



آزمون ۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳

دفترچه پاسخ

اختصاصی دوازدهم ریاضی

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	شاهین پروازی- عادل حسینی- مسعود خندانی- حمید علیزاده- کامیار علییون- مهرداد ملوندی- میلاد منصوری جهانبخش نیکنام
هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- فرزاد جوادی- سیدمحمد رضا حسینی- فرد- مصطفی دیداری- مهدیار راشدی سوگند روشنی- هومن عقیلی- احمد رضا فلاح- مهرداد ملوندی- نیلوفر مهدوی
فیزیک	مهران اسماعیلی- زهره آقامحمدی- علیرضا جباری- محسن سلماسی- آراس محمدی- محمد کاظم منشادی محمود منصوری- امیراحمد میرسعید- سیده ملیحه میرصالحی- حسام نادری- مجتبی نکوئیان محمد نهاوندی مقدم
شیمی	محمد رضا پورجاوید- سعید تیزرو- پیمان خواجوی مجد- روزبه رضوانی- امیرحسین طیبی- محمد عظیمیان زواره علیرضا کیانی دوست- هادی مهدی زاده- میلاد میرحیدری

#### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه و گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	میلاد میرحیدری محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش سهیل تقی زاده	پارسا نوروزی منش	حسین بصیر ترکمبور	احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین مرتضوی حسین شاهسواری

#### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳



## حسابان ۲

## ۱- گزینه «۱»

(مسعود خدرانی)

خطوط  $x = -3$  و  $x = 1$  مجانب‌های قائم نمودار تابع و خط  $y = 1$  نیز مجانب افقی آن است.

(مسایان ۲- مرهای نامتناهی- هر در پی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸، ۶۷ و ۶۸)

## ۲- گزینه «۴»

(امتحانات نهایی- دی ۱۴۰۲)

باقی‌مانده تقسیم  $p(x)$  بر  $x-a$  برابر  $p(a)$  است، پس باقی‌مانده تقسیم  $p(x)$  بر  $x-2$  برابر  $p(2)$  است:

$$p(2) = 3(2)^2 + m(2) + 2m + 1 = 4m + 13 = 3 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$$

و باقی‌مانده تقسیم  $q(x)$  نیز بر  $x+2$  برابر  $q(-2)$  است:

$$r = q(-2) = \left(-\frac{5}{2}\right)(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$$

(مسایان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

## ۳- گزینه «۲»

(امتحانات نهایی- فروردین ۱۴۰۲)

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

روش اول:

ضرب‌های  $\frac{1}{2}$  تأثیری روی یکنوایی ندارند، پس یکنوایی تابع  $f$  با یکنوایی تابع  $y = (x^2 + 1)^2$  یکسان است. چون  $x^2 + 1$  همواره مثبت است، یکنوایی این تابع نیز همانند یکنوایی تابع  $y = x^2$  است. در نتیجه تابع  $f$  روی بازه  $[-\infty, 0]$  اکیداً نزولی و روی بازه  $[0, +\infty)$  اکیداً صعودی است.

روش دوم:

$$f'(x) = 2x^3 + 2x = 2x(x^2 + 1)$$

پس به ازای  $x < 0$  علامت مشتق منفی و به ازای  $x > 0$  علامت آن مثبت است. این یعنی تابع  $f$  روی بازه  $[-\infty, 0]$  اکیداً نزولی و روی بازه  $[0, +\infty)$  اکیداً صعودی است.

(مسایان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

## ۴- گزینه «۴»

(کامیار علییون)

ما گزینه پاسخ را شرح می‌دهیم، بررسی گزینه‌های نادرست، این‌که به ضابطه نادرستی می‌رسند، تمرین خودتان باشد:

$$y = \sqrt{2x-1} \xrightarrow{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \text{ضرب طول نقاط در } 2 \rightarrow y = \sqrt{x-1}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم طول نقاط بر } 3} y = \sqrt{x+2} \xrightarrow{x \rightarrow 3^+}$$

$$y = \sqrt{3x+2} \xrightarrow{x \rightarrow (-x)} \text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها} \rightarrow y = \sqrt{2-3x}$$

(مسایان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

## ۵- گزینه «۱»

(امتحانات نهایی- دی ۱۴۰۲)

بیشترین و کمترین مقدار تابع به ترتیب ۶ و -۲ هستند:

$$\Rightarrow \begin{cases} y_{\max} = |a| + c = 6 \\ y_{\min} = -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow |a| = 4, c = 2$$

از طرفی نصف دوره تناوب برابر  $3 = 3 - 3 = 6$  و در نتیجه دوره تناوب برابر ۶ است:

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$$

چون نمودار در  $x = 0$  نزولی است، باید  $a$  و  $b$  را غیرهم‌علامت در نظر بگیریم:

$$\Rightarrow a = -4, b = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{-4 \times \frac{\pi}{3}}{2} = -\frac{2}{3}\pi$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

## ۶- گزینه «۱»

(میلاد منصوری)

عرض از مبدأ با یکی از صفرهای تابع برابر است:

$$c = f(0) = a - a \tan \frac{\pi}{3} = a - a\sqrt{3}$$

اگر همین مقدار را در تابع جای‌گذاری کنیم، حاصل باید برابر صفر شود:

$$f(a - a\sqrt{3}) = a - a \tan(ab(1 - \sqrt{3})\pi + \frac{\pi}{3}) = 0$$

$$\Rightarrow \tan(ab(1 - \sqrt{3})\pi + \frac{\pi}{3}) = 1$$

$$\Rightarrow ab(1 - \sqrt{3})\pi + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow ab(1 - \sqrt{3}) = k - \frac{1}{12} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z} \quad (*)$$

دقت کنید که حاصل ضرب  $a$  و  $b$  باید مثبت باشد؛ زیرا تابع رسم شده نزولی است.

$$\text{معادله دو مجانب قائم رسم شده در نمودار صورت سؤال، } x = \frac{1}{6b} \text{ و}$$

$$x = -\frac{5}{6b} \text{ هستند. این یعنی طول از مبدأ مشخص شده باید در بازه}$$

$$\left(-\frac{5}{6b}, 0\right) \text{ قرار بگیرند:}$$

$$-\frac{5}{6b} < a(1 - \sqrt{3}) < 0 \xrightarrow{b > 0} -\frac{5}{6} < ab(1 - \sqrt{3}) < 0$$

$$\xrightarrow{(*)} -\frac{5}{6} < k - \frac{1}{12} < 0$$



شش ضلعی حاصل با طول ضلع ۱ منتظم است و مساحت آن برابر  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  است.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(مهردار ملونری)

۹- گزینه «۴»

در دو حالت مسئله را بررسی می‌کنیم:

(۱)  $x = 1$  ریشه مضاعف منجر باشد:

$$x^2 - ax + b = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow a = 2, b = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x^2 - ax + b} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+2}{(x-1)^2} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty$$

که با فرض سؤال در تناقض است.

(۲)  $x = 1$  ریشه ساده منجر است:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x^2 - ax + b} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{(x-1)(x+1-a)} = -\infty$$

چون  $x-1 > 0$  است، نتیجه می‌گیریم که  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x+1-a}$  باید منفی باشد.

$$\Rightarrow \frac{1+a}{2-a} < 0 \Rightarrow a < -1 \text{ یا } a > 2 \xrightarrow{b=a-1} b < -2 \text{ یا } b > 1$$

$$\Rightarrow b \notin [-2, 1]$$

(مسایان ۲- فرهای نامتناهی- هر در پی‌نوایت: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴)

(عادل سینی)

۱۰- گزینه «۳»

حدهای چپ و راست را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x-8}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x-8}{(x-1)(x-2)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$$

$$= \frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x-12}{x^2 - 6x + 8} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x-12}{(x-4)(x-2)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = +\infty$$

$$= \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = +\infty$$

(مسایان ۲- فرهای نامتناهی- هر در پی‌نوایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

(مسعود فذرانی)

۱۱- گزینه «۳»

$$y = \frac{3x-1}{x+1} \text{ در شکل زیر رسم شده است که خط } y = 3 \text{ مجانب افقی آن است}$$

مجانبات افقی آن است:

تنها مقدار صحیحی از  $k$  که در نامساوی بالا قرار می‌گیرد،  $k = 0$  است.

$$\Rightarrow ab(1-\sqrt{3}) = -\frac{1}{12} \Rightarrow ab = -\frac{1}{12(1-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}+1}{24}$$

دقت کنید که چون عرض از مبدأ منفی است، مقدار  $a$  مثبت و در نتیجه

مقدار  $b$  نیز مثبت به دست می‌آید.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(عادل سینی)

۷- گزینه «۲»

حدود عبارت سمت چپ بازه  $[-1, 1]$  و حدود عبارت سمت راست بازه

$[1, 2]$  است، پس این دو عبارت هنگامی با هم برابرند که هر دو برابر ۱ باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 4x = 1 \Rightarrow 4x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ \sin 3x = 0 \Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} \end{cases}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های مشترک دو دسته جواب بالا  $x = k\pi$  است. حال اگر بازه

$(-\pi, m)$  شامل ۴ جواب باشد، این جواب‌ها باید صفر،  $\pi$ ،  $2\pi$  و  $3\pi$

باشند، پس بیشترین مقدار  $m$  برابر  $4\pi$  است.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(میلاد منصوری)

۸- گزینه «۴»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2 \sin 4x = -\tan x \Rightarrow 4 \sin 2x \cos 2x = -\tan x$$

$$\text{از اتحادهای } \sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \text{ و } \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} \text{ استفاده می‌کنیم و داریم:}$$

$$\frac{8 \tan x (1 - \tan^2 x)}{(1 + \tan^2 x)^2} = -\tan x$$

قطعاً جواب‌های معادله  $\tan x = 0$ ، جزء جواب‌های معادله هستند.

$$\Rightarrow x = k\pi; \quad k \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

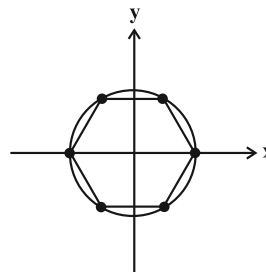
حال اگر  $\tan x \neq 0$  باشد، داریم:

$$(\tan^2 x + 1)^2 = -8(1 - \tan^2 x) \Rightarrow \tan^4 x - 6 \tan^2 x + 9 = 0$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \pm \sqrt{3} \quad (2)$$

در نتیجه اگر انتهای کمان‌های (۱) و (۲) را روی دایره مثلثاتی نشان دهیم، به

شش ضلعی زیر خواهیم رسید.





برای این که تابع مشتق‌های چپ و راست داشته باشد، لازم است که پیوسته باشد:

$$\Rightarrow \frac{fa}{(1)} = \frac{fa}{(1)} + b(1) \Rightarrow a + b = 0 \quad (1)$$

حال تابع مشتق را در همین همسایگی به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{fa}{x^2} & ; x < 1 \\ -\frac{fa}{x^2} + b & ; x > 1 \end{cases} \Rightarrow f'_-(1) = -fa, \quad f'_+(1) = -fa + b$$

مشتق راست ۲ واحد از مشتق چپ بیشتر است:

$$\Rightarrow -fa + b + fa = 2 \Rightarrow b - a = 2 \quad (2)$$

از دستگاه معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$$b = 1, a = -1 \Rightarrow 2b - a = 3$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

(پژانیشن نیکنام)

۱۵- گزینه «۳»

ضابطه تابع  $g$  را می‌سازیم:

$$g(x) = \begin{cases} 2ax + 2a + b & ; x < k \\ ax^2 + bx + c & ; x \geq k \end{cases}$$

$$\xrightarrow{c=a+2b} g(x) = \begin{cases} 2ax + 2a + b & ; x < k \\ ax^2 + bx + a + 2b & ; x \geq k \end{cases}$$

هر کدام از ضابطه‌ها در دامنه‌شان مشتق‌پذیراند، پس کافی است مشتق‌پذیری را فقط در  $x = k$  بررسی کنیم. برای این کار شرط پیوستگی را ابتدا بررسی می‌کنیم:

$$\Rightarrow 2ak + 2a + b = ak^2 + bk + a + 2b$$

$$\Rightarrow ak^2 + (b - 2a)k - a + b = 0 \quad (1)$$

شرط دیگر این است که مشتق‌های چپ و راست با هم برابر باشند:

$$g'(x) = \begin{cases} 2a & ; x < k \\ 2ax + b & ; x \geq k \end{cases}$$

$$\xrightarrow{g'_-(k)=g'_+(k)} 2a = 2ak + b$$

$$2ak + b - 2a = 0 \quad (2)$$

با قرار دادن تساوی (۲) در تساوی (۱) داریم:

$$ak^2 + (-2ak)k - a + 2a - 2ak = 0 \Rightarrow k^2 + 2k - 1 = 0$$

معادله بالا دو جواب حقیقی دارد که مجموع مربعات آن‌ها برابر است با:

$$k_1^2 + k_2^2 = (k_1 + k_2)^2 - 2k_1k_2 = (-2)^2 - 2(-1) = 6$$

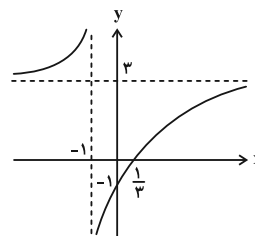
(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

(امتحانات نهایی - شهریور ۱۴۰۲)

۱۶- گزینه «۳»

مقدار تابع در ابتدا و انتهای دامنه را حساب می‌کنیم:

$$f(0) = 0, \quad f(2) = 22$$



پس برای محاسبه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$  لازم است که در تابع

$$y = f\left(\frac{3x-1}{x+1}\right) \quad x \text{ را به } -\infty \text{ میل دهیم:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-5}{x+2} + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x}{-x} = -6$$

اما تابع  $y = -\frac{6x+1}{x+1}$  روی هر دو شاخه‌اش نزولی است، پس در  $-\infty$  با

مقادیر کمتر از  $-6$  به آن میل می‌کند، در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)] = [(-6)^-] = -7$$

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی - هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱۲- گزینه «۱» (امتحانات نهایی - فروردین ۱۴۰۲)

$$f'(x) = -\frac{120}{x^2} \quad \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق است:}$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad f'(2) = -30 \quad \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر در } x = 2$$

آهنگ متوسط تغییر را هم به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$\bar{f} = \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{(25) - (35)}{2} = -\frac{10}{2} = -5$$

پس آهنگ لحظه‌ای تغییر ۶ برابر آهنگ متوسط تغییر است.

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۳- گزینه «۱» (کامیار علیون)

$$f'(x) = \frac{2\pi(-\sin \pi x)(\cos \pi x)}{2\sqrt{4 + \cos^2 \pi x}} = -\frac{\pi \sin 2\pi x}{2\sqrt{4 + \cos^2 \pi x}}$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{\pi \sin \frac{\pi}{2}}{2\sqrt{4 + \cos^2 \frac{\pi}{4}}} = -\frac{\sqrt{2}}{6} \pi$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۴- گزینه «۲» (کامیار علیون)

در یک همسایگی  $x = 1$  ضابطه‌های تابع را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2a}{x} & ; x < 1 \\ \frac{fa}{x} + bx & ; x \geq 1 \end{cases}$$



و سپس نقاط بحرانی بازه  $(۰, ۲)$  را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = 5x^4 - 5 \xrightarrow{f'(x)=0} x^4 = 1 \xrightarrow{0 < x < 2} x = 1$$

و مقدار تابع در این نقطه بحرانی برابر  $f(1) = -4$  است. در نتیجه برد تابع بازه  $[-4, 22]$  است.

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

#### ۱۷- گزینه «۴»

(میلادر منهوری)

ابتدا مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$y' = 2x\sqrt{2x-a} + \frac{2x^2}{3\sqrt{(2x-a)^3}} \Rightarrow y' = \frac{2x(2x-a)}{3\sqrt{(2x-a)^3}}$$

$x = \frac{6}{7}$  یا ریشه صورت است (بحرانی مشتق پذیر) و یا ریشه مخرج است (بحرانی بازگشت پذیر). پس داریم:

$$x = \frac{6}{7} : 2\left(\frac{6}{7}\right) - a = 0 \Rightarrow a = \frac{12}{7}$$

$$x = \frac{6}{7} : 2\left(\frac{6}{7}\right) - a = 0 \Rightarrow a = \frac{12}{7}$$

پس مجموع مقادیر  $a$  برابر  $\frac{24}{7}$  است.

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

#### ۱۸- گزینه «۲»

(شاهین پروازی)

نمودار داده شده مربوط به نیم‌دایره  $y = \sqrt{4x - x^2}$  به شعاع ۲ است. حال اگر ارتفاع دوزنقه را  $h$  در نظر بگیریم، قاعده بالایی دوزنقه برابر  $2\sqrt{4-h^2}$  است. قاعده پایینی هم که برابر قطر دایره است، پس مساحت دوزنقه برابر است با:

$$S(h) = (2 + \sqrt{4-h^2})h \quad ; \quad 0 < h < 2$$

در جواب معادله  $S'(h) = 0$  بیشترین مساحت دوزنقه حاصل می‌شود:

$$S'(h) = 2 - \frac{2h^2 - 4}{\sqrt{4-h^2}} \xrightarrow{S'(h)=0}$$

$$h^2 - 2 = \sqrt{4-h^2} \Rightarrow h^2 = 3 \Rightarrow h = \sqrt{3}$$

پس بیشترین مقدار مساحت برابر  $S(\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}$  است.

دقت کنید که قاعده بالایی را به صورت زیر به دست آورده‌ایم:

$$\sqrt{4x - x^2} = h \Rightarrow 4x - x^2 = h^2 \Rightarrow x^2 - 4x + h^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2\sqrt{4-h^2}$$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

#### ۱۹- گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

ابتدا ضابطه تابع  $f$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + 3x^2 & ; x < 0 \\ x^3 - 3x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -3x^2 + 6x & ; x < 0 \\ 3x^2 - 6x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

تابع  $f$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته و مشتق پذیر است. برای به دست آوردن نقاط عطف به  $f''$  نیاز داریم:

$$f''(x) = \begin{cases} -6x + 6 & ; x < 0 \\ 6x - 6 & ; x \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{f''(x)=0} 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$  طول یکی از نقاط عطف نمودار تابع است اما از آنجایی که جهت تقعر (علامت  $f''$ ) در  $x = 0$  تغییر می‌کند،  $x = 0$  نیز طول یکی دیگر از نقاط عطف است. پس نقاط  $(0, 0)$  و  $(1, -2)$  نقاط عطف هستند که خط  $y = -2x$  از آن‌ها عبور می‌کند.

$$\Rightarrow a = -2, b = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

#### ۲۰- گزینه «۴»

(عمید علیزاده)

مختصات نقطه اکسترم در ضابطه تابع صدق می‌کند:

$$f(-3) = (-3a + b)(-27) = -27 \Rightarrow b - 3a = 1 \quad (۱)$$

از طرفی مشتق تابع در این نقطه باید برابر صفر باشد:

$$f(x) = ax^4 + bx^3 \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 = (4ax + 3b)x^2 \xrightarrow{f'(-3)=0} -12a + 3b = 0 \Rightarrow b = 4a \quad (۲)$$

از معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آید:  $a = 1$  و  $b = 4$ .

$$\Rightarrow f(x) = x^4 + 4x^3 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 12x^2$$

$$\Rightarrow f''(x) = 12x(x + 2)$$

این یعنی نقاط  $(0, 0)$  و  $(-2, -16)$ ، نقاط عطف تابع هستند که معادله خط‌های مماس بر نمودار تابع در این نقاط به ترتیب  $y = 0$  و  $y = 16x + 16$  هستند. نقطه برخورد این دو خط، نقطه  $(-1, 0)$  است.

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۱»

(اساقی اسفندیار)

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2\alpha + \beta & \alpha \\ -\alpha & \alpha + \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{3} \\ \beta = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۲- گزینه «۲»

(مهرداد ملونری)

داریم:

$$\begin{cases} (BA^{-1})^{-1} = (A^{-1})^{-1} B^{-1} = AB^{-1} \\ (B^{-1}A)^{-1} = A^{-1}(B^{-1})^{-1} = A^{-1}B \end{cases}$$

$$\Rightarrow X = \underbrace{(AB^{-1})(A+B)(A^{-1}B)}_{AB^{-1}A + AB^{-1}B} = (AB^{-1}A + A)(A^{-1}B)$$

$$= AB^{-1} \underbrace{AA^{-1}}_I B + \underbrace{AA^{-1}}_I B = A \underbrace{B^{-1}B}_I + B = A + B$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۳- گزینه «۲»

(احمد رضا فلاح)

$$|A| = 10 \xrightarrow{\text{بسط حول سطر دوم}} 1 \times (-1)^{2+1} \underbrace{\begin{vmatrix} b & c \\ y & z \end{vmatrix}}_2$$

$$+ 2 \times (-1)^{2+2} \underbrace{\begin{vmatrix} a & c \\ x & z \end{vmatrix}}_3 + 3 \times (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} = 10$$

$$\Rightarrow -1 \times (2) + 2 \times 3 - 3 \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} = 10 \Rightarrow -3 \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} = 6$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow ay - bx = -2$$

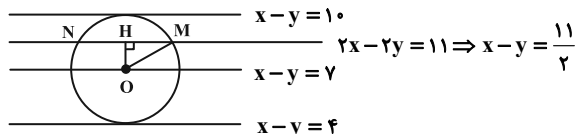
(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۴- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

دو خط  $x - y = 4$  و  $x - y = 10$  موازی‌اند، در نتیجه شعاع دایره، نصف فاصله بین دو خط موازی است.

$$2R = \frac{|10 - 4|}{\sqrt{1+1}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

مرکز دایره نیز روی خط  $x - y = 7$  قرار دارد. بنابراین:

$$OH = \frac{|7 - \frac{11}{2}|}{\sqrt{1+1}} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\Delta OMH : \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{18}{4} - \frac{18}{16} = \frac{3 \times 18}{16} = \frac{9 \times 6}{16}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3\sqrt{6}}{4} \Rightarrow MN = 2x = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

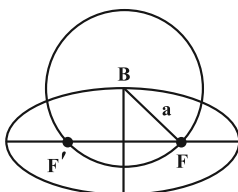
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۲۵- گزینه «۴»

(احمد رضا فلاح)

می‌دانیم فاصله رأس ناکانونی B از هر یک از کانون‌های بیضی برابر مقدار a

می‌باشد. پس دایره به مرکز B و شعاع a از کانون‌های بیضی می‌گذرد.





نقطه (۶، ۳) روی این سهمی قرار دارد، پس:

$$(6-2)^2 = 4a(3+1) \Rightarrow a = 1$$

لذا فاصله کانون و رأس این سهمی از یکدیگر برابر ۱ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

(هومن عقیلی)

گزینه «۲» - ۲۸

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = \vec{d} - \vec{c} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{d} - \vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{d}|^2 + |\vec{c}|^2 - 2\vec{c} \cdot \vec{d}$$

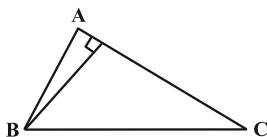
$$1 + 4 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 16 + 9 - 2\vec{c} \cdot \vec{d}$$

$$\Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{c} \cdot \vec{d} = 20 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{c} \cdot \vec{d} = 10$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

(سوگند روشنی)

گزینه «۳» - ۲۹



$$|AB| = \sqrt{1+1+9} = \sqrt{11}$$

$$|AC| = \sqrt{4+1+25} = \sqrt{30}$$

$$|BC| = \sqrt{1+4+4} = 3$$

در نتیجه کوتاه‌ترین ارتفاع به بلندترین ضلع وارد می‌شود که ارتفاع BH است.

$$S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} |(-1, -1, 3) \times (-2, 1, 5)|$$

$$= \frac{1}{2} |(-8, -1, -3)| = \frac{\sqrt{64+1+9}}{2} = \frac{\sqrt{74}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{74}}{2} = \frac{1}{2} \times |BH| \times \sqrt{30} \Rightarrow |BH| = \frac{\sqrt{74}}{\sqrt{30}} \Rightarrow |BH|^2 = \frac{74}{30} = \frac{37}{15}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

(سیدمحمدرضا حسینی‌فر)

گزینه «۴» - ۳۰

ضرب مختلط این سه بردار صفر است، پس:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -4 & m+2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & m & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow m = 2$$

بردار عمود بر این صفحه همراستا با هر یک از بردارهای  $\vec{a} \times \vec{c}$ ،  $\vec{a} \times \vec{b}$  و  $\vec{b} \times \vec{c}$  است.

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - 7\vec{j} + 4\vec{k}$$

بردار گزینه «۴» با این بردار همراستا است.

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

$$2a = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$$

پس معادله دایره به مرکز B و شعاع  $2\sqrt{2}$  به صورت

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$$

می‌باشد. محل برخورد این دایره با خط  $y = x$  را به دست می‌آوریم:

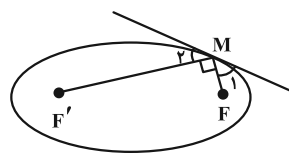
$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow 2(x-2)^2 = 8 \Rightarrow (x-2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow x-2 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow F(4, 4) \\ \text{یا} \\ x = 0 \Rightarrow F(0, 0) \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۱» - ۲۶



$$\hat{M}_1 = \hat{M}_r = 45^\circ \Rightarrow \hat{F'MF} = 90^\circ$$

$$\Delta MFF': MF^2 + MF'^2 = FF'^2$$

$$\Rightarrow (MF + MF')^2 - 2MF \times MF' = (2c)^2$$

$$\Rightarrow 2MF \times MF' = 4a^2 - 4c^2$$

$$\Rightarrow MF \times MF' = 2(a^2 - c^2) = 2b^2 = 32$$

$$S_{MFF'} = \frac{1}{2} (MF \times MF') = 16$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

(مهرادر ملونری)

گزینه «۳» - ۲۷

سهمی افقی است که با توجه به موقعیت نقطه (۶، ۳) نسبت به رأس

(۲، -۱)، دهانه آن به سمت راست باز می‌شود و معادله آن به صورت زیر

$$(y-2)^2 = 4a(x+1)$$

خواهد بود:



## ریاضیات گسسته

## ۳۱- گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

مطابق فرض:

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

$$a = 55q + 2q - 1 = 57q - 1$$

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq 2q - 1 < 55 \Rightarrow 1 \leq 2q < 56 \Rightarrow 1 \leq q < \frac{56}{2} = 28$$

از طرفی  $a + 1 = 57q$  و چون  $a$  فرد باشد پس  $q$  زوج است.

$$q < 28 \Rightarrow q_{\max} = 26$$

$$a = 57q - 1 = 57 \times 26 - 1 = 1481 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 14$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

## ۳۲- گزینه «۲»

(مهرادر ملونری)

با توجه به فرض و تجزیه اعداد، نتایج زیر حاصل می‌شود:

$$(2^3 \times 3 \times a, 2 \times 3^2 \times b) = 2^2 \times 3 \times 5$$

(۱) عدد  $b$  فقط یک عامل ۲ دارد ولی در مورد تعداد عوامل ۲ در عدد  $a$ ,

اظهار نظر نمی‌توان کرد.

(۲) عدد  $a$  فاقد عامل ۳ است.(۳) از بین دو عدد  $a$  و  $b$ ، یکی حتماً فقط یک عامل ۵ و دیگری حداقل

یک عامل ۵ دارد.

(۴) اعداد  $a$  و  $b$ ، هیچ عامل اول مشترک بزرگ‌تر از ۵ ندارند.(نتیجه کلی) بسته به این‌که عدد  $a$  عامل ۲ داشته باشد یا خیر، مقدار $(a, b)$  یکی از اعداد ۱۰ یا ۵ می‌تواند باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

## ۳۳- گزینه «۴»

(نیلوفر مهروری)

نکته:

$$\left. \begin{array}{l} m \\ a \equiv b \\ n \\ a \equiv b \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m,n]}$$

$$\left. \begin{array}{l} 7 \\ a \equiv 3 \Rightarrow a \equiv 3 + 5(7) \Rightarrow a \equiv 38 \\ 12 \\ a \equiv 2 \Rightarrow a \equiv 2 + 3(12) \Rightarrow a \equiv 38 \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv 38 \pmod{[7,12]}$$

$$84 \\ \Rightarrow a \equiv 38 \Rightarrow a = 84k + 38$$

$$11 \\ a \equiv 0 \Rightarrow 84k + 38 \equiv 0 \Rightarrow -4k + 5 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 4k \equiv 5 \pmod{11} \xrightarrow{+4} k \equiv 4 \pmod{11}$$

به ازای  $k = 4$ ، کوچک‌ترین عدد سه رقمی مضرب ۱۱ برای  $a$  حاصل می‌شود.

$$k = 4 \Rightarrow a = (84 \times 4) + 38 = 374$$

مجموع ارقام فرد:  $3 + 7 = 10$ 

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

## ۳۴- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومحبوب)

با تبدیل معادله سیاله به معادله همنهشتی، آن را حل می‌کنیم:

$$9x + 11y = 625 \Rightarrow 11y \equiv 625 \pmod{9} \Rightarrow 2y \equiv 4 \pmod{9}$$

$$\xrightarrow{+2} y \equiv 2 \pmod{9} \Rightarrow y = 9k + 2$$

$$9x + 11(9k + 2) = 625 \Rightarrow 9x = -99k + 603$$

$$\Rightarrow x = -11k + 67$$

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \Rightarrow -11k + 67 > 0 \Rightarrow k < \frac{67}{11} \\ y > 0 \Rightarrow 9k + 2 > 0 \Rightarrow k > -\frac{2}{9} \end{array} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 0 \leq k \leq 6$$

بنابراین هفت نقطه با مختصات طبیعی روی این خط وجود دارد.

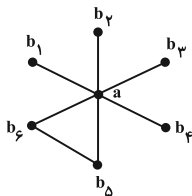
(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

## ۳۵- گزینه «۳»

(مهرادر ملونری)

عدد احاطه‌گری گراف برابر ۱ است، پس رأسی از درجه ۶ (رأس فول) دارد.

از طرفی این گراف، فقط یک دور دارد، پس نمودار آن به صورت زیر است:



مسیرهای به طول ۲ به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند:

(الف) مسیرهایی که فاقد یال  $b_5 b_6$  هستند؛ تعداد این مسیرها برابر است با

$$\text{انتخاب ۲ رأس متمایز از بین رئوس } b_1 \text{ تا } b_6: \binom{6}{2} = 15$$

(ب) مسیرهایی که شامل یال  $b_5 b_6$  هستند؛ تعداد این مسیرها ۲ تا است:مسیرهای  $ab_5 b_6$  و  $ab_6 b_5$ 

پس در مجموع ۱۷ مسیر به طول ۲ دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ و ۴۴)

## ۳۶- گزینه «۴»

(غریزاد جوادی)

گراف ۱- منظم از مرتبه ۱۴ دارای هفت یال است. برای یافتن  $\gamma$  کافی

است از هر یال یک رأس را انتخاب کنیم تا همه رئوس گراف احاطه شوند،

پس  $\gamma = 7$ . با رسم مکمل گراف بالا می‌توان دریافت که با انتخاب هر دورأس دلخواه از  $\bar{G}$  می‌توان همه رئوس را احاطه کرد، پس:  $\gamma' = 2$ . لذا:

$$\gamma + \gamma' = 7 + 2 = 9$$





$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{16+2-1}{2-1} = \binom{16}{1} = 16$$

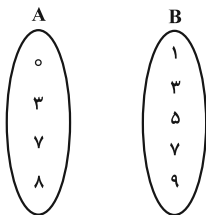
$$\text{تعداد کل جواب‌های صحیح و نامنفی} = 16 + 16 + 17 = 49$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(مهریار راشدی)

۳۹- گزینه «۲»

عدد ۳ از مجموعه A باید ۱ عضو از مجموعه B (به غیر از ۳) انتخاب کند، عدد صفر نیز از بین ۴ عضو باقی‌مانده در مجموعه B باید یک عضو انتخاب کند، عدد ۷ از مجموعه A باید از بین ۳ عضو باقی‌مانده در B، یک عضو را انتخاب کند و در نهایت برای عدد ۸، دو انتخاب می‌ماند که باید یکی را انتخاب کند.



$$\binom{3}{4} \times \binom{0}{4} \times \binom{7}{3} \times \binom{8}{2} = 96$$

بنابراین ۹۶ تابع یک‌به‌یک از A به B می‌توان نوشت که شامل (۳، ۳) نباشد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۷۸)

(مهریار راشدی)

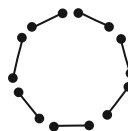
۴۰- گزینه «۳»

نقطه  $(x, y, z)$  با مختصات صحیح را در فضای  $\mathbb{R}^3$  در نظر بگیرید. هر یک از مؤلفه‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  می‌توانند ۲ حالت (زوج یا فرد) داشته باشند. بنابراین بسته به زوج یا فرد بودن مؤلفه‌ها ۸ حالت مختلف داریم.

$$\text{حالت } ۸ = 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow (x, y, z) \text{ حالت } ۲ \text{ حالت } ۲ \text{ حالت } ۲$$

برای این که نقطه وسط A و B دارای مؤلفه‌های صحیح باشد باید دو نقطه A و B از نظر زوج یا فرد بودن هر مؤلفه مختصات مثل هم باشند، مثلاً هر دو به شکل (زوج و فرد و فرد) باشند. چون ۸ حالت مختلف داریم، حداقل ۹ نقطه لازم است تا مطمئن باشیم دو تای آنها از نظر زوج یا فرد بودن هر مؤلفه مثل هم هستند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(مصطفی دیداری)

۳۷- گزینه «۱»

برای حرکت از A به B باید ۸ مرتبه به راست و ۴ مرتبه به بالا حرکت کنیم. پس کافی است جایگشت‌های حروف RRRRRRRR UUUU را به دست آوریم به‌طوری که هیچ دو حرف U کنار هم نباشند؛ ابتدا همه R ها را به یک روش می‌چینیم:

$$-R-R-R-R-R-R-R-R-$$

۹ جای خالی ابتدا و انتها و همچنین بین R ها وجود دارد که کافی است ۴ تا از آنها را انتخاب و در آنها U قرار دهیم. پس:

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{9}{4} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

(فرزاد جوادری)

۳۸- گزینه «۱»

از رابطه  $x_1 \cdot x_2 = 4$  سه حالت زیر نتیجه می‌شود:

$$\text{حالت اول: } x_1 = 1 \text{ و } x_2 = 4$$

$$\text{حالت دوم: } x_1 = 4 \text{ و } x_2 = 1$$

$$\text{حالت سوم: } x_1 = 2 \text{ و } x_2 = 2$$

تعداد جواب‌های سه معادله زیر را شمرده و با هم جمع می‌زنیم:

$$1 + 4 + x_3 + x_4 = 20 \Rightarrow x_3 + x_4 = 15$$

$$16 = \binom{17}{1} = \binom{15+2-1}{2-1} = \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی}$$

$$15 = x_3 + x_4 \Rightarrow 4 + 1 + x_3 + x_4 = 20$$

$$16 = \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی}$$

$$16 = x_3 + x_4 \Rightarrow 2 + 2 + x_3 + x_4 = 20$$



## فیزیک ۳

۴۱- گزینه «۱»

(مسام نازری)

هیچ کدام از عبارتها درست نیستند.

بررسی موارد:

(الف) اندازه شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر تندی متحرک است. در لحظه  $t = 0$  و  $t = 5$  خط مماس بر نمودار افقی است. پس تندی در این دو لحظه برابر صفر است. در واقع پس از لحظه  $t = 0$  تندی افزایش یافته و مجدد در  $t = 5$  به مقدار صفر، کاهش یافته است.

(ب) سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار مکان- زمان است. در اینجا داریم:

$$v_{av} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{16 - 0}{5 - 0} = \frac{16}{5} = 3 \frac{1}{5} \frac{m}{s}$$

(پ) متحرک فقط در لحظه  $t = 14$  به طور کامل از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) عبور کرده است. توجه کنید که در  $t = 5$  فقط به مبدأ مکان رسیده و از آن عبور نکرده است.

(ت) در بازه زمانی ۵ تا ۱۲، ابتدا تفرع نمودار به سمت بالا ( $a > 0$ ) و بعد به سمت پایین ( $a < 0$ ) است. پس بردار شتاب ابتدا در جهت محور  $x$  و سپس خلاف جهت محور  $x$  است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

۴۲- گزینه «۳»

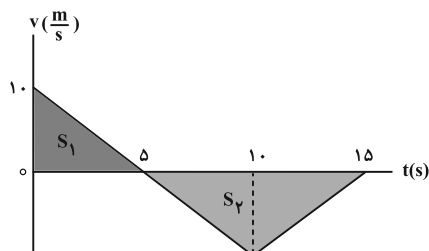
(مسام نازری)

برای محاسبه شتاب متوسط، ابتدا سرعت در لحظه  $t = 10$  را به کمک نمودار پیدا می‌کنیم. با توجه به خطی بودن نمودار در بازه  $t = 0$  تا  $t = 10$  و تقارن آن در دو طرف  $t = 5$ ، سرعت در لحظه  $t = 10$

برابر  $-10 \frac{m}{s}$  می‌شود. حال شتاب متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{-10 - 10}{10 - 0} = -2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = 2 \frac{m}{s^2}$$

برای محاسبه تندی متوسط، ابتدا مسافت طی شده را حساب می‌کنیم. می‌دانیم سطح زیر نمودار سرعت- زمان در هر بازه زمانی برابر اندازه جابه‌جایی در آن بازه زمانی است و برای محاسبه مسافت کافی است قدرمطلق مساحت‌های  $S_1$  و  $S_2$  را با هم جمع کنیم:



$$\text{مسافت} = \ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = S_1 + S_2 = \frac{5 \times 10}{2} + \frac{10 \times 10}{2} = 75 \text{ m}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{75}{15} = 5 \frac{m}{s}$$

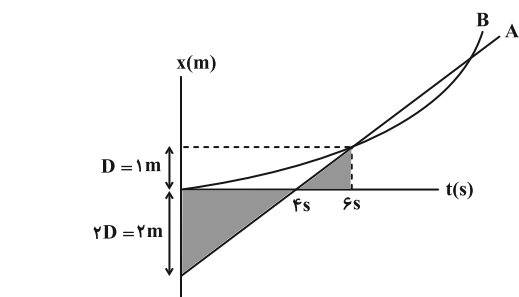
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۴۳- گزینه «۲»

(آراس مموری)

مطابق شکل، با فرض این‌که دو متحرک در مکان  $D$  به هم رسیده‌اند، از

تشابه مثلث‌های مشخص شده داریم:



تذکر: با توجه به خواسته سؤال (نسبت فاصله‌ها)، مقدار  $D$  تأثیری در حل سؤال ندارد پس آن را  $1 \text{ m}$  در نظر می‌گیریم. از داده‌های نمودار داریم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{x_A = 1 \text{ m}, x_{0A} = -2 \text{ m}, t = 6 \text{ s}} 3 = 6 v_A$$

$$\Rightarrow v_A = \frac{1}{2} \frac{m}{s}$$

متحرک  $B$  در مدت زمان  $6 \text{ s}$ ، به اندازه  $1 \text{ m}$  جابه‌جا شده است:

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t \xrightarrow{v_{0B} = 0, t = 6 \text{ s}} 1 = \frac{1}{2} \times a_B \times 36$$



$$\xrightarrow{(۲)} \quad \gamma d = \frac{1}{\gamma} a(t-\gamma)^2 + at(t-\gamma) \quad (۳)$$

و در آخر سرعت انتهای مسیر برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_\gamma = a(t-\gamma) + v_1 \xrightarrow{(۲)} v_\gamma = a(\gamma t - \gamma) \quad (۴)$$

با مقایسه روابط (۱) و (۳)،  $t$  را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} (۱): d = \frac{1}{\gamma} at^2 \xrightarrow{\times \gamma} \gamma d = at^2 \\ (۳): \gamma d = \frac{1}{\gamma} a(t-\gamma)^2 + at(t-\gamma) \end{cases}$$

$$\Rightarrow at^2 = \frac{1}{\gamma} a(t-\gamma)^2 + at(t-\gamma) \xrightarrow{\text{طرفین ضربدر } \gamma}$$

$$\gamma at^2 = a(t^2 - 2\gamma t + \gamma^2) + \gamma at(t-\gamma)$$

$$\Rightarrow \gamma at^2 = \gamma at^2 - 2\gamma at + \gamma a \Rightarrow at^2 - 2\gamma at + \gamma a = 0$$

$$t^2 - 2\gamma t + \gamma = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \gamma + 2\sqrt{3}s & \text{ق ق} \\ t = \gamma - 2\sqrt{3}s & \text{غ ق} \end{cases}$$

تذکر:  $4 - 2\sqrt{3}s$  قابل قبول نیست. زیرا در این صورت حاصل  $t - \gamma$

منفی خواهد شد. در نهایت خواسته سؤال را به دست می آوریم.

$$v_1 = at \xrightarrow{t=\gamma+2\sqrt{3}=2(\gamma+\sqrt{3})s} v_1 = 2(\gamma+\sqrt{3})(\gamma-\sqrt{3}) = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۳ تا ۱۷)

(علیرضا جباری)

۴۵- گزینه «۳»

ابتدا جابه جایی متحرک در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 6s$  را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av} = \frac{m}{s}} \gamma = \frac{\Delta x}{6} \Rightarrow \Delta x = 42m$$

این جابه جایی شامل دو مرحله است.

$\Delta x_1$  مربوط به جابه جایی در ۴ ثانیه اول حرکت و  $\Delta x_\gamma$  مربوط به

جابه جایی در بازه زمانی ۴s تا ۶s است. مساحت سطح زیر نمودار شتاب-

زمان در هر بازه زمانی، برابر با تغییر سرعت در آن بازه زمانی است. بنابراین

سرعت متحرک در لحظه  $t = 4s$  برابر است با:

$$\Rightarrow a_B = \frac{1}{18} \frac{m}{s^2}$$

قسمت اول سؤال: ابتدا معادله سرعت- زمان متحرک B را می نویسیم:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow{a_B = \frac{1}{18} \frac{m}{s^2}, v_{0B} = 0} v_B = \frac{1}{18} t \quad (I)$$

$$v_A = v_B \xrightarrow{(I), v_A = \frac{1}{2} \frac{m}{s}} \frac{1}{2} = \frac{1}{18} t \Rightarrow t = 9s$$

قسمت دوم سؤال: برای این قسمت از سؤال، در آغاز کار معادله مکان- زمان

هر دو متحرک را نوشته و سپس با یکدیگر برابر قرار می دهیم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2} t - \gamma \\ x_B = \frac{1}{36} t^2 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} \frac{1}{36} t^2 - \frac{1}{2} t + \gamma = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 6s & \text{ق ق} \\ t = 12s & \text{ق ق} \end{cases}$$

حال  $t = 12s$  را در یکی از معادله های مکان جای گذاری می کنیم:

$$x_A = x_B = \frac{1}{36} (12)^2 - \gamma = 4m$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

خواسته سؤال:

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۳ تا ۱۷)

(آراس ممبری)

۴۴- گزینه «۱»

شکل شماتیک زیر نمایی کلی از مسیر طی شده توسط متحرک است:

$$\begin{array}{ccccccc} v=0 & t_1=t & v_1 & t_\gamma=t-\gamma & v_\gamma \\ | & | & | & | & | \\ \Delta x_1=d & & & & \Delta x_\gamma=\gamma d \end{array}$$

ابتدا قسمت اول مسیر را بررسی می کنیم:

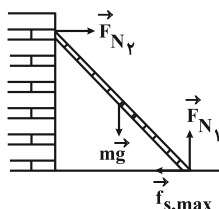
$$\Delta x_1 = \frac{1}{\gamma} at_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow d = \frac{1}{\gamma} at^2 \quad (۱)$$

سرعت را نیز در انتهای همین مسیر به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = at \quad (۲)$$

اکنون به بررسی قسمت دوم می پردازیم:

$$\Delta x_\gamma = \frac{1}{\gamma} at_\gamma^2 + v_1 t_\gamma \Rightarrow \gamma d = \frac{1}{\gamma} a(t-\gamma)^2 + v_1(t-\gamma)$$



با توجه به این که نردبان در آستانه سر خوردن است، یعنی در این لحظه در تعادل است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. همچنین نردبان به سمت راست سر می خورد پس نیروی اصطکاک باید به سمت چپ به پایه آن وارد شود (علت نادرستی گزینه «۳»). همچنین داریم:

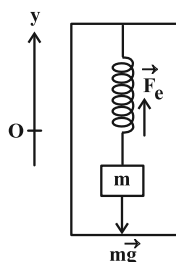
$$\left. \begin{aligned} F_{\text{net},x} = 0 &\Rightarrow F_{N_y} = f_{s,\max} \\ F_{\text{net},y} = 0 &\Rightarrow F_{N_x} = mg \end{aligned} \right\} \xrightarrow{f_{s,\max} = \mu_s F_{N_x}} F_{N_y} = \mu_s mg$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۱، ۳۵ و ۳۶)

(زهره آقاممدری)

۴۸- گزینه «۴»

ابتدا ثابت فتر را محاسبه می کنیم. در حالت اول که آسانسور ساکن است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow kx = mg \xrightarrow{\substack{x=30-25=5\text{ cm} \\ m=2\text{ kg}, g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}}}$$

$$k \times 5 = 20 \Rightarrow k = 4\frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

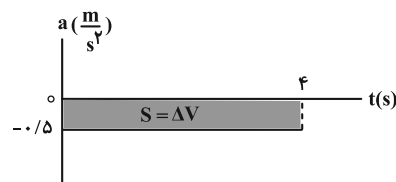
پس از حرکت آسانسور داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e' - mg = ma \Rightarrow kx' - mg = ma$$

$$\xrightarrow{\substack{x'=5+1/25=6/25\text{ cm} \\ m=2\text{ kg}, k=4\frac{\text{N}}{\text{cm}}}} 4 \times 6/25 - 20 = 2a$$

$$\Rightarrow a = \frac{25-20}{2} = 2/5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_{(t=4s)} = v_0 + \Delta v = v_0 + (-0/5 \times 4) = v_0 - 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$$



اکنون جابه جایی های  $\Delta x_1$  و  $\Delta x_2$  را می نویسیم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 42 = \left[\frac{1}{2}a_1t_1^2 + v_0t_1\right] + \left[\frac{1}{2}a_2t_2^2 + (v_0 - 2)t_2\right]$$

$$\Rightarrow 42 = \left[\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{5}\right) \times 4^2 + v_0 \times 4\right] + \left[\frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 + (v_0 - 2)2\right]$$

$$42 = -4 + 4v_0 + 2 + 2v_0 - 4 \Rightarrow 48 = 6v_0 \Rightarrow v_0 = 8\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۱۵ و ۱۷)

(مهران اسماعیلی)

۴۶- گزینه «۲»

اگر گلوله اول پس از زمان  $t_1$  به زمین برسد و برای گلوله دوم زمان  $t_2$  سپری شده باشد، می توان نوشت:

$$\begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \end{cases} \xrightarrow{\frac{h_1}{h_2} = 4} \frac{\frac{1}{2}gt_1^2}{\frac{1}{2}gt_2^2} = 4 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 2 \Rightarrow t_1 = 2t_2$$

در لحظه رسیدن گلوله اول به زمین، دو گلوله حداکثر فاصله را از یکدیگر دارند.

$$h_1 - h_2 = 125 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = 125$$

$$\xrightarrow{g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} t_1^2 - t_2^2 = 25$$

$$(2t_2)^2 - t_2^2 = 25 \Rightarrow t_2^2 = 9 \Rightarrow t_2 = 3\text{ s}$$

$$t_1 = 2t_2 = 6\text{ s} \Rightarrow t_1 - t_2 = 3\text{ s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲۱ و ۲۳)

(مسام نازری)

۴۷- گزینه «۳»

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را مطابق شکل زیر رسم می کنیم:



$$\Rightarrow 8 - 0 / 2 \times 2 \times 10 = 2a_y \Rightarrow a_y = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_y = \frac{1}{2} a_y t_y^2 + v_{y0} t_y \Rightarrow |\Delta x_y| = \frac{1}{2} \times 2 t_y^2 = t_y^2$$

حال اگر اندازه جابه‌جایی دو حالت را برابر قرار دهیم، داریم:

$$|\Delta x_1| = |\Delta x_y| \Rightarrow 3 t_1^2 = t_y^2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_y} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

(معمور منصوری)

۵۰- گزینه «۱»

$$\begin{cases} K_y = K_1 - \frac{2}{4} K_1 = \frac{1}{4} K_1 \\ m_y = 16 m_1 \end{cases}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_y}{K_1} = \left(\frac{p_y}{p_1}\right)^2 \times \frac{m_1}{m_y} \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{p_y}{p_1}\right)^2 \times \frac{m_1}{16 m_1}$$

$$\frac{1}{4} = \left(\frac{p_y}{p_1}\right)^2 \times \frac{1}{16} \Rightarrow \left(\frac{p_y}{p_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{p_y}{p_1} = 2$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

(مهران اسماعیلی)

۵۱- گزینه «۴»

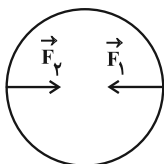
ابتدا دوره چرخش جسم را باید تعیین کنیم تا مشخص شود در مدت

۱/۵ s، نیروی مرکزگرای وارد بر جسم چگونه تغییر کرده است:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \xrightarrow{v = \frac{2\pi m}{4}} T = \frac{2 \times 3 \times 2}{4} = 3 \text{ s}$$

با توجه به این که دوره ۳ s است، پس از ۱/۵ s جسم نیمی از دایره را طی

می‌کند. بنابراین نیروی مرکزگرا در خلاف جهت اولیه خواهد بود. (مطابق شکل)



چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، پس حرکت آن

تندشونده است. با توجه به این که جهت شتاب آسانسور رو به بالا است، پس

جهت حرکت آسانسور نیز رو به بالا است. توجه کنید که افزایش طول

۱/۲۵ cm به دلیل حرکت آسانسور است پس می‌توانستیم شتاب آسانسور

را به روش زیر نیز محاسبه کنیم:

$$kx = ma \Rightarrow 4 \times 1 / 25 = 2a \Rightarrow a = \frac{5}{2} = 2 / 5 \frac{m}{s^2}$$

چون فنر افزایش طول داشت، قرار دادیم  $x = +1 / 25 \text{ cm}$  و شتاب

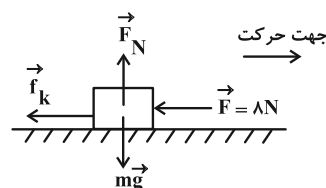
آسانسور مثبت (رو به بالا) به دست آمد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

(معمور نیاوندی مقدم)

۴۹- گزینه «۴»

در حالت اول نیرو خلاف جهت حرکت است.



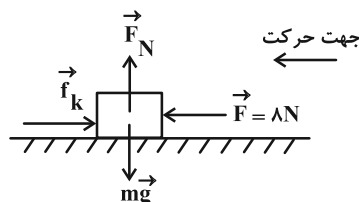
$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$F_{\text{net},x} = ma \Rightarrow -F - f_k = ma \Rightarrow -F - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow -8 - 0 / 2 \times 2 \times 10 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = -6 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_{10} t_1 \Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{1}{2} \times 6 t_1^2 = 3 t_1^2$$

در حالت دوم جسم در جهت نیروی وارده حرکت می‌کند.



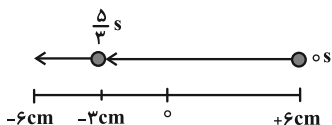
$$F_{\text{net},x} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$



$$\Rightarrow x = 0.06 \cos(0.4\pi \times \frac{5}{3}) = 0.06 \times (-\frac{1}{2}) = -0.03 \text{ m}$$

با توجه به این که  $\frac{T}{4} < \frac{5}{3} < \frac{T}{2}$  و با رسم پاره خط نوسان می توان

دریافت که در این لحظه نوسانگر در حال دور شدن از نقطه تعادل و تنیدی آن در حال کاهش است.



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۶۲ تا ۶۴)

(مسام ناری)

گزینه «۲» ۵۴

ابتدا بسامد زاویه ای نوسانگر را می یابیم.

$$x = A \cos(\omega t) \quad \begin{matrix} x = -5\sqrt{3} \text{ cm} \\ A = 10 \text{ cm}, t = 1/4 \text{ s} \end{matrix}$$

$$-5\sqrt{3} = 10 \cos(\omega \times 1/4) \Rightarrow \cos(1/4\omega) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 1/4\omega = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{1/2} = \frac{2\pi}{1/2} = 4\pi \text{ rad/s}$$

در مرکز نوسان، انرژی پتانسیل صفر و انرژی جنبشی بیشینه است. بنابراین:

$$E = K + U \xrightarrow[U=0]{\text{در مرکز نوسان}} E = K_{\max}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max} = A\omega$$

$$\begin{matrix} A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m} \\ \omega = 4\pi \text{ rad/s} \end{matrix} \rightarrow v_{\max} = 0.1 \times 4\pi = 0.4\pi = \frac{1}{5} \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۶۳ تا ۶۷)

(مفسر سلاماس و نر)

گزینه «۲» ۵۵

$$\left. \begin{matrix} T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \\ g = \frac{GM_e}{r^2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{T_r}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_r}} = \sqrt{\frac{(r_1/r_r)^2}{r_1}} = \frac{r_r}{r_1} \xrightarrow{r=r_h+R_e}$$

$$\Delta \vec{F} = \vec{F}_r - \vec{F}_1 \Rightarrow \Delta F = |\vec{F}_r - \vec{F}_1| = 2F$$

$$\xrightarrow{F = m \frac{v^2}{r}} \Delta F = 2m \frac{v^2}{r} \xrightarrow{\begin{matrix} m=1 \text{ kg}, r=2 \text{ m} \\ v=2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{matrix}} \Delta F = 2 \times 1 \times \frac{4}{2} = 4 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۸ تا ۵۳)

(علیرضا بیاری)

گزینه «۴» ۵۲

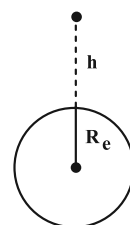
ابتدا فاصله ماهواره از مرکز زمین را در هر دو حالت به دست می آوریم:

$$r = R_e + h$$

$$r_1 = R_e + h_1 = R_e + \frac{11}{25} R_e = \frac{36}{25} R_e$$

$$r_r = R_e + h_r = R_e + \frac{47}{25} R_e = \frac{72}{25} R_e$$

$$\frac{r_r}{r_1} = \frac{\frac{72}{25} R_e}{\frac{36}{25} R_e} = 2$$



تنیدی ماهواره با جذر فاصله آن از مرکز زمین نسبت وارون دارد.

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_r}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_r}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

دوره گردش ماهواره به دور زمین نیز به صورت زیر، به فاصله آن از مرکز

زمین بستگی دارد:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \Rightarrow \frac{T_r}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{r_r}{r_1}\right)^3} \xrightarrow{\frac{r_r}{r_1}=2} \frac{T_r}{T_1} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۵۳ تا ۵۶)

(محمود منصوری)

گزینه «۲» ۵۳

با توجه به این که جسم از مکان  $x = +A$  شروع به حرکت می کند، معادله

مکان- زمان آن به شکل  $x = A \cos(\omega t)$  می باشد.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\Delta} = 0.4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad A = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$$

$$x = A \cos(\omega t) = 0.06 \cos(0.4\pi t)$$



$$\Rightarrow \Delta\beta = 20(\log 5 - \log 3) = 20(\log \frac{5}{3} - 0/5)$$

$$= 20(\log 10 - \log 2 - 0/5)$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 20(1 - 0/3 - 0/5) = 4\text{dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(مسام ناری)

۵۸- گزینه «۴»

وقتی چشمه نور به ناظر نزدیک شود، طول موج نور کاهش پیدا می‌کند که به آن اصطلاحاً انتقال به آبی می‌گویند. در شکل‌های الف و ب این اتفاق می‌افتد.

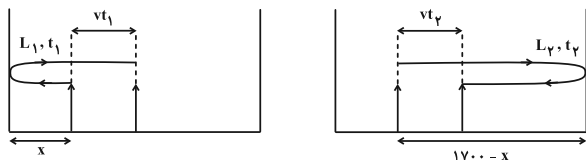
(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۸۳)

(مشتی نکوئیان)

۵۹- گزینه «۳»

اگر مطابق با شکل‌های زیر، زمان پژواک از صخره نزدیک‌تر را با  $t_1$  و زمان

پژواک از صخره دورتر را با  $t_2$  نشان دهیم، داریم:



$$L_1 - vt_1 = 2x \xrightarrow{L_1 = v_{\text{صوت}} \times t_1 = 340 \cdot t_1} 340 \cdot t_1 - 40 \cdot t_1 = 2x$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{x}{150} \quad (1)$$

$$L_2 + vt_2 = 2(1700 - x) \xrightarrow{L_2 = v_{\text{صوت}} \times t_2 = 340 \cdot t_2} 340 \cdot t_2 + 40 \cdot t_2 = 2(1700 - x)$$

$$340 \cdot t_2 + 40 \cdot t_2 = 2(1700 - x) \Rightarrow 190 \cdot t_2 = 1700 - x$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{1700 - x}{190} \quad (2)$$

با توجه به برابری زمان‌های پژواک از دو صخره می‌توان نوشت:

$$t_1 = t_2 \xrightarrow{(1), (2)} \frac{x}{150} = \frac{1700 - x}{190} \Rightarrow 34x = 15(1700)$$

$$\Rightarrow x = 750\text{m}$$

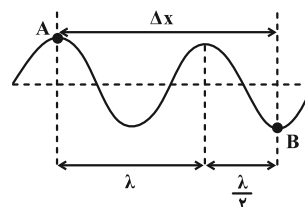
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{R_e}{2} + R_e}{R_e} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(مسام ناری)

۵۶- گزینه «۴»

ابتدا مطابق شکل زیر فاصله نقطه A تا B را بر حسب طول موج می‌یابیم:



$$\Delta x = \lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2}\lambda$$

$$\Delta x = v\Delta t \left\{ \Rightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{0/9}{T} \Rightarrow T = 0/6\text{s} \right.$$

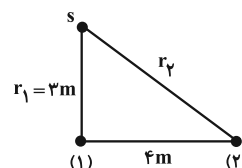
$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}\text{Hz}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(مهمر معاونتری مقرر)

۵۷- گزینه «۲»

فاصله دو نقطه از منبع صوت به ترتیب  $r_1 = 3\text{m}$  و  $r_2 = 5\text{m}$  است.



$$r_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{m}$$

حال از رابطه زیر اختلاف تراز شدت صوت را محاسبه می‌نماییم:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \left( \frac{5}{3} \right)^2$$



$$n = 3/2 \times 10^{22}; \quad h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s} \\ c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad \lambda = 660 \times 10^{-9} \text{ m}; \quad t = 24 \text{ s}$$

$$P = \frac{(3/2 \times 10^{22})(6.6 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{(6.6 \times 10^{-9})(24)} = 400 \text{ W}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۹)

(مجتبی نگوئیان)

۶۳- گزینه «۱»

طبق رابطه  $f = \frac{c}{\lambda}$ ، برای بیشینه شدن بسامد، باید  $\lambda$  کمینه و برای کمینه شدن بسامد، باید  $\lambda$  بیشینه باشد، بنابراین طبق معادله ریذبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} f = Rc \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\text{رشته براکت: } \begin{cases} n' = 4 \\ n = \infty \end{cases} \Rightarrow f_{\max} = Rc \left( \frac{1}{16} \right) = \frac{1}{16} Rc$$

$$\text{رشته لیمان: } \begin{cases} n' = 1 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow f_{\min} = Rc \left( 1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} Rc$$

$$\Rightarrow \frac{f_{\max}}{f_{\min}} = \frac{\frac{1}{16} Rc}{\frac{3}{4} Rc} = \frac{1}{12}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

(محمود منصوری)

۶۴- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست: عدد نوترونی  $^{12}\text{C}$  برابر ۶ و عدد نوترونی  $^{13}\text{C}$  برابر ۷ است.

(۲) درست: ایزوتوپ‌های یک عنصر، دارای عدد اتمی مساوی و عدد نوترونی متفاوت هستند.

(۳) نادرست: ایزوتوپ‌های یک عنصر در جدول تناوبی در یک مکان قرار می‌گیرند.

(۴) درست: (طبق اطلاعات جدول کتاب)

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

(امیرامیر میرسعید)

۶۵- گزینه «۲»

وقتی ۸۰ درصد از ماده از بین می‌رود پس ۲۰ درصد آن باقی مانده است.

$$m = M_0 \left( \frac{1}{2} \right)^n \Rightarrow \frac{20}{100} M_0 = \frac{M_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{100}{20} = 5$$

بنابراین اختلاف فاصله اتومبیل از دو صخره به هنگام بوق زدن برابر است با:

$$d' = (1700 - x) - x = 1700 - 2x = 1700 - 2(750) = 200 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

(سپیده ملیحه میرضالی)

۶۰- گزینه «۳»

با توجه به شکل داریم:

$$\theta_1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\theta_2 = 53^\circ$$

حال با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{0.8}{0.5} = \frac{8}{5}$$

سپس به سراغ رابطه  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  می‌رویم. در این رابطه  $\Delta x$  را ثابت در نظر

می‌گیریم. پس:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow \frac{8}{5} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{8} t_1$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه ۹۶)

(محمدرکظم منشاری)

۶۱- گزینه «۲»

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 285 = \frac{v}{2 \times 0.4} \Rightarrow v = \frac{4}{5} \times 285 = 228 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

$$\Rightarrow 228 = \sqrt{\frac{F \times 0.4}{20 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{F \times 4 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-2}}} = \sqrt{20F}$$

$$\Rightarrow 20F = 228 \times 228 \Rightarrow F = 2599/2 \approx 2600 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(مجتبی نگوئیان)

۶۲- گزینه «۳»

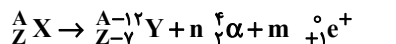
با توجه به این که انرژی فوتون‌ها از انرژی لامپ تأمین می‌شود، داریم:

$$\begin{cases} E = nhf = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow Pt = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow P = \frac{nhc}{\lambda t} \\ E = Pt \end{cases}$$





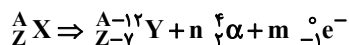
حالت زیر را در نظر می‌گیریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} A = A - 12 + 4n + m(0) \Rightarrow n = 3 \\ Z = Z - 7 + 2n + m \Rightarrow m = 1 \end{cases}$$

گزینه «۳»: سه ذره آلفا و یک پوزیترون

اگر به جای پوزیترون، الکترون در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$\Rightarrow \begin{cases} A = A - 12 + 4n + m(0) \Rightarrow n = 3 \\ Z = Z - 7 + 2n - m \Rightarrow m = -1 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

پس حالتی که  $e^{-}$  داشته باشیم امکان‌پذیر نیست.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

(مسام ندری)

گزینه «۳» ۶۹-

طبق متن کتاب درسی، گزینه «۳» نادرست است.

شکل درست گزینه «۳»: هسته مرکب  ${}_{92}^{236}\text{U}^{*}$  در کمتر از  $10^{-12}$  ثانیه واپاشیده می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۸ و ۱۴۹)

(لنگور ریاضی خارج کشور- ۱۴۰۱)

گزینه «۳» ۷۰-

با استفاده از معادله انیشتین (معادله فوتوالکتریک) برای فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_{\max} = hf - W_0 \\ 0.6 K_{\max} = h(\frac{3}{4}f) - W_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = hf - W_0 \\ \frac{0.6 \times 8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{3}{4}hf - W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = hf - W_0 \\ 3 = \frac{3}{4}hf - W_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} hf = 8 \text{ eV} \\ W_0 = 3 \text{ eV} \end{cases} \quad \text{با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول فوق داریم:}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

$$2^n = 5 \Rightarrow \log 2^n = \log 5 \Rightarrow n \log 2 = \log 5$$

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$n \log 2 = \log 5 \Rightarrow n \times \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \Rightarrow n = \frac{7}{3}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

گزینه «۲» ۶۶-

(مهران اسماعیلی)

تعداد هسته‌های مادر باقی مانده، پس از گذشت زمان  $t$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \left(n = \frac{t}{T}\right)$$

اگر  $N_1$  و  $N_2$  تعداد هسته‌های مادر باقی مانده پس از گذشت زمان به ترتیب  $2T$  و  $3T$  باشد، داریم:

$$N_1 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \xrightarrow[n_1 = \frac{t_1}{T} = 2]{t_1 = 2T} N_1 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{N_0}{4}$$

$$N_2 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \xrightarrow[n_2 = \frac{t_2}{T} = 3]{t_2 = 3T} N_2 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{N_0}{8}$$

$$N_1 - N_2 = 500 \Rightarrow \frac{N_0}{4} - \frac{N_0}{8} = 500 \Rightarrow \frac{N_0}{8} = 500$$

$$\Rightarrow N_0 = 4000$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(ریاضی داخل ۱۴۰۱- تیرماه)

گزینه «۳» ۶۷-

کافی است معادله واپاشی را نوشته و مجموع اعداد جرمی طرفین معادله را با هم و مجموع اعداد اتمی طرفین را نیز با هم برابر بگذاریم:

$$\begin{cases} 124 = 124 + A \Rightarrow A = 0 \\ 53 = 52 + Z \Rightarrow Z = +1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = 0, Z = +1 \Rightarrow \text{پوزیترون}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

(مسام ندری)

گزینه «۳» ۶۸-

در یک معادله واپاشی باید:

(۱) مجموع اعداد جرمی سمت راست و چپ معادله با هم برابر شوند.

(۲) مجموع اعداد اتمی سمت راست و چپ معادله با هم برابر شوند.



## شیمی ۳

## ۷۱- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

فرمول ترکیبات داده شده:

اوره:  $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$  / اتیلن گلیکول:  $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$  / روغن زیتون: $\text{C}_{57}\text{H}_{114}\text{O}_6$  / بنزین:  $\text{C}_8\text{H}_{18}$  / وازلین:  $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$  / صابون جامد بازنجر هیدروکربنی سیر شده ۱۷ کربنه:  $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$ 

بررسی همه موارد:

الف) نادرست؛ ۴ مورد از آن‌ها (روغن زیتون، بنزین، وازلین، صابون) در هگزان حل می‌شوند.

ب) نادرست؛ هیچ دو ترکیبی تعداد اتم هیدروژن برابری ندارند.

پ) درست؛ در ساختار صابون جامد عنصر فلزی (Na) یافت می‌شود.

ت) درست؛ در ساختار اوره و صابون جامد یک پیوند دوگانه یافت می‌شود.

ث) نادرست؛ ۲ مورد از آن‌ها (اوره و اتیلن گلیکول) قادر به تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکولی هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

## ۷۲- گزینه «۴»

(مهمر عظیمیان زواره)

این مخلوط، یک پاک‌کننده خورنده محسوب می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ترکیب داده شده نوعی پاک‌کننده صابونی است. پاک‌کننده‌های صابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

(۲) برای این منظور باید از پاک‌کننده‌های خورنده مانند سرکه یا جوهرنمک که خاصیت اسیدی دارند استفاده نمود.

(۳) هیدروکلریک اسید (جوهرنمک) و سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) پاک‌کننده‌هایی خورنده‌اند و نباید با پوست بدن تماس پیدا کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۴، ۱۲ و ۱۳)

## ۷۳- گزینه «۳»

(مهمر رضا پورچاویر)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: توجه داشته باشید که نیترواسید در مقایسه با استیک اسید قدرت بیشتری داشته و مقدار یونش آن بیشتر است. بنابراین در شرایط یکسان غلظت یون نیتريت (و نه نیترات!) در آن بیشتر از غلظت یون استات موجود در استیک اسید است.

گزینه «۲»: از آنجا که HCl در مقایسه با  $\text{HNO}_3$  قدرت اسیدی بیشتری دارد، سرعت واکنش آن با نوار منیزیمی نیز بیشتر خواهد بود.

گزینه «۳»: از آنجا که استیک اسید در مقایسه با نیترواسید ضعیف‌تر است، مولکول‌های کمتری از آن به صورت یونیده شده درمی‌آیند. به این ترتیب تعداد مولکول‌های یونیده نشده آن بیشتر خواهد بود.

گزینه «۴»: با توجه به مقدار  $K_a$  کلرواتانویک اسید، این اسید از هر دو اسید ذکر شده در صورت سؤال قوی‌تر خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

## ۷۴- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

در اثر مخلوط شدن، غلظت یون  $\text{H}^+$  برابر با نسبت مجموع مول‌های یون  $\text{H}^+$  به حجم کل:

$$\text{pH}_{\text{HCl}} = 1/5 \Rightarrow [\text{H}^+] = 3 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{mol H}^+ = 0.03 (\text{mol.L}^{-1}) \times 0.3 (\text{L}) = 9 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\text{pH}_{\text{HBr}} = 4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{mol H}^+ = 10^{-4} (\text{mol.L}^{-1}) \times 0.6 (\text{L}) = 6 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$[\text{H}^+]_{\text{نهایی}} = \frac{(9 \times 10^{-3}) + (6 \times 10^{-5})}{0.3 + 0.6} \approx 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow 10^{-2} \times [\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-12}}{10^{-2}} = 10^{-10}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

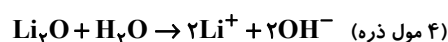
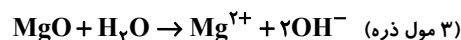


## ۷۵- گزینه «۴»

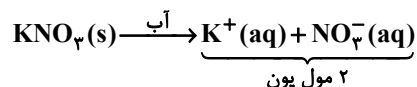
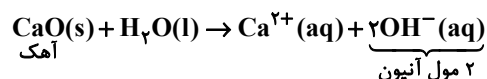
(سعی تیزرو)

تمامی موارد درست هستند.

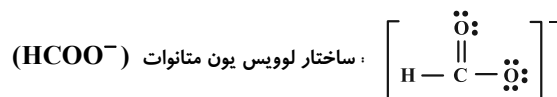
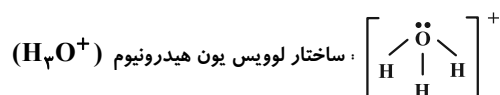
بررسی مورد اول:

بررسی مورد دوم: ترکیب‌های  $\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}$ ،  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  و $\text{CH}_3\text{COCH}_3$ ، در آب به صورت مولکولی حل شده و یون  $\text{H}^+$  یا $\text{OH}^-$  تولید نمی‌کنند. بنابراین محلول آن‌ها خنثی محسوب می‌شود.

بررسی مورد سوم:



بررسی مورد چهارم:



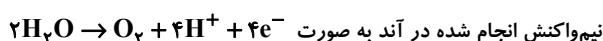
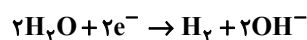
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۲۳)

## ۷۶- گزینه «۳»

(مهم‌رژا پوریاویر)

عبارت‌های اول و دوم نادرست هستند.

نیم‌واکنش انجام شده در سطح الکترود با بار منفی (کاتد) به صورت زیر است:



خواهد بود. هر چند در این شرایط گاز اکسیژن تولید می‌شود، اما به دلیل

تولید یون  $\text{H}^+$  با کاهش pH مواجه خواهیم بود.در کاهش مولکول‌های آب، گاز  $\text{H}_2$  تولید می‌شود. این گاز در واکنش

انجام شده بین فلزها و اسیدها نیز به دست می‌آید.

با توجه به واکنش کلی  $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_2 + \text{O}_2$  در مورد نسبت جرمی

گازهای تولید شده در کاتد و آند برابر است با:

$$\frac{\text{گاز تولید شده در کاتد } (2 \text{ mol } \text{H}_2)}{\text{گاز تولید شده در آند } (1 \text{ mol } \text{O}_2)} = \frac{2 \times 2 \text{ g}}{1 \times 32 \text{ g}} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0.125$$

$$= \frac{2 \times 2 \text{ g}}{1 \times 32 \text{ g}} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0.125$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

## ۷۷- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

در واکنش I گونه‌های اکسند و کاهنده جابه‌جا نوشته شده‌اند.

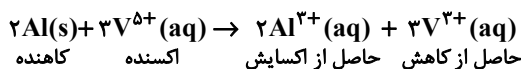
در واکنش II گونه حاصل از کاهش و گونه حاصل از اکسایش جابه‌جا

نوشته شده‌اند.

واکنش III به صورت خودبه‌خودی انجام‌پذیر نیست زیرا قدرت کاهندگی

آهن از مس بیشتر است.

در واکنش IV همه موارد به درستی بیان شده است.



$$\text{e}^- \text{ مبادله شده} = 2 \times 3 = 6\text{e}^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

## ۷۸- گزینه «۴»

(سعی تیزرو)

همه موارد درست‌اند.

بررسی مورد اول: به علت وجود کاتیون‌های  $\text{Y}^{2+}$  در محلول الکترولیت

سلول مورد نظر، می‌توان نتیجه گرفت فلز Y به عنوان آند سلول الکترولیتی

بوده و به قطب مثبت باتری وصل می‌شود. در نتیجه a قطب منفی سلول بوده

و به محل انجام نیم‌واکنش کاهش (کاتد) متصل است.



## ۸۱- گزینه «۳»

(سعیر تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نیروی جاذبه بین ذره‌ای در یخ ( $H_2O(s)$ ) از نوع پیوند هیدروژنی و در یخ خشک ( $CO_2(s)$ ) از نوع وان‌دروالسی است.

(۲) تنها مواد مولکولی در دمای اتاق به حالت گاز هستند. خواص شیمیایی این مواد به الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی بستگی دارد.

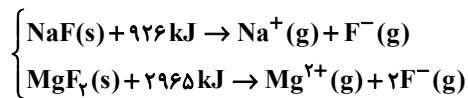
(۳) سیلیسیم جزو جامدهای کووالانسی است و نمی‌توان برای آن از واژه نیروهای بین مولکولی استفاده کرد. همچنین  $Cl_2$  ترکیب نیست.

(۴) در ساختار یخ هر اتم O به دو اتم H با پیوند اشتراکی و به دو اتم H از مولکول‌های دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

## ۸۲- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

فرض می‌کنیم a مول NaF و b مول  $MgF_2$  در اختیار داریم:

برای فروپاشی a مول از NaF،  $926a \text{ kJ}$  و برای فروپاشی b مول از  $MgF_2$ ،  $2965b \text{ kJ}$  انرژی نیاز است.

$$\Rightarrow 926a + 2965b = 870 / 8 \quad (I)$$

در اثر فروپاشی a مول از NaF، a مول یون  $F^-$  و در اثر فروپاشی b مول  $MgF_2$ ، ۲b مول  $F^-$  تولید می‌شود.

$$(a + 2b) \times 6 / 0.2 \times 10^{23} = 4 / 214 \times 10^{23}$$

$$\Rightarrow a + 2b = 0.7 \text{ mol} \quad (II)$$

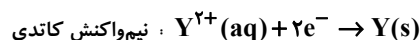
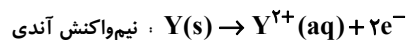
$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} a = 0.3 \\ b = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{درصد مولی } MgF_2 = \frac{0.2}{0.2 + 0.3} \times 100 = 40\%$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

بررسی مورد دوم: به همان میزان  $Y^{2+}$  که در نیم‌واکنش کاتدی مصرف می‌شود، به همان میزان نیز در واکنش آندی تولید می‌شود. بنابراین غلظت  $Y^{2+}$  ثابت می‌ماند.

بررسی مورد سوم: با توجه به نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی که یکدیگر را خنثی می‌کنند، واکنش کلی نخواهیم داشت:



بررسی مورد چهارم: جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی سلول‌های گالوانی و الکترولیتی از آند به کاتد است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴، ۴۵ و ۴۶)

## ۷۹- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)

گزینه دوم نادرست است؛ زیرا  $emf$  سلول بین کاهنده و اکسنده است یعنی Fe و  $O_2$ .

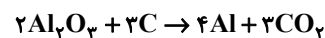
$$emf = 0.44 - (-0.44) = 0.88V$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

## ۸۰- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

چگالی Al مذاب تولید شده، بیشتر از الکترولیت مورد استفاده در سلول الکترولیتی است و از درجه پایینی ظرف خارج می‌شود.



$$? \text{ m}^3 CO_2 = 540 \text{ kg Al} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{3 \text{ mol } CO_2}{4 \text{ mol Al}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{1 \text{ L } CO_2}{1.6 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L } CO_2} = 412 / 5 \text{ m}^3$$

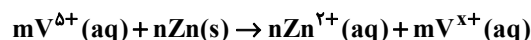
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)



## ۸۳- گزینه «۲»

(میلار میرمیری)

رنگ محلول به عدد اکسایش وانادیم وابسته است. در واکنش:



طبق قانون پایستگی بار الکتریکی:

$$5m = 2n + mx$$

برای به دست آوردن  $x$ ، ابتدا باید  $m$  و  $n$  را تعیین کنیم:

$$\frac{3}{25} g Zn = \frac{0}{2} L \times \frac{5 mol V^{5+}}{1 L \text{ محلول}}$$

$$\times \frac{n mol Zn}{m mol V^{5+}} \times \frac{65 g Zn}{1 mol Zn} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{1}{2}$$

این معادله بی‌شمار پاسخ دارد که ساده‌ترین جواب غیرکسری، مورد نظر ما

است. پس:  $m = 2$  و  $n = 1$

در نتیجه:  $10 = 2 + 2x \Rightarrow x = 4$

در نتیجه رنگ محلول دارای وانادیم (IV)، آبی است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۸۶)

## ۸۴- گزینه «۴»

(ممبرها پوریاویر)

وجود پیوند اشتراکی در ساختار الماس و گرافن و شفاف بودن از جمله

ویژگی‌های مشترک این دو ماده هستند. اما گرافن رسانا بوده و الماس نارسانا

است. الماس جامدی سخت و سه بعدی است، در حالی که گرافن ماده‌ای

دو بعدی و انعطاف‌پذیر است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

## ۸۵- گزینه «۱»

(ممبرها پوریاویر)

با توجه به آرایش‌های الکترونی داده شده، یون‌های پایدار حاصل از هریک از

این اتم‌ها به صورت  $A^{2+}$ ،  $B^{3-}$ ،  $C^{+}$  و  $D^{2-}$  هستند. بنابراین

بیشترین میزان آنتالپی فروپاشی شبکه مربوط به ترکیب یونی حاصل از  $A$  و

$B$  (با فرمول  $A_3B_4$ ) خواهد بود.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

## ۸۶- گزینه «۲»

(ممبر عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

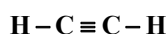
(آ) درست؛ در این مولکول، احتمال حضور جفت الکترون پیوندی پیرامون

هسته اتم هیدروژن کمتر است زیرا خصلت نافلزی آن از کلر کمتر است.

(ب) نادرست؛ بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های  $CH_4$ ،  $SO_2$  و

$CCl_4$  به ترتیب منفی، مثبت و مثبت می‌باشد.

(پ) نادرست؛ مولکول اتین ( $C_2H_2$ ) یک مولکول ۴ اتمی خطی است؛



(ت) درست؛ زیرا  $SCO$  برخلاف  $CS_2$  قطبی است.



$$\%C = \frac{12 \times 1}{60} \times 100 = 20\%$$

(ث) نادرست؛ فرمول مولکولی کلروفرم  $CHCl_3$  می‌باشد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

## ۸۷- گزینه «۴»

(هاری مهری زاده)

قسمت‌های  $A$  و  $C$  به ترتیب مربوط به سردکننده و گرم‌کننده فرایند

است. در این فرایند دمای مناسب سردکننده  $-40^\circ C$  است و در قسمت

$D$ ، آمونیاک جمع‌آوری می‌شود که در تولید کودهای شیمیایی کاربرد دارد.

همچنین گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش نداده، مجدداً به محفظه واکنش

بازمی‌گردند.

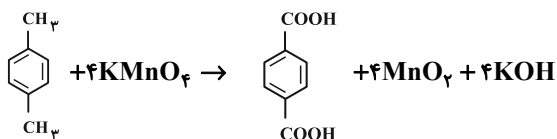


$۸ = ۴ \times ۲ =$  شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترفتالیک اسید

$۱۵ = ۲۳ - ۸ =$  اختلاف تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی

پارازایلن ( $C_8H_{10}$ ) واکنش‌دهنده مولکولی محسوب می‌شود:

واکنش موازنه شده:



$$x \text{ g } C_8H_{10} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_{10}}{106 \text{ g } C_8H_{10}} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_6O_4}{1 \text{ mol } C_8H_{10}} =$$

$$\times \frac{166 \text{ g } C_8H_6O_4}{1 \text{ mol } C_8H_6O_4} \times \frac{75}{100} = 4/98 \text{ g } C_8H_6O_4$$

$$\Rightarrow x = 4/24 \text{ g}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

(سعید تیزرو)

۹۰- گزینه «۱»

تنها مورد دوم نادرست است.

تعادل مطرح شده در سؤال گرماگیر است؛ زیرا با افزایش دما مقدار K نیز

افزایش یافته است. با قرار دادن سامانه در حمام آب یخ دما کاهش می‌یابد

که جهت جبران آن، تعادل در جهت تولید گرما (q) یعنی در جهت

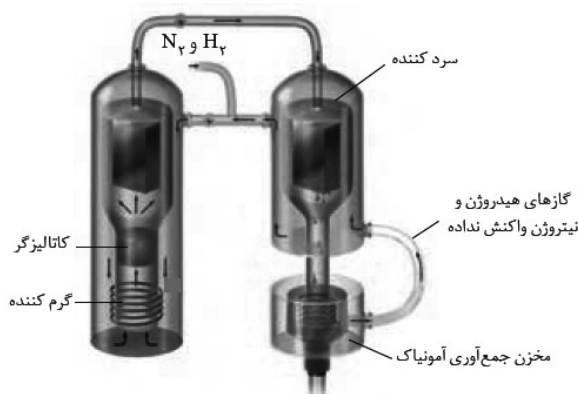
برگشت جابه‌جا می‌شود. با جابه‌جایی واکنش در جهت برگشت  $\text{NO}_2$  و

$\text{O}_2$  مصرف می‌شوند که در نتیجه آن فشار گاز، مقدار ثابت تعادل و درصد

مولی مولکول‌های دو اتمی ( $\text{O}_2$ ) کاهش می‌یابد. همچنین با مصرف

$\text{NO}_2$  قهوه‌ای رنگ، شدت رنگ قهوه‌ای در مخلوط واکنش کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۱۰)

۸۸- گزینه «۲»

(پیمان فواهی‌میر)

بررسی موارد:

آ) نادرست؛ واکنش آبکافت پلی‌استر از نوع اکسایش- کاهش نیست.

ب) درست؛ محلول‌های X و Z به ترتیب محلول‌های غلیظ و رقیق پتاسیم

پرمنگنات هستند. (محلول پتاسیم پرمنگنات بنفش رنگ است.)

پ) درست؛ عدد اکسایش کربن در  $C_2H_4$  برابر ۲- و عدد اکسایش کربن

در  $CHCl_3$  برابر ۲+ است. ترکیب B نیز اتیلن گلیکول با دو گروه

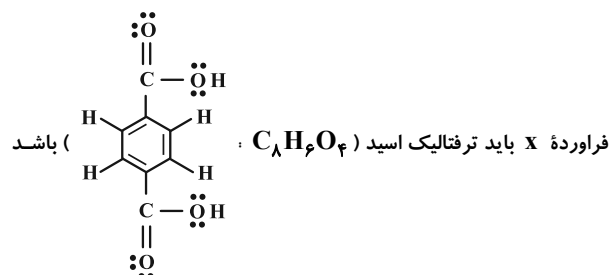
هیدروکسیل است.

ت) نادرست؛ پارازایلن در نفت خام وجود دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۸۹- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)



که از اکسایش پارازایلن به دست می‌آید.

شمار پیوندهای اشتراکی در ترفتالیک اسید

$$= \frac{(۸ \times ۴) + (۶ \times ۱) + (۴ \times ۲)}{۲} = ۲۳$$