



## آزمون ۱۹ آبان ۱۴۰۲

### اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی - امیر محمد باقری نصر آبادی - مسعود برملا - عادل حسینی - فرشاد صدیقی فر - رضا طاری - پویان طهرانیان حمید علیزاده - کامیار علییون - جهانبخش نیکنام
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - اسحاق اسفندیار - جواد ترکمن - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سوگند روشنی محمد صحت کار - هومن عقیلی - مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	جواد ترکمن - افشین خاصه خان - کیوان دارابی - سوگند روشنی - محمد صحت کار
فیزیک	مهران اسماعیلی - عبدالرضا امینی نسب - امیر حسین برادران - علی بزرگر - علیرضا جباری - مثمیم دشتیان - دانیال راستی سید محمد رضا روحانی - مریم شیخ ممو - شیدا شیرزادی - پوریا علاقه مند - مصطفی کیانی - محمود منصوری امیر احمد میر سعید سیده ملیحه میر صالحی - مجتبی نکونین - محمد نهاوندی مقدم
شیمی	علی افخمی نیا - امیر علی آقاسی زاده - محمد رضا پور جاوید - امیر حاتمیان - پیمان خواجهی مجد - حمید ذبحی - روزبه رضوانی علی رفیعی - امیر محمد سعیدی - رضا سلیمانی - هانی سوری - نازنین صدیقی - امیر حسین طیبی - محمد عظیمیان زواره روح الهه علیزاده - حسن عیسی زاده - کارو محمدی - رضا مسکن - نورا نوروزی - سید رحیم هاشمی دهکردی

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	محمد صحت کار کیوان دارابی	محمد صحت کار کیوان دارابی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملار مضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	حمید زرین کشش زهره آقامحمدی دانیال راستی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر رضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سپهر تقی زاده مهدی بحر کاظمی	مهدی خالئی	مهدی خالئی	کیارش صانعی حسین بصیر تر کمبور	ماهان زواری احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین برادران	ایمان حسین نژاد
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۶۳



## حسابان ۲

## گزینه ۳»

(مسعود برملا)

اختلاف بین  $\frac{7}{9}$  و  $-\frac{5}{9}$  دو برابر دوره تناوب تابع است.

$$\Rightarrow 2T = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3}$$

a برابر نصف دوره تناوب و b دو برابر دوره تناوب است:

$$\Rightarrow b - a = 2T - \frac{T}{2} = \frac{3T}{2} = 1$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

## گزینه ۱»

(فرشاد صریقی‌فر)

در نقطه B مقدار تابع برای بار دوم در X های مثبت صفر می‌شود:

$$\cos(\pi x - \frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow \pi x - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x_B = \frac{11}{6} : B(\frac{11}{6}, 0)$$

و در نقطه A تابع برای بار دوم در X های مثبت کمترین مقدار می‌شود.

$$\cos(\pi x - \frac{\pi}{3}) = -1 \Rightarrow \pi x - \frac{\pi}{3} = \pi$$

$$\Rightarrow x_A = \frac{10}{3} : A(\frac{10}{3}, -2)$$

پس فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(\frac{11}{6} - \frac{10}{3})^2 + (-2 - 0)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \frac{5}{2}$$

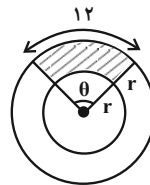
(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

## گزینه ۲»

(پوناپش نیکانام)

می‌دانیم مساحت قطاع یک دایره با زاویه  $\theta$  برحسب رادیان برابر است با:

$$S_\theta = \frac{1}{2} r^2 \theta$$



$$= \frac{1}{2} (2r)^2 \theta - \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{3}{2} r^2 \theta$$

$$2r\theta = 12 \Rightarrow r\theta = 6$$

از طرفی داریم:

زیرا طول کمان روبه‌رو به زاویه  $\theta$  در دایره به شعاع R برابر  $R\theta$  است، پس داریم:

$$\Rightarrow \frac{3}{2} r (r\theta) = 6 \Rightarrow r = 6 \Rightarrow \theta = 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

## گزینه ۱»

(امیرمحمدر باقری نصرآبادی)

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$2 \sin(\pi + \alpha) = -2 \sin \alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$$

پس عبارت صورت سؤال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\cos \alpha + \cos \alpha}{-2 \sin \alpha + \sin \alpha} = 4 \Rightarrow \frac{2 \cos \alpha}{-\sin \alpha} = -2 \cot \alpha = 4$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = -2$$

$$\tan(\alpha - \frac{3\pi}{2}) = -\tan(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\cot \alpha = -(-2) = 2$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

## گزینه ۴»

(عمیر عزیززاده)

$$\cos(-\frac{179\pi}{6}) + \sin(-\frac{46\pi}{3})$$

$$\frac{\tan \frac{5\pi}{8} \cot \frac{11\pi}{8}}{\cos(\frac{179\pi}{6}) - \sin(\frac{46\pi}{3})} = \frac{\cos(\frac{180\pi - \pi}{6}) - \sin(\frac{48\pi - \pi}{3})}{\tan(\frac{4\pi + \pi}{8}) \cot(\frac{12\pi - \pi}{8})} = \frac{\cos(\frac{180\pi - \pi}{6}) - \sin(\frac{48\pi - \pi}{3})}{\tan(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}) \cot(\frac{11\pi}{8} - \frac{\pi}{8})}$$

$$\cos(30\pi - \frac{\pi}{6}) - \sin(16\pi + \frac{\pi}{3})$$

$$= -\cot(\frac{\pi}{8}) \tan(\frac{\pi}{8})$$

$$= \frac{\cos(0 - \frac{\pi}{6}) - \sin(\pi + \frac{\pi}{3})}{-1} = \frac{\cos(\frac{\pi}{6}) + \sin(\frac{\pi}{3})}{-1}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{-1} = -\sqrt{3}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

## گزینه ۴»

(کاظم املالی)

باقی‌مانده تقسیم  $p(x)$  بر  $x+4$  برابر  $p(-4)$  است، پس

$$p(-4) = 2 \text{ باقی‌مانده تقسیم } f(x) = x^3 p(x) - 4x \text{ بر } x+2$$

برابر  $f(-2)$  است. برای این کار  $x = -2$  را در عبارت

جای گذاری می‌کنیم:

$$r = f(-2) = -8p(-4) - 4(-2) = -8 \times 2 + 8 = -8$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)



## گزینه «۳» - ۷

(کالقم ایلائی)

چون  $P(x)$  بر  $x-1$  بخش پذیر است، پس باقی مانده تقسیم آن صفر است:

$$P(1) = 0 \Rightarrow 1^1 + a + 1 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow P(x) = x^1 - 2x + 1$$

پس رابطه تقسیم به صورت زیر است:

$$x^1 - 2x + 1 = (x-1)Q(x)$$

$$\Rightarrow (x^1 - 1) - 2(x-1) = (x-1)Q(x)$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^1 + x^1 + x^1 + \dots + x^1 + 1) - 2(x-1) = (x-1)Q(x)$$

$$\Rightarrow Q(x) = x^1 + x^1 + x^1 + \dots + x^1 + 1 - 2$$

$$= x^1 + x^1 + x^1 + \dots + x^1 - 1$$

باقی مانده تقسیم  $Q(x)$  بر  $x-1$  برابر  $Q(1)$  است که برابر است با:

$$Q(1) = 1^1 + 1^1 + \dots + 1 - 1 = 9 - 1 = 8$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه های ۱۹ و ۲۰)

## گزینه «۱» - ۸

(کالقم ایلائی)

شیب خط  $d_1$  برابر  $\tan 45^\circ = 1$  و شیب خط  $d_2$  برابر

$$\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$$

$$d_1: y - 2 = (x - 4) \Rightarrow y = x - 2$$

$$d_2: y - 2 = -\sqrt{3}(x - 4) \Rightarrow y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3} + 2$$

پس مختصات نقطه های  $A$  و  $C$  به صورت زیر است:

$$x_A = 0 \xrightarrow{d_1} y_A = 0 - 2 = -2$$

$$y_C = 0 \xrightarrow{d_2} 0 = -\sqrt{3}x_C + 4\sqrt{3} + 2 \Rightarrow x_C = \frac{4\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}}$$

پس شیب خط  $d_2$  که از  $A$  و  $C$  می گذرد، برابر است با:

$$m_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{-2 - 0}{0 - \frac{4\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3} + 2} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 1)}{(2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1)} = \frac{6 - \sqrt{3}}{12 - 1} = \frac{6 - \sqrt{3}}{11}$$

$$\text{بنابراین } \tan \alpha = \frac{6 - \sqrt{3}}{11} \text{ است.}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۰ و ۳۱)

## گزینه «۳» - ۹

(عادل مسینی)

کمترین مقدار تابع برابر  $-\frac{5}{2}$  است، پس طبق رابطه صفحه ۲۷ کتاب درسی

داریم:

$$-|a| - 1 = -\frac{5}{2} \Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$$

پس ضابطه تابع می تواند  $f(x) = \frac{3}{2} \sin((x+b)\pi) - 1$  یا

$$f(x) = -\frac{3}{2} \sin((x+b)\pi) - 1$$

به ازای  $x = \frac{11}{6}$  ورودی عبارت سینوس به صورت  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$  می شود:

$$\Rightarrow \frac{11\pi}{6} + b\pi = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 2k - \frac{4}{3}$$

در این حالت مقادیر  $b$  به صورت  $\dots, -\frac{10}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{8}{3}, \dots$

مقادیر  $ab$  به صورت  $\dots, 4, 7, 1, -2, -5, \dots$  است. اگر

$a = -\frac{3}{2}$  باشد، به ازای  $x = \frac{11}{6}$  ورودی عبارت سینوس به صورت

$$2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{11\pi}{6} + b\pi = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 2k - \frac{7}{3}$$

در این حالت مقادیر  $b$  به صورت  $\dots, \frac{11}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{7}{3}, \dots$  و

مقادیر  $ab$  به صورت  $\dots, \frac{7}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{11}{2}, \dots$  است.

در نتیجه کمترین مقدار مثبت  $ab$  برابر  $\frac{1}{2}$  است.

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۲۳ تا ۲۹)

## گزینه «۱» - ۱۰

(کالقم ایلائی)

توجه کنید که برای تعریف شدن  $\log_{10} x$  لازم است که  $x > 0$  باشد و برای تعریف نشدن  $\tan(\pi \log_{10} x)$  لازم است که  $\pi \log_{10} x$  مضرب

فرد  $\frac{\pi}{2}$  شود.

$$\Rightarrow \pi \log_{10} x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \log_{10} x \neq k + \frac{1}{2} \Rightarrow x \neq 10^{k + \frac{1}{2}}$$

$$x \neq 10^{2k+1} \Rightarrow D_f = (0, +\infty) - \{x | x = 10^{2k+1}, k \in \mathbb{Z}\}$$

برای پیدا کردن اعداد شش رقمی که در دامنه  $f$  نیستند، باید نامعادله  $10^6 < 10^{2k+1} \leq 10^5$  را حل کنیم.

$$5 \leq 2k+1 < 6 \Rightarrow 4 \leq 2k < 5$$

$$2 \leq k < \frac{5}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 2$$

پس فقط یک عدد شش رقمی در دامنه تابع  $f$  قرار ندارد.

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۲۹ تا ۳۲)



## ریاضی پایه

## گزینه «۱»

(رضا طاری)

$$A - B = (-3, 2] - [-2, 3) = (-3, -2)$$

$$B - A = [-2, 3) - (-3, 2] = (2, 3)$$

پس داریم:

$$(A - B) \cup (B - A) = (-3, -2) \cup (2, 3)$$

$$= (-3, 3) - [-2, 2]$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۵)

## گزینه «۳»

(کامظم ابلالی)

ابتدا همه اعداد را بر حسب توان‌های ۲ می‌نویسیم:

$$\sqrt[5]{2\sqrt{2}} = \frac{1}{25} \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{25} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{2^{10}}$$

$$\sqrt[2]{25\sqrt{2}} = \frac{1}{2^2} \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{2^2} \times \frac{1}{10} = \frac{6}{2^{10}}$$

$$\sqrt[10]{2} = \frac{1}{2^{10}}$$

پس در نهایت داریم:

$$A = \frac{3}{2^{10}} \times \frac{6}{2^{10}} \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{3+6+1}{2^{10} \times 10 \times 10} = \frac{1}{2} = 2$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

## گزینه «۴»

(پویان طهرانیان)

ابتدا دو عدد اولیه را به دست می‌آوریم:

$$a_3 = 6 \times 3^{-1} = 2 \text{ و } a_7 = 6 \times 3^{-5} = \frac{2}{81}$$

پس دنباله حسابی مورد نظر به صورت زیر است:

$$a_3, b_1, b_2, b_3, a_7$$

از آنجا که  $a_3 + a_7 = b_1 + b_3 = 2b_2$  داریم:

$$b_1 + b_2 + b_3 = \frac{3}{2}(a_3 + a_7)$$

$$= \frac{3}{2}\left(2 + \frac{2}{81}\right) = 3\left(1 + \frac{1}{81}\right) = \frac{82}{27}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

## گزینه «۱»

(شمیر علیزاده)

ابتدا از اتحادها کمک می‌گیریم و عبارت را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$A = \frac{(\sqrt[3]{x^2} - 1)(x\sqrt[3]{x} + 1 + \sqrt[3]{x^2})}{(x-1)^3} = \frac{(\sqrt[3]{x^2})^3 - 1}{(x-1)^3}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{(x-1)^3} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^3} = \frac{(x+1)}{(x-1)^2} \xrightarrow{x=\sqrt{2}+1}$$

$$A = \frac{(\sqrt{2}+1+1)}{(\sqrt{2}+1-1)^2} = \frac{(\sqrt{2}+2)}{2} = 0.5(\sqrt{2}+2)$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

## گزینه «۳»

(مجانیش نیکنام)

ابتدا مقدار  $a$  را به دست می‌آوریم:

$$a = \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - 1)$$

$$= 1 - \sqrt{2}$$

پس  $a$  در بازه  $(-1, 0)$  قرار دارد و برای چنین اعداد رابطه زیر برقرار است:

$$-1 < a < a^3 < a^5 < \dots < 0 < \dots < a^6 < a^4 < a^2 < 1$$

پس داریم:

$$[a, a^4] - [a^3, a^2] = [a, a^3]$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

(صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۴۸ تا ۵۳)

## گزینه «۲»

(کامیار علیون)

ابتدا  $A$  را ساده‌تر می‌کنیم:

$$A = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{18} - 3} \cdot \sqrt[4]{3 + 2\sqrt{2}}} = \frac{2}{\sqrt{3(\sqrt{2} - 1)} \cdot \sqrt[4]{(\sqrt{2} + 1)^2}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{\sqrt{3}(\sqrt{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)})} = \frac{2}{\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

در نهایت داریم:

$$B = \sqrt{1 - A^{-1}} - \sqrt{1 + A^{-1}} = \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow B^2 = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\sqrt{1 - \frac{3}{4}} = 2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

که با توجه به منفی بودن مقدار  $B$ ،  $B = -1$  قابل قبول است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)



## ۱۷- گزینه «۱»

(جوابش نیکنام)

در دنباله  $a_n$ ، سه جمله متوالی داریم:

$$2(3a+1) = 7+15+b \Rightarrow 6a+2 = 22+b$$

$$\Rightarrow 6a-b=20 \quad (1)$$

در دنباله  $b_n$  هم داریم:

$$b_7 + b_{14} = 2b_8 \Rightarrow 15+a+7 = 2(3b+1)$$

$$\Rightarrow 6b-a=20 \quad (2)$$

از معادله‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که  $a=b=4$  است. پس دنباله $a_n$  به صورت ...، ۱۹، ۱۳، ۷:  $a_n$  است که قدرنسبت آن  $d_a = 6$ است. جملات دوم، هشتم و چهاردهم دنباله  $b_n$  نیز به ترتیب ۱۹، ۱۳ و ۷

هستند که در آن قدرنسبت برابر است با:

$$d_b = \frac{13-19}{8-2} = -1 \Rightarrow d_a + d_b = 5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

## ۱۸- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

مجموع اعداد دسته دوم برابر ۱۳ است. پس دسته سوم ۱۳ عدد دارد که از

۱۱ شروع می‌شود. با توجه به این که قدرنسبت دنباله  $a_n$  برابر ۳ است، عددآخر دسته سوم برابر  $47 = (13-1)3 + 11$  است. پس دسته سوم بهصورت  $\{47, \dots, 11\}$  است. مجموع اعداد دسته سوم برابر است با:

$$\frac{13}{2}(11+47) = 13 \times 29 = 377$$

پس دسته چهارم ۳۷۷ عدد دارد که از ۵۰ شروع می‌شود و عدد آخر این

دسته برابر  $1178 = (377-1)3 + 50$  است. در نتیجه عدد اول دسته

پنجم برابر ۱۱۸۱ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

## ۱۹- گزینه «۳»

(کاظم ایلالی)

مجموع  $m$  جمله اول دو دنباله را حساب می‌کنیم.

$$32, 64, 128, \dots$$

$$a_1 = 32, \quad q = 2 \Rightarrow S_m = \frac{a_1(q^m - 1)}{q - 1} = \frac{32(2^m - 1)}{2 - 1}$$

$$\frac{3}{16}, \frac{3}{4}, 3, \dots$$

$$a_1 = \frac{3}{16}, \quad q = 4 \Rightarrow S'_m = \frac{a_1(q^m - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{3}{16}(4^m - 1)}{4 - 1}$$

باید  $S_m > S'_m$  باشد:

$$32(2^m - 1) \geq \frac{4^m - 1}{16} \Rightarrow 2^9(2^m - 1) > 4^m - 1$$

$$4^m - 512 \times 2^m + 511 < 0 \Rightarrow (2^m - 1)(2^m - 511) < 0$$

$$1 < 2^m < 511 \Rightarrow 1 \leq m \leq 8$$

پس حداکثر مقدار  $m$  برابر ۸ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

## ۲۰- گزینه «۳»

(کاظم ایلالی)

ابتدا عبارت دوم را شبیه عبارت اول می‌نویسیم:

$$\sqrt{a^3 + a^2b} - \sqrt{a^3 - 4a^2b} = 8$$

$$\sqrt{a^2(a+b)} - \sqrt{a^2(a-4b)} = 8 \Rightarrow a\sqrt{a+b} - a\sqrt{a-4b} = 8$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a-4b} = \frac{8}{a}$$

حال طرفین تساوی بالا و تساوی  $\sqrt{a+b} + \sqrt{a-4b} = 8b^2$  را در هم

ضرب می‌کنیم:

$$(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-4b})(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-4b}) = 8b^2 \times \frac{8}{a}$$

$$a+b-(a-4b) = 4 \cdot \frac{b^2}{a} \Rightarrow 5b = 4 \cdot \frac{b^2}{a} \Rightarrow a = 8b$$

و در تساوی  $\sqrt{a+b} + \sqrt{a-4b} = 8b^2$  قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{8b+b} + \sqrt{8b-4b} = 8b^2 \Rightarrow 3\sqrt{b} + 2\sqrt{b} = 8b^2$$

$$b^2 = \sqrt{b} \Rightarrow b^4 = b \xrightarrow{b>0} b=1 \xrightarrow{a=8b} a=8$$

در نهایت خواسته سوال برابر است با:

$$\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{1} = 2+1=3$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)



## هندسه ۳

گزینه «۱» ۲۱-

(سوکندر روشنی)

روش اول:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{4-6} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

از طرفی  $mA^{-1} = A + nI$ ، بنابراین:

$$\Rightarrow m \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -2m & m \\ 3m & -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+n & 2 \\ 3 & 4+n \end{bmatrix}$$

$$m - n = 2 - (-5) = 7$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \begin{cases} -2m = 1+n \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow -4 = n+1 \Rightarrow n = -5$$

روش دوم: از قاعده کیلی همیلتون استفاده می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = (a+d)A - |A|I$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = (1+4)A - (1 \times 4 - 2 \times 3)I$$

$$\Rightarrow A^2 = 5A + 2I \xrightarrow{\times A^{-1}} \Rightarrow A = 5I + 2A^{-1}$$

$$\Rightarrow 2A^{-1} = A - 5I \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -5 \end{cases} \Rightarrow m - n = 7$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۲» ۲۲-

(کیوان دارابی)

 $I + KA$  و  $I + 3A$  وارون یکدیگرند. بنابراین:

$$(I + 3A)(I + KA) = I \Rightarrow I^2 + KIA + 3AI + 3KA^2 = I$$

$$\xrightarrow{A^2=A} I + KA + 3A + 3KA = I$$

$$\Rightarrow KA + 3A + 3KA = \bar{O}$$

$$\Rightarrow (KI + 3I + 3KI)A = \bar{O} \xrightarrow{A \neq \bar{O}} 4K + 3 = 0 \Rightarrow K = -\frac{3}{4}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۴» ۲۳-

(محمدرضا صمدکار)

برای یافتن وارون ماتریس  $2A - I$  لازم است که ابتدا آن را در مزدوجش

ضرب کنیم:

$$(2A - I)(2A + I) = 4A^2 - I = 4I - I = 3I$$

$$(2A - I)\left(\frac{2}{3}A + \frac{1}{3}I\right) = I \Rightarrow (2A - I)^{-1} = \frac{2}{3}A + \frac{1}{3}I$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2}{3}, \quad \beta = \frac{1}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

بنابراین:

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۲» ۲۴-

(هومن عقیلی)

$$\xrightarrow{\times A^{-1}} A^2 = 2A \Rightarrow A^2 = 2I$$

$$\xrightarrow{\times B^{-1}} B^5 = 2B \Rightarrow B^5 = 2I$$

$$(A^{-1})^2 + (B^{-1})^4 = (A^2)^{-1} + (B^5)^{-1}$$

$$= (2I)^{-1} + (2I)^{-1} = \frac{1}{2}I + \frac{1}{2}I = \frac{1}{1}I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۴» ۲۵-

(کیوان دارابی)

$$A \times \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - 5A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \times \left( \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - 5I \right) = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \times \left( \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{cases} 4c - 121 = 3 \\ -c + 33 = y \end{cases} \Rightarrow 4c = 124 \Rightarrow c = 31 \Rightarrow y = -31 + 33 = 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

(هومن عقیلی)

۲۹- گزینه «۳»

طبق گفته مسئله  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ،  $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \end{bmatrix}$  دستگاه

فوق یعنی معادله ماتریسی  $AX = B$ .

$$2A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 1 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A_{2 \times 2}| = \begin{vmatrix} |A| & -4 \\ 1 & |A| \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 4 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 4 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

$$\Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x + y = 15$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(محمدرضا صمدکار)

۳۰- گزینه «۱»

$$\frac{m-1}{m+2} = \frac{m+3}{m^2-2} = \frac{5}{m+6} \Rightarrow (m-1)(m+6) = 5(m+2)$$

$$\Rightarrow m^2 + 5m - 6 = 5m + 10 \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 4$$

$$\frac{3}{6} = \frac{7}{14} = \frac{5}{10} \text{ اگر } m = 4 \text{ آن گاه}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{-5}{-2} \neq \frac{-1}{14} \text{ اگر } m = -4 \text{ آن گاه}$$

بنابراین فقط  $m = 4$  قابل قبول است و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 6x + 14y = 10 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 6 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow A + I = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A + I| = 60 - 42 = 18$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۶)

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(پوار ترکمن)

۲۶- گزینه «۱»

$$(BAB^{-1})^A = BA^AB^{-1}$$

نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی وارون پذیر و هم مرتبه باشند داریم:

$$(BAB^{-1})^n = BA^nB^{-1}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4-3} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^A = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$(BAB^{-1})^A = BA^AB^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 19 \\ 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & 32 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس مورد نظر برابر است با:

$$-15 + 32 - 8 + 17 = 26$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(کیوان دارابی)

۲۷- گزینه «۴»

$$A(A+2I)^{-1} = \frac{1}{5}I \Rightarrow (A(A+2I)^{-1})^{-1} = (\frac{1}{5}I)^{-1}$$

$$\Rightarrow (A+2I)A^{-1} = 5I \Rightarrow I + 2A^{-1} = 5I$$

$$\Rightarrow 2A^{-1} = 4I \Rightarrow A^{-1} = 2I \Rightarrow A = \frac{1}{2}I \Rightarrow A^{-1} = 4A$$

توجه: برای دو ماتریس مربعی و هم مرتبه  $A$  و  $B$  که وارون پذیر نیز هستند، داریم:

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(اسحاق اسفندیار)

۲۸- گزینه «۳»

اگر ماتریس ضرایب دستگاه را  $A$  بنامیم، آن گاه:

$$A \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ 11 \end{bmatrix} \xrightarrow{x=3} \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \times \begin{bmatrix} c \\ 11 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -11 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ 11 \end{bmatrix}$$



## ریاضیات گسسته

گزینه «۲» - ۳۱

(ممنوع صحت کار)

$$a = 37q + (q^2 + 23) \Rightarrow 0 \leq q^2 + 23 < 37$$

$$\Rightarrow -23 \leq q^2 < 14 \Rightarrow 0 \leq q^2 < 14 \Rightarrow -3 \leq q \leq 3$$

$q$  می تواند اعداد  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  باشد بنابراین  $7$  عدد صحیح

مانند  $a$  وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۳ و ۱۵)

گزینه «۴» - ۳۲

(ممنوع صحت کار)

$$a = 91q + 53 \Rightarrow a = 13(7q) + 53 \Rightarrow a = 13k + 53 = 13k' + 1$$

برای  $k'$  در تقسیم بر  $13$  سه حالت مختلف امکان پذیر است:

$$k' = 3q \text{ یا } k' = 3q + 1 \text{ یا } k' = 3q + 2$$

بنابراین:

$$a = 13(3q) + 1 = 39q + 1$$

$$a = 13(3q + 1) + 1 = 39q + 14$$

$$a = 13(3q + 2) + 1 = 39q + 27$$

روش دوم: چون باقی مانده تقسیم  $a$  بر  $13$  برابر با  $1$  است، کافی است

گزینه های را انتخاب کنیم که باقی مانده اش بر  $13$  برابر با  $1$  نباشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۳ و ۱۵)

گزینه «۱» - ۳۳

(ممنوع صحت کار)

باقی مانده تقسیم هر عدد اول بزرگ تر از  $3$  بر  $6$  برابر با  $1$  یا  $5$  است. با در

نظر گرفتن این که  $p - q = 2$  می توان نتیجه گرفت که  $p$  از  $q$  بزرگ تر

است. بنابراین دو حالت زیر امکان پذیر است:

$$p = 6k + 1 \Rightarrow q = 6k + 1 - 2 = 6k - 1$$

(الف)

$$\Rightarrow pq + 13 = (6k + 1)(6k - 1) + 13$$

$$= 36k^2 - 1 + 13 = 36k^2 + 12 = 12(3k^2 + 3) = 12k'$$

$$p = 6k + 5 \Rightarrow q = 6k + 5 - 2 = 6k + 3 \quad (\text{ب})$$

$$\Rightarrow q = 3(2k + 1) = 3k'$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۵ و ۱۶)

گزینه «۱» - ۳۴ (کیوان داری)

توجه داشته باشید اگر  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی باشند و  $a$  از  $b$  کوچک تر

باشد، آن گاه باقی مانده تقسیم  $a$  بر  $b$  همان  $a$  خواهد بود. زیرا:

$$a = b \times 0 + a, \quad 0 \leq a < b$$

حال بین دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$  که واضح است یکی نیستند، یکی از دیگری

کوچک تر است و در تقسیم بر دیگری با باقی مانده اش مساوی خودش

می شود. پس یا  $a$  برابر با  $1$  است و یا  $b$  برابر با  $7$ . البته اگر  $a = 1$

آن گاه باقی مانده تقسیم  $b$  بر  $a$  برابر با صفر می شود که این طور نشده

است. بنابراین:  $b = 7$  و  $a = 7k + 1$ . حال کوچک ترین عدد  $3$  رقمی  $a$

زمانی ساخته می شود که  $k = 15$ .

$$a = 7 \times 15 + 1 = 106 \Rightarrow \text{رقم یکان} = 6$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۵ و ۱۶)

گزینه «۳» - ۳۵ (سوگند روشنی)

$$20a \equiv 28b \quad (\text{پیمانه } 70) \text{ و } (4, 70) = 2 \Rightarrow 5a \equiv 7b \quad (\text{پیمانه } 35)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5a \equiv 7b \quad (\text{پیمانه } 5) \Rightarrow 7b \equiv 0 \quad (\text{پیمانه } 5) \Rightarrow b \equiv 0 \quad (\text{پیمانه } 5) \\ 5a \equiv 7b \quad (\text{پیمانه } 7) \Rightarrow 5a \equiv 0 \quad (\text{پیمانه } 7) \Rightarrow a \equiv 0 \quad (\text{پیمانه } 7) \end{cases}$$

بنابراین نتیجه گیری های (الف) و (ب) درست و نتیجه گیری های (ب) و (ت)

نادرست هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۲)





۳۶- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

$$\begin{cases} a \equiv 24 \pmod{40} \Rightarrow a \equiv 24 \pmod{8} \\ b \equiv 3 \pmod{40} \Rightarrow b \equiv 3 \pmod{8} \end{cases} \Rightarrow a \equiv 9 \pmod{8} \Rightarrow a = 8k + 1$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۷- گزینه «۱»

(پوار ترکمن)

$$231 \equiv 148 \pmod{83} \xrightarrow{\text{تعریف}} m \mid \underbrace{231-148}_{83}$$

$$\xrightarrow[m \neq 1]{m \in \mathbb{N}} m = 83 \Rightarrow m - 2 = 81$$

$$\Rightarrow (83-2)! = 81! = 1 \times 2 \times \dots \times \underbrace{41 \times \dots \times 81}_{82} = 82k \equiv 0 \pmod{82}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۸- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌نار)

$$11^2 \equiv 1 \pmod{40} \Rightarrow (11^2)^{701} \equiv 1^{701} \pmod{40} \Rightarrow 11^{1402} \equiv 1 \pmod{40} \Rightarrow 11^{1403} \equiv 11 \pmod{40}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{40} \Rightarrow (3^4)^{250} \equiv 1^{250} \pmod{40} \Rightarrow 3^{1400} \equiv 1 \pmod{40} \Rightarrow 3^{1403} \equiv 27 \pmod{40}$$

$$\Rightarrow 11^{1403} + 3^{1403} \equiv \underbrace{11+27}_{38} \pmod{40}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۹- گزینه «۴»

(پوار ترکمن)

$$\delta^k + 7 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow \delta^k \equiv -7 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow \delta^k \equiv -7 + 11 \equiv 4 \pmod{11}$$

از طرفی دیگر:

$$\delta^2 \equiv 3 \pmod{11} \Rightarrow \delta^3 \equiv 15 \equiv 4 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow \delta^4 \equiv 20 \equiv -2 \pmod{11} \Rightarrow \delta^5 \equiv -10 \equiv 1 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow \delta^{5n} \equiv 1 \pmod{11}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \delta^{5n} \equiv 1 \pmod{11} \\ \delta^3 \equiv 4 \pmod{11} \end{cases} \Rightarrow \delta^{5n+3} \equiv 4 \pmod{11}$$

پس  $k = 5n + 3$  است و به ازای  $k = 19$  بزرگ‌ترین عدد دو رقمی

یعنی ۹۸ به دست می‌آید که باقی‌مانده تقسیمش بر ۱۱ برابر با ۱۰ خواهد

بود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴۰- گزینه «۱»

(کیوان دارابی)

$$x \in [1]_3 \cap [2]_5 \Rightarrow \begin{cases} x \in [1]_3 \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{3} \\ x \in [2]_5 \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x \equiv 7 \pmod{15} \Rightarrow x \in [7]_{15}$$

از طرفی می‌توان به سادگی نشان داد که اگر  $x \in [7]_{15}$  آن‌گاه  $x \in [1]_3$ 

$$[1]_3 \cap [2]_5 = [7]_{15} \quad \text{و} \quad x \in [2]_5 \quad \text{بنابراین:}$$

$$x \equiv 0 \pmod{2} \quad \text{از طرفی } x \text{ زوج است، یعنی:}$$

$$\begin{cases} x \equiv 0 \pmod{2} \\ x \equiv 7 \pmod{15} \end{cases} \Rightarrow x \equiv 22 \pmod{30} \Rightarrow x \in [22]_{30}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)



$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel AC$$

$$\xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle BMN \sim \triangle BAC, \quad \frac{BM}{BA} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BMN} = \frac{1}{16} S_{\triangle BAC} \Rightarrow S_{\triangle BMN} = \frac{1}{32} S_{ABCD}$$

(هنر سه -۱- پهن ضلعی ها؛ صفحه ۶۵)

(افشین فاضله خان)

گزینه «۱» -۴۴

اگر فرض کنیم وجه های بالایی و پائینی سبز و وجه های مقابل و پشت سر قرمز باشند، آن گاه تعداد مکعب هایی که فقط دو رنگ قرمز و سبز دارند  $n = 4$  است. (دو مکعب در وجه بالایی و دو مکعب در وجه پائینی) همچنین می دانیم تعداد مکعب هایی که رنگ نشده اند برابر است با:  $m = 1$

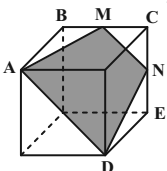
$$m + n = 5$$

(هنر سه -۱- تبسم فضایی؛ صفحه ۹۰)

(مهرادر ملونری)

گزینه «۴» -۴۵

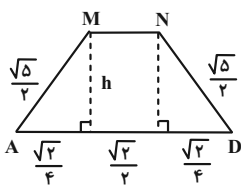
مطابق شکل، برای این که صفحه مورد نظر، مکعب را قطع کند و از دو رأس B و C به یک فاصله باشد می بایست از نقطه وسط BC (نقطه M) بگذرد. این صفحه از نقطه N (وسط CE) نیز می گذرد.



نوع چهارضلعی AMND دوزنقه متساوی الساقین است و داریم:

$$\triangle ABM \xrightarrow{\text{فیتاغورس}} AM = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$AD = \sqrt{2}, \quad MN = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\text{ارتفاع دوزنقه: } h = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{1}{8}} = \frac{3}{\sqrt{8}}$$

$$\text{مساحت دوزنقه: } S = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \right) \times \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S = \frac{9}{8}$$

(هنر سه -۱- تبسم فضایی؛ صفحه های ۹۲ و ۹۴)

(مهرادر ملونری)

گزینه «۱» -۴۶

چون هیچ سه نقطه ای روی یک خط قرار ندارند، پس سه نقطه A، B، C و D تشکیل مثلث می دهند. از طرفی A باید در صفحه مثلث BCD باشد،

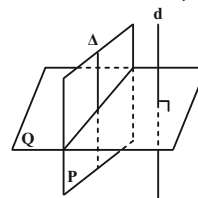
چون در غیر این صورت، اگر A خارج صفحه BCD باشد، چهار صفحه گذرا از A می توان یافت که سه نقطه A، B، C و D به فاصله یکسان از هر یک از آن صفحه ها قرار دارند. (یکی صفحه موازی P و گذرا از A و سه تای دیگر، صفحات گذرا از A و دو نقطه از نقاط M، N و P)

هندسه ۱

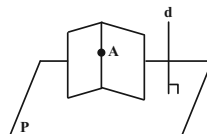
گزینه «۱» -۴۱

(مهرادر ملونری)

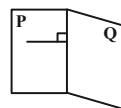
مطابق شکل،  $d \parallel P$  بوده و خط  $\Delta$  را از صفحه P موازی d در نظر می گیریم. چون  $d \perp Q$  پس  $\Delta \perp Q$  و در نتیجه صفحه P (که شامل  $\Delta$  است) بر صفحه Q عمود است.



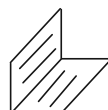
شکل های زیر نادرستی سایر گزینه ها را نشان می دهد.



گزینه «۴»



گزینه «۳»



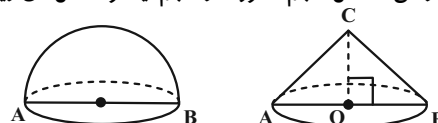
گزینه «۲»

(هنر سه -۱- تبسم فضایی؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۳)

(مهرادر ملونری)

گزینه «۳» -۴۲

حجم ناحیه رنگی، تفاضل حجم مخروط از حجم نیمکره شکل های زیر است.



$$\begin{cases} \text{حجم نیمکره: } V_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{2}{3} \pi R^3 \\ \text{حجم مخروط: } V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 \times R = \frac{1}{3} \pi R^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم ناحیه رنگی: } V = V_1 - V_2 = \frac{\pi}{3} R^3$$

حجم ناحیه رنگی،  $\frac{1}{4}$  حجم کره به شعاع R است.

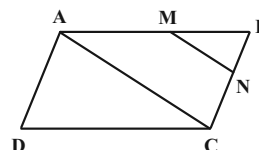
توجه: حجم کره ای به شعاع R، برابر  $\frac{4}{3} \pi R^3$  است.

(هنر سه -۱- تبسم فضایی؛ صفحه های ۹۵ و ۹۶)

(افشین فاضله خان)

گزینه «۴» -۴۳

طبق فرض داریم:





$$S_{OBC} = \frac{1}{2} OH \times BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times a$$

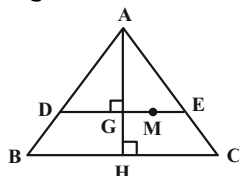
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} a = 3 + \sqrt{3}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۸)

(امیرحسین ابومصوب)

۴۹- گزینه «۳»

پاره خط  $DE$  موازی ضلع  $BC$  رسم شده است، پس طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابه اند. در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع ها برابر نسبت تشابه (نسبت اضلاع متناظر) است. از طرفی می دانیم میانه های هر مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می کنند، بنابراین داریم:



$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AG}{AH} \Rightarrow \frac{DE}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow DE = 2$$

مثلث  $ADE$  متساوی الاضلاع است. از طرفی هر مثلث متساوی الاضلاع یک مثلث متساوی الساقین محسوب می شود، پس مجموع فواصل هر نقطه واقع بر ضلع  $DE$  از اضلاع  $AD$  و  $AE$ ، برابر اندازه ارتفاع رسم شده از رأس  $D$  در این مثلث است. با توجه به این که ارتفاع های مثلث متساوی الاضلاع برابر یکدیگرند، پس این مقدار برابر طول ارتفاع  $AG$ ، یعنی برابر است با:

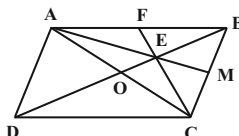
$$\frac{\sqrt{3}}{2} DE = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۷ و ۶۸)

(امیرحسین ابومصوب)

۵۰- گزینه «۳»

مطابق شکل قطر  $AC$  را رسم می کنیم. همچنین از  $C$  به  $E$  وصل کرده و ادامه می دهیم تا  $AB$  را در نقطه  $F$  قطع کند. پاره خط های  $BO$ ،  $AM$  و  $CF$  میانه های مثلث  $ABC$  هستند. می دانیم از برخورد میانه های هر مثلث، شش مثلث هم مساحت ایجاد می شود، بنابراین با فرض  $S_{ABC} = S$  داریم:



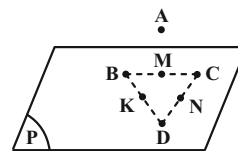
$$S_{ABE} = S_{EMCO} = \frac{2}{6} S_{ABC} = \frac{1}{3} S \quad (1)$$

از طرفی در مثلث  $ADC$ ،  $DO$  میانه وارد بر ضلع  $AC$  است، پس داریم:

$$S_{OCD} = \frac{1}{2} S_{ADC} \xrightarrow{S_{ADC}=S_{ABC}} S_{OCD} = \frac{1}{2} S \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{S_{ABE}}{S_{EMCD}} = \frac{\frac{1}{3} S}{\frac{1}{3} S + \frac{1}{2} S} = \frac{\frac{1}{3} S}{\frac{5}{6} S} = \frac{2}{5}$$

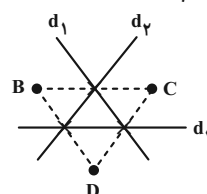
(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)



در نتیجه گزاره «الف» درست است.

چون هر چهار نقطه هم صفحه اند، این ۴ نقطه از هر صفحه موازی با صفحه آن ها به فاصله یکسانی قرار دارند. (گزاره «ب» درست است.)

از طرفی مطابق شکل، سه خط  $d_1$ ،  $d_2$  و  $d_3$  تنها خطوطی در صفحه مثلث  $BCD$  هستند که سه نقطه  $A$ ،  $B$  و  $C$  از آن ها فاصله یکسانی دارند. از آنجا که نقطه  $A$  نمی تواند وسط اضلاع  $BCD$  باشد (شرط غیر هم خط بودن هر سه نقطه در فرض)، پس نقطه  $A$  حداکثر روی یکی از این سه خط می تواند قرار گیرد. (گزاره «پ» درست است.)



(هنر سه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

(فرزانه شاکباش)

۴۷- گزینه «۲»

حداقل مقدار ممکن برای تعداد نقاط درونی یک چندضلعی شبکه ای برابر صفر و حداقل مقدار ممکن برای تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه ای برابر ۳ است. با توجه به این موضوع داریم:

$$b = 3 \Rightarrow i = 18 - 3 = 15$$

حالت اول:

$$S_{\max} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{3}{2} + 15 - 1 = 15.5$$

$$i = 0 \Rightarrow b = 18 - 0 = 18$$

حالت دوم:

$$S_{\min} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{18}{2} + 0 - 1 = 8$$

بنابراین اختلاف بین حداکثر و حداقل مساحت برابر است با:

$$S_{\max} - S_{\min} = 15.5 - 8 = 7.5$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۹ تا ۷۱)

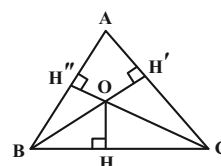
(امیرحسین ابومصوب)

۴۸- گزینه «۴»

می دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع در درون یک مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است، پس داریم:

$$h_a = 2 + 1 + \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a = 3 + \sqrt{3}$$

مطابق فرض فاصله نقطه  $O$  از ضلع  $BC$ ، برابر  $OH = \sqrt{3}$  است، بنابراین داریم:

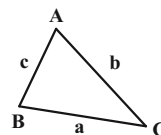




هندسه ۲

۵۱- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)



طبق فرض داریم:

$$10\left(\frac{1}{4}\right)bc \sin \hat{A} = ab \cancel{c}$$

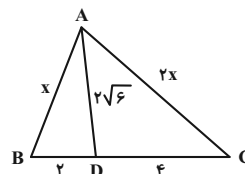
$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{\sin \hat{A}} = b = 2R = \frac{a}{\sin \hat{A}} \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۳ و ۷۴)

۵۲- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

با توجه به فرض، ضلع AC را دو برابر ضلع AB در نظر می‌گیریم. برای نیمساز داخلی AD داریم:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} BD = 2 \\ DC = 4 \end{cases}$$

طول نیمساز داخلی AD در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC \Rightarrow (2\sqrt{6})^2 = x(2x) - 2(4)$$

$$\Rightarrow 24 = 2x^2 - 8 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \begin{cases} AB = 4 \\ AC = 8 \end{cases}$$

اگر AM میانه وارد بر ضلع متوسط (BC) باشد، طبق قضیه میانه‌ها داریم:

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

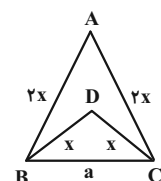
$$\Rightarrow 16 + 64 = 2AM^2 + 18 \Rightarrow AM = \sqrt{31}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۵۳- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)

B را به C وصل می‌کنیم. طبق قضیه کسینوس‌ها:



$$a^2 = x^2 + x^2 - 2x(x) \cdot \cos \hat{D} = 4x^2 + 4x^2 - 2(2x)(2x) \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x^2 \cos \hat{D} = 4x^2 - 4x^2 \cos \hat{A}$$

$$2x^2(1 - \cos \hat{D}) = 4x^2(1 - \cos \hat{A}) \Rightarrow 1 - \cos \hat{D} = 2 - 2 \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{D} = 2 \cos \hat{A} - 1$$

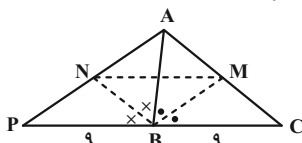
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۵۴- گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

مطابق شکل BM و BN نیمسازهای زوایای B در دو مثلث ABC و

ABP هستند و داریم:



$$\begin{cases} \frac{AM}{MC} = \frac{AB}{BC} = \frac{7}{9} \\ \frac{AN}{NP} = \frac{AB}{PB} = \frac{7}{9} \end{cases} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{AN}{NP} = \frac{7}{9} \quad (*)$$

طبق رابطه (\*) و عکس قضیه تالس نتیجه می‌شود که  $MN \parallel BC$ . حال طبق قضیه تالس داریم:

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{PC} = \frac{AM}{AC} = \frac{7}{16}$$

$$\xrightarrow{PC=18} MN = \frac{7 \times 18}{16} = \frac{63}{8}$$

$$\frac{AM}{MC} = \frac{7}{9} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AM}{AC} = \frac{7}{16} \quad \text{توجه:}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۵۵- گزینه «۴»

(غرزانه فالکاش)

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}} = 2R$$

$$\frac{6}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}} = 2 \times 3 \Rightarrow \sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C} = 1$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۵۶- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

ابتدا به کمک قضیه هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{4+6+8}{2} = 9$$

$$S = \sqrt{9(9-4)(9-6)(9-8)} = \sqrt{9 \times 5 \times 3 \times 1} = 3\sqrt{15}$$



طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} = 3^2 + 6^2 - 2 \times 3 \times 6 \left(-\frac{1}{2}\right)$$

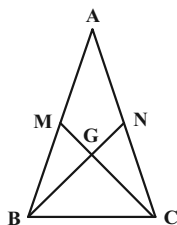
$$= 9 + 36 + 18 = 63 \Rightarrow a = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶، ۷۵ و ۷۶)

(امیرحسین ابومصوب)

۵۹- گزینه «۲»

مطابق شکل فرض کنید BN و CM میانه‌های وارد بر دو ساق این مثلث باشند. می‌دانیم در هر مثلث متساوی‌الساقین، میانه‌های وارد بر دو ساق مثلث برابر یکدیگرند، پس  $BN = CM$ . از طرفی طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AC^2 + BC^2 = \frac{AB^2}{2} + 2CM^2 \Rightarrow 4^2 + 2^2 = \frac{4^2}{2} + 2CM^2$$

$$\Rightarrow 2CM^2 = 12 \Rightarrow CM = \sqrt{6}$$

$$\Delta \text{ محیط } BMG = BM + GM + BG$$

$$= BM + \frac{1}{3}CM + \frac{2}{3}BN = BM + \frac{1}{3}CM + \frac{2}{3}CM$$

$$= \frac{AB}{2} + CM = 2 + \sqrt{6}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه ۶۹)

(امیرحسین ابومصوب)

۶۰- گزینه «۲»

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

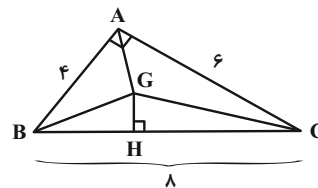
$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow x^2 \times 7 + 13^2(x-2) = 8^2(x+5) + 7(x-2)(x+5)$$

$$\Rightarrow 7x^2 + 169x - 338 = 64x + 320 + 7x^2 + 21x - 70$$

$$\Rightarrow 84x = 588 \Rightarrow x = 7$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه ۶۹)



می‌دانیم اگر از محل هم‌رسمی میانه‌های مثلث به سه رأس آن وصل کنیم، سه مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید، پس داریم:

$$S_{GBC} = \frac{1}{3}S_{ABC} = \sqrt{15}$$

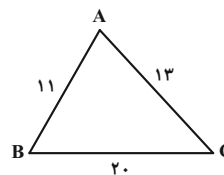
$$\Rightarrow \frac{1}{2}GH \times 8 = \sqrt{15} \Rightarrow GH = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(امیرحسین ابومصوب)

۵۷- گزینه «۱»

مطابق شکل فرض کنید  $a = 20$ ،  $b = 13$  و  $c = 11$  باشد. در این صورت طبق قضیه هرون داریم:



$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{20+13+11}{2} = 22$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{22 \times 2 \times 9 \times 11} = 66$$

حال طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S = \frac{1}{2}bc \sin \hat{A} \Rightarrow 66 = \frac{1}{2} \times 13 \times 11 \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{12}{13}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(فرزانه فاکپاش)

۵۸- گزینه «۱»

طبق رابطه طول نیمساز داخلی داریم:

$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} \Rightarrow 2 = \frac{2b \times 2b \times \cos 60^\circ}{b+2b}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{4b^2 \times \frac{1}{2}}{3b} \Rightarrow 2b^2 = 6b \Rightarrow b^2 - 3b = 0$$

$$\Rightarrow b(b-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b=0 & \text{غ ق} \\ b=3 & \Rightarrow c=6 \end{cases}$$



## فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۴»

(دانیال راستی)

از روی معادله سرعت- زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب و سرعت اولیه آن را به دست می آوریم:

$$v = 2t - 4 \rightarrow v = at + v_0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

معادله مکان- زمان را برای حرکت با شتاب ثابت می نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{a=2 \frac{m}{s^2}, v_0=-4 \frac{m}{s}, x_0=0} x = t^2 - 4t$$

$$\xrightarrow{\text{حرکت در محور } x} \vec{x} = (t^2 - 4t) \vec{i}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۶۲- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

بررسی گزینه ها:

(۱) نادرست؛ اگر تندی متحرک افزایش یابد، شتاب متحرک می تواند افزایش یا کاهش پیدا کند و یا این که ثابت باشد.

(۲) نادرست؛ در هر دو نوع حرکت تندشونده و کندشونده، علامت شتاب می تواند مثبت باشد. علامت شتاب به تنهایی نوع حرکت را تعیین نمی کند.

(۳) نادرست؛ اگر سرعت منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور حرکت می کند، اما نوع حرکت آن به علامت شتاب بستگی دارد. در صورتی نوع حرکت کندشونده است که  $a > 0$  و  $v < 0$  باشد.

(۴) درست؛ اگر متحرک از حال سکون حرکت کند، الزاماً نوع حرکت آن تندشونده است. چون در حرکت تندشونده سرعت و شتاب هم علامت اند، لذا در هر لحظه جهت سرعت و شتاب یکسان خواهد بود. بنابراین، جهت حرکت که همان جهت سرعت می باشد، به علامت شتاب بستگی دارد.

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۶۳- گزینه «۲»

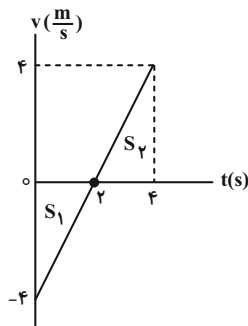
(مریم شیخ مموی)

بنابه رابطه  $x = t^2 - 4t + 6$ ،  $v_0 = -4 \frac{m}{s}$  و  $\frac{1}{2}a = 1 \frac{m}{s^2}$  است. بنابراین، چون  $a > 0$  و  $v_0 < 0$  است، در ابتدا نوع حرکت کندشونده است. لذا با نوشتن معادله سرعت- زمان متحرک، لحظه تغییر جهت متحرک و سرعت آن را در لحظه  $t = 4s$  می یابیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{\frac{1}{2}a=1 \Rightarrow a=2 \frac{m}{s^2}, v_0=-4 \frac{m}{s}} v = 2t - 4$$

$$\begin{cases} v = 0 \Rightarrow 0 = 2t - 4 \Rightarrow t = 2s \\ t = 4s \Rightarrow v = 2 \times 4 - 4 = 4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

اکنون نمودار سرعت- زمان را رسم می کنیم و با استفاده از مساحت سطح بین نمودار  $v-t$  و محور  $t$ ، مسافت طی شده را حساب می کنیم.



$$\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{-4 \times 2}{2} + \frac{4 \times (4-2)}{2} \Rightarrow \ell = 4 + 4 = 8m$$

روش دوم: بدون رسم نمودار به صورت زیر مساحت را می یابیم. البته لحظه تغییر جهت را باید مانند قسمت اول به دست آوریم:

$$x = t^2 - 4t + 6 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow x_0 = 0 - 0 + 6 = 6m \\ t = 2s \Rightarrow x_1 = 4 - 8 + 6 = 2m \\ t = 4s \Rightarrow x_2 = 16 - 16 + 6 = 6m \end{cases}$$

$$\ell = |x_1 - x_0| + |x_2 - x_1| \Rightarrow \ell = |2 - 6| + |6 - 2| = 8m$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۶۴- گزینه «۴»

(مهمان نوا نوری مقدم)

ابتدا با استفاده از رابطه های تندی متوسط و سرعت متوسط، مسافت و جابه جایی متحرک را می یابیم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{S_{av}=1 \frac{m}{s}, \Delta t=12-4=8s} 1 = \frac{\ell}{8} \Rightarrow \ell = 8m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av}=1 \frac{m}{s}, \Delta t=8s} 1 = \frac{\Delta x}{8} \Rightarrow \Delta x = 8m$$

می بینیم اختلاف مسافت طی شده و اندازه جابه جایی برابر

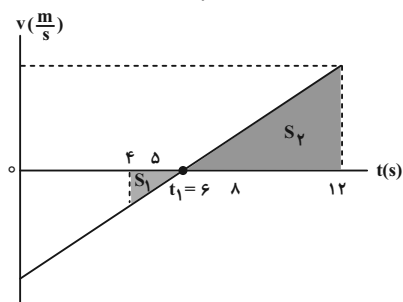
$$16m - 8m = 8m \text{ است که نشان می دهد متحرک ابتدا } 8m \text{ در } \frac{16}{2}$$

خلاف جهت محور حرکت می کند و سپس تغییر جهت می دهد و

$$8 + 8 = 16m \text{ در جهت محور جابه جا می شود. بنابراین، با رسم نمودار}$$

سرعت- زمان در بازه های زمانی مورد نظر و استفاده از تشابه مثلث های رنگ

شده، به صورت زیر  $t_1$  را پیدا می کنیم.

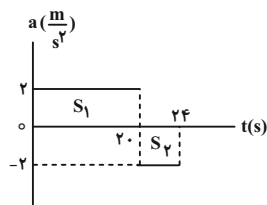




(میرامیر میرسعید)

گزینه «۲» - ۶۷

ابتدا سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم. سپس نمودار سرعت-زمان را رسم می‌نماییم. با توجه به این که مساحت زیر نمودار شتاب-زمان، برابر تغییرات سرعت است، داریم:



$$\Delta v = v_{(t=2s)} - v_0 = S_1 - S_2 = \frac{S_1 = 2 \times 2}{v_{(t=2s)} = 12 \frac{m}{s}, S_2 = 4 \times 2}$$

$$12 - v_0 = 4 - 0 \Rightarrow v_0 = -2 \frac{m}{s}$$

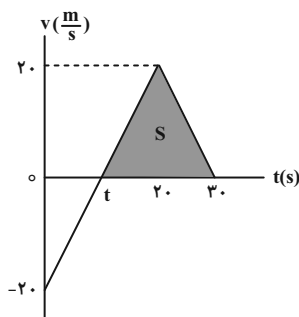
برای رسم نمودار سرعت-زمان، سرعت در لحظات  $t = 2s$  و  $t = 3s$  را به دست می‌آوریم:

$$v_{(t=2s)} = v_0 + a_1(2-0) = \frac{a_1 = 2 \frac{m}{s^2}}{v_0 = -2 \frac{m}{s}} \Rightarrow v_{(t=2s)} = 2 \frac{m}{s}$$

$$v_{(t=3s)} = v_{(t=2s)} + a_2(3-2)$$

$$a_2 = -2 \frac{m}{s^2}, v_{(t=3s)} = 2 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{(t=3s)} = 0$$

با توجه به تشابه مثلث‌ها،  $t = 1s$  است. جابه‌جایی از  $t = 1s$  تا  $t = 3s$  برابر با مساحت  $S$  می‌باشد. داریم:



$$v_{av} = \frac{S}{3-1} = \frac{2 \times 2}{2} = 1 \frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v}_{av} = 1 \frac{m}{s} \hat{i}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(میثم رشتیان)

گزینه «۳» - ۶۸

می‌دانیم هنگام عبور متحرک از نقطه  $x = 0$  جهت بردار مکان عوض می‌شود. پس برای یافتن این لحظه و نیز درک بهتر از حرکت متحرک، نمودار مکان-زمان آن را رسم می‌کنیم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left( \frac{12-t_1}{t_1-4} \right)^2 \xrightarrow{S_2=72, S_1=8} \frac{72}{8} = \left( \frac{12-t_1}{t_1-4} \right)^2$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{12-t_1}{t_1-4} \Rightarrow t_1 = 6s$$

اکنون با استفاده از تشابه مثلث‌ها، مساحت مثلث‌هایی را که قاعده آن‌ها  $(6s \text{ تا } 8s)$  و  $(5s \text{ تا } 6s)$  است، می‌یابیم:

$$\frac{S_1}{S'_1} = \left( \frac{6-4}{6-5} \right)^2 \Rightarrow \frac{8}{S'_1} = 4 \Rightarrow S'_1 = 2m$$

$$\frac{S_1}{S'_2} = \left( \frac{6-4}{8-6} \right)^2 \xrightarrow{S_1=8m} \frac{8}{S'_2} = 1 \Rightarrow S'_2 = 8m$$

در آخر، مسافت طی شده برابر است با:

$$l = |S'_1| + |S'_2| = 2 + 8 = 10m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۴» - ۶۵ (سیرمحمدرضا رومانی)

خودرو در ابتدا در مکان  $x_1$  قرار دارد و راننده مانع را می‌بیند. بعد از یک ثانیه در مکان  $x_2$ ، راننده ترمز می‌کند. خودرو در  $x = 0$  که مانع قرار دارد به توقف کامل می‌رسد. حرکت از  $x_1$  تا  $x_2$  با سرعت ثابت است.

$$v_0 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} \xrightarrow{v_0 = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}, \Delta t = 1s} 20 = \frac{\Delta x_1}{1} \Rightarrow \Delta x_1 = 20m$$

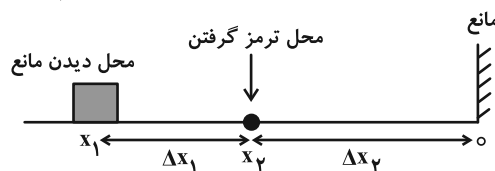
حرکت از  $x_2$  تا مبدأ مکان (محل قرارگیری مانع) با شتاب ثابت

$$a = -10 \frac{m}{s^2} \text{ می‌باشد. طبق معادله سرعت-جابه‌جایی داریم:}$$

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \xrightarrow{v_0 = 20 \frac{m}{s}, v_1 = 0, a = -10 \frac{m}{s^2}}$$

$$-(20)^2 = 2 \times (-10) \times (\Delta x_2) \Rightarrow \Delta x_2 = 20m$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 20 + 20 = 40m$$



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(محمود منصوری)

گزینه «۳» - ۶۶

با توجه به رابطه  $\Delta x = \left( \frac{v_0 + v}{2} \right) \Delta t$  خواهیم داشت:

$$\Delta x = \left( \frac{v_0 + v}{2} \right) \Delta t \xrightarrow{v_0 = 5 \frac{m}{s}, \Delta t = 5-0 = 5s} \Delta x = \frac{(5+v)}{2} \times 5 = 19m$$

$$19 = \left( \frac{5+v}{2} \right) \times 5 \Rightarrow 5+v = 7.6 \Rightarrow v = 2.6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)



با استفاده از رابطه مکان- زمان در حرکت شتاب ثابت، سرعت اولیه متحرک را به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a T^2 + v_0 t \quad \frac{\Delta x = \Delta x_1, t = T}{\Delta x_1 = a T^2} \rightarrow$$

$$a T^2 = \frac{1}{2} a T^2 + v_0 T \Rightarrow v_0 = \frac{a T}{2}$$

اکنون سرعت متحرک را در لحظه  $\Delta T$  به دست می آوریم:

$$v = v_0 + at \quad \frac{v_0 = \frac{aT}{2}, t = \Delta T}{v = \frac{11aT}{2} \Rightarrow \frac{v}{v_0} = 11}$$

راه حل دوم: در حرکت شتابدار، سرعت متوسط در یک بازه، برابر با سرعت در لحظه وسط بازه است.

$$\Delta x_{(T \text{ تا } 0)} = \Delta t \times v_{av} (T \text{ تا } 0) = T \times v_{\left(\frac{T}{2}\right)}$$

$$\Delta x_{(T \text{ تا } T)} = \Delta t \times v_{av}(T \text{ تا } T) = (T - T) \times v_{(T)}$$

$$\frac{\Delta x_{(T \text{ تا } 0)}}{\Delta x_{(T \text{ تا } T)}} = \frac{1}{\Delta} \Rightarrow \frac{T \times v_{\left(\frac{T}{2}\right)}}{T \times v_{(T)}} = \frac{1}{\Delta} \quad \frac{v_{\left(\frac{T}{2}\right)} = v_0 + a \frac{T}{2}}{v_{(T)} = v_0 + aT}$$

$$\frac{v_0 + \frac{aT}{2}}{v_0 + aT} = \frac{1}{\Delta} \Rightarrow v_0 = \frac{aT}{2}$$

اکنون سرعت در لحظه  $t = \Delta T$  را به دست می آوریم:

$$v = v_0 + at \quad \frac{t = \Delta T, v_0 = \frac{aT}{2}}{v_{(\Delta T)} = \frac{11}{2} aT \Rightarrow \frac{v_{(\Delta T)}}{v_0} = 11}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۵ و ۲۱)

۷۰- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)

در بازه زمانی  $(0-10s)$ ، حرکت متحرک با سرعت ثابت می باشد. یعنی نمودار مکان- زمان آن خط راست با شیب منفی است.

$$(0-10s): x = vt + x_0 \quad \frac{x_0 = 0}{v = -\frac{m}{s}} \rightarrow x = -\lambda t$$

$$t=10 \rightarrow x = -\lambda \cdot m$$

در بازه زمانی  $(10s-14s)$  نوع حرکت متحرک شتابدار با شتاب ثابت است، داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-\lambda)}{14 - 10} = \frac{\lambda}{4} \frac{m}{s^2}$$

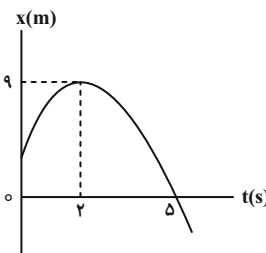
$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = t^2 - \lambda t - \lambda \cdot 0 \quad \frac{t=4s}{x = 16 - 32 - \lambda \cdot 0 = -96m}$$

چون پس از لحظه  $t = 10s$  شتاب مثبت است بنابراین تفرع منحنی به سمت بالاست و مکان آن در لحظه  $14s$  برابر  $-96m$  است.

نکته: دقت کنید سرعت و مکان در پایان هر بازه زمانی؛ سرعت اولیه و مکان اولیه بازه بعدی است. در این سؤال بازه زمانی  $(10s-14s)$  طول بازه زمانی  $4s$  می باشد و باید این عدد در رابطه مکان- زمان جایگذاری شود.

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۵ و ۲۱)



$$t = 0 \Rightarrow x_0 = \Delta m$$

$$x = 0 \Rightarrow -t^2 + 4t + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -1s \\ t_2 = 5s \end{cases}$$

$$t_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2s$$

$$t = 2s \xrightarrow{\text{در معادله}} x = 9m$$

طبق نمودار رسم شده، در لحظه  $t = 5s$  متحرک از مبدأ مکان گذر کرده و در این لحظه جهت بردار عوض خواهد شد. (دقت داشته باشید که در لحظه  $t = 2s$  جهت بردار سرعت تغییر می کند نه جهت بردار مکان) پس بازه مدنظر سؤال بازه  $t_1 = 5s$  تا  $t_2 = 10s$  بوده است.

$$\begin{cases} t_1 = 5s \Rightarrow x_1 = 0 \\ t_2 = 10s \xrightarrow{\text{در معادله}} x_2 = -5\Delta m \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تغییر جهت نداریم}} \ell = |\Delta x| = |x_2 - x_1| = 5\Delta m$$

$$S_{av[5, 10]} = \frac{\ell_{[5, 10]}}{\Delta t} = \frac{5\Delta}{\Delta} = 11 \frac{m}{s}$$

راه دوم: با توجه به این که پس از لحظه  $t = 2s$  تغییر جهت نداریم بنابراین تندی متوسط در بازه زمانی  $t = 5s$  تا  $t = 10s$  با بزرگی سرعت متوسط در این بازه زمانی برابر است:

$$S_{av} = |v_{av}| = \left| \frac{v_{5s} + v_{10s}}{2} \right| \quad \frac{v_{5s} = 3a, v_{10s} = 10a}{a = -\frac{m}{s^2}} \rightarrow$$

$$S_{av} = \frac{22}{2} = 11 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۵ و ۲۱)

۶۹- گزینه «۳» (امیرحسین برادران)

در حرکت شتاب ثابت جابه جایی های متوالی در بازه های زمانی یکسان تشکیل یک تصاعد حسابی می دهند که قدرنسبت تصاعد  $aT^2$  است.

$$\begin{array}{ccccccc} & \Delta x_1 & & \Delta x_1 + aT^2 & & \Delta x_1 + 2aT^2 & \\ 0 & T & & 2T & & 3T & \end{array}$$

$$\Delta x_{T-3T} = (\Delta x_1 + aT^2) + (\Delta x_1 + 2aT^2) = 2\Delta x_1 + 3aT^2$$

$$\Delta x_{0-T} = \Delta x_1$$

$$\frac{(\Delta x_{T-3T})}{(\Delta x_{0-T})} = \Delta \Rightarrow \frac{2\Delta x_1 + 3aT^2}{\Delta x_1} = \Delta$$

$$\Delta x_1 = aT^2$$

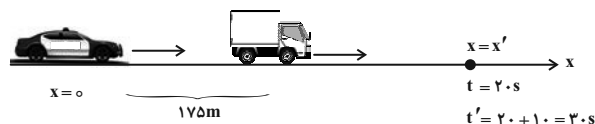




## ۷۱- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

گام اول: فرض می‌کنیم حرکت روی محور  $x$  است و مبدأ محور را محل شروع حرکت خودروی پلیس در نظر می‌گیریم. اگر زمان حرکت خودروی پلیس را با  $t$  نشان دهیم، زمان حرکت کامیون که  $10s$  زودتر حرکت خود را شروع کرده،  $t' = t + 10s$  خواهد بود.



گام دوم: وقتی دو متحرک به هم می‌رسند می‌توانیم معادله مکان آن‌ها را مساوی با هم قرار دهیم و شتاب حرکت خودروی پلیس را به دست آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\frac{v_0=0, x_0=0}{t=20s} \rightarrow x = \frac{1}{2}a(20)^2 \Rightarrow x = 200a$$

$$\text{کامیون: } x' = \frac{1}{2}a't'^2 + v'_0t' + x'_0$$

$$\frac{a'=0.5 \frac{m}{s^2}, v'_0=0}{t'=30s, x'_0=175m} \rightarrow x' = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 30^2 + 175 = 400m$$

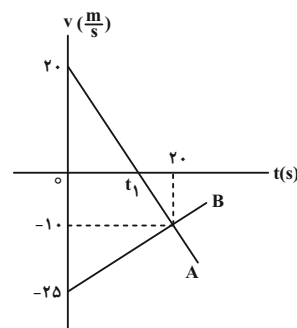
$$x = x' \Rightarrow 200a = 400 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

## ۷۲- گزینه «۲»

(شیلا شیرزادی)

متحرک  $A$  تا لحظه  $t_1$  در جهت محور  $x$  حرکت می‌کند (چون در این مدت نمودار سرعت- زمان بالای محور زمان است و سرعت مثبت است). از طرفی چون نمودار سرعت- زمان آن یک خط راست مورب است پس حرکت  $A$  با شتاب ثابت صورت می‌گیرد.



$$\text{شیب نمودار } A = a_A = \frac{v_{20} - v_{A0}}{20 - 0} = \frac{-10 - 20}{20} = -1.5 \frac{m}{s^2}$$

حال زمان  $t_1$  را از روی معادله سرعت- زمان حساب می‌کنیم:

$$v_A = a_A t_1 + v_{A0} \Rightarrow 0 = -1.5 t_1 + 20$$

$$\Rightarrow 1.5 t_1 = 20 \Rightarrow t_1 = \frac{20}{1.5} = \frac{40}{3} s$$

از طرفی حرکت  $B$  نیز با شتاب ثابت است، پس:

$$a_B = \frac{v_{20} - v_{B0}}{20 - 0} = \frac{-10 - (-25)}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}a_B t_1^2 + v_{B0} t_1 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \left(\frac{40}{3}\right)^2 + (-25) \left(\frac{40}{3}\right)$$

$$= \frac{200}{3} - \frac{1000}{3} = -\frac{800}{3} m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

## ۷۳- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

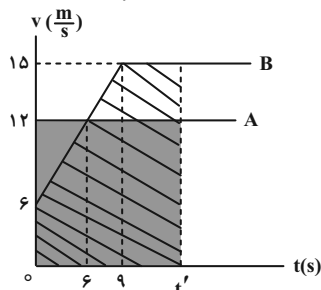
ابتدا شتاب متحرک  $B$  در  $6$  ثانیه اول حرکت را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 - 6}{6 - 0} = 1 \frac{m}{s^2}$$

این شتاب تا لحظه  $t = 9s$  برقرار است، پس سرعت متحرک  $B$  در لحظه  $t = 9s$  به دست می‌آید:

$$v_B = at + v_0 \xrightarrow{a=1 \frac{m}{s^2}, t=9s} v_B = 1 \times 9 + 6 = 15 \frac{m}{s}$$

دقت کنید، با استفاده از رابطه تالس در تشابه مثلث‌ها نیز می‌توان سرعت  $v_B$  را به دست آورد. چون حرکت دو متحرک، هم‌زمان و از یک نقطه شروع شده است، بنابراین وقتی به هم می‌رسند جابه‌جایی یکسانی دارند. با فرض این‌که دو متحرک در لحظه  $t'$  به هم رسیده باشند، داریم:



در آخر، مساحت بین نمودار  $v-t$  را که برابر جابه‌جایی دو متحرک است، تا لحظه  $t'$  با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \xrightarrow{S_A=S_B} 12t' = \frac{(6+15) \times 9}{2} + (t'-9)15$$

$$\Rightarrow 12t' = 94.5 + 15t' - 135 \Rightarrow 40.5 = 3t' \Rightarrow t' = 13.5 s$$

نکته: تا لحظه  $t = 9s$ ، جابه‌جایی متحرک  $A$  بیشتر از  $B$  است، بنابراین دو متحرک الزاماً پس از  $t = 9s$  به هم می‌رسند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

## ۷۴- گزینه «۱»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا با استفاده از معادلات سرعت و مستقل از شتاب، سرعت اولیه و شتاب متحرک  $A$  را محاسبه کرده و معادله مکان متحرک  $A$  را می‌نویسیم.

$$x = \frac{v + v_0}{2} t + x_0 \xrightarrow{x_0=2m, x=18m} 18 = \frac{0 + v_0}{2} \times 8 + 2$$



$$\begin{cases} t = 2s : v = 4 \times 2 - 10 = -2 \frac{m}{s} \\ t = 3s : v = 4 \times 3 - 10 = 2 \frac{m}{s} \end{cases}$$

در نمودار  $v-t$ ، سطح محصور بین نمودار و محور افقی (زمان) برابر با مسافت طی شده متحرک است.

$$\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(علی بزرگر)

۷۶- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ لحظه تغییر جهت متحرک  $t = 5s$  است. (علامت سرعت قبل و بعد از این لحظه تغییر کرده است.)

ب) نادرست؛ متحرک ابتدا در بازه زمانی صفر تا  $5s$ ، در جهت محور  $x$  و در بازه زمانی ( $5s$  تا  $20s$ ) در خلاف جهت محور  $x$  حرکت کرده است.

پ) نادرست؛ نوع حرکت در این بازه زمانی کندشونده است.

ت) نادرست؛ نوع حرکت در این بازه زمانی تندشونده است.

ث) درست؛ شیب خط در نمودار سرعت- زمان برابر شتاب متحرک است. چون شیب نمودار در  $10$  ثانیه اول منفی است، بنابراین شتاب در این بازه زمانی خلاف جهت محور  $x$  است.

ج) درست؛ شتاب متحرک در نمودار  $v-t$  برابر شیب نمودار است. چون در بازه زمانی صفر تا  $10$  ثانیه یک خط راست است، پس شیب آن ثابت بوده و شتاب حرکت در کل این بازه زمانی یکسان و ثابت است.

چ) درست؛ شتاب لحظه‌ای متحرک در نمودار  $v-t$  برابر شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است پس کافی است شیب دو خط نمودار را به دست آوریم.

$$|a_{t=5s}| = \text{شیب خط اول نمودار} = \left| \frac{-20 - 20}{10} \right| = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$|a_{t=12s}| = \text{شیب خط دوم نمودار} = \left| \frac{0 - (-20)}{10} \right| = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\left| \frac{a_{t=5s}}{a_{t=12s}} \right| = 2$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(سیده ملیحه میرصالحی)

۷۷- گزینه «۱»

جهت مثبت محور  $y$  را بالا انتخاب می‌کنیم. ابتدا سرعت متحرک را در نقطه  $B$  محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B t \xrightarrow[t=4s]{\Delta y = -100m} -100 = -5 \times 16 + v_B \times 4$$

$$\Rightarrow v_B = -5 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = 4 \frac{m}{s}]{v=0, t=As} 0 = a \times A + 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[x_0 = 2m]{a = -\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}, v_0 = 4 \frac{m}{s}} \rightarrow$$

$$x = \frac{1}{2}(-\frac{1}{2})t^2 + 4t + 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}t^2 + 4t + 2$$

حال با قرار دادن مکان به هم رسیدن دو متحرک ( $x = 17m$ ) در معادله مکان، زمان به هم رسیدن را محاسبه می‌کنیم.

$$17 = -\frac{1}{4}t^2 + 4t + 2 \Rightarrow t^2 - 16t + 60 = 0$$

$$\Rightarrow (t-6)(t-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 6s \\ t = 10s \end{cases} \text{ ق ق}$$

با توجه به این که زمان به هم رسیدن دو متحرک بعد از لحظه  $t = 10s$  است، لحظه  $t = 10s$  قابل قبول است. حال با توجه به نمودار متحرک  $B$  که دارای حرکت یکنواخت است، معادله مکان متحرک  $B$  را نوشته و تندی متحرک  $B$  را محاسبه می‌کنیم.

$$x = v_B t + x_0 \xrightarrow[t=10s]{x=17m, x_0=-3m} 17 = v_B \times 10 - 3$$

$$\Rightarrow v_B = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(عبدالرضا امینی نسب)

۷۵- گزینه «۳»

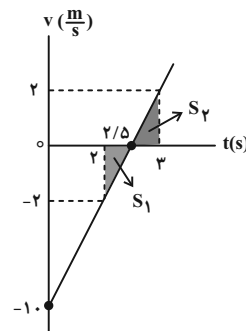
با مقایسه معادله مکان- زمان با معادله  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$  داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a = 2 \\ v_0 = -10 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -10 \frac{m}{s} \end{cases}$$

آن‌گاه معادله سرعت- زمان به صورت زیر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 10 = 0 \Rightarrow t = 2/5s$$

با رسم نمودار  $v-t$  داریم:





## ۸۰- گزینه «۱»

(امیرمسین برادران)

با توجه به نمودار مکان- زمان حرکت گلوله A، در ثانیه پایانی ۷۵ متر را طی کرده است، بنابراین با توجه به رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad \Delta t = 1s, \quad v_2 = v_1 - 10 \rightarrow \frac{v_1 + v_1 - 10}{2} = \frac{-75}{1}$$

$$\Rightarrow v_1 = -70 \frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = -80 \frac{m}{s}$$

اکنون ارتفاع اولیه گلوله A و لحظه رسیدن آن به سطح زمین را به دست می آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y \quad \frac{v_2 = 0}{v_1 = -80 \frac{m}{s}} \rightarrow \Delta y = -\frac{80^2}{20} = -320m$$

$$\Rightarrow h_A = 320m \xrightarrow{h_B = h_A - 195} h_B = 320 - 195 = 125m$$

$$t_A = \sqrt{\frac{2h_A}{g}} = 8s$$

فاصله گلوله A از گلوله B در نقطه رها شدن گلوله B

$$= 195 - \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = 195 - 45 = 150m$$

تندی گلوله A در لحظه رها شدن گلوله B

$$= -gt = -10 \times 3 = -30 \frac{m}{s}$$

اکنون مشخص می کنیم گلوله B چند ثانیه پس از رها شدن به سطح زمین می رسد.

$$\Delta y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 \quad \frac{g=10 \frac{m}{s^2}}{\Delta y_B = -125m} \rightarrow$$

$$125 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_B^2 \Rightarrow t_B = 5s$$

با توجه به این که گلوله B سه ثانیه پس از رها شدن گلوله A شروع به حرکت کرده است و از طرفی گلوله A، ۸ ثانیه پس از رها شدن به سطح زمین رسیده است بنابراین گلوله A و B هم زمان به سطح زمین می رسند و فاصله آنها پیوسته کاهش می یابد.

(فیزیک ۳- صفحه های ۲۱ و ۲۴)

اکنون سرعت گلوله را ۳ ثانیه قبل از برخورد با زمین به دست می آوریم.

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + vt \quad \frac{\Delta y = -120m}{t=3s} \rightarrow -120 = -5 \times 9 + v \times 3$$

$$v = -25 \frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت برخورد گلوله با زمین برابر است با:

$$v = -gt + v_0 \quad \frac{t=3s, g=10 \frac{m}{s^2}}{v_0 = -25 \frac{m}{s}} \rightarrow v_{\text{برخورد با زمین}} = -55 \frac{m}{s}$$

به کمک معادله سرعت- جابه جایی می توان فاصله نقطه B تا سطح زمین را به دست آورد:

$$v^2 - v_B^2 = -2g\Delta y \quad \frac{v = -55 \frac{m}{s}}{v_B = -5 \frac{m}{s}} \rightarrow 3025 - 25 = -20 \times \Delta y$$

$$\Rightarrow \Delta y = -150m \Rightarrow 150 - 100 = 50m$$

بنابراین فاصله نقطه C تا سطح زمین ۵۰m است.

(فیزیک ۳- صفحه های ۲۱ و ۲۴)

## ۷۸- گزینه «۱»

(معمود منتهی)

با توجه به این که جسم رها می شود ( $v_0 = 0$ ) خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

در  $\frac{h}{9}$  مسیر طی شده  $\frac{h}{9}$  و در  $\frac{3}{4}h$  مسیر طی شده  $\frac{h}{4}$  می باشد:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{9}h}{\frac{1}{4}h}} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۲۱ و ۲۴)

## ۷۹- گزینه «۴»

(شیلا شیرزادی)

فرض می کنیم مدت سقوط جسم اول t باشد، پس مدت سقوط را از معادله

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{به دست می آوریم:}$$

$$180 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{180}{5} = 36 \Rightarrow t = 6s$$

حال همین رابطه را برای جسم دوم می نویسیم و فرض می کنیم مدت زمان سقوطش  $t'$  باشد:

$$h' = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow 80 = 5t'^2 \Rightarrow t'^2 = \frac{80}{5} = 16 \Rightarrow t' = 4s$$

با کم کردن  $t$  و  $t'$  از یکدیگر می توانیم حساب کنیم که جسم دوم چند ثانیه بعد از جسم اول باید رها شود:

$$t'' = t - t' = 6 - 4 = 2s$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۲۱ و ۲۴)





$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{\text{وزن}} + W_{\text{پمپ}}$   
 تندی اولیه آب در ته چاه برابر صفر است ( $v_0 = 0$ ) و کار وزن آب در جابه‌جایی از ته چاه تا لوله خروجی برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = -mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = -mgh + W_{\text{پمپ}}$$

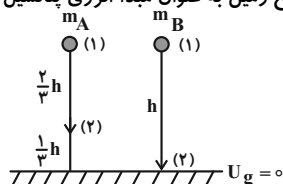
$$\frac{m=12\text{kg}, h=30\text{m}}{W_{\text{پمپ}}=7200\text{J}, g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow \frac{1}{2} \times 12v^2 = -12 \times 10 \times 30 + 7200$$

$$\Rightarrow 6v^2 = 3600 \Rightarrow v^2 = 600 \Rightarrow v = 10\sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۹۰. گزینه «۳» (علیرضا جباری)

با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



گام اول: چون مقاومت هوا ناچیز است، پایداری انرژی مکانیکی برای هر دو گلوله برقرار است:

$$E_{1A} = E_{2A} \quad \text{و} \quad E_{1B} = E_{2B}$$

گام دوم: انرژی جنبشی گلوله A را در ارتفاع  $\frac{h}{3}$  از سطح زمین و انرژی جنبشی گلوله B را در لحظه رسیدن به سطح زمین به دست می‌آوریم و نسبت آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

$$E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow K_{1A} + U_{1A} = K_{2A} + U_{2A}$$

$$\frac{K_{1A}=0}{\rightarrow} m_A gh = K_{2A} + m_A g \frac{h}{3} \Rightarrow K_{2A} = \frac{2}{3} m_A gh$$

$$E_{1B} = E_{2B} \Rightarrow K_{1B} + U_{1B} = K_{2B} + U_{2B}$$

$$\frac{K_{1B}=0}{U_{2B}=0} \rightarrow m_B gh = K_{2B}$$

$$\frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{m_B gh}{\frac{2}{3} m_A gh} \xrightarrow{m_B=2m_A} \frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{2m_A}{\frac{2}{3} m_A} = 3$$

راه حل دوم: طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K_A = W_{tA} \xrightarrow{K_{1A}=0, W_{tA}=W_{mgA}} K_{2A} = W_{mgA}$$

$$W_{mgA} = m_A g d_A \cos \theta_A \xrightarrow{\theta_A=0, \cos \theta_A=1} d_A = \frac{2}{3} h$$

$$K_{2A} = \frac{2}{3} h m_A g$$

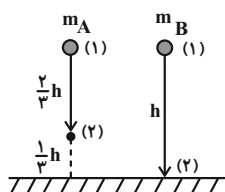
$$\Delta K_B = W_{tB} \xrightarrow{K_{1B}=0, W_{tB}=W_{mgB}} K_{2B} = W_{mgB}$$

$$W_{mgB} = m_B g d_B \cos \theta_B \xrightarrow{\theta_B=0, \cos \theta_B=1} d_B = h, m_B=2m_A$$

$$K_{2B} = 2m_A hg$$

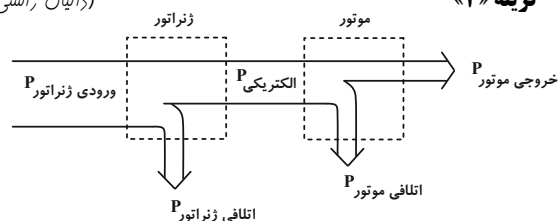
$$\Rightarrow \frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{2m_A hg}{\frac{2}{3} m_A hg} = 3$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)



۸۸- گزینه «۴»

(دانیال راستی)



طرح‌واره ژنراتور و موتور رسم شده است. الکتریکی  $P$ ، توان خروجی ژنراتور و توان ورودی موتور است. طبق صورت سؤال، توان اتلافی ژنراتور برابر با توان خروجی موتور است. بنابراین:

$$P_{\text{تلافی ژنراتور}} = P_{\text{خروجی موتور}} = P_{\text{ورودی ژنراتور}}$$

$$P_{\text{تلافی ژنراتور}} = P_{\text{خروجی موتور}}$$

$$P_{\text{الکتریکی}} = P_{\text{ورودی ژنراتور}} - P_{\text{خروجی موتور}} \quad (۱)$$

$$\eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{P_{\text{الکتریکی}}}{P_{\text{ورودی ژنراتور}}} \quad (۱) \rightarrow$$

$$\eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}} - P_{\text{ورودی ژنراتور}}}{P_{\text{ورودی ژنراتور}}}$$

$$\eta_{\text{موتور}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}}}{P_{\text{الکتریکی}}} \quad (۱) \rightarrow$$

$$\eta_{\text{موتور}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}}}{P_{\text{ورودی ژنراتور}} - P_{\text{خروجی موتور}}}$$

$$\frac{\eta_{\text{موتور}}}{\eta_{\text{ژنراتور}}} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{4}{9} \eta_{\text{ژنراتور}} = \eta_{\text{موتور}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} \frac{P_{\text{خروجی موتور}} - P_{\text{ورودی ژنراتور}}}{P_{\text{ورودی ژنراتور}}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}}}{P_{\text{ورودی ژنراتور}} - P_{\text{خروجی موتور}}}$$

صورت و مخرج را به ورودی ژنراتور  $P$  تقسیم می‌کنیم و  $\frac{P_{\text{خروجی موتور}}}{P_{\text{ورودی ژنراتور}}}$  را

با  $x$  نشان می‌دهیم:

$$\Rightarrow \frac{4}{9} \frac{1-x}{1-x} = \frac{x}{1-x} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = \frac{9}{4} x \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۷۵)

۸۹- گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا با داشتن حجم و چگالی آب، جرم آب خروجی در هر ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$V = 12L = 12 \times 10^{-3} \text{m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{\rho=1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, V=12 \times 10^{-3} \text{m}^3} m = 1000 \times 12 \times 10^{-3} = 12 \text{kg}$$

$$m = 1000 \times 12 \times 10^{-3} = 12 \text{kg}$$

سپس توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{پمپ}} = \eta \times P_{\text{مصرفی}} \xrightarrow{\eta=0.8, P_{\text{مصرفی}}=9\text{kW}=9000\text{W}}$$

$$P_{\text{پمپ}} = 0.8 \times 9000 = 7200 \text{W}$$

کار پمپ را در مدت یک ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{پمپ}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} \xrightarrow{P_{\text{پمپ}}=7200\text{W}, t=1\text{s}} W_{\text{پمپ}} = 7200 \text{J}$$

حال با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی تندی خروج آب از لوله را محاسبه می‌کنیم:



## فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۳»

(مبتنی بر قوانین)

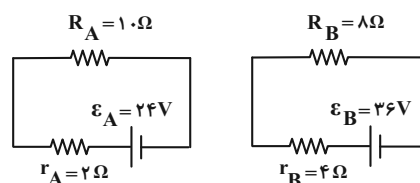
با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد غیر آرمانی (واقعی) برحسب جریان  $(V = \mathcal{E} - rI)$  می توان گفت که در نمودار  $V - I$ ، عرض از مبدأ خط، برابر با  $\mathcal{E}$  و قدرمطلق شیب خط برابر با  $r$  است. پس:

$$r_A = \frac{|\Delta V_A|}{\Delta I_A} = \frac{4}{2} = 2\Omega \Rightarrow r_A = \frac{\mathcal{E}_A}{12} \Rightarrow \mathcal{E}_A = 24V$$

$$\mathcal{E}_A + 12 = \mathcal{E}_B \xrightarrow{\mathcal{E}_A = 24V} \mathcal{E}_B = 36V$$

$$r_B = \frac{36}{9} = 4\Omega$$

از طرفی داریم:



$$I_A = \frac{\mathcal{E}_A}{R_A + r_A} = \frac{24}{12} = 2A$$

$$I_B = \frac{\mathcal{E}_B}{R_B + r_B} = \frac{36}{12} = 3A$$

و در نهایت با استفاده از رابطه توان خروجی مولد

$$(P_{\text{مولد}} = V_{\text{مولد}} \times I_{\text{مولد}} = (\mathcal{E} - rI)I) \text{ می توان نوشت:}$$

$$\begin{cases} P_A \text{ خروجی} = (24 - 2 \times (2)) \times (2) = 40W \\ P_B \text{ خروجی} = (36 - 4 \times (3)) \times (3) = 72W \end{cases}$$

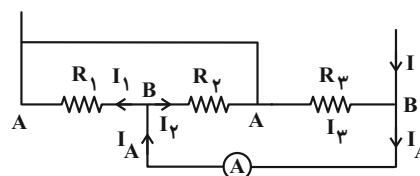
$$\Rightarrow P_B \text{ خروجی} - P_A \text{ خروجی} = 32W$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۶۱ تا ۷۰)

۹۲- گزینه «۴»

(مهرمان اسماعیلی)

برای محاسبه نیروی محرکه مولد  $\mathcal{E}_P$  لازم است جریان حلقه (جریان در شاخه اصلی) را محاسبه کنیم. با توجه به نقاط هم پتانسیل، مقاومت های  $R_1$  و  $R_2$  موازی هستند. بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج بین دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  تقسیم می شود.



پس می توان نوشت:

$$I_A = I_1 + I_2 = 2A$$

با داشتن مجموع جریان های مقاومت های  $R_1$  و  $R_2$  می توان اختلاف پتانسیل دو سر آن ها را محاسبه کرد.

$$V_{AB} = R_{1,2} I_{1,2} \xrightarrow{I_{1,2} = 2A, R_{1,2} = \frac{4 \times 12}{4+12} = 3\Omega} V_{AB} = 3 \times 2 = 6V$$

با داشتن  $V_{AB}$  می توانیم جریان عبوری از مقاومت  $R_3$  را نیز محاسبه کنیم.

$$V_{AB} = R_3 I_3 \xrightarrow{R_3 = 6\Omega, V_{AB} = 6V} 6 = 6I_3 \Rightarrow I_3 = 1A$$

حال می توان جریان حلقه را محاسبه کرد.

$$I = I_A + I_3$$

با فرض این که مولدهای  $\mathcal{E}_1$  و  $\mathcal{E}_3$  محرکه و  $\mathcal{E}_2$  ضد محرکه است، نیروی محرکه مولد  $\mathcal{E}_P$  را محاسبه می کنیم که برای این منظور لازم است مقاومت معادل مقاومت های موازی  $R_1$ ،  $R_2$  و  $R_3$  را محاسبه کنیم.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \xrightarrow{R_1 = 4\Omega, R_2 = 12\Omega, R_3 = 6\Omega}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{eq} = 2\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + r_1 + r_2 + r_3} \Rightarrow 3 = \frac{18 + 6 - \mathcal{E}_2}{2 + 1 + 0.5 + 0.5}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{24 - \mathcal{E}_2}{4} \Rightarrow 24 - \mathcal{E}_2 = 12 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 12V$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

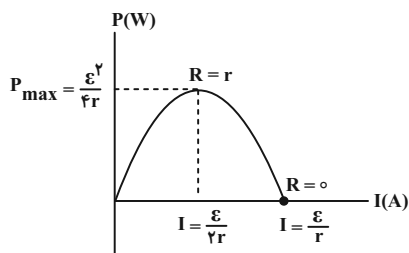
۹۳- گزینه «۲»

(مشهور منصور)

توان خروجی باتری برحسب جریان، یک سهمی با معادله  $P = \mathcal{E}I - rI^2$

می باشد. بیشینه توان از رابطه  $P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$  محاسبه می گردد و جریانی که

به ازای آن، توان بیشینه می شود، از رابطه  $I = \frac{\mathcal{E}}{2r}$  به دست می آید.



$$\left. \begin{aligned} P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \Rightarrow 18 = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \\ I = \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow 6 = \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{r} = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{4} \times \frac{\mathcal{E}}{r} = 18W$$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{4} \times 12 = 18W \Rightarrow \mathcal{E} = 6V, r = 0.5\Omega$$



(علی برزگر)

گزینه «۴» - ۹۵

از رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$  و با توجه به ثابت بودن مشخصات فیزیکی لامپ می توان نوشت:

$$\frac{P = \frac{V^2}{R}}{\frac{P_1 = 200W}{V_1 = 220V, V_2 = 110V}} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

$$\frac{P_2}{200} = \left(\frac{110}{220}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow P_2 = 50W$$

$$\text{توان مصرفی} = \frac{5}{100} kW$$

(توان مصرفی بر حسب کیلووات) = بهای برق مصرفی

(نرخ واحد) × (مدت مصرف بر حسب ساعت)

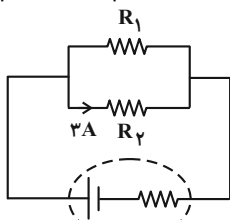
$$= \frac{5}{100} \times (2 \times 30 \times 6) \times 700 = 12600 \text{ ریال}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۶۷ تا ۷۰)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۲» - ۹۶

ابتدا مدار زیر را ساده می کنیم. همان طور که می دانیم طبق رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$ ، مقاومت مدار با طول سیم نسبت مستقیم دارد.



می دانیم طول کمان مقابل به زاویه مرکزی برابر با حاصل ضرب زاویه مرکزی در شعاع دایره است.

$$L_1 = \frac{3\pi}{2} \times \text{شعاع}$$

$$L_2 = \frac{\pi}{2} \times \text{شعاع}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \xrightarrow{L_1 = 3L_2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{I_1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow I_1 = 1A$$

جریان کل مدار برابر است با:

$$P = \varepsilon I_t = 20 \times 4 = 80W$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۶۷ تا ۷۷)

(ملیحه میرصالحی)

گزینه «۴» - ۹۷

چون  $r = 0$  و ولتاژ دو سر منبع ثابت است. بنابراین طبق رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$ ،

$V^2$  ثابت است و برای این که  $P$  بیشینه شود، باید  $R_{eq}$  به حداقل برسد.

بنابراین باید هر سه مقاومت  $R_1$ ،  $R_2$  و  $R_3$  در مدار قرار بگیرند. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{R_{2,3,4}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1/5} \Rightarrow R_{2,3,4} = 0.75\Omega$$

$$R_{eq \min} = R_1 + R_{2,3,4} = 1/75 + 0.75 = 2/5\Omega$$

اگر ولتاژ دو سر باتری ۱/۵ ولت باشد:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 1/5 = 6 - 0.5I \Rightarrow 0.5I = 4/5 \Rightarrow I = 9A$$

توان خروجی:

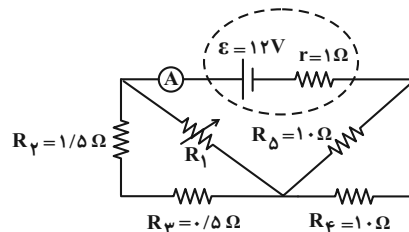
$$P_{\text{خروجی}} = VI = 1/5 \times 9 = 13/5W$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۶۷ تا ۷۰)

(علیرضا بیاری)

گزینه «۱» - ۹۴

گام اول: ابتدا مدار را به صورت زیر ساده می کنیم:



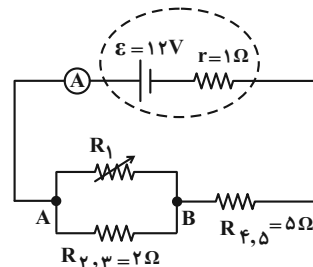
$R_{2,3}$  و  $R_4$  متوالی هستند.  $R_{2,3} = R_2 + R_3 = 1/5 + 0.5 = 2\Omega$

$$R_{4,5} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5\Omega$$

گام دوم: اگر مقاومت  $R_1$  برابر صفر باشد، مقاومت  $R_{2,3}$  اتصال کوتاه

شده و از مدار حذف می گردد. مانند آن که از A تا B فقط یک قطعه سیم

رابط با مقاومت ناچیز قرار گیرد. در این حالت می توان نوشت:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\varepsilon = 12V, r = 1\Omega, R_{eq} = R_{2,3} + R_{4,5} = 2 + 5 = 7\Omega} I_1 = \frac{12}{5 + 1} = 2A$$

گام سوم: اگر مقاومت  $R_1$  برابر بی نهایت باشد از آن هیچ جریانی نمی گذردو بین نقاط A و B جریان فقط از  $R_{2,3}$  عبور می کند، در این صورت

داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\varepsilon = 12V, r = 1\Omega, R_{eq} = R_{2,3} + R_{4,5} = 2 + 5 = 7\Omega}$$

$$I_2 = \frac{12}{7 + 1} = 1/5A$$

گام چهارم: آمپرسنج در حالت اول جریان  $I_1$  و در حالت دوم جریان  $I_2$  رانشان می دهد. پس جریان آمپرسنج  $0.5A$  کاهش می یابد.

$$I_1 - I_2 = 1/5 - 2 = -0.5A$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۶۱ تا ۷۷)



(امیراحمد میرسعید)

۹۹- گزینه «۳»

با افزایش مقاومت رتوستا، مقاومت کل مدار نیز افزایش می‌یابد و با توجه به رابطه جریان در مدار تک حلقه، جریان کاهش می‌یابد.

$$R \uparrow \Rightarrow I \downarrow = \frac{\mathcal{E}}{R \uparrow + R_p + r}$$

$$V_1 = \mathcal{E} - Ir \xrightarrow{I \downarrow} V_1 \uparrow = \mathcal{E} - (I \downarrow)r$$

$$V_p = R_p I \xrightarrow{I \downarrow} V_p \downarrow = R_p I \downarrow$$

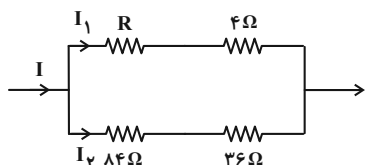
$$V_p = \mathcal{E} - I(r + R_p) \xrightarrow{I \downarrow} V_p \uparrow = \mathcal{E} - (I \downarrow)(r + R_p)$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

(شیلا شیرزادی)

۱۰۰- گزینه «۳»

با توجه به این که توان مصرفی مقاومت ۴ اهمی و ۳۶ اهمی با هم برابر است پس با استفاده از رابطه  $P = RI^2$ ، نسبت جریان این دو مقاومت را که همان جریان شاخه (۱) و (۲) می‌باشد به دست می‌آوریم:



$$P_4 = P_{36} \Rightarrow 4I_1^2 = 36I_2^2 \Rightarrow \frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{36}{4} = 9 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 3$$

مقاومت معادل شاخه بالا را با  $R_1$  و مقاومت معادل شاخه پایین را با  $R_p$  نشان می‌دهیم. چون شاخه‌های (۱) و (۲) با هم موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر است، پس:

$$V_1 = V_p \Rightarrow R_1 I_1 = R_p I_p \xrightarrow{R_1 = R + 4(\Omega)} \xrightarrow{R_p = 18 + 36(\Omega)}$$

$$(R + 4)I_1 = (18 + 36)I_p \xrightarrow{I_1 = 3I_p} (R + 4)(3I_p) = 12 \cdot I_p$$

$$R + 4 = 40 \Rightarrow R = 36\Omega$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

اکنون، برای توان مصرفی بیشینه با استفاده از رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$  می‌توان نوشت:

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{\text{eq min}}} \xrightarrow{\mathcal{E} = 1.0V, R_{\text{eq min}} = 2/5\Omega}$$

$$P_{\max} = \frac{1.0^2}{2/5} = 40W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۹۸- گزینه «۴» (میثم شتایان)

وقتی هر دو کلید باز هستند مقاومت معادل مدار، همان مقاومت  $R_1$  است:  $R_{\text{eq}(1)} = R_1 = 9\Omega$   
در حالتی که دو کلید بسته باشند، هر سه مقاومت با هم موازی‌اند. اگر مقاومت معادل در این حالت را  $R_{\text{eq}(2)}$  بنامیم، چون در دو حالت توان خروجی باتری یکسان است، می‌توان نوشت:

$$r^2 = R_{\text{eq}(1)} \times R_{\text{eq}(2)} \xrightarrow{r = 6\Omega, R_{\text{eq}(1)} = 9\Omega}$$

$$6^2 = 9 \times R_{\text{eq}(2)} \Rightarrow R_{\text{eq}(2)} = 4\Omega$$

اگر مقاومت معادل  $R_1$  و  $R_p$  را  $R_{1,p}$  بنامیم، چون با  $R_p$  موازی است می‌توان نوشت:

$$R_{\text{eq}(2)} = \frac{R_{1,p} \times R_p}{R_{1,p} + R_p} \xrightarrow{R_{\text{eq}(2)} = 4\Omega, R_p = 12\Omega}$$

$$4 = \frac{R_{1,p} \times 12}{R_{1,p} + 12} \Rightarrow R_{1,p} = 6\Omega$$

$$R_{1,p} = \frac{R_1 \times R_p}{R_1 + R_p} \xrightarrow{R_1 = 9\Omega, R_p = 12\Omega} 6 = \frac{9R_p}{9 + R_p} \Rightarrow R_p = 18\Omega$$

اگر فقط کلید  $k_1$  بسته باشد، مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{\text{eq}} = R_{1,p} = 6\Omega$$

$$I_t = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r} = \frac{5.4}{6 + 6} = 4/5A$$

اکنون اگر جریان عبوری از  $R_p$  را  $I_p$  بنامیم:

$$V_{R_p} = V_{R_{1,p}} \Rightarrow R_p I_p = R_{1,p} I_{1,p}$$

$$\xrightarrow{I_{1,p} = I_t = 4/5A} 18 \times I_p = 6 \times 4/5 \Rightarrow I_p = 1/5A$$

در نهایت توان مصرفی در  $R_p$  را به دست می‌آوریم:

$$P = R_p I_p^2 = 18 \times (1/5)^2 = 40/5W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)





## شیمی ۳

## ۱۰۱- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

سرعت تولید B دو برابر سرعت تولید A است.

\* ابتدا سرعت واکنش رفت زیاد و سرعت واکنش برگشت صفر است، به تدریج سرعت واکنش رفت کاهش و برگشت افزایش می‌یابد تا با هم برابر شوند.

\* ویژگی سامانه تعادلی، برابر بودن سرعت واکنش رفت و برگشت است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

## ۱۰۲- گزینه «۴»

(مسین عیسی‌زاده)

هیدروسیانیک اسید (HCN) یک اسید ضعیف بوده و به شکل تعادلی یونیده می‌شود.



از طرفی با اضافه شدن NaOH بر روی محلول HCN، غلظت یون  $\text{H}^+$  به دلیل خنثی شدن، کمتر شده و HCN بیشتر یونیده می‌شود. در نتیجه غلظت  $\text{CN}^-$  افزایش و غلظت HCN یونیده نشده کمتر می‌شود. یعنی درصد یونش HCN افزایش می‌یابد؛ بنابراین فقط مورد (ب) درست است. درضمن مقدار  $K_a$  تنها با تغییر دما تغییر می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۳ و ۲۸ تا ۳۲)

## ۱۰۳- گزینه «۴»

(رضا سلیمانی)

در ابتدا غلظت ppm را به مولاریته تبدیل می‌کنیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{اسید } 360 \text{ g}}{\text{محلول } 10^6 \text{ g}}$$

$$\text{مولاریته} = \frac{360 \times \frac{1}{60}}{\frac{10^6}{1200} \text{ L}^{-1}} = 72 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$\begin{array}{ccc} 72 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ -x & +x & +x \\ 72 \times 10^{-4} - x & +x & +x \end{array}$$

$$K_a = \frac{x^2}{72 \times 10^{-4} - x} = 5 \times 10^{-5}$$

با توجه به  $K_a$  بسیار کوچک از تغییرات x صرف نظر می‌کنیم.

$$K_a = \frac{x^2}{72 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-5}$$

$$x^2 = 36 \times 10^{-8} \Rightarrow x = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = [\text{H}^+]$$

$$\text{mol H}^+ = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \times 0.2 = 1.2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log 6 \times 10^{-4} = 4 - \log 6 = 3.2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵)

## ۱۰۴- گزینه «۲»

(رضا مسکن)

$$\text{pH} = 0.7 \quad [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-0.7} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 1.4 \quad [\text{H}^+] = 10^{-1.4} = 0.04 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+]_{\text{مصرفی}} = 0.2 - 0.04 = 0.16$$

طبق واکنش چون ضریب  $\text{ZnCl}_2$  نصف HCl است پس غلظت  $\text{Zn}^{2+}$   $0.08 \text{ mol.L}^{-1}$  است.

$$[\text{Zn}^{2+}] = 0.08 \text{ mol.L}^{-1}$$

یون  $\text{Cl}^-$  در این واکنش دست‌نخورده باقی مانده است.

$$\text{HCl} : [\text{H}^+] = [\text{Cl}^-] = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[\text{Zn}^{2+}]}{[\text{Cl}^-]} = \frac{0.08}{0.2} = 0.4$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

## ۱۰۵- گزینه «۳»

(امیرعلی آقاسی‌زاده)

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1.2} \Rightarrow [\text{H}^+] = 6 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$6 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.5 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{1 \text{ s}}{5 \times 10^{-5} \text{ mol Mg}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 5 \text{ min}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

## ۱۰۶- گزینه «۲»

(امیرمهر سعیدی)

pH هر دو محلول را محاسبه می‌کنیم. (توجه شود  $298 \text{ K}$  همان  $25^\circ \text{C}$  است.)

$$T = \theta + 273 \Rightarrow 298 = \theta + 273 \Rightarrow \theta = 25^\circ \text{C}$$

$$\text{Mg(OH)}_2 \begin{cases} [\text{OH}^-] = \text{Mn}\alpha = 4 \times 10^{-3} \times 2 \times 1 = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \\ \text{pOH} = -\log[\text{OH}^-] = -\log(8 \times 10^{-3}) = 3 - \log 8 \\ = 3 - \log 2^3 = 3 - 3(\log 2) = 3 - (3 \times 0.3) = 2.1 \\ \text{pH} + \text{pOH} = 14 \Rightarrow \text{pH} + 2.1 = 14 \Rightarrow \text{pH} = 11.9 \end{cases}$$

$$\text{HA} \begin{cases} \alpha = 1/5 \times 10^{-2} = \frac{1}{5} \times 10^{-2} \\ [\text{H}^+] = \text{Mn}\alpha = 2 \times 10^{-2} \times 1 \times \frac{1}{5} \times 10^{-2} \\ = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \\ \text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(4 \times 10^{-4}) = 4 - \log 4 = 4 - 0.6 = 3.4 \end{cases}$$



(هانی سوری)

۱۰۹- گزینه «۲»

محلول HA طبق  $[HA] = M \cdot V$  شامل ۲ مول HA است.  
حجم محلول نهایی ۲ لیتر خواهد بود.

طبق  $\alpha = \frac{[H^+]}{M}$  مقدار  $[H^+]$  در محلول HA برابر است با:

$$[H^+] = M \cdot \alpha$$

مقدار مول  $H^+$  محلول نهایی برابر است با:  $(M \cdot \alpha) + 0/1$

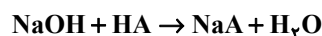
$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow 0/3 = -\log[H^+]$$

$$[H^+] = 10^{-0/3} = 10^{-1} \times 10^{-7} = 0/5$$

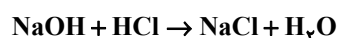
یک مول  $H^+$   $\Rightarrow 0/5 \times 2 = H^+$  تعداد مول  $H^+$

$$\Rightarrow 1 = M \cdot \alpha + 0/1 \Rightarrow 2 \times \alpha = 0/9 \Rightarrow \alpha = 0/45$$

$$\Rightarrow 45\% = \text{درصد یونش}$$



$$2 \text{ mol HA} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 80 \text{ g NaOH}$$



$$0/1 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 4 \text{ g NaOH}$$

پس  $80 + 4 = 84$  گرم NaOH نیاز است.

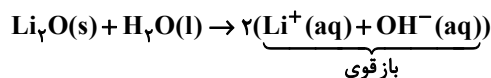
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴ تا ۳۲)

(ممد عظیمیان زواره)

۱۱۰- گزینه «۲»

بررسی موارد:

(آ درست)



(ب) نادرست؛ در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر شیرۀ معده تولید

می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم آن حدود  $0/3 \text{ mol.L}^{-1}$  می‌باشد.

(پ) درست؛ در شیشه پاک‌کن آمونیاک و در لوله بازکن سدیم هیدروکسید وجود دارد.

(ت) نادرست

$$M = \frac{0/2 \text{ mol}}{0/1 \text{ L}} = 0/2$$

$$[H_3O^+] = M = 2 \times 10^{-1} \Rightarrow pH = 0/7$$

(ث) درست

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۱)

$$pH \text{ دو محلول} = 11/9 - 3/5 = 8/4$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۰۷- گزینه «۲»

(هانی سوری)

فقط مورد دوم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: همه بازها خورنده نیستند. بازهای قوی خورنده هستند.

مورد دوم: هر چه در شرایط یکسان pH محلول یک باز بیشتر باشد آن باز قوی‌تر است.

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH}$$

$$\frac{[H^+]_1}{[H^+]_2} = \frac{10^{-pH_1}}{10^{-pH_2}} = \frac{10^{-13/4}}{10^{-10/7}} = 10^{-2/7}$$

$$[H^+]_1 = 10^{-2/7} [H^+]_2 = 10^{-3} \times 2 [H^+]_2$$

نسبت غلظت هیدرونیوم‌های ۲ محلول عکس نسبت غلظت هیدروکسیدهای آنها می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{[H^+]_1}{[H^+]_2} = \frac{[OH^-]_2}{[OH^-]_1} \Rightarrow \frac{[OH^-]_1}{[OH^-]_2} = \frac{1000}{2} = 500$$

مورد سوم و چهارم: pH محلول‌ها به قدرت آنها بستگی ندارد بلکه به غلظت  $[H^+]$  آنها بستگی دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۱۰۸- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

بررسی همه موارد:

(الف درست)

$$[OH^-] = \frac{2 \times 10^{-4} \text{ mol}}{0/8 \text{ L}} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pOH = 4 - \log 5 = 4 - 0/7 = 3/3$$

$$\Rightarrow pH = 14 - 3/3 = 10/7$$

(ب) نادرست؛ با توجه به شکل درمی‌یابیم که در ابتدا ۱۰ ذره  $NH_3$  وجود داشته که ۲ ذره آن یونیده شده است.

$$\alpha = \frac{2}{10} \times 100 = 20\%$$

(پ) نادرست؛ لوله بازکن محلول NaOH در آب است.

(ت) درست

$$K_b = \frac{[OH^-]^2}{[NH_3]} = \frac{5 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 1/25 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)



## شیمی ۱

## ۱۱۱- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست؛ با این که با افزایش ارتفاع، فشار کاهش می‌یابد اما شیب تغییرات آن ثابت نیست.

عبارت دوم: درست؛ با افزایش ارتفاع، غلظت گازها در هواکره کاهش می‌یابد اما درصد حجمی آن‌ها ثابت است.

عبارت سوم: درست؛ در لایه‌های اول و سوم هواکره، با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد. عبارت چهارم: نادرست؛ در ارتفاعات بسیار بالا، گونه‌های خنثی و مثبت یافت می‌شود.

عبارت پنجم: نادرست؛ حدود ۷۵ درصد جرم هواکره را تروپوسفر تشکیل می‌دهد. (شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

## ۱۱۲- گزینه «۳»

(محمدرضا پورماویر)

تنها مورد نادرست، مورد سوم است. نام  $N_2O$  دی‌نیتروژن مونواکسید است که در نوشتن آن از دو پیشوند استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

## ۱۱۳- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» می‌توانند جمله را به درستی تکمیل کنند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف)  $Fe_2O_3 \Rightarrow \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{3}{2}$  ،  $Li_2S \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{2}{1}$

(ب)  $Cu_2O \Rightarrow \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{1}{2}$  ،  $MgBr_2 \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{1}{2}$

(پ)  $BaS \Rightarrow \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{1}{1}$  ،  $CuCl \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{1}{1}$

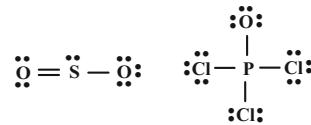
(ت)  $CrF_3 \Rightarrow \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{3}{1}$  ،  $Na_3N \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{3}{1}$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

## ۱۱۴- گزینه «۳»

(محمدرضا پورماویر)

ساختار لوویس گونه‌های داده شده در گزینه «۳» به شکل زیر است:



بنابراین تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در  $POCl_3$  و  $HCN$  با هم برابر بوده و  $SO_2$  و  $NO_2$  نیز تعداد پیوندهای اشتراکی یکسانی دارند. توجه داشته باشید که  $NO_2$  دارای یک الکترون ناپیوندی تنها است و روی اتم‌های اکسیژن دارای جفت الکترون ناپیوندی است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

## ۱۱۵- گزینه «۲»

(سیدریحیم هاشمی‌دهکردی)

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: کاتیون  $Cr^{3+}$  در ترکیب  $CrCl_3$  با اکسیژن، اکسیدی با فرمول  $Cr_2O_3$  تشکیل می‌دهد.

مورد سوم:  $PCl_3$  را فسفر تری کلرید و  $N_2O_3$  را دی‌نیتروژن تری‌اکسید می‌نامند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

## ۱۱۶- گزینه «۳»

(نورا نوروزی)

بررسی موارد:

(الف)  $HNO_3$  :  $\text{H--}\ddot{\text{O}}\text{--}\text{N}(\ddot{\text{O}})=\ddot{\text{O}}$  : تعداد الکترون ناپیوندی = ۱۴

$C_2N_2$  :  $C\equiv N\equiv C$  : تعداد جفت الکترون پیوندی = ۷ جفت  
نسبت مدنظر  $= 2 = \frac{14}{7}$  (نادرست)

(ب)  $HClO_4$  :  $\text{H--}\ddot{\text{O}}\text{--}\text{Cl}(\ddot{\text{O}})=\ddot{\text{O}}$  : تعداد الکترون ناپیوندی = ۲۲

$N_2O$  :  $N\equiv N-\ddot{\text{O}}$  : تعداد جفت الکترون پیوندی = ۴ جفت  
نسبت مدنظر  $= \frac{11}{4} = \frac{22}{8}$  (درست)

(پ)  $NO_2Cl$  :  $\text{:}\ddot{\text{O}}\text{=}\ddot{\text{N}}(\ddot{\text{O}})\text{--}\ddot{\text{Cl}}$  : تعداد الکترون ناپیوندی = ۱۶

$COCl_2$  :  $\text{:}\ddot{\text{O}}\text{=}\text{C}(\ddot{\text{Cl}})_2$  : تعداد جفت الکترون پیوندی: ۴

نسبت مدنظر  $= 4 = \frac{16}{4}$  (نادرست)

(ت)  $SO_2Cl_2$  :  $\text{:}\ddot{\text{O}}\text{=}\text{S}(\ddot{\text{O}})(\ddot{\text{Cl}})_2$  : تعداد الکترون ناپیوندی = ۲۴



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست

مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها در واکنش (III): ۳۵

مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها در واکنش (IV): ۸

مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (III): ۴۳

مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (IV): ۸

نسبت مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها به فراورده‌ها:

$$\text{در واکنش III: } \frac{۳۵}{۴۳} \quad \text{در واکنش IV: } \frac{۸}{۸} = ۱$$

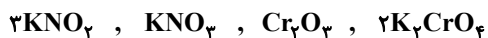
این نسبت در واکنش (III)، کمتر از ۱ می‌باشد.

گزینه «۲»: نادرست؛ مواد دارای عنصر فلزی در واکنش (II):



← مجموع ضرایب = ۶

مواد دارای عنصر فلزی در واکنش (I):



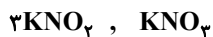
← مجموع ضرایب = ۷

این عدد در واکنش (I) از (II)، بیشتر است.

گزینه «۳»: درست؛ مجموع ضرایب کل مواد در واکنش (II)، ۴۰ بوده و

مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (III)، ۴۳ می‌باشد.

گزینه «۴»: نادرست؛ واکنش دهنده‌های واجد پتاسیم در واکنش (I):



و در واکنش (IV):  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7, ۴\text{KCl}$

مجموع ضرایب واکنش دهنده‌های موردنظر در واکنش (I)، ۴ و در واکنش

(IV) برابر ۵ می‌باشد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

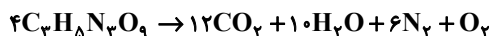
(روزبه رضوانی)

۱۲۰- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:  $\text{:C} \equiv \text{O:}$  و  $\text{:N} \equiv \text{N:}$

گزینه «۲»:



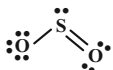
گزینه «۳»: با افزایش کربن دی‌اکسید در آب و اسیدی شدن محیط،

مرجان‌ها و گروهی از کیسه‌تنان که دارای اسکلت آهکی هستند از بین

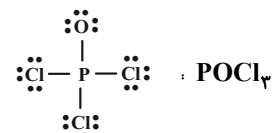
می‌روند.

گزینه «۴»: نسبت شمار کاتیون به آنیون در  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  برابر با  $\frac{۲}{۳}$  و نسبت

شمار جفت الکترون اشتراکی به ناپیوندی در  $\text{SO}_2$  برابر  $\frac{۳}{۶}$  است.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۳، ۵۴ و ۵۹، ۶۲ تا ۶۴)



تعداد جفت الکترون پیوندی = ۴

$$\text{نسبت مد نظر} = ۶ = \frac{۲۴}{۴} \quad (\text{درست})$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۱۷- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

شکل درست گزینه «۴»:

میل ترکیبی همگلوبین با کربن مونوکسید بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر

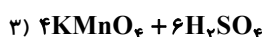
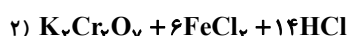
اکسیژن است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۲، ۵۷ و ۵۸)

۱۱۸- گزینه «۱»

(مهمدرشا پورجوید)

واکنش‌های موازنه شده عبارتند از:



با توجه به این که نسبت مجموع ضرایب مولی واکنش دهنده‌ها به فراورده‌ها

در آن‌ها به ترتیب برابر با  $\frac{۱۱}{۹}$  و  $\frac{۱۰}{۱۷}$ ،  $\frac{۲۱}{۱۷}$ ،  $\frac{۵}{۳}$  است، این نسبت در

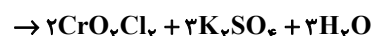
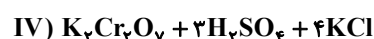
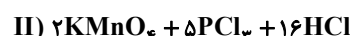
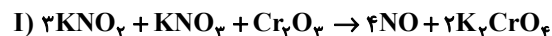
واکنش اول بیشتر از بقیه خواهد بود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۱۹- گزینه «۳»

(نازنین صریقی)

واکنش‌های مورد نظر به شکل زیر، موازنه می‌شوند:





## شیمی ۲

## ۱۲۱- گزینه «۳»

(پیمان فواوی میسر)

عبارت‌های اول، دوم و چهارم صحیح است.

\* ظرفیت گرمایی به جرم بستگی دارد، پس ظرفیت گرمایی آب در ظرف B بیشتر از ظرف A است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)

## ۱۲۲- گزینه «۱»

(کارو ممدری)

فقط عبارت دوم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اگر طی فرایند  $B \rightarrow C$  هر دو تغییرات دما و محتوای انرژی شیمیایی رخ دهد، با توجه به نمودار حالت C پایین‌تر و پایداری آن بالاتر خواهد بود.عبارت دوم: پس از خوردن بستنی، فرایند هم‌دما شدن آن با بدن رخ می‌دهد ( $A \rightarrow B$ ) سپس فرایند آزاد شدن انرژی پتانسیل شیمیایی آن صورت می‌گیرد ( $B \rightarrow C$ ). دقت کنید تغییرات انرژی هم‌دما شدن بستنی با بدن، بسیار کمتر از فرایند تبدیل آن به فراورده‌های دیگر و آزاد شدن انرژی شیمیایی آن است. بنابراین تفاوت سطح انرژی A با C، بسیار بیشتر از A با B خواهد بود.عبارت سوم: با توجه به بالاتر بودن A از C، علامت  $\Delta\theta$  در فرایند  $C \rightarrow A$  مثبت خواهد بود.عبارت چهارم: محتوای انرژی هیدرازین، از عناصر سازنده خود (نیتروژن و هیدروژن) بیشتر است و محتوای انرژی آمونیاک از  $N_2$  و  $H_2$  کمتر است. (شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸، ۵۹ و ۶۳ تا ۶۵ و ۷۲ تا ۷۵)

## ۱۲۳- گزینه «۱»

(علی افیمی‌نیا)

در ابتدای آغاز فرایند، واکنش دوم آغاز نمی‌شود، بعد از گذشت مدتی با تولید اکسیژن توسط واکنش اول، واکنش دوم شروع می‌شود. به خاطر اتمام اکسیژن در سامانه متوجه می‌شویم که مقدار  $O_2$  تولیدی از واکنش اول تماماً در واکنش دوم مصرف شده است. فرض کنیم X مول  $O_2$  از واکنش اول تولید شده باشد، در این صورت X مول  $O_2$  در واکنش ۲ مصرف شده است. مجموع گرمای آزاد شده برابر است با جمع گرمای آزاد شده تک‌تک واکنش‌ها.

$$x \text{ mol } O_2 \times \frac{196 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } O_2} = 196x \text{ kJ} \quad \text{واکنش اول:}$$

$$x \text{ mol } O_2 \times \frac{286 \text{ kJ}}{\frac{1}{2} \text{ mol } O_2} = 572x \text{ kJ} \quad \text{واکنش دوم:}$$

مجموع گرمای آزاد شده:

$$196x + 572x = 460/8 \Rightarrow 768x \text{ kJ} = 460/8 \text{ kJ} \Rightarrow x = 0/6$$

مجموع آب تولید شده = آب تولیدی واکنش اول + آب تولید شده واکنش دوم: واکنش اول:

$$x \text{ mol } O_2 \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$= 36x \text{ g } H_2O \quad x = 0/6 \quad 21/6 \text{ g } H_2O$$

واکنش دوم:

$$x \text{ mol } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{\frac{1}{2} \text{ mol } O_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$= 36x \text{ g } H_2O \quad x = 0/6 \quad 21/6 \text{ g } H_2O$$

$$43/2 \text{ g } H_2O \Rightarrow 21/6 + 21/6 = 43/2 \text{ g } H_2O$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

## ۱۲۴- گزینه «۳»

(ممد رضا پورفاویر)

گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای محلول آبی داده شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 188 \text{ g} \times 4/0 \times \frac{J}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 25^\circ\text{C} = 18800 \text{ J}$$

از طرفی گرمای واکنش تجزیه هیدرازین نیز عبارت است از:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوند} \right] - \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوند} \right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[ \text{فراورده‌ها} \right] - \left[ \text{واکنش‌دهنده‌ها} \right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_{(N-N)} + 4\Delta H_{(N-H)} - \Delta H_{(N \equiv N)} - 2\Delta H_{(H-H)}$$

$$= 159 + 4(391) - 945 - 2(436) = -94 \text{ kJ} = -94000 \text{ J}$$

بنابراین جرم هیدرازین مورد نیاز برای فراهم کردن ۱۸۸۰۰ ژول گرمای مورد نیاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$18800 \text{ J} \times \frac{1 \text{ mol } N_2H_4}{94000 \text{ J}} \times \frac{32 \text{ g } N_2H_4}{1 \text{ mol } N_2H_4} = 6/4 \text{ g } N_2H_4$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷، ۵۸ و ۶۵ تا ۶۸)

## ۱۲۵- گزینه «۴»

(ممد عظیمیان‌زواره)

ترکیب‌های (I)، (II) و (III) به ترتیب در بادام، گشنیز و دارچین یافت می‌شوند.

بررسی گزینه «۲»: در نفتالن نیز ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

## ۱۲۶- گزینه «۲»

(علی رفیعی)

به ترکیب‌هایی که دارای فرمول مولکولی یکسان اما دارای ساختار متفاوت هستند، ایزومر (همپار) گفته می‌شود.

فرمول مولکولی ترکیب‌ها:

ا) $C_{10}H_{18}O$	ب) $C_9H_{16}O$
پ) $C_9H_{18}O$	ت) $C_{10}H_{18}O$
ث) $C_{10}H_{16}O$	

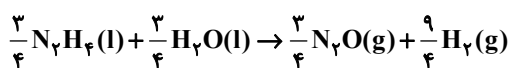
ترکیبات (آ) و (ت) با یکدیگر ایزومر هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه ۷۰)

## ۱۲۷- گزینه «۳»

(ممد رضا پورفاویر)

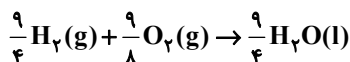
ترکیب داده شده با ساختار زیر دارای یک گروه عاملی کتونی، یک گروه عاملی اتری، دو گروه عاملی هیدروکسیل و یک گروه عاملی آلدهیدی است.



$$\Delta H = -\frac{3}{4} \times (-317) \text{KJ}$$

در واکنش سوم  $\frac{9}{4} \text{H}_2$  داریم در حالی که واکنش اصلی  $\text{H}_2$  ندارد بنابراین

کافی است واکنش چهارم را در  $\frac{9}{4}$  ضرب کنیم:



$$\Delta H = \frac{9}{4} \times (-286) \text{KJ}$$

بنابراین:

$$\Delta H = \left(-\frac{1010}{4}\right) + \left(+\frac{143}{4}\right) + \left(\frac{3 \times 317}{4}\right) + \left(\frac{9 \times -286}{4}\right) = -622 / 4 \text{KJ}$$

حال گرمای آزاد شده به ازای تولید  $3/6$  گرم آب را به دست می آوریم:

$$? \text{ kJ} = 3 / 6 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{-622 / 4 \text{ kJ}}{2 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

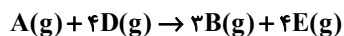
$$= -62 / 25 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۷۰ تا ۷۵)

(کارو مضموری)

۱۳۰- گزینه «۱»

اجزای واکنش (II) را در ۲ ضرب کرده، (III) را معکوس می کنیم  
واکنش (I) را بدون تغییر باقی می گذاریم. با جمع کردن این واکنش ها  
می توان به واکنش مورد نظر سؤال رسید.

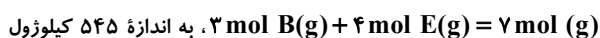


$$\Delta H = \Delta H_1 + 2\Delta H_2 - \Delta H_3 = 542 + 2(-98) - 891$$

$$= -545 \text{ kJ}$$

با توجه به علامت  $\Delta H$  به دست آمده، می توان گفت که واکنش گرماده  
بوده و لذا در آن انرژی آزاد می شود (رد گزینه های «۲» و «۳»)

در این واکنش، به ازای تولید

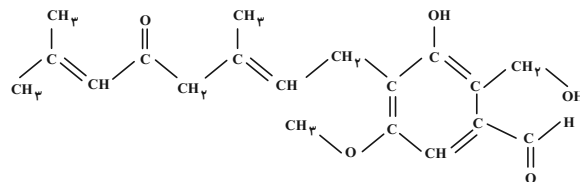


گرمای آزاد می شود.

$$? \text{ mol گاز} = 43 / 6 \text{ kJ} \times \frac{7 \text{ mol گاز}}{545 \text{ kJ}} = 0 / 56 \text{ mol گاز}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۷۲ تا ۷۵)

از طرفی دارچین دارای گروه عاملی آلدهیدی است که در این ترکیب وجود دارد.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۶۸ تا ۷۰)

۱۲۸- گزینه «۴»

(ممنوع عظیمیان/زواره)



بنابراین آنتالپی سوختن اتین برابر  $-1300 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  می باشد.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\Delta H|}{\text{جرم مولی}} = \frac{1300}{26} = 50 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$$

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) درست

$$c = \frac{Q}{m\Delta\theta} = \frac{64}{20 \times 25} \Rightarrow c = 0 / 128 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} < 0 / 2$$

(۲) درست: گروه عاملی الکی، گروه  $-\text{OH}$  می باشد. این ترکیب به دلیل داشتن پیوند دوگانه کربن-کربن با برم مایع واکنش داده و رنگ قرمز آن را از بین می برد.

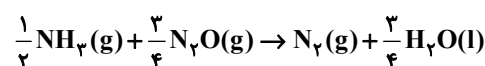
(۳) درست

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۵۷، ۵۸، ۶۸ تا ۷۱)

۱۲۹- گزینه «۳»

(روح اله علیزاده)

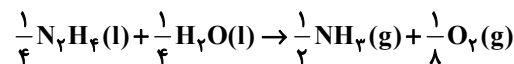
در واکنش مورد نظر  $\text{N}_2(\text{g})$  با ضریب یک در سمت فراورده ها قرار دارد  
بنابراین واکنش اول را باید در  $\frac{1}{4}$  ضرب کنیم:



$$\Delta H = \frac{1}{4} \times (-1010) = \frac{-1010}{4} \text{ KJ}$$

در واکنش بالا  $\frac{1}{4} \text{NH}_3$  در بین واکنش دهنده ها داریم در حالی که در

واکنش اصلی  $\text{NH}_3$  نداریم. بنابراین واکنش دوم را عکس نموده و در  $\frac{1}{4}$  ضرب می کنیم:



$$\Delta H = - \times (-143) \times \frac{1}{4} = \frac{143}{4} \text{ KJ}$$

تا اینجا اگر این دو واکنش را جمع کنیم  $\frac{3}{4} \text{N}_2\text{O}$  در سمت واکنش دهنده  
خواهیم داشت در حالی که در واکنش اصلی  $\text{N}_2\text{O}$  نداریم بنابراین واکنش

سوم را وارون کرده و در  $\frac{3}{4}$  ضرب می نماییم: