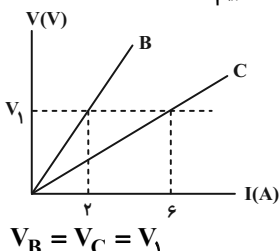
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{5.76}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2.88 \text{ min}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۹۶- گزینه «۴»

(شیراز شیرازی)

با توجه به شکل، ابتدا نسبت دو مقاومت را به دست می‌آوریم. همان‌طور که پیداست، به ازای اختلاف پتانسیل ثابت V_1 داریم:





(سیره ملیحه میرصالحی)

۹۸- گزینه «۱»

با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ نسبت $\frac{R_B}{R_A}$ را حساب می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{R_B = R_A \cdot \rho_B = 2\rho_A}{L_B = L_A} \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = 2$$

جرم سیم B، ۶ برابر جرم سیم A است. بنابراین با استفاده از رابطه‌های

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ و } V = AL \text{ می‌توان نوشت:}$$

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{V=AL}$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A} \Rightarrow 6 = \frac{9}{\rho_A} \times 2 \times 1 \Rightarrow \rho_A = \frac{18}{6} = 3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(مصطفی کیانی)

۹۹- گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه مقاومت با دما، تغییر دما را می‌یابیم:

$$R_T = R_1(1 + \alpha \Delta T) \xrightarrow{R_T = 52\Omega, R_1 = 50\Omega}$$

$$\alpha = 4 \times 10^{-4} \frac{1}{K} \text{ یا } \frac{1}{^\circ C}$$

$$52 = 50 \times (1 + 4 \times 10^{-4} \Delta T) \Rightarrow 52 = 50 + 0.2 \Delta T$$

$$\Rightarrow 2 = 0.2 \Delta T \Rightarrow \Delta T = 10^\circ C$$

اکنون دما را حساب می‌کنیم:

$$\Delta T = T_T - T_1 \xrightarrow{T_1 = 20^\circ C} 10 = T_T - 20 \Rightarrow T_T = 30^\circ C$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(زهرا آقاممیری)

۱۰۰- گزینه «۳»

مقاومت (LDR) نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به‌طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. بنابراین در مدار شکل (الف) با افزایش روشنایی لامپ، از مقاومت LDR کاسته شده و شدت نور لامپ LED بیشتر می‌شود. دیود، جریان را تنها از یک مسیر عبور می‌دهد و مقاومت آن در برابر عبور جریان در این سو ناچیز است. در مدار شکل (ب) دیود خلاف جهت جریان در مدار قرار گرفته است، پس با بستن کلید، جریان از مدار عبور نمی‌کند و لامپ خاموش می‌ماند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

$$R_B I_B = R_C I_C \Rightarrow 2R_B = 6R_C \Rightarrow \frac{R_B}{R_C} = 3$$

حال با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_B}{R_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{L_B}{L_C} \times \frac{A_C}{A_B}$$

$\frac{\rho_B}{\rho_C} = 1$ می‌باشد چون هر دو رسانا هم‌جنس هستند. از طرفی طبق سؤال چون

دو رسانا سطح مقطع برابر دارند، پس $\frac{A_C}{A_B}$ نیز مساوی یک است. پس:

$$\frac{R_B}{R_C} = \frac{L_B}{L_C} = 3 \Rightarrow L_B = 3L_C$$

یعنی طول رسانای B، سه برابر طول رسانای C می‌باشد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۶)

(علیرضا بیاری)

۹۷- گزینه «۳»

گام اول: چون جرم و جنس سیم‌ها یکسان است، حجم آن‌ها نیز با هم برابر است. پس برای دو سیم می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_B}{L_A} = \frac{A_A}{A_B}$$

گام دوم: با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ بین دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\frac{\rho_A = \rho_B}{\frac{L_B}{L_A} = \frac{A_A}{A_B}}} \frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2$$

$$\frac{A_A = \frac{\pi D_A^2}{4}}{A_B = \frac{\pi D_B^2}{4}} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2$$

گام سوم: مقاومت الکتریکی سیم B، ۳۶ درصد کمتر از مقاومت الکتریکی سیم A است، پس داریم:

$$R_B = R_A - 0.36 R_A \Rightarrow R_B = 0.64 R_A$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \xrightarrow{\frac{R_B = 0.64 R_A}{D_B = \sqrt{2} \text{mm}}} \frac{0.64}{1} = \left(\frac{D_A}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{D_A^2}{2} \Rightarrow D_A = \sqrt{\frac{2}{1}} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

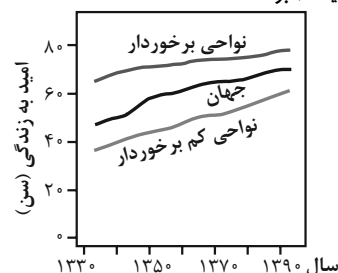


شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

(امیرحسین معروفی)

با توجه به نمودار زیر، در ۶۰ سال گذشته، میزان رشد و پیشرفت شاخص امید به زندگی در نواحی کم‌تر برخوردار (توسعه نیافته) بیش‌تر از نواحی برخوردار (توسعه یافته) بوده است.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۰۲- گزینه «۳»

(مهمر عظیمیان/زواره)

عبارت‌های (آ)، (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) فرمول مولکولی اسید چرب سازنده این استر سه عاملی به صورت $C_{17}H_{35}COOH$ یا $C_{18}H_{36}O_2$ می‌باشد.

(ب) با توجه به وجود سه گروه عاملی استری در ساختار مولکول آن، ۶ پیوند $C-O$ وجود دارد.

(پ) ۳ مول صابون با فرمول $CH_3(CH_2)_6COONa$ تولید می‌شود.

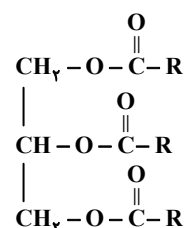
(ت) این ترکیب دارای پیوند $O-H$ نمی‌باشد، پس قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۰۳- گزینه «۲»

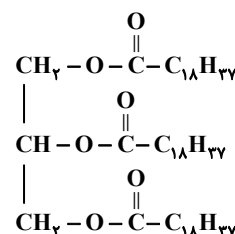
(مرتضی فوش‌کیش)

با توجه به ساختار کلی استرهای بلند زنجیر سه عاملی که به صورت زیر است، می‌توان تعداد کربن‌های گروه‌های R را به صورت زیر حساب کرد:



$$R \text{ تعداد کربن‌های گروه } = \frac{60-6}{3} = 18$$

بنابراین فرمول ساختاری استر بلند زنجیر با ۶۰ اتم کربن به صورت زیر است و جرم مولی این ترکیب برابر 932 g.mol^{-1} می‌باشد.



با توجه به ساختار استر بلند زنجیر می‌توان نتیجه گرفت که از واکنش این استر با سدیم هیدروکسید کافی، صابونی با فرمول $C_{19}H_{39}O_2Na$ تولید می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۰۴- گزینه «۱»

(امیرحسین معروفی)

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

مخلوط شماره «۱»، محلول و مخلوط شماره «۲»، کلئید است.

بررسی برخی عبارت‌ها:

عبارت «الف»، محلول‌ها برخلاف کلئیدها، مخلوط‌هایی همگن هستند.

عبارت «ب»، کلئیدها را می‌توان همانند پلی بین سوسپانسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت.

عبارت «ت»، مخلوط آب و روغن که با صابون پایدار شده یک کلئید است و ذرات آن از ذره‌های محلول‌ها بزرگ‌تر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۰۵- گزینه «۳»

(سپار نفتی)

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow -\log[H^+] = 3/2 = 4-0/5-0/3$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} \log[H^+] = -4+0/5+0/3 = \log 10^{-4} + \log 3 + \log 2$$

$$\Rightarrow [H^+] = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = [H_3O^+]$$

حال اگر فرض کنیم که یک لیتر از محلول داریم:

$$? g H_3O^+ = 1L \text{ محلول} \times \frac{6 \times 10^{-4} \text{ mol } H_3O^+}{1L \text{ محلول}} \times \frac{19 g H_3O^+}{1 \text{ mol } H_3O^+}$$

$$= 6 \times 19 \times 10^{-4} g H_3O^+$$

$$? g \text{ محلول} = 1L \text{ محلول} \times \frac{1000 mL \text{ محلول}}{1L \text{ محلول}} \times \frac{1/2 g \text{ محلول}}{1 mL \text{ محلول}}$$

$$= 1200 g \text{ محلول}$$

$$ppm \text{ بر حسب } H_3O^+ = \frac{\text{جرم } H_3O^+}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{6 \times 19 \times 10^{-4}}{1200} \times 10^6$$

$$= 9/5$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ و ۲۸)

۱۰۶- گزینه «۳»

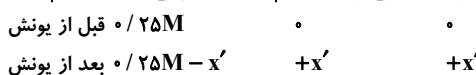
(رضا سلیمانی)

با توجه به رابطه تفکیک استیک اسید داریم:



$$K_a = \frac{x^2}{M-x} \xrightarrow{K_a < 10^{-4}} K_a = \frac{x^2}{M} \Rightarrow x = \sqrt{K_a \times M}$$

$$V' = 1+3 = 4 mL \Rightarrow V' = 4V \Rightarrow M' = 0/25M$$



$$K_a = \frac{x'^2}{0/25M - x'} \xrightarrow{K_a < 10^{-4}} K_a = \frac{x'^2}{0/25M}$$

$$\Rightarrow x' = \sqrt{K_a \times 0/25M}$$



$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow \frac{(4 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{16 \times 10^{-3}} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

دقت کنید که به ازای تولید هر مول A^- همان مقدار H^+ تولید می‌شود.

مقدار pH محلول برابر است با:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 4 \times 10^{-3} = 3 - \log 4$$

$$= 3 - \log 4 = 3 - 2 \log 2 = 2 / 4$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-3}} = 2 / 5 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{pH}{[OH^-]} = \frac{2 / 4}{2 / 5 \times 10^{-12}} = 9 / 6 \times 10^{11}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

(معمد آفونری)

۱۰۹- گزینه «۲»

با افزودن آب به اسید pH به ناحیه خنثی نزدیک می‌شود. یعنی pH افزایش می‌یابد. (رد گزینه‌های «۱» و «۳»)

pH اولیه محلول اسید: $pH = -\log 10^{-2} = 2$
گزینه «۲»: پس از افزودن آب غلظت جدید اسید برابر است با:

$$\text{mol HI} = M \times V = 0 / 01 \times 0 / 02 = 2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$[HI] = [H^+] = \frac{2 \times 10^{-4}}{(20 + 30) \times 10^{-3}} = 0 / 004 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log 4 \times 10^{-3} = 2 / 4$$

تغییر pH نسبت به اسید اولیه برابر ۰ / ۴ است. پس گزینه «۲» صحیح است. گزینه «۴» پس از افزودن آب غلظت جدید اسید برابر است با:

$$\text{mol HI} = M \times V = 0 / 01 \times 0 / 07 = 7 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$[HI] = [H^+] = \frac{7 \times 10^{-4}}{(70 + 30) \times 10^{-3}} = 0 / 007 \text{ mol.L}^{-1}$$

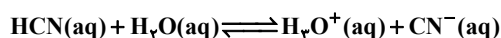
$$pH = -\log 7 \times 10^{-3} = 3 - 0 / 85 = 2 / 15$$

تغییر pH نسبت به اسید اولیه برابر ۰ / ۱۵ است پس گزینه «۴» نادرست است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

(جعفر پازوکی)

۱۱۰- گزینه «۲»



$$pH = 5 / 4 \Rightarrow [H^+] = [CN^-] = 10^{-5/4} = 4 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[H_3O^+][CN^-]}{[HCN]} = 4 / 8 \times 10^{-10} = \frac{(4 \times 10^{-6})^2}{[HCN]}$$

$$\Rightarrow [HCN] = \frac{10}{3} \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H_3O^+] = [HCN] \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{4 \times 10^{-6}}{\frac{10}{3} \times 10^{-2}} = 1 / 2 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \% \alpha = 0 / 012$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-6}} = 2 / 5 \times 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{2 / 5 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-6}} = 6 / 25 \times 10^{-4}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

با توجه به رابطه درجه یونش:

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}}$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{x'}{x}}{\frac{M}{x \cdot 0 / 25 M}} = \frac{x'}{x} \times \frac{x}{0 / 25 M} = \frac{x'}{x} \times 4$$

$$\frac{x'}{x} = \frac{\sqrt{K_a \times 0 / 25 M}}{\sqrt{K_a \times M}} = \sqrt{0 / 25} = 0 / 5$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{x'}{x} \times 4 = 0 / 5 \times 4 = 2$$

برای محاسبه تغییر pH به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$[H^+]_1 = \sqrt{K_a \times M} \Rightarrow [H^+]_1 = \sqrt{1 / 8 \times 10^{-5} \times 10^{-2}} = \sqrt{1 / 8 \times 10^{-7}} = 3 \sqrt{2} \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH_1 = 4 - \log 3 - \frac{1}{2} \log 2$$

$$= 4 - 0 / 5 - 0 / 15 = 3 / 35$$

$$[H^+]_2 = \sqrt{K_a \times M_2} \Rightarrow [H^+]_2 = \sqrt{1 / 8 \times 10^{-5} \times \frac{1}{4} \times 10^{-2}}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1 / 8 \times 10^{-7}} = \frac{1}{2} \times 3 \sqrt{2} \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

برای راحت‌تر شدن محاسبات $\frac{\sqrt{2}}{2}$ را به صورت $\frac{1}{\sqrt{2}}$ می‌نویسیم:

$$[H^+]_2 = \frac{3}{\sqrt{2}} \times 10^{-4}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH_2 = 4 - \log 3 + \frac{1}{2} \log 2$$

$$= 4 - 0 / 5 + 0 / 15 = 3 / 65$$

پس تغییر pH ، ۰ / ۳ واحد است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

(سینا رضادوست)

۱۰۷- گزینه «۳»

برای محاسبه pH محلول یک اسید قوی، فقط به غلظت آن نیاز داریم و حجم محلول تأثیری در محاسبات ندارد. بدون در نظر گرفتن حجم‌های داده شده، pH محلول اسیدهای قوی HCl و HBr را به دست می‌آوریم:

$$[H^+] = [HCl] = 0 / 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-1} = 1$$

$$[H^+] = [HBr] = 0 / 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 2 \times 10^{-1} = 1 - \log 2 = 0 / 7$$

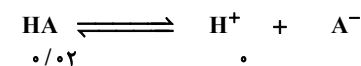
pH محلول اسید HCl به اندازه ۰ / ۳ بالاتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

(سیدرضا عارل)

۱۰۸- گزینه «۳»

$$0 / 94 \text{ g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{47 \text{ g HA}} = 0 / 02 \text{ mol HA}$$



0 / 02	0	0	غلظت اولیه
-4 × 10 ⁻³	+4 × 10 ⁻³	+4 × 10 ⁻³	تغییرات غلظت
0 / 016	4 × 10 ⁻³	4 × 10 ⁻³	غلظت تعادلی



$$\Rightarrow 13 - 5 = 8$$

بنابراین فقط عبارت «ت» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «آ»: به فاصله دو قله (یا دو دره) متوالی در نمودار موج، طول موج گفته می‌شود. پرتو حاصل از سشوار صنعتی و شمع به ترتیب قرمز و زرد هستند، پس طول موج نور حاصل از سشوار صنعتی بلندتر از نور شمع است.

عبارت «ب»: هر چه طول موج یک نور کوتاه‌تر باشد، انرژی آن بیش‌تر بوده و در هنگام عبور از منشور، بیش‌تر منحرف می‌شود.

عبارت «پ»: در ساختار لایه‌ای اتم با دور شدن از هسته، سطح انرژی لایه‌ها به یکدیگر نزدیک‌تر شده و اختلاف سطح انرژی لایه‌های متوالی، کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۰، ۲۷ تا ۳۴، ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۴- گزینه «۲»

(مسن عیسی زاده)

عنصر A که متعلق به گروه پنجم و دوره چهارم جدول تناوبی است، دارای عدد اتمی ۲۳ است و در دسته d طبقه‌بندی می‌شود؛ بنابراین یون M^{3+} دارای ۲۳ الکترون بوده و عدد اتمی آن برابر ۲۶ است، پس جمله داده شده همانند عبارت گزینه «۲» درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در اتم A با آرایش الکترونی « $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^3 4s^2$ » ۱۵ الکترون مربوط به زیرلایه‌های $2p^6$ ، $3p^6$ ، $3d^3$ که دارای $l \geq 1$ هستند. یازدهمین عنصر دسته d، همان کلر با عدد اتمی ۱۷ است.

گزینه «۲»: با توجه به اینکه نماد یون فلوئورید، به صورت F^- است، پس بار کاتیون عنصر M برابر با ۳ است؛ بنابراین این کاتیون در واکنش با یون اکسید می‌تواند ترکیبی با فرمول شیمیایی « M_3O_3 » تولید کند.

گزینه «۳»: با توجه به آرایش الکترونی اتم M که آرایش الکترونی آن به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$ است، مجموع خواسته شده برابر با ۳۸ است.

گزینه «۴»: اتم $^{51}_{28}A$ دارای ۲۸ نوترون است. با توجه به عبارت، اختلاف تعداد نوترون‌ها در این دو اتم برابر ۵ است، پس شمار نوترون‌ها در عنصر M برابر با ۳۳ بوده و نماد آن به صورت $^{59}_{33}M$ خواهد بود.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۵- گزینه «۲»

(علی میبیری)

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) زیرلایه $3d$ در لایه سوم است اما در عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی، الکترونی وارد آن نمی‌شود. الکترون‌گیری این زیرلایه در عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی انجام می‌شود.

ت) عنصر ستون اول و ۶ عنصر گروه دوم به همراه هلیوم از گروه ۱۸ام، عناصر دسته s را تشکیل می‌دهند. (۱۴ عنصر) همچنین در دوره سوم جدول تناوبی ۸ عنصر وجود دارد؛ بنابراین اختلاف خواسته شده برابر با ۶ است.

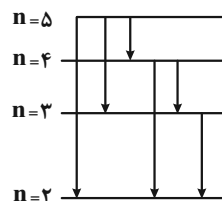
(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴)

شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۲»

(ممیر زبئی)

با توجه به شکل مقابل، در انتقال یک الکترون از لایه پنجم به لایه دوم، ۶ انتقال مختلف ممکن است که هر یک از آن‌ها می‌تواند خط طیفی مخصوص خود را با طول موج معین، ایجاد کند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در طیف نشی - خطی هیدروژن، با کاهش طول موج نوارها (افزایش انرژی)، فاصله بین نوارهای مرئی، کاهش می‌یابد.

گزینه «۳»: انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم، ویژه همان اتم بوده و به عدد اتمی آن وابسته است.

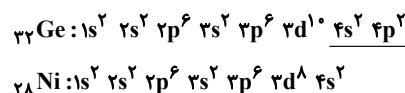
گزینه «۴»: هر بخش پرتنگ در ساختار لایه‌ای، نشان‌دهنده ناحیه‌ای است که احتمال حضور الکترون در آن بیشتر است.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۱۲- گزینه «۳»

(مسن رعمتی کولنده)

با توجه به آرایش الکترونی دو اتم ژرمانیم و نیکل، شمار الکترون‌های ظرفیت ژرمانیم و تعداد زیرلایه‌های پر شده در آرایش الکترونی اتم نیکل به ترتیب برابر با ۴ و ۶ است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: زیرلایه‌های ۴f، ۵d، ۶p و ۷s دارای $n+l=7$ و زیرلایه‌های ۲p و ۳s دارای $n+l=3$ هستند.

گزینه «۲»: در آزمایش شعله لیتیم و ترکیب‌های آن دارای رنگ شعله قرمز هستند. نئون که دومین گاز نجیب جدول تناوبی است، در تابلوهای تبلیغاتی برای تولید نور سرخ‌فام استفاده می‌شود.

گزینه «۴»: نخستین عنصر دسته p و ششمین عنصر دسته d به ترتیب بور و آهن با عدد اتمی ۵ و ۲۶ هستند، پس میان این دو عنصر، ۲۰ عنصر در جدول تناوبی قرار دارند.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۵)

۱۱۳- گزینه «۳»

(قادر باقری)

آرایش الکترونی یون Mn^{2+} به صورت

« $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5$ » است؛ بنابراین شمار الکترون‌های موجود در سومین لایه الکترونی و شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه d این یون به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$3s^2 3p^6 3d^5 \Rightarrow 2 + 6 + 5 = 13, \quad l = 2 \Rightarrow 3d^5$$



۱۱۶- گزینه «۳»

(امیرمهر سعیری)

طبق آرایش لایه ظرفیت داده شده برای عناصر، نماد یون‌های پایدار این عناصر به صورت A^{2-} ، B^{+} ، C^{3-} و D^{2+} است؛ بنابراین عبارت‌های اول و دوم درست‌اند. بررسی عبارت‌ها؛

عبارت اول: ترکیب یونی حاصل از B^{+} و C^{3-} به صورت B_3C است که نسبت خواسته شده، با نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در AlF_3 برابر است.

عبارت دوم: با توجه به بار کاتیون و آنیون در تشکیل ترکیب مورد نظر، به ازای تولید هر مول ترکیب DA ، دو مول الکترون مبادله می‌شود.

عبارت سوم: C عنصری از دسته p بوده و می‌تواند با گرفتن ۳ الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب هم‌دوره خود برسد.

عبارت چهارم: عنصر D متعلق به گروه دوم و دوره سوم جدول دوره‌ای است و فرمول اکسید آن به صورت DO است.

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۱۷- گزینه «۴»

(مرتضی زارعی)

کلسیم سولفید (CaS) همانند منیزیم فسفید (Mg_3P_2) یک ترکیب یونی دوتایی است، چون از دو نوع عنصر ساخته شده است. هنگام تشکیل هر مول کلسیم سولفید و منیزیم فسفید به ترتیب، ۲ و ۶ مول الکترون بین کاتیون (ها) و آنیون (ها) مبادله می‌شود. اگر فرض کنیم در تشکیل هر دوی آن‌ها، ۶ مول الکترون مبادله شده باشد داریم؛

$$?g Mg_3P_2 = 6 \text{ mole} \times \frac{1 \text{ mol } Mg_3P_2}{6 \text{ mole}} \times \frac{134g Mg_3P_2}{1 \text{ mol } Mg_3P_2} = 134g Mg_3P_2$$

$$?g CaS = 6 \text{ mole} \times \frac{1 \text{ mol } CaS}{2 \text{ mole}} \times \frac{72g CaS}{1 \text{ mol } CaS} = 216g CaS$$

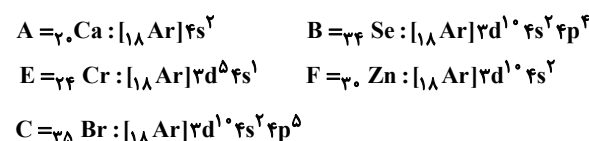
$$\frac{\text{جرم } CaS}{\text{جرم } Mg_3P_2} = \frac{216}{134} \approx 1/6$$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۸- گزینه «۳»

(علی امینی)

با توجه به روند پر شدن زیرلایه‌های لایه سوم ($n=3$) و لایه چهارم ($n=4$) عدد اتمی عنصرها را مشخص می‌کنیم؛



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اختلاف عدد اتمی عنصرهای A و E با این مقدار در عنصرهای F و B یکسان و برابر با ۴ است. نخستین عنصر گروه دوم جدول تناوبی، عنصر بریلیم با عدد اتمی ۴ است.

گزینه «۲»: عنصر C همان برم است که با عنصر کلر در گروه ۱۷ جدول تناوبی قرار دارند. عنصر کلر در دما و فشار اتاق به صورت گاز دو اتمی بوده و به عنوان رنگ‌بر و گندزدا کاربرد دارد.

گزینه «۳»: با توجه به آرایش الکترونی این دو عنصر، نسبت خواسته شده برابر با ۰/۵ است.

گزینه «۴»: فرمول شیمیایی ترکیب‌های خواسته شده به صورت زیر است:

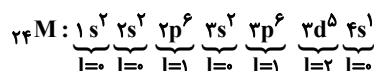


(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۳۰ تا ۳۱ و ۳۳)

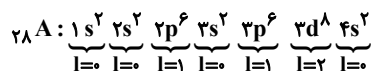
۱۱۹- گزینه «۱»

(مشابه سراسری خارج از کشور تهری ۹۹)

آرایش الکترونی دو عنصر $24M$ و $28A$ به صورت زیر است:



$$\rightarrow \begin{cases} I=1 & \text{تعداد الکترون‌های } 12 \\ I=2 & \text{تعداد الکترون‌های } 12 \end{cases}$$



$$\rightarrow \begin{cases} I=1 & \text{تعداد الکترون‌های } 12 \\ I=2 & \text{تعداد الکترون‌های } 16 \end{cases} \quad (\text{حذف گزینه‌های ۳ و ۴})$$

عنصر M دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. X ۱۶ در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد و این عنصر هم در لایه ظرفیت خود ۶ الکترون دارد؛ در حالی که در لایه ظرفیت D ، ۵ الکترون دیده می‌شود. عنصرهای X و D به ترتیب می‌توانند مواد XO_2 و $(DO_2 \text{ یا } D_2O)$ را تولید کنند که ویژگی ذکر شده تنها در مورد XO_2 صدق می‌کند.

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰، ۳۸، ۳۰ و ۳۱)

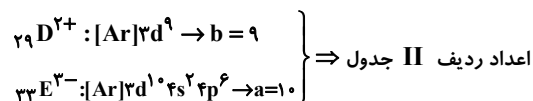
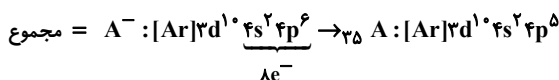
۱۲۰- گزینه «۴»

(مشابه سراسری خارج از کشور تهری ۱۴۰۰)

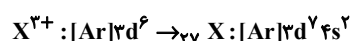
عنصر با عدد اتمی ۱۳، در گروه ۱۳ قرار دارد و بار یون پایدار آن $+3$ است، اما عنصر D نمی‌تواند یون پایدار با بار $+3$ تولید کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

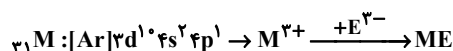
گزینه «۱»:



گزینه «۲»: عدد اتمی X برابر ۲۷ و فلز قلیایی هم‌دوره‌اش K ۱۹ است.



گزینه «۳»:



(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳، ۳۰ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۹)



شیمی ۲

گزینه ۳» ۱۲۱-

(منصور سلیمانی ملکان)

حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود. بخش اعظم نیم دیگر آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما به کار می‌رود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

گزینه ۴» ۱۲۲-

(علما حاجی‌نقی)

کربن افزون بر پیوند اشتراکی یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای اشتراکی دوگانه و سه‌گانه را نیز با خود یا با سایر نافلزها دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

گزینه ۱» ۱۲۳-

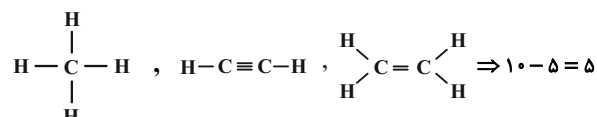
(مهمر عظیمیان زواره)

عبارت‌های «ب»، «پ»، «ت» و «ث» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: حدود ۹۰ درصد از نفت خامی که استخراج می‌شود به عنوان سوخت سوزانده می‌شود؛ بنابراین نسبت خواسته شده حدود ۹ است.

عبارت «ب»: در ساختار هر یک از مولکول‌های متان، اتن و اتین به ترتیب ۴، ۵ و ۶ پیوند کووالانسی یافت می‌شود، پس اختلاف خواسته شده برابر با ۵ است.



عبارت «پ»: اتم کربن دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود است و اغلب

تمایل دارد تمام این الکترون‌ها را به اشتراک بگذارد. به همین دلیل در

ساختار ترکیب‌های خود اغلب فاقد جفت ناپیوندی است.

عبارت «ت»: هیدروکربن‌هایی دارای چند پیوند دوگانه مانند بنزن، در

نفت خام یافت می‌شوند.

عبارت «ث»: در ساختار آلکان‌ها، هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به

چهار اتم دیگر متصل بوده و به اصطلاح سیر شده هستند. از این رو آلکان‌ها

تمایل چندانی به انجام واکنش شیمیایی ندارند. این ویژگی سبب می‌شود تا

میزان سمی بودن آن‌ها کمتر شده و اشتقاق آنها بر شش‌ها و بدن تأثیر

چندانی نداشته باشد و تنها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۹ و ۴۱)

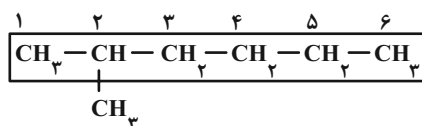
گزینه ۲» ۱۲۴-

(علی رفیعی)

جمله داده شده همانند نام داده شده در ترکیب (الف) درست است.

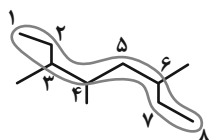
بررسی عبارت‌ها:

الف) درست.



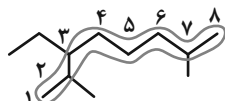
ب) نادرست.

۳، ۴، ۶-تری‌متیل‌اوکتان

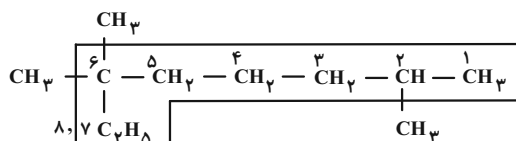


پ) نادرست.

۳-اتیل-۲،۷-دی‌متیل‌اوکتان



ت) نادرست.



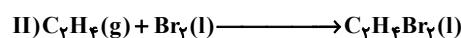
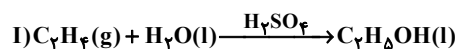
۲، ۶، ۶-تری‌متیل‌اوکتان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)



۱۲۵- گزینه «۴»

(مممر عظیمیان/زواره)



با توجه به واکنش‌های ذکر شده، عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (پ): کاتالیزگر به کار رفته در واکنش I، سولفوریک اسید (H_2SO_4)

می‌باشد.

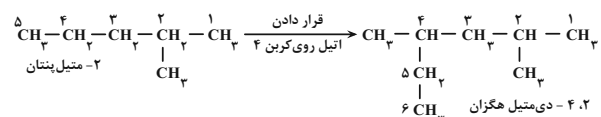
عبارت (ت): در شرایط یکسان، نقطه جوش آب (H_2O)، از نقطه جوش اتانول

($\text{C}_7\text{H}_9\text{OH}$) بیشتر است؛ به همین دلیل اتانول نسبت به آب فرارتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱۲۶- گزینه «۱»

(مسین زارعی/پاشایی)

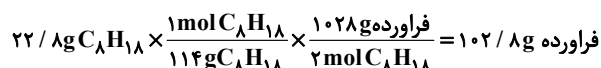
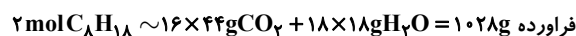
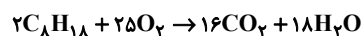


همان‌طور که از شکل مشخص است جهت شماره‌گذاری تغییر نمی‌کند، زیرا همچنان از سمت راست زودتر به شاخه فرعی می‌رسیم؛ بنابراین عبارت‌های «پ» و «ت» همانند جمله داده شده، نادرست هستند.

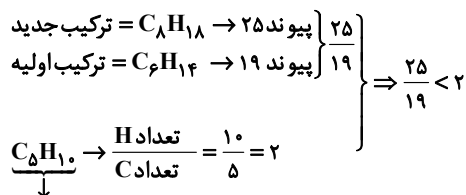
بررسی عبارت‌ها:

(آ) نام جدید آن ۲، ۴-دی‌متیل هگزان خواهد شد که مجموع شماره شاخه‌های فرعی آن ($2+4=6$)، عددی زوج است.

(ب) آلکان جدید دارای فرمول C_8H_{18} می‌باشد.



(پ)



سومین عضو سیکلوآلکان‌ها

(ت) با فرض ثابت نگه داشتن شاخه متیل روی کربن دوم، شاخه دیگر را

می‌توان بر روی کربن‌های ۲، ۳، ۵ متصور شد.

با فرض ثابت نگه داشتن شاخه متیل روی کربن چهارم، شاخه دیگر را

می‌توان بر روی کربن‌های ۳، ۴، ۵ متصور شد.

که در هر دو صورت به ۳ ترکیب جدید دست خواهیم یافت و نه ۴ ترکیب!

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹ و ۴۲)

۱۲۷- گزینه «۴»

(مجتبی اسدزاده)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: فرمول مولکولی سومین آلکن راست‌زنجیر بدون شاخه جانبی، به صورت C_4H_8 بوده و جرم مولی آن ۵۶ گرم بر مول است. سبک‌ترین

سیکلوآلکان نیز، سیکلوپروپان (C_3H_6) با جرم مولی ۴۲ گرم بر مول است.

گزینه «۲»: نفتالن در دما و فشار اتاق، جامدی سفیدرنگ است. در ساختار

هر مولکول نفتالن ۸ پیوند یگانه کربن - هیدروژن، ۶ پیوند یگانه کربن -

کربن و ۵ پیوند دوگانه کربن - کربن وجود دارد، پس نسبت خواسته شده

برابر با ۲/۸ است.

گزینه «۳»: درصد نفت کوره در نفت سنگین ایران (۴۶٪)، کم‌تر از درصد

نفت کوره در نفت سنگین کشورهای عربی (۵۲٪/۵) و بیشتر از درصد

نفت کوره در نفت برنت دریای شمال (۳۸٪) است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۶)



۱۲۸- گزینه «۴»

(ممبر فائز نیا)

موارد دوم و سوم عبارت مورد نظر را به درستی تکمیل می‌کند.

بررسی موارد:

مورد اول: ۲- متیل بوتان (C_5H_{12}) نسبت به ۳- اتیل پنتان (C_7H_{16}).

جرم مولی کمتری دارد؛ لذا نقطه جوش آن نیز از ۳- اتیل پنتان کمتر است.

مورد دوم: هر چه شمار اتم‌های کربن در یک آلکان بیشتر باشد، گران‌روی

آن نیز بیشتر خواهد بود؛ بنابراین گریس نسبت به وازلین، گران‌روی کمتری

دارد.

مورد سوم: هر چه نقطه جوش آلکانی کمتر باشد، فراریت آن بیشتر است.

شمار اتم‌های کربن در هگزان نسبت به دکان، کمتر است، پس فراریت آن

بیشتر است.

مورد چهارم: در آلکان‌ها، شمار پیوندهای کربن - کربن یکی کمتر از شمار

اتم‌های کربن است، پس هر دو آلکان دارای ۷ پیوند کربن - کربن هستند.

(شیمی ۲- قرر هدايای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۱۲۹- گزینه «۴»

(عین‌اله ابوالفتی)

گاز متان همانند سایر آلکان‌ها، واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: سوخت هواپیما به‌طور عمده شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده

کربن است. در هر آلکان، شمار پیوندهای کووالانسی از سه برابر شمار

اتم‌های کربن یکی بیشتر است، پس در ساختار آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم

کربن، ۳۱ تا ۴۶ پیوند کووالانسی یافت می‌شود.

گزینه «۲»: حدود ۶۶ درصد از سوخت، از طریق لوله و مابقی آن به‌وسیلهٔ راه آهن، نفت کش جاده‌پیما و کشتی نفتی به مراکز توزیع انتقال می‌یابد.

گزینه «۳»: یکی از مشکلات زغال‌سنگ، شرایط دشوار استخراج آن است.

به‌گونه‌ای که در سدهٔ اخیر، بیش از ۵۰۰ هزار نفر در سطح جهان در اثر

انفجار یا فرو ریختن معدن، جان خود را از دست داده‌اند.

(شیمی ۲- قرر هدايای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۶)

۱۳۰- گزینه «۲»

(ممبر رضا جمشیدی)

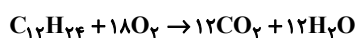
ساده‌ترین سیکلو آلکان، سیکلو پروپان با ۹ پیوند کووالانسی در ساختار خود

است. با این توصیف ابتدا هیدروکربن مورد نظر را مشخص می‌کنیم:

$$\text{تعداد پیوند در آلکان } n = \frac{35}{3} \Rightarrow 3n + 1 = 36 \leftarrow \text{نادرست}$$

$$\text{تعداد پیوند در آلکن } n = 12 \Rightarrow 3n = 36 \leftarrow \text{درست}$$

$$\text{تعداد پیوند در آلکین } n = \frac{37}{3} \Rightarrow 3n - 1 = 36 \leftarrow \text{نادرست}$$



$$56g C_{12}H_{24} \times \frac{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}}{168g C_{12}H_{24}} \times \frac{20}{100} \times \frac{12 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 17.78 \text{ L } CO_2$$

$$\frac{56 \times 20}{1 \times 168 \times 100} = \frac{x}{12 \times 22.4 / 4} \Rightarrow x = 17.78 \text{ L} \quad \text{راه حل دوم:}$$

همچنین درصد جرمی کربن، در تمامی آلکن‌ها یکسان و به‌تقریب برابر با

۸۵/۷ درصد است.

(شیمی ۲- قرر هدايای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۲)