



آزمون ۱۷ آذر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	امیر محمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-عادل حسینی-افشین خاصه خان-طاها دادستانی-فرشاد صدیقی فر-کامیار علییون
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-افشین خاصه خان-محمد خندان-سوگند روشنی-مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-رضا توکلی-فرزاد جوادی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-مریم مرسلی-مهرداد ملوندی
فیزیک	کامران ابراهیمی-عبدالرضا امینی نسب-امیر حسین برادران-علیرضا جباری-محمد راست پیمان-دانیال راستی-سیدمحمد رضا روحانی
شیمی	محمدجواد سورچی-محمد رضا شریفی-شیراز شیری-امیراحمد میرسعید-محمد نهاوندی مقدم
	هدی بهاری پور-محمد رضا پورجاوید-احمد رضا جعفری نژاد-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی مجد-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی
	علیرضا کیانی دوست-رضا مسکن-شهرزاد معرفت ایزدی-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علیرضا ندافزاده	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	امیر حسین برادران	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	مهدی شریفی زهره آقامحمدی دانیال راستی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی امیررضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش سهیل تقی زاده	پارسا نوروزی منش مهید خالئی	پارسا نوروزی منش مهید خالئی	معین یوسفی نیا حسین بصیر	علی رضایی امیررضا واشقانی ماهان زواری احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین برادران	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

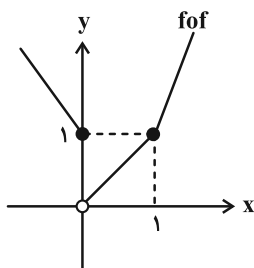
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



پس داریم:

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} -2x+1 & ; x \leq 0 \\ x & ; 0 < x < 1 \\ 4x-3 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

پس تابع $f \circ f$ روی بازه $(-\infty, 0]$ اکیداً نزولی و روی بازه $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی است. این یعنی وضعیت یکنوایی توابع f و $f \circ f$ روی بازه $(0, 1)$ مخالف یکدیگر است.



(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(شاهین پروازی)

گزینه «۳» -۵

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 + (1 - \cos^2 ax) - \sin^2 ax = 1 + \sin^2 ax - \sin^2 ax \\ &= 1 + \sin^2 ax(1 - \sin^2 ax) = 1 + \sin^2 ax \cos^2 ax \\ &= 1 + \frac{1}{4} \sin^2 2ax = 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{1 - \cos 4ax}{2} \right) \\ \Rightarrow f(x) &= \frac{9}{8} - \frac{1}{8} \cos 4ax \end{aligned}$$

با توجه به شکل $\frac{3}{2}$ برابر دوره تناوب، $\frac{3}{4}$ شده است. پس دوره تناوب برابر

$$T = \frac{2\pi}{|4a|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = \pi \quad \frac{1}{2} \text{ است}$$

از طرفی مقدار ماکزیمم تابع هم برابر $\frac{5}{4}$ است. $b = \frac{9}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{4}$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9 - \cos 4\pi x}{8}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{b}{2}\right) = f\left(\frac{5}{16}\right) = \frac{9 - \cos \frac{5\pi}{4}}{8} = \frac{9 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{8} = \frac{17}{16}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(عادل مسینی)

گزینه «۲» -۶

مقدار ماکزیمم تابع برابر $\frac{5}{6}$ است.

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + 2|a| = \frac{1}{3} + 2a = \frac{5}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{6}$$

نصف دوره تناوب هم برابر ۱ شده است:

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{4|b|\pi} = \frac{1}{2b} = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

حسابان ۲

گزینه «۴» -۱

(ظاهر «دستانی»)

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x+2)$ بر $x-3$ برابر $p(5)$ است، پس $p(5) = 0$ است. در نتیجه چندجمله‌ای $p(1-2x)$ بر عبارتی بخش پذیر است که ریشه آن همان جواب معادله $1-2x_0 = 5$ یعنی $x_0 = -2$ باشد، پس $p(1-2x)$ قطعاً بر $x+2$ بخش پذیر است. (مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه «۲» -۲

(علیرضا نراف‌زاده)

ضابطه تابع جدید $y = \sqrt[3]{3x+1} + k$ است که اکیداً صعودی است، پس وارون خود را فقط روی خط $y = x$ قطع می‌کند، این یعنی نقطه تقاطع $(-3, -3)$ است:

$$\Rightarrow -3 = \sqrt[3]{3(-3)+1} + k \Rightarrow -3 = -2 + k \Rightarrow k = -1$$

پس ضابطه تابع جدید $y = \sqrt[3]{3x+1} - 1$ است. نمودار این تابع را سه واحد به راست می‌بریم و سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم:

$$y = \sqrt[3]{3x+1} - 1 \xrightarrow[x \rightarrow (x-3)]{\text{انتقال به راست}} y = \sqrt[3]{3x-8} - 1$$

$$\xrightarrow[x \rightarrow (-x)]{\text{قرینه نسبت به محور } y} y_{\text{نهایی}} = \sqrt[3]{-3x-8} - 1$$

$$= -(\sqrt[3]{3x+8} + 1)$$

به ازای $x = -\frac{7}{3}$ ، مقدار این تابع برابر ۲ می‌شود.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۳» -۳

(افشین فاضل‌نژاد)

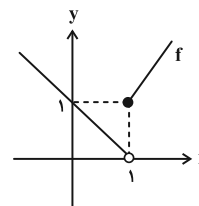
مطابق شکل بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع f روی آن صعودی است، بازه $[-5, 0]$ است که طول آن برابر $a = 5$ است. همچنین بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع روی آن نزولی است، بازه $[-3, 5]$ است که طول آن برابر $b = 8$ است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۳» -۴

(شاهین پروازی)

تابع f روی بازه $(-\infty, 1)$ اکیداً نزولی و روی بازه $(1, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

و ضابطه تابع $f \circ f$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$f(f(x)) = \begin{cases} 1-f(x) & ; f(x) < 1 \Rightarrow 0 < x < 1 \\ 2f(x)-1 & ; f(x) \geq 1 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - (0, 1) \end{cases}$$



که باید برابر a باشد:

$$\begin{aligned} 4a^3 + 2a &= a \Rightarrow 4a^3 + 3a^2 + a = 4a^3 + 2a \\ 4a^3 + 3a^2 + 1 & \\ \Rightarrow 4a^3 - a^2 - a &= 0 \xrightarrow{a \neq 0} 4a^2 - a^2 - 1 = 0 \\ \Rightarrow a^2 &= \frac{1 + \sqrt{17}}{3} \xrightarrow{a > 0} a = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{17}}{3}} \end{aligned}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۳۲)

(جوابش نیکنام)

۹- گزینه «۲»

$\sin x + \cos x$ را متغیر جدید T در نظر می گیریم:

$$\sin x + \cos x = T \Rightarrow \sin 2x = T^2 - 1$$

پس معادله با تغییر متغیر به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{T}{T+2} &= \frac{2}{T^2-4} + 1 \\ \Rightarrow 1 - \frac{2}{T+2} &= \frac{2}{T^2-4} + 1 \Rightarrow T^2 - 4 = -(T+2) \\ \Rightarrow T^2 + T - 2 &= (T+2)(T-1) = 0 \\ T = -2 &\text{ امکان پذیر نیست، پس } T = 1 \text{ است.} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب های بازه $[0, 2\pi]$ عبارت اند از صفر، $\frac{\pi}{2}$ ، π ، $\frac{3\pi}{2}$ و 2π که در

این بین π و $\frac{3\pi}{2}$ در معادله صدق نمی کنند.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۳۵ تا ۳۴)

(عادل حسینی)

۱۰- گزینه «۲»

طرفین تساوی را در $\cos x \cos 2x$ ضرب می کنیم:

$$\cos x \cos 2x (\tan 2x + 1) - \frac{\tan x \cos x \cos 2x (\tan 2x - 1)}{\sin x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos x (\sin 2x + \cos 2x) - \sin x (\sin 2x - \cos 2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 2x \cos x + \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x + \sin x \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(2x + x) + \cos(2x + x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

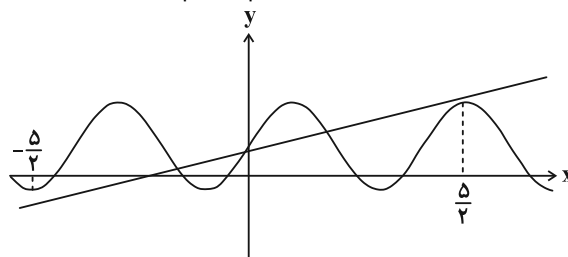
$$\Rightarrow \sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2} \sin(3x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(3x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{12} \\ \Rightarrow x = \frac{24k - 1}{36} \pi \\ 3x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{7\pi}{12} \\ \Rightarrow x = \frac{24k + 7}{36} \pi \end{cases}$$

حال برای پیدا کردن نقاط تلاقی، نمودار تابع f و خط $y = \frac{x+1}{4}$ را با

دقت بیشتری در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم:



پس تعداد نقاط تلاقی برابر ۳ است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

(افشین فاضل‌نژاد)

۷- گزینه «۴»

با توجه به این که نمودار از نقطه $(2, 0)$ عبور می کند، $c = 2$ است. از

$$\text{طرفی } T = 2\pi \text{ است، پس داریم: } \frac{\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

تابع f روی هر بازه از دامنه اش اکیداً صعودی است، پس a و b هم علامت اند.

نقطه $(\frac{\pi}{2}, 4)$ روی نمودار واقع است در نتیجه با فرض این که $b > 0$ داریم:

$$4 = a \tan \frac{\pi}{4} + 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a + b + c = \frac{9}{2} = 4.5$$

اگر $b < 0$ باشد، داریم:

$$4 = -a + 2 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow a + b + c = -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۲۹ تا ۳۴)

(عادل حسینی)

۸- گزینه «۱»

با توجه به شکل $\tan 2\theta = a$ است و از روی

$\tan \theta$ ، $\tan 3\theta = \tan(2\theta + \theta) = 2a$ را حساب می کنیم:

$$\tan 3\theta = \frac{\tan 2\theta + \tan \theta}{1 - \tan 2\theta \tan \theta} = \frac{a + \tan \theta}{1 - a \tan \theta} = 2a$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{a}{2a^2 + 1}$$

حال از اتحاد $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ استفاده می کنیم و $\tan 2\theta$ را

حساب می کنیم:

$$\tan 2\theta = \frac{2(\frac{a}{2a^2 + 1})}{1 - (\frac{a}{2a^2 + 1})^2} = \frac{4a^3 + 2a}{4a^4 + 3a^2 + 1}$$



(کامیار علیون)

۱۴- گزینه «۴»

از اتحادهای $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ و $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$ استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 + 2\cos^2 x - 1 - \sin x}{1 - \sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2(1 - \sin^2 x) - \sin x + 1}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-2\sin^2 x - \sin x + 3}{1 - \sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(2\sin x + 3)(\sin x - 1)}{(\sin x + 1)(\sin x - 1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2\sin x + 3}{\sin x + 1} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۴۳)

(عادل حسینی)

۱۵- گزینه «۳»

حد راست تابع در $x = 1$ برابر $a + b$ است. حد چپ نیز باید برابر همین مقدار شود:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax^2 - x - 2}{2x - 2} \\ \text{حد مخرج در عبارت بالا صفر است، برای این که حاصل حد مقدار حقیقی} \\ a + b &\text{ شود، لازم است حد صورت نیز برابر صفر شود:} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a - 1 - 2 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(3x + 2)(x - 1)}{2(x - 1)} = \frac{5}{2}$$

پس حد راست هم برابر $\frac{5}{2}$ است.

$$\xrightarrow{a=3} 3 + b = \frac{5}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

پس ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - x - 2}{2x - 2} & ; x < 1 \\ 3 - \frac{x}{2} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(b) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(کامیار علیون)

۱۶- گزینه «۴»

اگر $a = 0$ باشد، تابع $f(x) = -[x]$ در بازه داده شده فقط در $x = 1$ ناپیوسته است.

اما اگر $a \neq 0$ باشد، نقاط کاندیدا برای ناپیوستگی $x = 1$ و $x = \frac{1}{2}$ هستند، زیرا در این نقاط عبارت‌های داخل براکت مقداری صحیح به خود می‌گیرند. حال در $x = \frac{1}{2}$ چون تابع $y = a[2x]$ ناپیوسته است و از آنجا که مجموع یک تابع ناپیوسته با هر تابع پیوسته دیگری نمی‌تواند پیوسته شود، نتیجه می‌گیریم تنها نقطه ناپیوستگی تابع همین $x = \frac{1}{2}$ است و تابع f در $x = 1$ باید پیوسته باشد. پس داریم:

جواب‌های بازه $(0, \pi)$ عبارتند از $\frac{23\pi}{36}$ ، $\frac{7\pi}{36}$ و $\frac{31\pi}{36}$ که مجموع آن‌ها برابر $\frac{61\pi}{36}$ است.

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۱- گزینه «۲»

(فرشار صدیقی‌فر)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 6$$

اما نمودار تابع f از مقادیر کمتر از ۶ به آن نزدیک می‌شود، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (g \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow 6^-} g(x)$$

که ضابطه تابع g به صورت $g(x) = -2x + 6$ است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 6^-} g(x) = -6$$

که چون تابع g اکیداً نزولی است، تابع از مقادیر بیشتر به ۶- نزدیک می‌شود، در نهایت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [(g \circ f)(x)] = [(-6)^+] = -6$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۱۲- گزینه «۱»

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

با حد صفر صفرم مواجه هستیم.

روش اول: $x = 1$ ریشه مرتبه ۳ صورت اما ریشه ساده مخرج است. پس حاصل حد صفر است.
روش دوم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{\sqrt{x}} \sqrt{\sqrt{x} - 1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} 3\sqrt{\sqrt{x} - 1} = 0$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۳- گزینه «۱»

(فرشار صدیقی‌فر)

با حد مبهم صفر صفرم مواجه هستیم و برای رفع ابهام، از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sqrt[3]{x+1} - 1) - x}{x^2} \times \frac{1 + \sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{(x+1)^2}}{1 + \sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{(x+1)^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{((x+1) - 1) - x(3)}{x^2(3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2x}{3x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2}{3x} = -\infty \end{aligned}$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴ و

مسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)



$$\lim_{x \rightarrow (\frac{2\pi}{4})^+} f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در پی نوابت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

(امیرمشمیر باقری نصرآبادی)

۱۹- گزینه «۳»

نمودار تابع دو مجانب قائم $x = -2$ و $x = m > 0$ را دارد که با توجه به

نمودار مشخص است که $x = -2$ ریشه ساده عبارت مخرج و $x = m$

ریشه مضاعف آن است، پس داریم:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x+2)(x-m)^2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x}{(x+2)(x-m)^2}$$

تساوی $f(2) = \frac{1}{4}$ را نیز برقرار می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4(2-m)^2} \Rightarrow (2-m)^2 = 1 \Rightarrow 2-m = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ \text{یا} \\ m = 3 \end{cases}$$

پس ضابطه‌های تابع f می‌توانند $f(x) = \frac{x}{(x+2)(x-1)^2}$ یا

$$f(x) = \frac{x}{(x+2)(x-3)^2}$$
 باشد که مقدار $f(-1)$ می‌تواند $-\frac{1}{4}$ یا

$$-\frac{1}{16}$$
 باشد.

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در پی نوابت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

(امیرمشمیر باقری نصرآبادی)

۲۰- گزینه «۴»

واضح است که اگر $a = 5$ باشد، تابع ثابت f با دامنه $\mathbb{R} - \{1, 4\}$

مجانِب قائم نخواهد داشت. اما اگر $a \neq 5$ باشد، لازم است که عبارت

مخرج ریشه نداشته باشد:

$$\Rightarrow \Delta_{\text{مخرج}} = a^2 - 16 < 0 \Rightarrow -4 < a < 4$$

پس مجموعه مقادیر قابل قبول برای a ، $\{5\} \cup (-4, 4)$ است که این

مجموعه شامل ۸ عدد صحیح است.

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در پی نوابت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a, \quad f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2a - 1$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی}} a = 2a - 1 \Rightarrow a = 1$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(شاهین پروازی)

۱۷- گزینه «۲»

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - m[2x]}{(x-1)(x-m)}$$

حدهای چپ و راست در $x = 1$ هر دو باید برابر $-\infty$ شود.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - m[2x]}{(x-1)(x-m)} = \frac{1 - 2m}{0^- \times (1-m)} = -\infty$$

$$\Rightarrow \frac{1 - 2m}{1 - m} > 0 \Rightarrow m < \frac{1}{2} \text{ یا } m > 1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - m[2x]}{(x-1)(x-m)} = \frac{1 - 3m}{0^+ \times (1-m)} = -\infty$$

$$\Rightarrow \frac{1 - 3m}{1 - m} < 0 \Rightarrow \frac{1}{3} < m < 1 \quad (2)$$

اشتراک مجموعه‌های (۱) و (۲) بازه $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ است.

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در پی نوابت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

(عادل مسینی)

۱۸- گزینه «۴»

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{\sin(\frac{\pi}{4} - x)}{\cos(\frac{\pi}{4} - x)(\sin x + \cos x)} = \frac{\sin(\frac{\pi}{4} - x)}{\sqrt{2} \cos^2(\frac{\pi}{4} - x)}$$

در همسایگی $x = \frac{\pi}{4}$ ، حد صورت برابر -1 و $\sin(-\frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ است و حد

مخرج هم همواره مقداری مثبت است. پس داریم:



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

ابتدا رابطه ماتریسی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 4x+y & 2x-2y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4xy+y^2+4x^2-4xy \end{bmatrix} = 3 \Rightarrow y^2+4x^2=3$$

از رابطه $y = 2x - 4$ به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = 2x - 4 \Rightarrow y - 2x = -4 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{y^2 + 4x^2 - 4xy}_{= 3} = 16$$

$$\Rightarrow -4xy = 13 \Rightarrow xy = -\frac{13}{4} = -3\frac{1}{4}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۲۲- گزینه «۱»

(مهمم فندان)

می‌دانیم اگر k عددی حقیقی و A یک ماتریس مربعی وارون‌پذیر باشد،آن‌گاه $(KA)^{-1} = \frac{1}{K}A^{-1}$ است، پس داریم:

$$\left(\frac{1}{4}A\right)^{-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}A^{-1} = 4A^{-1}$$

$$\left|\left(\frac{1}{4}A\right)^{-1}\right| = -4 \Rightarrow |4A^{-1}| = -4 \Rightarrow 4^3 |A^{-1}| = -4$$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{|A|} = -\frac{1}{4} \Rightarrow |A| = -4$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۳- گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

از فرض نتیجه می‌گیریم $AB = -BA$ ، بنابراین داریم:

$$|A||B| = |AB| = |-BA| = (-1)^3 |BA| = -|B||A|$$

$$\Rightarrow |A||B| = 0 \Rightarrow |A| = 0 \text{ یا } |B| = 0$$

پس عبارت «الف» درست است.

$$A^T B = A(AB) = A(-BA) = -(AB)A = -(-BA)A = BA^T$$

$$\Rightarrow A^T B - BA^T = \bar{O}$$

بنابراین عبارت «ب» نادرست است.

$$(A+B)^T = A^T + B^T + \underbrace{AB+BA}_{\bar{O}} \Rightarrow |(A+B)^T| = |A^T + B^T|$$

$$\Rightarrow |A+B|^T = |A^T + B^T|$$

پس عبارت «پ» درست است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱ و ۲۷ تا ۳۱)

۲۴- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

از رابطه $A^T = -A$ ، نتیجه می‌گیریم

$$A^9 = (A^3)^3 = (-A)^3 = -A^3 = A$$

$$A^{100} = (A^9)^{11} \times A = A^{11} \times A = A^9 \times A^3$$

$$= A \times (-A) = -A^2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۵- گزینه «۳»

(افشین فاصه‌فان)

ماتریس اسکالر ماتریس مربعی است که درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن همگی صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ c & 5 & a \\ 1 & b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ a & -1 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & n \end{bmatrix}$$

اگر فرض کنیم $AB = C$ ، آنگاه با بررسی درایه‌های c_{12} ، c_{22} و c_{33} داریم:

$$\begin{cases} c_{12} = 0 \Rightarrow a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \\ c_{22} = 0 \Rightarrow b + 1 = 0 \Rightarrow b = -1 \\ c_{33} = 0 \Rightarrow 2c + ab = 0 \Rightarrow 2c - 2 = 0 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$

حال به ازای درایه c_{11} داریم:

$$c_{11} = n \Rightarrow c - a + 2a = n \Rightarrow n = a + c = 2 + 1 = 3$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس AB ، برابر $3n = 9$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷)

۲۶- گزینه «۱»

(امیرسین ایومفیوب)

شرط وجود بی‌شمار جواب برای دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ آن است که

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

$$\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} = \frac{-2n-1}{n+4}$$

$$\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \Rightarrow m(m+5) = 6 \Rightarrow m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$$

اگر $m = 1$ باشد، آنگاه:

$$\frac{1}{3} = \frac{-2n-1}{n+4} \Rightarrow n+4 = -6n-3 \Rightarrow 7n = -7 \Rightarrow n = -1$$

اگر $m = -6$ باشد، آنگاه:



$$\Rightarrow \begin{cases} 11m = 6 \\ 22m + 121n = 1 \Rightarrow 121n = -11 \\ \Rightarrow 11n = -1 \Rightarrow 22n = -2 \end{cases}$$

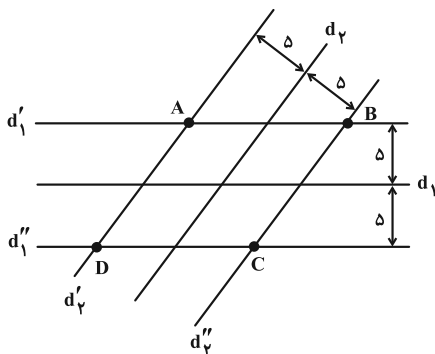
$$11m - 22n = 6 - (-2) = 8$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه های ۲۲ و ۲۳)

(سوکنر روشنی)

۲۹- گزینه «۴»

می دانیم مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط در آن صفحه به فاصله ثابت k باشند، دو خط موازی با آن خط در طرفین آن و به فاصله k از آن هستند، بنابراین مطابق شکل کافی است دو خط d_1' و d_1'' را موازی با d_1 و دو خط d_2' و d_2'' را موازی با d_2 رسم کنیم:



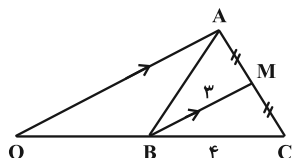
نقاط A, B, C, D ، نقاطی از صفحه هستند که از دو خط d_1 و d_2 به فاصله یکسان δ واقع اند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۳۶ تا ۳۹)

(امیرمسین ابومصوب)

۳۰- گزینه «۲»

فرض کنید مثلث مورد نظر باشد. از رأس A خطی موازی میانه BM رسم می کنیم تا امتداد BC را در نقطه ای مانند O قطع کند. در این صورت طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث OAC داریم:



$$BM \parallel OA \Rightarrow \frac{CM}{CA} = \frac{CB}{CO} = \frac{BM}{OA} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{CO} = \frac{3}{OA}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} CO = 8 \Rightarrow BO = 4 \\ OA = 6 \end{cases}$$

یعنی نقطه O ، نقطه ای ثابت روی امتداد ضلع BC و به فاصله ۴ واحد از B است و فاصله نقطه A از نقطه ثابت O همواره برابر ۶ است، پس نقطه A روی دایره ای به مرکز O و شعاع ۶ قرار دارد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۳۶ تا ۳۹)

$$\frac{-6}{3} = \frac{-2n-1}{n+4} \Rightarrow -2 = \frac{-2n-1}{n+4} \Rightarrow -2n-8 = -2n-1$$

$\Rightarrow -8 = -1$ غیرممکن

بنابراین تنها جواب ممکن $m = 1$ و $n = -1$ بوده و تنها زوج مرتب $(1, -1)$ به دست می آید.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه ۲۶)

۲۷- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 2 \times 1 - (-1) \times 2 = 4$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

رابطه ماتریسی فرض سؤال را از سمت چپ در ماتریس B^{-1} ضرب می کنیم:

$$B^{-1}(BX) = B^{-1}(A - B) \Rightarrow X = B^{-1}A - I$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$X = \text{مجموع درایه های } -6 - \frac{3}{2} + 3 - \frac{1}{2} = -5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه های ۲۲ تا ۳۱)

(سوکنر روشنی)

۲۸- گزینه «۲»

ابتدا وارون ماتریس A را به دست می آوریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1})^2 = \frac{1}{121} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{121} \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

حال طبق فرض داریم:

$$(A^{-1})^2 = mA^{-1} + nI \Rightarrow \frac{1}{121} \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{m}{11} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\times 121} \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} = 11m \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + 121n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44m + 121n & -33m \\ 11m & 22m + 121n \end{bmatrix}$$



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومضوب)

طبق خاصیت تعدی اگر $a|b$ و $b|c$ ، آن گاه $a|c$ ، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a|b \\ a|c \end{array} \right\} \Rightarrow a^2|bc \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\left. \begin{array}{l} a|c \\ b|c \end{array} \right\} \Rightarrow ab|c^2 \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\left. \begin{array}{l} a|b \Rightarrow a^2|b^2 \\ a|c \Rightarrow a^2|c^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2|b^2+c^2 \quad \text{گزینه «۴»}$$

اما رابطه گزینه «۳» لزوماً برقرار نیست. مثلاً اگر $a=5$ ، $b=15$ و

$$c=30 \text{ باشد، آن گاه } 2a=10 \text{ و } b+c=45 \text{ است و } 10 \nmid 45.$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۳۲- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومضوب)

$$a^2+b^2+a^2b^2 \geq a^2b+ab^2+ab \xrightarrow{\times 2}$$

$$2a^2+2b^2+2a^2b^2 \geq 2a^2b+2ab^2+2ab$$

$$\Leftrightarrow (a^2-2ab+b^2)+(a^2b^2-2a^2b+a^2)$$

$$+(a^2b^2-2ab^2+b^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2+(ab-a)^2+(ab-b)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۳- گزینه «۱»

(مهرادر ملوندی)

از $(a, 6) = 3$ نتیجه می‌گیریم که a مضرب ۳ است ولی بر ۲

بخش پذیر نیست، یعنی:

$$a = 3(2k+1) = 6k+3$$

از $(b, 6) = 2$ نتیجه می‌گیریم که b مضرب ۲ است ولی بر ۳

بخش پذیر نیست، یعنی:

$$b = 2(3k'+1) = 6k' \pm 2$$

در نتیجه داریم:

$$2a+b = 12k+6+6k' \pm 2 = \begin{cases} 12k+6k'+8 \\ \text{یا} \\ 12k+6k'+6 \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود عدد $2a+b$ (در هر دو حالت) زوج است و مضرب ۳ نیست، پس ب.م.م آن با عدد $2^2 \times 3 = 12$ ، یکی از اعداد ۲ یا ۴ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۳۴- گزینه «۳»

(مهرادر ملوندی)

مطابق فرض باقی‌مانده تقسیم اعداد ۱۲۰ و ۴۵ بر عدد طبیعی m ، با هم برابر است، پس داریم:

$$\begin{cases} 120 = mq_1 + r \\ 45 = mq_2 + r \end{cases} ; 0 \leq r < m$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 75 = m(q_1 - q_2) \Rightarrow m | 75$$

از آنجا که $75 = 3 \times 5^2$ و عدد طبیعی m بزرگ‌تر از یک است، پس پنج مقدار قابل قبول ۳، ۵، ۱۵، ۲۵ و ۷۵ برای m به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۵- گزینه «۳»

(مصطفی دیراری)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$2a+1 = 23q+r \xrightarrow{r=q+5} 2a+1 = 23q+q+5$$

$$\Rightarrow 2a = 24q+4 \xrightarrow{+2} a = 12q+2$$

هر عدد در تقسیم بر ۳، به یکی از سه صورت $3k$ ، $3k+1$ و $3k+2$ نوشته می‌شود.

$$q = 3k \Rightarrow a = 12(3k)+2 = 36k+2 \Rightarrow r_1 = 2$$

$$q = 3k+1 \Rightarrow a = 12(3k+1)+2 = 36k+14 \Rightarrow r_2 = 14$$

$$q = 3k+2 \Rightarrow a = 12(3k+2)+2 = 36k+26 \Rightarrow r_3 = 26$$

بنابراین حداکثر مقدار باقی‌مانده تقسیم a بر ۳۶، برابر ۲۶ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۶- گزینه «۳»

(مصطفی دیراری)

$$\text{می‌دانیم } x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1, \text{ بنابراین داریم:}$$

$$7^2 \equiv 2 \xrightarrow{\text{به توان ۷}} 7^{14} \equiv 2^7 \equiv 128 \equiv -13$$



(سوکنر روشنی)

۳۹- گزینه «۴»

برای یافتن مقادیر x ، معادله سیاله را به یک معادله هم‌نهشتی تبدیل می‌کنیم:

$$12x + 5y = 113 \Rightarrow 12x \equiv 113 \Rightarrow 2x \equiv 3 \equiv 8$$

$$\xrightarrow{+2} x \equiv 4 \Rightarrow x = 5k + 4 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x ، برابر است با:

$$x = 5 \times 199 + 4 = 999 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 27$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

(سوکنر روشنی)

۴۰- گزینه «۱»

شرط جواب معادله $ax + by = c$ در مجموعه اعداد صحیح آن است که $c \mid (a, b)$ ، بنابراین داریم:

$$(\Delta n - 1, 3n + 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid \Delta n - 1 \xrightarrow{\times 3} d \mid 15n - 3 \\ d \mid 3n + 2 \xrightarrow{\times 5} d \mid 15n + 10 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 13 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 13$$

از طرفی عدد ۱۳، عدد ۱۵ را عاد نمی‌کند، پس معادله تنها در صورتی در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد که $d = 1$ باشد. بنابراین کافی است مقادیری از n که به ازای آن، $d = 13$ است را به دست آورده و از کل اعداد دو رقمی کم کنیم:

$$3n + 2 \equiv 0 \Rightarrow 3n \equiv -2 \equiv 24 \xrightarrow{+3} n \equiv 8 \quad (3, 13)=1$$

$$\Rightarrow n = 13k + 8 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 13k + 8 \leq 99 \Rightarrow 2 \leq 13k \leq 91$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 1 \leq k \leq 7$$

پس به ازای ۷ عدد دو رقمی، $d = 13$ و در نتیجه به ازای $83 - 7 = 76$ عدد دو رقمی، $d = 1$ بوده و معادله در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

$$3 \equiv 47 \equiv -91 \equiv -91 + 2 \times 47 \equiv 47 \xrightarrow{\times 7} 15 \equiv 47 \xrightarrow{\times 7} 15 \equiv -91 \equiv -91 + 2 \times 47 \equiv 47$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2 \equiv 47 \Rightarrow x - 1 \equiv 6 \Rightarrow 2 \times 15 \equiv 47 \xrightarrow{\times 2} 2 \equiv 47 \Rightarrow x - 1 \equiv 6$$

$$(x-1)^2 \equiv 36 \Rightarrow (x-1)^2 - 1 \equiv 35$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(سوکنر روشنی)

۳۷- گزینه «۲»

$$7^2 \equiv 49 \equiv -2 \xrightarrow{\text{به توان ۴}} 7^8 \equiv 16 \equiv -1$$

$$21 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 168 \equiv -1 \xrightarrow{\times 7^2} 7^{170} \equiv (-1)(-2) \equiv 2$$

$$5^2 \equiv 25 \equiv 8 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5^4 \equiv 64 \equiv -4$$

$$2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5^8 \equiv 16 \equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان ۲۱}} 5^{168} \equiv -1$$

$$\xrightarrow{\times 5^4} 5^{172} \equiv (-1)(-4) \equiv 4$$

$$7^{170} + 5^{172} \equiv 2 + 4 \equiv 6$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(فرزاد بواردی)

۳۸- گزینه «۲»

عددی بر ۹۹ بخش پذیر است که بر ۹ و ۱۱ بخش پذیر باشد:

$$x^3 y^8 \equiv x + 3 + y + 8 + x + x \equiv 3x + y + 11 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 3x + y \equiv -11 \equiv 7 \Rightarrow 3x + y = 7 \text{ یا } 16 \text{ یا } 25 \text{ یا } 34 \quad (1)$$

$$x^3 y^8 \equiv x - x + 8 - y + 3 - x \equiv 11 - x - y \equiv 0$$

$$\Rightarrow x + y \equiv 11 \equiv 0 \Rightarrow x + y = 11 \quad (2)$$

دقت کنید که حالت $x + y = 0$ امکان پذیر نیست، چون در این صورت

$$x = y = 0 \text{ و عدد مورد نظر شش رقمی نخواهد بود.}$$

تنها مقادیری برای x و y که در هر دو رابطه (۱) و (۲) صدق می‌کنند،

$$x = 7 \text{ و } y = 4 \text{ است. در این صورت داریم:}$$

$$x^2 + y^2 = 7^2 + 4^2 = 65$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)



آمار و احتمال

گزینه ۲» ۴۱-

(سوکنر روشنی)

 $9 \times 9 \times 8 \times 7 = 81 \times 56$: کل اعداد طبیعی ۴ رقمی با ارقام متمایز

تعداد اعداد طبیعی چهاررقمی فرد بزرگتر از ۷۰۰۰ به صورت زیر هستند:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\text{عدد } 7} \times 8 \times 7 \times 4 = 4 \times 56 \\ \frac{1}{\text{عدد } 8} \times 8 \times 7 \times 5 = 5 \times 56 \xrightarrow{+} 13 \times 56 \\ \frac{1}{\text{عدد } 9} \times 8 \times 7 \times 4 = 4 \times 56 \end{array} \right.$$

$$P(A) = \frac{13 \times 56}{81 \times 56} = \frac{13}{81}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

گزینه ۴» ۴۲-

(سوکنر روشنی)

اگر جایگاه‌های قد را به صورت زیر (که افراد سمت راست، قدبلند دارند) در

نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\overbrace{\quad \quad \quad}^A \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_B$$

$$P = \frac{4 \times 1}{\binom{7}{2} \times 1} = \frac{4}{21}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه ۲» ۴۳-

(سوکنر روشنی)

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p \wedge q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$
د	د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن

مطابق جدول، از ۲ حالت مورد نظر، در ۱ حالت ارزش گزاره p درست

$$P = \frac{1}{2} \text{ است، پس}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه ۳» ۴۴-

(مریم مرسلی)

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{11} + d + \frac{1}{11} + 2d + \frac{1}{11} + 3d + \frac{1}{11} + 4d = 1$$

$$10d = 1 - \frac{5}{11} = \frac{6}{11} \Rightarrow d = \frac{6}{110}$$

$$P(4) = \frac{1}{11} + d = \frac{10}{110} + \frac{6}{110} = \frac{16}{110}$$

$$P(3) = \frac{16}{110} + \frac{6}{110} = \frac{22}{110}$$

$$P(2) = \frac{22}{110} + \frac{6}{110} = \frac{28}{110}$$

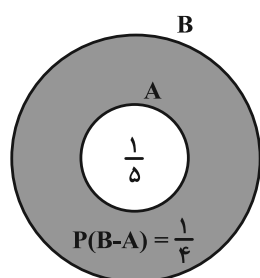
$$P(1) = \frac{28}{110} + \frac{6}{110} = \frac{34}{110}$$

$$\Rightarrow \frac{P(3)}{P(1) + P(2)} = \frac{\frac{22}{110}}{\frac{62}{110}} = \frac{22}{62} = \frac{11}{31}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۰)

گزینه ۴» ۴۵-

(مریم مرسلی)



$$\Rightarrow P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P(B')}{P(B')} = 1$$

گزینه ۱) درست

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(\emptyset) = 0$$

گزینه ۲) درست

$$P[(A \cap B) \cup B] = P(B) = \frac{9}{20}$$

گزینه ۳) درست

$$P[\underbrace{(A' \cup B) \cap A}_{(A' \cap A) \cup (B \cap A)}] = P(B \cap A) = P(A) = \frac{1}{5}$$

گزینه ۴) نادرست

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۶)



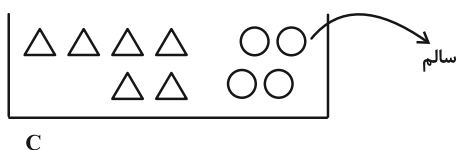
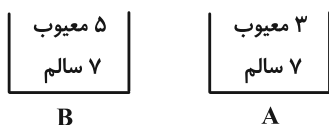
$$= P(E_1) \times 1 + P(E_2) \times 0 + \frac{1}{3} \times P(E_3)$$

$$= P(E_1) + \frac{1}{3} P(E_3) = P(E_1) + \frac{1}{3} (1 - 2P(E_1)) = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۱» - ۴۹



$$P(\text{سالم}) = \frac{4}{10} \times \frac{7}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{7}{12} = \frac{28}{100} + \frac{42}{100} = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(رضا تولکی)

گزینه «۳» - ۵۰

پیشامد این که تیم ملی فوتبال ایران قهرمان آسیا شود : A

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2}$$

پیشامد این که تیم ملی فوتبال ایران به جام جهانی بعدی صعود کند : B

$$\Rightarrow P(B) = \frac{2}{5}$$

طبق صورت سؤال $P(A' \cap B') = \frac{1}{5}$ است.

$$P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B') = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{5} = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

مسأله $P(B | A')$ را می‌خواهد.

$$P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۲» - ۴۶

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - \left(\frac{200}{200} + \frac{200}{200} - \frac{24}{200} \right)$$

$$= 1 - \left(\frac{33 + 25 - 8}{200} \right) = 1 - \frac{50}{200} = 1 - \frac{5}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0.75$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

(رضا تولکی)

گزینه «۲» - ۴۷

رضا یا در مرتبه اول یا مرتبه سوم و یا مرتبه پنجم می‌تواند مهره آبی را خارج

کند. پس داریم:

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5}$$

\downarrow رضا قرمز خارج کند
 \downarrow مریم قرمز خارج کند
 \downarrow رضا آبی خارج کند

$$+ \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{22}{35}$$

\downarrow رضا قرمز خارج کند
 \downarrow مریم قرمز خارج کند
 \downarrow رضا قرمز خارج کند
 \downarrow مریم قرمز خارج کند
 \downarrow رضا آبی خارج کند

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(رضا تولکی)

گزینه «۱» - ۴۸

پیشامدهای E , E_1 , E_2 و E_3 را به فرم زیر تعریف می‌کنیم:

پیشامدی که علی تعداد رو بیشتر نسبت به رضا ظاهر کند : E

پیشامدی که در ۳ پرتاب، علی رو بیشتر ظاهر کند : E_1

پیشامدی که در ۳ پرتاب، رضا رو بیشتر ظاهر کند : E_2

پیشامدی که در ۳ پرتاب، علی و رضا تعداد رو یکسان ظاهر کنند : E_3

بدیهی است که

$$P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) = 1 \text{ و } P(E_1) = P(E_2)$$

$$P(E_3) = 1 - 2P(E_1)$$

پس داریم:

طبق قانون جمع احتمال داریم:

$$P(E) = P(E_1)P(E | E_1) + P(E_2)P(E | E_2) + P(E_3)P(E | E_3)$$



آمار و احتمال

۵۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

مراحل علم آمار عبارتند از:

(۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام

(۲) سازماندهی و نمایش

(۳) تحلیل و تفسیر داده‌ها

(۴) نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

۵۲- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

در گروه خونی افراد، ترتیب طبیعی دیده نمی‌شود، پس متغیر کیفی اسمی

است. میزان بارندگی و طول اضلاع مستطیل قابل اندازه‌گیری بوده و متغیر

کمی پیوسته هستند.

تعداد روزهای بارش در یک ماه، متغیر کمی گسسته است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۶۲ تا ۱۷۰)

۵۳- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق متن کتاب درسی، در آمارگیری اگر به دقت زیاد نیاز داشته باشیم،

استفاده از روش مشاهده مناسب نیست.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه ۱۱۴)

۵۴- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

طول بازه اطمینان ۹۵ درصد برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است. با توجه به ثابت بودن انحراف

معیار جامعه داریم:

$$\frac{\frac{4\sigma}{\sqrt{n_2}}}{\frac{4\sigma}{\sqrt{n_1}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow n_2 = 4n_1 = 4 \times 250 = 1000$$

$$n_2 - n_1 = 1000 - 250 = 750 = \text{تعداد نفرات اضافه شده}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۵۵- گزینه «۳»

(مریم مرسلی)

نوع نمونه‌گیری طبقه‌ای است، چون از هر کدام از دو طبقه، نمونه‌ای انتخاب

گردیده است. از طرفی طبق قانون احتمال کل برای احتمال انتخاب هر عضو

جامعه داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{10}{50} + \frac{1}{2} \times \frac{10}{50} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: مشابه تمرین ۱۲ صفحه ۱۱۷)

۵۶- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

طول بازه اطمینان ۹۵ درصد برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است، بنابراین داریم:



(امیرمسین ابومحبوب)

۵۹- گزینه «۴»

ابتدا میانگین اعداد ۰ تا N (میانگین جامعه) را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

از طرفی میانگین نمونه انتخاب شده برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+9+5+3+11+15+16+10+13+17}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

بنابراین داریم:

$$\mu = \bar{x} \Rightarrow \frac{N}{2} = 10 \Rightarrow N = 20$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲۵)

(مریم مرسلی)

۶۰- گزینه «۱»

پارامتر جامعه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4}{4} = 2.5$$

تعداد نمونه‌های در دسترس برابر است با:

$$\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 4 + 6 + 4 + 1 = 15$$

از بین نمونه‌های انتخابی، میانگین هر کدام از سه نمونه $\{1, 4\}$ ، $\{2, 3\}$ و $\{1, 2, 3, 4\}$ ، برابر 2.5 است، پس احتمال برآورد دقیق پارامتر

توسط نمونه انتخابی برابر است با:

$$P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 3/9 - 2/3 \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{400}} = 1/6$$

$$\Rightarrow \frac{4\sigma}{20} = 1/6 \Rightarrow \frac{\sigma}{5} = 1/6 \Rightarrow \sigma = 8$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

(مریم مرسلی)

۵۷- گزینه «۲»

$$\text{طول هر طبقه} = \frac{300}{15} = 20$$

با توجه به این که در هر طبقه، به اندازه طول طبقه به شماره نفر انتخابی قبلی

افزوده می‌شود شماره اولین نفر انتخابی برابر ۳ است و شماره سایر افراد،

طبق جمله عمومی دنباله حسابی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 3 + 20(n-1)$$

بنابراین برای محاسبه شماره نفر یازدهم انتخابی در نمونه کافی است در

رابطه فوق، مقدار $n = 11$ را قرار دهیم:

$$a_{11} = 3 + 20(11-1) = 203$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

(مریم مرسلی)

۵۸- گزینه «۲»

کافی است آماره میانگین نمونه را با پارامتر میانگین جامعه برابر قرار دهیم:

$$\frac{4+x+6}{3} = \frac{1+3+4+x+6+7+8}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{10+x}{3} = \frac{29+x}{7} \Rightarrow 70+7x = 87+3x$$

$$\Rightarrow 4x = 17 \Rightarrow x = 4.25$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۸ تا ۱۲۱)



فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۱»

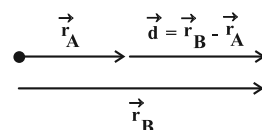
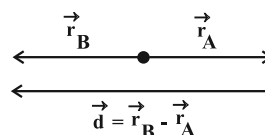
(امیرمسین برادران)

بردار سرعت متوسط، هم جهت با بردار جابه جایی است. اگر بردار مکان متحرک در نقطه A و B به ترتیب \vec{r}_A و \vec{r}_B باشد در این صورت داریم:

$$v_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

$$\vec{d} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

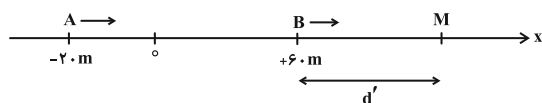
از رابطه فوق درمی یابیم که زمانی که بردارهای \vec{r}_A و \vec{r}_B خلاف جهت هم باشند یا در حالتی که دو بردار هم جهت باشند به طوری که $|\vec{r}_B| > |\vec{r}_A|$ باشد، بردار جابه جایی با بردار \vec{r}_B هم جهت است. با توجه به حالت های مقابل هیچ یک از گزاره های داده شده الزاماً صحیح نیستند.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۳ تا ۵)

۶۲- گزینه «۱»

(امیرمسین برادران)



مطابق شکل دو متحرک در مکان x_M به هم می رسند. مسافتی که هر کدام از متحرک ها از مبدأ زمان تا لحظه عبور از کنار هم طی می کنند برابر است با:

$$\ell_A = 60 - (-20) + d' = 80 + d'$$

$$\ell_B = d'$$

اکنون با استفاده از رابطه مسافت- زمان در حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$\ell = v \Delta t \Rightarrow \frac{\ell_A}{\ell_B} = \frac{v_A \Delta t_A}{v_B \Delta t_B} \xrightarrow{v_A = 3v_B, \ell_A = 80 + d', \Delta t_A = \Delta t_B, \ell_B = d'} \rightarrow$$

$$\frac{80 + d'}{d'} = 3 \Rightarrow d' = 40 \text{ m} \Rightarrow x_M = 60 + d' = 100 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۶۳- گزینه «۲»

(محمدرضا شریفی)

در مسائلی که به جای سرعت اولیه، سرعت نهایی را داریم، می توانیم حرکت را برعکس کنیم. بر این اساس، در حرکت جدید، سرعت اولیه برابر با منفی سرعت نهایی خواهد شد. شتاب و جابه جایی نیز قرینه می شوند.

$$v'_0 = v_1 = 0, \quad a' = -a$$

$$\Delta x' = \frac{1}{2} a' t'^2 + v'_0 t' \Rightarrow \begin{cases} -40 = -\frac{1}{2} a t_1^2 + 0 \times t \\ -10 = -\frac{1}{2} a t_2^2 + 0 \times t \end{cases}$$

$$\frac{40}{10} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۶۴- گزینه «۲»

(مهمر راست پیمان)

چون متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت، به مدت ۳ ثانیه بردار مکانش مثبت است، بنابراین متحرک در $t = 2s$ در $x = 0$ است.

$$t = 2s \Rightarrow \Delta x = 0 - (-12) = 12 \text{ m}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{t=2s} 12 = \frac{1}{2} a \times 2^2 + v_0 \times 2$$

$$\Rightarrow a + v_0 = 6 \quad (1)$$

$$t = 5s \Rightarrow \Delta x = 3 - (-12) = 15 \text{ m}$$



(علیرضا جباری)

گزینه «۲» - ۶۶

ابتدا از معادله سرعت - زمان استفاده می‌کنیم و سرعت گلوله را در

لحظه‌های $t = 2s$ و $t' - 2$ و t' به دست می‌آوریم:

$$v = -gt + v_0 \xrightarrow{g=10 \frac{m}{s^2}, t=2s} v = v_1, v_0=0$$

$$v_1 = -10 \times 2 = -20 \frac{m}{s}$$

سطح زمین

به همین ترتیب داریم:

$$v_{t'} = -gt' + v_0 = -10t'$$

$$v_{t'-2} = -g(t'-2) + v_0 = -10(t'-2)$$

رابطه مستقل از شتاب را برای دو ثانیه اول حرکت و دو ثانیه آخر حرکت

می‌نویسیم و طبق صورت سؤال داریم:

$$\Delta y_2 = 6\Delta y_1 \Rightarrow \left(\frac{v_{t'-2} + v_{t'}}{2}\right) \times 2 = 6 \times \left(\frac{v_0 + v_1}{2}\right) \times 2$$

$$\xrightarrow{v_{t'-2} = -10(t'-2), v_{t'} = -10t', v_0=0, v_1=-20 \frac{m}{s}}$$

$$-10(t'-2) + (-10t') = 6(0 - 20) \Rightarrow -10t' + 20 - 10t' = -120$$

$$\Rightarrow -20t' = -140 \Rightarrow t' = 7s$$

تندی در لحظه برخورد به زمین به اندازه $v_{t'}$ است.

$$v_{t'} = -10t' \xrightarrow{t'=7s} |v_{t'}| = 10 \times 7 = 70 \frac{m}{s}$$

توجه: از روش دیگر نیز می‌توان کل زمان سقوط را به دست آورد. با توجه به

این که در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، جسم در ثانیه اول حرکت خود

مسافت ۵ متر را می‌پیماید، مسافت‌های طی شده توسط آن در ثانیه‌های بعدی

تشکیل یک دنباله حسابی را می‌دهند.

$$15 = \frac{1}{2}a \times 5^2 + v_0 \times 5 \Rightarrow 30 = 25a + 10v_0$$

$$5a + 2v_0 = 6 \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) و حل دستگاه داریم:

$$\begin{cases} a = -2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 8 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad \text{در نقطه ماکزیمم } v = 0 \text{ است، پس:}$$

$$-64 = 2(-2)\Delta x \Rightarrow \Delta x = x_M - x_0 = 16$$

$$\xrightarrow{x_0 = -12m} x_M = 4m$$

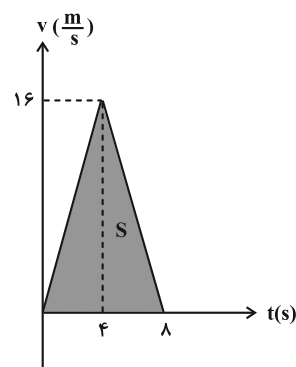
$$\ell = |x_M - x_0| + |x_0 - x_M| = |4 - (-12)| + |-12 - 4| = 16m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(محمدرضا شریفی)

گزینه «۳» - ۶۵

ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:



سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی است:

$$S = \Delta x = \frac{8 \times 16}{2} = 64m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{64}{8} = 8 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



$$\vec{F}_{net1} = -\vec{F} - \frac{\vec{F}}{3} = -\frac{4\vec{F}}{3} = m\vec{a}_1 \Rightarrow a_1 = \frac{4F}{3m}$$

و در حالتی که فقط یک نیرو حذف شود، برآیند نیروها برابر با $-\vec{F}$ می‌شود

$$\vec{F}_{net2} = -\vec{F} = m\vec{a}_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F}{m}$$

و داریم:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{4F}{3m}}{\frac{F}{m}} = \frac{4}{3}$$

حال از نسبت شتاب‌ها داریم:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

(علیرضا جباری)

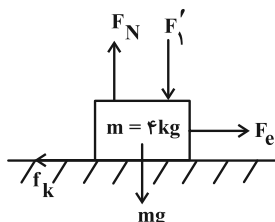
۶۹- گزینه «۳»

ابتدا نیروی کشسانی فنر را به دست می‌آوریم:

$$F_e = kx \xrightarrow[k=150 \frac{N}{m}]{x=20cm=0.2m} F_e = 150 \times 0.2 = 30N$$

برای آن که جسم با سرعت ثابت حرکت کند، باید نیروی خالص وارد بر آن

صفر باشد:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k = 30N$$

$$f_k = \mu_k \times F_N \xrightarrow[\mu_k=0.3]{f_k=30N} 30 = 0.3 F_N \Rightarrow F_N = 100N$$

نیروی خالص وارد بر جسم در راستای قائم نیز صفر است:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - F'_1 - mg = 0 \xrightarrow[mg=4 \times 10=40N]{F_N=100N}$$

$$100 - F'_1 - 40 = 0 \Rightarrow F'_1 = 60N$$

پس باید نیروی F_1 ، $40N$ افزایش یابد: $F'_1 - F_1 = 60 - 20 = 40N$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۶)

$$\begin{array}{l} 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, \dots \\ \text{۲ ثانیه اول} \quad \text{۲ ثانیه آخر} \\ \Delta y_1 = 20m \quad \Delta y_2 = 120m \end{array}$$

پس زمان کل حرکت $t' = 7s$ است.

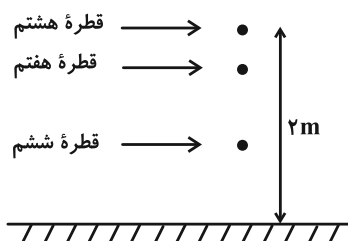
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(شیلا شیرزادی)

۶۷- گزینه «۴»

هنگامی که قطره هشتم در حال جدا شدن است، قطره ششم به مدت

$3/2 \times 10^{-2}$ ثانیه سقوط کرده است.



$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow[t=0.6s]{g=10 \frac{m}{s^2}}$$

$$|\Delta y| = |-\frac{1}{2} \times 10 \times (0.6)^2| = |-\frac{1}{2} \times 10 \times 0.36| = 1.8m$$

بنابراین قطره ششم، $1/8$ متر پایین آمده و در فاصله $2 - 1/8 = 1.875$ متری از کف حمام قرار دارد.

متری از کف حمام قرار دارد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(مهمر نیاوندی مقدم)

۶۸- گزینه «۱»

نیروی که حذف می‌شود را با \vec{F} نشان می‌دهیم. چون سرعت جسم ثابت

است، طبق قانون اول نیوتون برآیند ۷ نیرو برابر صفر است. بنابراین برآیند ۶

نیروی دیگر برابر $-\vec{F}$ خواهد بود و اگر آن‌ها را یک سوم برابر کنیم، برآیند

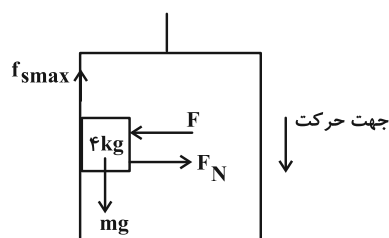
آن‌ها $-\frac{1}{3}\vec{F}$ خواهد بود.



۷۰- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

جهت حرکت آسانسور به سمت پایین را مثبت فرض می‌کنیم و نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. چون در سؤال حداقل نیروی F مورد پرسش است، بنابراین جسم در آستانه حرکت قرار دارد.



$$mg - f_{smax} = ma \Rightarrow f_{smax} = m(g - a) \xrightarrow{a = \frac{2}{5}g}$$

$$f_{smax} = 4(10 - 2) = 32N$$

از طرفی طبق رابطه $f_{smax} = \mu_s F_N$ داریم:

$$f_{smax} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = F} f_{smax} = \mu_s F$$

$$\Rightarrow 32 = 0.5 \times F \Rightarrow F = 64N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۷۱- گزینه «۴»

(مهمربن نواوندی مقرم)

ابتدا اندازه نیروی فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$F_e = kx \xrightarrow{k = \frac{20}{3} \frac{N}{cm}, x = 3cm} F_e = 20 \times 3 = 60N$$

چون در سؤال ذکر نشده که فنر ۳ cm فشرده شده یا کشیده شده، F_e می‌تواند به سمت پایین یا بالا باشد. شتاب جسم را در هر دو حالت به دست می‌آوریم. در حالتی که F_e به سمت بالا است داریم:

$$F_{net1} = ma_1 \Rightarrow F_e - mg = ma_1$$

$$\Rightarrow 60 - 5 \times 10 = 5a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{2}{5}g$$

در حالتی که F_e به سمت پایین باشد، داریم:

$$F_{net2} = ma_2 \Rightarrow -F_e - mg = ma_2$$

$$\Rightarrow -60 - 5 \times 10 = 5a_2 \Rightarrow a_2 = -\frac{22}{5}g$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۷۲- گزینه «۳»

(کامران ابراهیمی)

از آنجا که تغییر تکانه جسم برابر سطح زیر نمودار نیرو- زمان می‌باشد می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta p = S = \frac{(2ms + 4ms) \times 20(kN)}{2} \Rightarrow \Delta p = 60 kg \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{60}{4 \times 10^{-3}} \Rightarrow F_{av} = 15000N \Rightarrow F_{av} = 15kN$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۷۳- گزینه «۴»

(کامران ابراهیمی)

طبق رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow{K=5J, m=100g=0.1kg} K = \frac{p^2}{2m}$$

$$5 = \frac{p^2}{2 \times (0.1)} \Rightarrow p^2 = 1 \Rightarrow p = 1 kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$p = 1 \frac{kg \cdot m}{s} \times \frac{3600s}{1h} \times \frac{1000g}{1kg} \times \frac{1km}{1000m} = 3600 \frac{g \cdot km}{h}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۷۴- گزینه «۲»

(کامران ابراهیمی)

در اینجا نیروی اصطکاک ایستایی نقش نیروی مرکزگرا را در حرکت دایره‌ای خواهد داشت. پس می‌توان نوشت:



(دانیال راستی)

۷۶- گزینه «۲»

طول نهایی فنر را L در نظر می گیریم:

$$F_e = k\Delta L = k(L - L_0) \xrightarrow[k=400 \frac{N}{m}, L_0=1m]{L_e=1m} F_e = 400(L - 1)$$

شعاع دوران برابر طول نهایی فنر است.

$$F_c = \frac{mv^2}{R} \xrightarrow[v=\lambda \frac{m}{s}, m=1/5 kg]{R=L} F_c = \frac{96}{L}$$

نیروی مرکز گرا همان نیروی فنر است. بنابراین:

$$F_c = F_e \Rightarrow \frac{96}{L} = 400(L - 1) \Rightarrow L^2 - L - \frac{96}{400} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L = 1/2 \\ L = -0.2 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

طول نهایی فنر برابر $1/2 m$ است که برابر با شعاع دوران می باشد. برای

محاسبه دوره تناوب داریم:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \xrightarrow[\pi=3, v=\lambda \frac{m}{s}]{R=L=1/2 m} T = \frac{(2)(3)(1/2)}{\lambda} = 0.9 s$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۵۱ و ۵۲)

(علیرضا جباری)

۷۷- گزینه «۲»

شتاب گرانش (g') در سطح سیاره ای به جرم m و شعاع r را نسبت بهشتاب گرانش (g) در سطح زمین به جرم M_e و شعاع R_e پیدا می کنیم:

$$\frac{g'}{g} = \frac{G \frac{m}{r^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} = \frac{m \times R_e^2}{M_e \times r^2} \xrightarrow[m=\frac{1}{4} M_e]{2r=2(2R_e) \Rightarrow r=2R_e} \frac{m \times R_e^2}{M_e \times 4R_e^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{1}{4} M_e \times R_e^2}{M_e \times 4R_e^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{16}$$

$$m \frac{v^2}{r} \leq f_{s, \max} = \mu_s mg$$

$$\Rightarrow v^2 \leq \mu_s \cdot r \cdot g \xrightarrow[g=10 \frac{N}{kg}, r=50 m, \mu_s=0.2]{g=10 \frac{N}{kg}} v^2 \leq 0.2 \times 50 \times 10$$

$$\Rightarrow v^2 \leq 100 \Rightarrow v \leq 10 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{\max} = 10 \frac{m}{s} = 36 \frac{km}{h}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۵۱ تا ۵۳)

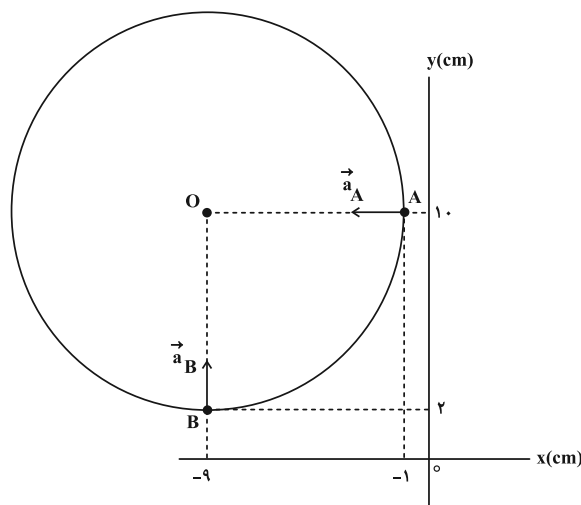
(امیرحسین برادران)

۷۵- گزینه «۳»

شتاب مرکز گرا همواره به سمت مرکز دایره است. با توجه به شکل و

مشخص بودن جهت های شتاب متحرک در نقاط A و B ، مختصات مرکز

دایره مشخص می شود.

 $O(-9 \text{ cm}, 10 \text{ cm})$

بنابراین شعاع حرکت برابر است با:

$$OA = \sqrt{(-9+1)^2 + (10-10)^2} = 8 \text{ cm}$$

با مشخص شدن شعاع مسیر، با استفاده از رابطه بین شتاب و تندی متحرک داریم:

$$a = \frac{v^2}{R} \xrightarrow[a=15 \frac{m}{s^2}, R=8 \text{ cm}=0.08 \text{ m}]{a=15 \frac{m}{s^2}} v^2 = 1/2 \Rightarrow v = 2\sqrt{0.3} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۵۱ تا ۵۳)



(امیراحمد میرسعید)

۷۹- گزینه «۴»

برای حل این گونه مسائل، وزن آن شخص را در ارتفاع $1/5$ برابر شعاع زمین

از سطح زمین را بر وزن آن شخص روی زمین تقسیم می‌کنیم. g_h شتاب

گرنش در ارتفاع h و g شتاب گرنش در سطح زمین است.

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{mg_h}{mg} = \frac{m}{m} \times \frac{G}{G} \times \frac{M_e}{M_e} \times \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{R_e}{R_e + 1/5 R_e} \right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\text{درصد تغییرات} = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{4}{25} - 1 \right) \times 100 = \frac{-2100}{25} = -84\%$$

یعنی ۸۴ درصد کاهش پیدا می‌کند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(عبدالرضا امینی نسب)

۸۰- گزینه «۴»

می‌دانیم شتاب مرکز‌گرایی وارد بر ماهواره در هر نقطه، از رابطه

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \text{ به دست می‌آید که } h \text{ فاصله از سطح زمین است.}$$

داریم:

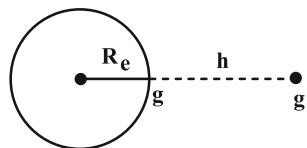
$$h = \frac{1}{4} R_e$$

$$\frac{g_h}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{g} = \left(\frac{R_e}{\frac{5}{4} R_e} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g_h}{g} = \frac{16}{25} \Rightarrow g_h = \frac{160}{25} = \frac{32}{5} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

شتاب گرنش در اطراف کره زمین با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت وارون دارد:



$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2$$

$$\frac{1}{16} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow 4R_e = R_e + h \Rightarrow h = 3R_e$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(امیراحمد میرسعید)

۷۸- گزینه «۱»

در گام اول برای حل سؤال، فاصله دو ماهواره تا مرکز زمین را به دست می‌آوریم:

$$R_A = 2R_e + R_e = 3R_e$$

$$R_B = 8R_e + R_e = 9R_e$$

در گام دوم، با توجه به رابطه سرعت خطی حرکت ماهواره $v = \sqrt{\frac{GM_e}{R}}$

M_e جرم زمین و R فاصله مرکز زمین تا ماهواره می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$\frac{p_B}{p_A} = \frac{m_B v_B}{m_A v_A} = \frac{6m \times v_B}{2m \times v_A} = \frac{3 \times \sqrt{R_A}}{\sqrt{R_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{p_B}{p_A} = 3 \times \sqrt{\frac{3R_e}{9R_e}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)



فیزیک ۱

گزینه ۳» ۸۱-

(مهمربوار سورپی)

ابتدا دمای گاز را در حالت دوم با حالت اول مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \quad \frac{P_1 = 4 \text{ atm}, P_2 = 1/5 \text{ atm}}{n_2 = \frac{1}{2} n_1, V_1 = V_2} \rightarrow$$

$$\frac{4}{n_1 \times T_1} = \frac{1/5}{\frac{1}{2} n_1 \times T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4}$$

می‌دانیم انرژی درونی گاز بستگی به دمای گاز و تعداد ذرات گاز دارد؛
بنابراین داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

حال درصد تغییر انرژی درونی گاز را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییر انرژی درونی} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{8} U_1 - U_1}{U_1} \times 100 = -\frac{5}{8} \times 100 = -62.5\%$$

بنابراین انرژی درونی گاز ۶۲/۵ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

گزینه ۲» ۸۲-

(عبدالرضا امینی نسب)

اگر حجم گاز ثابت باشد، طبق رابطه $P = \frac{nR}{V} T$ ، نمودار فشار برحسب

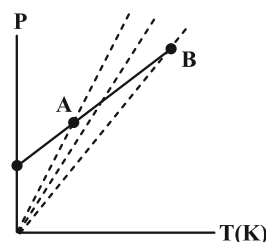
دمای مطلق، خطی راست است که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد. در نمودار

داده شده امتداد نمودار از مبدأ نمی‌گذرد، پس حجم ثابت نیست. مطابق

شکل اگر چند نمودار هم‌حجم رسم کنیم، شیب این خط‌ها (یعنی $\frac{nR}{V}$) از

A به B کاهش می‌یابد، بنابراین طبق رابطه $\frac{nR}{V}$ که معرف شیب نمودار

است، حجم گاز افزایش یافته است.



$$\left(\frac{nR}{V}\right) \downarrow \Rightarrow \frac{nR}{V} = \text{ثابت} \quad V \uparrow$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۲)

گزینه ۳» ۸۳-

(سیرمهمربوار رومانی)

با افزایش حجم در فرایند هم‌فشار، دما نیز افزایش می‌یابد، در فرایند بی‌دررو
باید با افزایش ناگهانی حجم، کاهش مختصر دما و افت فشار را ایجاد کنیم،
به این ترتیب گزینه «۳» صحیح است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۸)

گزینه ۴» ۸۴-

(مهمربوار نیاوندی مقدم)

با استفاده از فرمول کار فرایند هم‌فشار و معادله حالت داریم:

$$\left. \begin{aligned} W' &= P \Delta V \\ PV &= nRT \end{aligned} \right\} \Rightarrow W' = nR \Delta T$$

$$\Rightarrow 640 = 2 \times 8 \Delta T \Rightarrow \Delta T = 40 \text{ K}$$

چون تغییرات دمای کلوین و درجه سلسیوس با هم برابر است، داریم:

$$\Delta \theta = \Delta T = 40^\circ \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 40^\circ \text{ C} \Rightarrow 2\theta_1 - \theta_1 = 40^\circ \text{ C}$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 40^\circ \text{ C} \Rightarrow \theta_2 = 2 \times 40 = 80^\circ \text{ C} \Rightarrow T_2 = 273 + 80$$

$$\Rightarrow T_2 = 353 \text{ K}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵)

گزینه ۲» ۸۵-

(مهمربوار سورپی)

با توجه به نمودار فشار برحسب چگالی درمی‌یابیم شیب خط نمودار ثابت
(α) و عرض از مبدأ آن صفر است؛ بنابراین معادله آن به صورت زیر

$$P = \alpha \rho \quad \text{خواهد بود:} \quad (1)$$

از طرفی طبق معادله حالت داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{n = \frac{m}{M}} PV = \frac{m}{M} RT$$

$$\Rightarrow P = \frac{m}{MV} RT \xrightarrow{\frac{m}{V} = \rho} P = \frac{\rho RT}{M} \quad (2)$$

اگر رابطه (۱) را با (۲) برابر قرار دهیم، داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \alpha \rho = \frac{\rho RT}{M} \Rightarrow \alpha = \frac{RT}{M} = \text{ثابت}$$

$$\xrightarrow{R, M \text{ ثابت}} T \text{ ثابت}$$



$$\frac{3}{5} = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{|W_{\text{چرخه}}| + |Q_L|} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{600 \text{ J}}{|W_{\text{چرخه}}| + 600 \text{ J}}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{|W_{\text{چرخه}}| + 600} \Rightarrow W_{\text{چرخه}} = 900 \text{ J}$$

کار در هر دقیقه = تعداد چرخه در دقیقه \times کار در هر چرخه

$$\Rightarrow 13500 \text{ J} = 15 \times 900 \text{ J} = \text{کار در هر دقیقه}$$

$$P = \frac{W_{\text{هر دقیقه}}}{t} = \frac{13500}{60} = 225 \text{ W}$$

راه حل دوم: با توجه به این که در هر دقیقه ۱۵ چرخه طی می شود، مدت

$$\text{زمان هر چرخه} = \frac{60}{15} = 4 \text{ s}$$

$$P_{\text{out}} = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{t_{\text{چرخه}}} = \frac{900}{4} = 225 \text{ W}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۴۵)

(دانیال راستی)

۸۹- گزینه «۳»

در مرحله ضربه تراکم، پیستون بالا می آید و به سرعت مخلوط بنزین و هوا را متراکم می کند. بنابراین این فرایند بی دررو است.

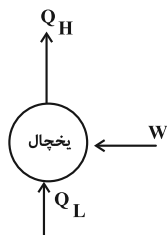
در مرحله ضربه قدرت، به دلیل فشار زیاد، مخلوط با سرعت زیاد منبسط می شود. بنابراین این فرایند بی دررو است.

در مرحله ضربه مکش، سوپاپ ورودی باز است و پیستون پایین می رود، چون در این مرحله دریچه باز است، فشار درون استوانه، ثابت و برابر فشار جو است. در مرحله ضربه خروج گاز، سوپاپ خروجی باز است و پیستون بالا می رود. در این مرحله نیز چون دریچه باز است، فشار، ثابت و برابر فشار جو است.

(فیزیک ۱- صفحه ۱۴۳)

(امیرمسین برادران)

۹۰- گزینه «۱»

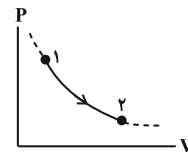


در یخچال علامت W ، Q_L و Q_H به ترتیب مثبت، مثبت و منفی است (رد موارد الف و ب). از طرفی مطابق قانون اول داریم (رد مورد پ):

$$|Q_H| = W + Q_L$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۴۷)

بنابراین درمی یابیم فرایند مورد نظر هم دما است. از طرفی چون فشار کاهش یافته، بنابراین انبساط هم دما است و نمودار آن مطابق شکل زیر است.



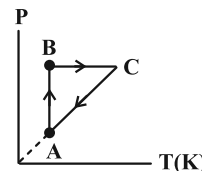
(فیزیک ۱- صفحه های ۱۳۱ تا ۱۳۵)

۸۶- گزینه «۲» (عبدالرضا امینی نسب)

فرایند AB یک تراکم هم دما می باشد، بنابراین طبق رابطه $PV = nRT$ هنگامی که حجم کم شود، فشار گاز افزایش می یابد.

فرایند BC یک فرایند هم فشار است که دمای آن افزایش یافته، حجم آن نیز افزایش یافته است.

فرایند CA یک فرایند هم حجم است که دمای آن کم شده، بنابراین طبق رابطه $PV = nRT$ فشار آن نیز کاهش می یابد.



نکته: هرگاه نمودار $V-T$ پادساعتگرد باشد، آن گاه نمودار $P-T$ ساعتگرد می باشد.

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۸۷- گزینه «۱» (مهمر نعاونیری مقدم)

چون ضرب PV در حالت a و c با هم برابر است بنابراین دمای این دو نقطه یکسان است که می توان نتیجه گرفت انرژی درونی حالت a و c با هم برابر است و $\Delta U_{abc} = 0$ است و چون فرایند ab هم حجم است، کار آن صفر بوده و چون فرایند bc بی دررو است $Q_{bc} = 0$ است. بنابراین داریم:

$$\Delta U_{abc} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{ab} + \cancel{W_{ab}} + \cancel{Q_{bc}} + W_{bc} = 0$$

$$\xrightarrow{W_{bc} = -700 \text{ J}} Q_{ab} = +700 \text{ J}$$

کار برابر با مساحت زیر نمودار $P-V$ است و چون فرایند ca تراکم است، علامت کار روی محیط منفی است و داریم:

$$W'_{ca} = -\frac{2+1}{2} \times 3 \times (10^5 \times 10^{-3}) = -450 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۸۸- گزینه «۳» (دانیال راستی)

طبق رابطه بازده ماشین گرمایی و قانون دوم ترمودینامیکی به بیان ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} \rightarrow \eta = 60\% = 0.6$$



فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۲»

(شیلا شیرزادی)

چون سیملوله بر میدان عمود است، پس نیم خط عمود بر آن موازی میدان

$$\theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 1$$

است یعنی:

طبق فرمول جریان القایی داریم:

$$I = \frac{N \Delta \Phi}{R \Delta t} = \frac{N A \cos \theta \Delta B}{R \Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{I R}{N A \cos \theta}$$

$$\frac{I = 1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}, R = 5 \Omega}{N = 500, \cos \theta = 1, A = 50 \text{ cm}^2 = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{10^{-3} \times 5}{500 \times 5 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1}{500} = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{T}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

۹۲- گزینه «۳»

(مهمر نهاوندی مقدم)

ابتدا معادله سهمی $\Phi - t$ را به دست می‌آوریم:

$$\Phi(t) = at^2 + bt + c$$

$$\Phi(0) = c = 5$$

چون رأس سهمی در $t = 0$ است، $b = 0$ می‌باشد.

$$\Phi(4) = a(4)^2 + 5 = 37 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \Phi(t) = 2t^2 + 5$$

حال با استفاده از رابطه نیروی محرکه القایی فارادی، مقدار نیروی محرکه

القایی متوسط را در بازه زمانی (۳s, ۲s) محاسبه می‌نماییم:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = - \frac{(2 \times 3^2 + 5) - (2 \times 2^2 + 5)}{3 - 2} = 10 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

۹۳- گزینه «۲»

(مهمربوار سورشی)

ابتدا شار گذرنده از پیچه در هر حالت را به دست می‌آوریم:

$$\Phi = AB \cos \theta \xrightarrow{\text{عمود بر محور } y} \Phi = AB_y$$

$$\begin{cases} \Phi_1 = 500 \times 10^{-4} \times (-8) = -0.4 \text{ Wb} \\ \Phi_2 = -\Phi_1 = 0.4 \text{ Wb} \end{cases}$$

حال طبق قانون القای فارادی، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط را به دست

می‌آوریم:

$$|\varepsilon| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{N=600, \Delta t=5 \text{ min}=300 \text{ s}, \Delta \Phi=\Phi_2-\Phi_1}$$

$$|\varepsilon| = 600 \times \frac{(0.4 - (-0.4))}{300} = 1.6 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

۹۴- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

مساحت قاب فلزی را به دست می‌آوریم:

$$A = 10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

نکته: اگر زاویه بین سطح قاب و خطوط میدان مغناطیسی داده شود، زاویه θ متمم آن است. در اینجا چون سطح قاب با خطوط میدان زاویه 30° درجهمی‌سازد پس $\theta = 60^\circ$ است. اکنون رابطه بار الکتریکی شارش شده از

رسانا را با قانون القای فاراده ترکیب می‌کنیم. توجه کنید که بازه زمانی تغییر

شار، در اینجا بی‌تاثیر است.

$$\left. \begin{aligned} \Delta q = I \Delta t \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R}} \Delta q = \frac{\varepsilon}{R} \Delta t \\ \varepsilon = -N A \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta q = - \frac{N A \cos \theta}{R} \times \Delta B$$



از لحظه t_1 تا t_2 حلقه در حال وارد شدن به میدان است، بنابراین نیروی محرکه $\mathcal{E} = 0.04 \text{ mV}$ در آن القا می‌شود. از t_2 تا t_3 شار ثابت است و نیروی محرکه القا نمی‌شود. از لحظه t_3 تا t_4 هم نیروی محرکه قرینه \mathcal{E} القا می‌شود.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(سیرمفرد رضا روحانی)

۹۶- گزینه «۱»

در شکل (الف) آهنربا در حال نزدیک شدن به سیم‌لوله است. طبق قانون لنز باید سیم‌لوله با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند لذا سمت راست سیم‌لوله قطب S و سمت چپ قطب N قرار می‌گیرد. به این ترتیب با توجه به قانون دست راست، جهت جریان در سیم‌لوله رو به بالا خواهد بود و در نهایت جهت جریان از مقاومت R به سمت چپ است و در شکل (ب)، (پ) و (ت) جهت جریان I' باید عکس شود.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(امیرحسین برادران)

۹۷- گزینه «۳»

در لحظه اول که کلید وصل می‌شود به دلیل پدیده خودالقایی، القاگر مانند یک مقاومت بسیار بزرگ است و تمام جریان از مقاومت R عبور می‌کند. پس از ثابت شدن جریان، القاگر مانند یک سیم بدون مقاومت است و دو سر مقاومت R اتصال کوتاه شده، بنابراین جریان عبوری از مولد افزایش می‌یابد. در این حالت جریان عبوری از مولد از سیم‌لوله عبور می‌کند و مقدار آن برابر است با:

$$\begin{aligned} N=1, A=10^{-2} \text{ m}^2, \theta=60^\circ, R=2\Omega \\ \Delta B=B_2-B_1=-0.03-0.06=-0.09 \text{ T} \end{aligned}$$

$$\Delta q = \frac{-1 \times 10^{-2} \times \cos 60^\circ}{2} \times \left(-\frac{9}{100}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta q = \frac{10^{-2}}{4} \times \frac{9}{100} = \frac{9}{4} \times 10^{-4} \text{ C} = \frac{900}{4} \mu\text{C} = 225 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(امیرحسین برادران)

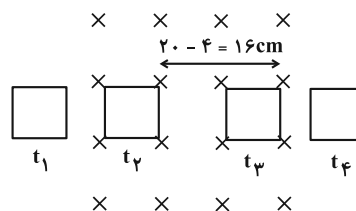
۹۵- گزینه «۴»

ابتدا نیروی محرکه القایی قاب را در بازه زمانی وارد شدن و خارج شدن قاب از میدان به دست می‌آوریم.

$$B=400 \text{ G}=4 \times 10^{-2} \text{ T}, v=\frac{2 \text{ cm}}{\text{s}}=2 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ |\mathcal{E}|=B\ell v \quad \ell=5 \text{ cm}=5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$|\mathcal{E}|=4 \times 10^{-5} \text{ V}=4 \times 10^{-2} \text{ mV}$$

در بازه زمانی که تمام قاب در میدان است، چون شار عبوری از قاب ثابت است، بنابراین نیروی محرکه القایی برابر صفر است. اکنون زمان ورود تمام قاب به میدان و لحظه آغاز خروج قاب از میدان را به دست می‌آوریم:



$$t_1 = 0$$

$$t_2 = \frac{4}{2} = 2 \text{ s}$$

$$t_3 = 2 + \frac{16}{2} = 10 \text{ s}$$

$$t_4 = 10 + \frac{4}{2} = 12 \text{ s}$$



$$I = I_{\max} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow I = 12 \sin\left(\frac{2\pi}{0.012} \times 0.003\right)$$

$$\Rightarrow I = 12 \times \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow I = 12A$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow 12 = \frac{\varepsilon}{5} \Rightarrow \varepsilon = 60V$$

$$\text{جریان در لحظه } t = \frac{3T}{4} = \frac{3 \times 12}{4} = 9ms$$

پیشینه خود می‌رسد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

(علیرضا جباری)

۱۰۰- گزینه «۳»

رابطه بین تعداد حلقه‌های دو سیمولوله را به دست می‌آوریم:

$$L_A = 0.9 L_B \Rightarrow \frac{\mu_0 N_A^2 A}{\ell_A} = \frac{9}{10} \times \frac{\mu_0 N_B^2 A}{\ell_B}$$

$$\frac{\ell_B = \frac{9}{10} \ell_A}{\ell_A} \rightarrow \frac{N_A^2}{\ell_A} = \frac{9}{10} \times \frac{N_B^2}{\frac{9}{10} \ell_A}$$

$$\Rightarrow \frac{N_A^2}{1} = \frac{9}{4} N_B^2 \Rightarrow N_A = \frac{3}{2} N_B$$

از طرفی در یک مبدل داریم:

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{V_A}{V_B} \xrightarrow{N_A = \frac{3}{2} N_B} \frac{3}{2} = \frac{V_A}{V_B}$$

$$\xrightarrow{V_A = 180V} \frac{3}{2} = \frac{180}{V_B} \Rightarrow V_B = 120V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

$$I = \frac{\varepsilon}{r} \xrightarrow{\varepsilon = 20V, r = 1\Omega} I = 20A \xrightarrow{U = \frac{1}{2} LI^2, L = 5mH = 5 \times 10^{-3}H}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} \times 20^2 = 1J \xrightarrow{U_1 = 0} U_2 - U_1 = 1J$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

۹۸- گزینه «۲» (دانیال راستی)

عبور جریان I از القاگر، باعث ایجاد میدان مغناطیسی B روی محور آن

$$B = \frac{\mu_0 IN}{\ell}$$

می‌شود که از رابطه مقابل به دست می‌آید:

بنابراین با داشتن میدان مغناطیسی، جریان عبوری قابل محاسبه است:

$$I = \frac{B\ell}{\mu_0 N} \quad (1)$$

انرژی ذخیره شده در القاگر برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{L = \frac{\mu_0 AN^2}{\ell}} U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2}{\ell} I^2$$

$$\xrightarrow{(1)} U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2}{\ell} \left(\frac{B\ell}{\mu_0 N}\right)^2 = \frac{B^2 \ell A}{2\mu_0}$$

$$\xrightarrow{B = 0.1T, \ell = 3cm = 0.03m, A = \pi r^2, r = 4mm = 4 \times 10^{-3}m, \pi = 3}$$

$$U = \frac{(0.1)^2 (3 \times 10^{-2}) (3) \times (4 \times 10^{-3})^2}{2 \times 12 \times 10^{-7}} = 6 \times 10^{-3} J = 6mJ$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۹۹- گزینه «۴» (سیرمهر رضا روحانی)

$$\frac{2T}{4} = \frac{T}{2} = 6ms \Rightarrow T = 12ms$$



شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

(پیمان فواوی می‌د)

همه موارد نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: اوره و اتیلن گلیکول هر دو توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های خود را دارند.

مورد دوم: روغن زیتون ($C_{57}H_{114}O_6$) هیدروکربن نیست.مورد سوم: در فرمول مولکولی $C_{18}H_{36}O_2$ در مجموع ۵۶ اتم وجود دارد. (این ترکیب یک کربن در بخش قطبی و ۱۷ کربن در بخش ناقطبی خود دارد).

مورد چهارم: شیب نمودار امید به زندگی در مناطق کم برخوردار بیشتر از مناطق برخوردار است.

مورد پنجم: اتیلن گلیکول دارای ۲ گروه هیدروکسیل است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۰۲- گزینه «۱»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

تنها عبارت (ب) صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست: مادامی که در رابطه با غلظت اولیه اسیدها اطلاعاتی نداریم، مقایسه قطعی امکان‌پذیر نیست. زیرا ممکن است غلظت اولیه اسید قوی به قدری کم باشد که تعداد یون‌های محلول حاصل از یونش اسید قوی از محلول اسید ضعیف کمتر باشد و به این ترتیب رسانایی محلول اسید قوی کمتر باشد.

(ب) درست: اصطلاح یونش برای مواد مولکولی استفاده می‌شود. سدیم هیدروکسید یک جامد یونی است و یون‌های سازنده قبل از ورود به آب نیز در ساختار آن وجود دارند و هنگام انحلال در آب از هم تفکیک می‌شوند.

(پ) نادرست: این گزاره الزاماً درست نیست. برای مثال اتانول ماده‌ای قطبی می‌باشد اما به دلیل عدم تولید یون در هنگام انحلال در آب، الکترولیت محسوب نمی‌شود.

(ت) نادرست: رسانایی الکتریکی تنها محدود به فلزات نیست زیرا نافلزهای مانند کربن (گرافیت) نیز امکان برقراری جریان الکتریکی به کمک جابه‌جایی الکترون‌های آزاد را دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۳- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

بررسی عبارت‌ها:

* مورد اول: صحیح: هر دو ترکیب به دلیل حضور حلقه بنزنی در ساختار خود، آروماتیک به شمار می‌روند.

* مورد دوم: صحیح: ترکیب (الف) به دلیل حضور اتم کلر در ساختار خود، خاصیت ضد عفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی را در صابون‌ها افزایش می‌دهد.

* مورد سوم: غلط: شمار اتم‌های ترکیب (ب):

$$18 + 29 + 1 + 3 + 1 = 52$$



شمار عنصرهای ترکیب (الف):

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4$$



$$\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های ترکیب (ب)}}{\text{شمار عنصرهای ترکیب (الف)}} = \frac{52}{4} = 13$$

* مورد چهارم: غلط: صابون محتوی ترکیب (الف) که یک ترکیب شیمیایی محسوب می‌شود، عوارض جانبی بیشتری خواهد داشت زیرا هر چه مواد شیمیایی بیشتری در شوینده حضور داشته باشد؛ عوارض جانبی آن نیز بیشتر خواهد بود.

* مورد پنجم: صحیح: ترکیب (الف) دارای ۶ پیوند دوگانه و ترکیب (ب) دارای ۳ پیوند دوگانه می‌باشد. بنابراین اختلاف شمار پیوندهای دوگانه در این دو ترکیب برابر ۳ است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۰۴- گزینه «۱»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



pH اسید برابر با ۰/۷ است پس می‌توان غلظت آن را به دست آورد (توجه کنید هیدروکلریک اسید یک اسید قوی است پس:

$$[HCl] = [H^+]$$

$$[H^+] = [HCl] = 10^{-pH} = 10^{-0.7} = 10^{-1} \times 10^{0.3} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mL محلول } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ L محلول}}{0.2 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} = 175 \text{ mL HCl محلول}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۱۰۵- گزینه «۲»

(محمدرضا پورجاویر)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: آمونیاک در مقایسه با سودسوزآور باز ضعیف‌تری بوده و در غلظت‌های یکسان، مقدار pH محلول سودسوزآور بزرگ‌تر خواهد بود.

گزینه «۲»: هیدروکسید فلزات گروه اول در آب همگی بازهای قوی به شمار می‌روند. در نتیجه قدرت بازی آن‌ها با یکدیگر تقریباً برابر است.

گزینه «۳»: هر قدر یک باز (در دما و غلظت یکسان) قوی‌تر باشد، pH آن بزرگ‌تر بوده و به عدد ۱۴ نزدیک‌تر است.

گزینه «۴»: در تمام محلول‌های بازی، غلظت یون OH^- از غلظت یون H^+ بیشتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱۰۶- گزینه «۲»

(علیرضا کایانی دوست)

$$\left. \begin{aligned} \text{mol Zn آغازی} &= 13 \text{ g Zn} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \text{ g Zn}} = 0.2 \text{ mol} \\ \text{mol Zn باقی‌مانده} &= \frac{20}{100} \times 0.2 = 0.04 \text{ mol} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{mol Zn مصرفی} = 0.2 - 0.04 = 0.16 \text{ mol}$$

$$\text{mol H}^+ \text{ مصرفی} = 0.16 \text{ mol Zn} \times \frac{2 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol Zn}} = 0.32 \text{ mol H}^+$$

$$\text{mol H}^+ \text{ آغازی} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1} \times V = 0.2 V$$



(۲) درست؛ چون فلز Au با CuSO_4 واکنش نمی‌دهد.

(۳) درست.

(۴) نادرست؛ این واکنش انجام نمی‌شود و عکس آن انجام‌پذیر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

(امیر هاتمیان)

۱۱۰- گزینه «۲»

گونه اکسند، گونه‌ای است که با گرفتن الکترون کاهش می‌یابد.

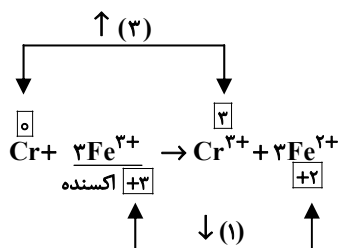
تغییرات گونه اکسند = ضریب گونه اکسند

تغییرات گونه اکسند = ضریب گونه اکسند

بررسی گزینه‌ها:

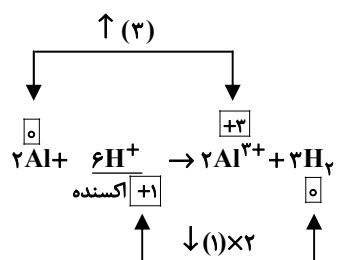
۳ = ضریب گونه اکسند

(۱)



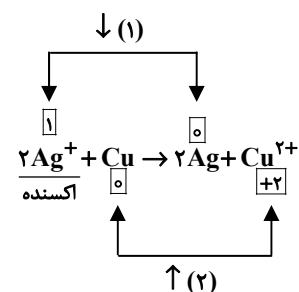
۶ = ضریب گونه اکسند

(۲)



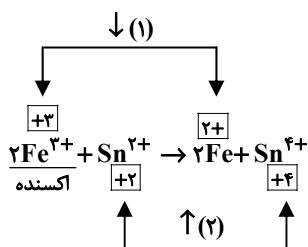
۲ = ضریب گونه اکسند

(۳)



۲ = ضریب گونه اکسند

(۴)



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/4} = 10^{-2} \times 10^{+3/4} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{mol H}^+ = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \times V = 0.04V$$

$$0.20V - 0.04V = 0.32$$

$$0.16V = 0.32 \Rightarrow V = 2L = 2000 \text{ mL}$$

$$? \text{ mL H}_2 = 0.16 \text{ mol Zn} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{22400 \text{ mL H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 3584 \text{ mL}$$

$$\bar{R}_{\text{H}_2} = \frac{\Delta V_{\text{H}_2} (\text{mL})}{\Delta t (\text{s})} = \frac{3584 \text{ mL}}{40 \text{ s}} = 89.6 \text{ mL.s}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

۱۰۷- گزینه «۱»

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ این واکنش یک واکنش اسید و باز است. در واکنش اسیدها و

بازها، واکنش اصلی میان یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید است که به

واکنش خنثی شدن معروف است.

(ب) نادرست؛ لوله‌های سینک آشپزخانه به دلیل چربی ظروف غذا و ... معمولاً

توسط رسوب‌هایی از نوع اسیدهای چرب مسدود می‌شوند. پس برای از بین

بردن این رسوب‌ها که خاصیت اسیدی دارند، استفاده از شوینده خورنده با

خاصیت بازی مناسب است زیرا این مواد با هم واکنش داده و موادی شبیه به

پاک‌کننده‌ها ایجاد می‌شود که به راحتی با آب شسته می‌شوند.

(پ) نادرست؛ غلظت یون هیدرونیوم در اسید معده تقریباً برابر با

$$10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \text{ می باشد.}$$

(ت) نادرست، تمام ضداسیدها الزاماً دارای منیزیم هیدروکسید نیستند. شیر

منیزی یکی از رایج‌ترین آن‌هاست که شامل منیزیم هیدروکسید است.

(ث) درست

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(هری بهاری‌پور)

۱۰۸- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) همه باتری‌های لیتیومی کارایی یکسانی ندارند.

(۲) درست است؛ لیتیم در میان فلزات، کمترین چگالی و E° را دارد.

(۳) همه باتری‌های لیتیومی قابل شارژ نیستند. مانند باتری‌های دگمه‌ای که در

شکل‌ها و اندازه‌های گوناگون ساخته می‌شوند.

(۴) جریان الکتریکی در مدار بیرونی برقرار می‌شود.

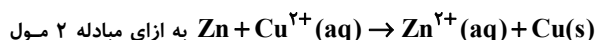
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

(امین نوروزی)

۱۰۹- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ با توجه به واکنش



الکترون، ۶۴ g مس تولید می‌شود.

$$? \text{ g Cu} = 0.4 \text{ mol e}^- \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{2 \text{ mol e}^-} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 12.8 \text{ g Cu}$$



شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۱»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: به طور مثال CO_2 و هگزان هر دو دارای $\mu = 0$ هستند اما جاذبه مناسبی بین آنها نیست.

مورد چهارم: با توجه به این که اتانول در آب حل شده و جاذبه مناسب برقرار می کند و همچنین نقطه جوش اتانول از آب کمتر است، تنها ۲ رابطه زیر درست می باشد.

$$\text{الف: } c > \frac{b+a}{2} \quad \text{ت: } c > a > b$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۸ تا ۱۱۱)

۱۱۲- گزینه «۳»

(میلاد شیخ الاسلامی)

بررسی گزینه ها:

(۱) درست؛ فرایند انحلال ید در هگزان از نوع انحلال مولکولی است و ساختار مولکول های حل شونده دچار تغییر نمی شود اما در انحلال یونی مانند انحلال سدیم کلرید در آب، ساختار حل شونده تغییر می کند.

(۲) درست؛ جاذبه جدید ایجاد شده میان یون های حل شونده و مولکول های آب است که همان جاذبه یون-دوقطبی است.

(۴) درست؛ باریم سولفات در آب نامحلول است پس رابطه نوشته شده صحیح است. چون در فرایندهایی که حل شونده در حلال حل نمی شود، میانگین جاذبه حلال-حلال و حل شونده-حل شونده از جاذبه حلال-حل شونده بیشتر است.

(۳) نادرست؛ می دانیم اتم اکسیژن مولکول آب سر منفی این مولکول است پس باید به سمت کاتیون ها جهت گیری کند و همچنین هیدروژن های مولکول آب سر مثبت مولکول هستند و باید به سمت آنیون ها جهت گیری کنند. در شکل داده شده برعکس مطلب بیان شده رسم شده است. اکسیژن آب به سمت آنیون Cl^- و هیدروژن های آب به سمت کاتیون Na^+ جهت گیری کرده اند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۱۳- گزینه «۱»

(هری بهاری پور)

فقط عبارت سوم نادرست است. زیرا میانگین رد پای آب برای هر فرد در یک سال برابر با یک میلیون لیتر است نه میلی لیتر.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۱۴- گزینه «۱»

(محمدرضا پورجاویر)

با توجه به درصد جرمی محلول سیر شده در دمای 60°C ، می توان انحلال پذیری آن را در 100 گرم آب به صورت زیر محاسبه کرد:

20 گرم نمک + 80 گرم آب = 100 گرم محلول 20 درصد جرمی

جرم نمک جرم آب

$$\begin{array}{ccc} 80\text{g} & 20\text{g} & \\ 100 & x & \Rightarrow x = \frac{100 \times 20}{80} = 25\text{g} \text{ نمک} \end{array}$$

با توجه به انحلال پذیری این نمک در دمای 20°C ، می توان معادله انحلال پذیری آن را به دست آورد:

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 5 = \frac{25 - 5}{60 - 20} (\theta - 20)$$

$$\Rightarrow S - 5 = 0.5 (\theta - 20) \Rightarrow S = 0.5 \theta - 5$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۵- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

موارد (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(پ) جهت گیری آب به دلیل قطبی بودن آن است و مولکول آب از نظر بار الکتریکی خنثی می باشد.

(ت) اتم کوچک تر (H) سر مثبت و اتم بزرگ تر (O) سر منفی را تشکیل می دهد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۱۶- گزینه «۴»

(علیرضا کیانی دوست)

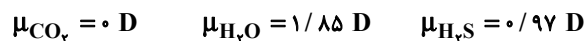
بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ زیرا نقطه جوش ۳ عضو نخست این گروه (۱۵) زیر صفر و منفی است.

مورد دوم: نادرست؛ علت تفاوت در خواص فیزیکی آب و هیدروژن سولفید تفاوت در قدرت نیروهای بین مولکولی آنها یا همان تشکیل پیوند هیدروژنی در آب است.



مورد سوم: درست؛



مورد چهارم: نادرست؛ نیروی بین مولکولی در تعیین حالت فیزیکی نقش دارد.

مورد پنجم: نادرست؛ اتم اکسیژن در صورت برقراری پیوند هیدروژنی در مولکول‌های آب، ۲ نوع اتصال (کوالانسی و هیدروژنی) و حداکثر می‌تواند به تعداد ۴ اتصال با اتم‌های مولکول خود و دیگر مولکول‌ها داشته باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۱۱۷- گزینه «۲»

(میلاد شیخ الاسلامی)

آب آشامیدنی: با توجه به نمودار، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در دمای 28°C و $46/5^\circ\text{C}$ به ترتیب $0/8$ و $0/6$ میلی گرم در 100 گرم آب است. با این افزایش دما، از هر 100 گرم آب آشامیدنی به اندازه $0/2 \text{ mg}$ اکسیژن آزاد می‌شود. در ادامه جرم 10 لیتر آب آشامیدنی را به کمک چگالی به دست آورده و اکسیژن آزاد شده به ازای این مقدار آب را حساب می‌کنیم:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{x}{10000 \text{ mL}} \Rightarrow x = 10000 \text{ g}$$

$$\text{آب آشامیدنی } 10000 \text{ g} \times \frac{0/2 \text{ mg اکسیژن}}{100 \text{ g آب}} = 20 \text{ mg O}_2$$

آب دریا: انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در دمای 8°C و 31°C به ترتیب 1 و $0/6$ میلی گرم در 100 گرم آب است. میزان گاز آزاد شده در اثر این افزایش دما، $0/4$ میلی گرم به ازای 100 گرم آب است. محاسبات بالا را برای آب دریا نیز انجام می‌دهیم.

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/2 = \frac{x}{1000 \text{ mL}} \Rightarrow x = 1200 \text{ g}$$

$$\text{آب دریا } 1200 \text{ g} \times \frac{0/4 \text{ mg اکسیژن}}{100 \text{ g آب}} = 48 \text{ mg O}_2$$

جمع اکسیژن آزاد شده برابر با 68 میلی گرم یا همان $0/068$ گرم می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۱۸- گزینه «۴»

(رضا مسکن)

همه موارد درست‌اند.

بررسی موارد:

(آ) دمای آب در ظرف (I) بیشتر است. زیرا با افزایش دما انحلال‌پذیری گاز در آب کاهش می‌یابد. بنابراین حجم گاز جمع‌آوری شده در بالای ظرف بیشتر است.

(ب) گاز CO_2 ، گاز آزاد شده است. ساختار لوویس آن به صورت $\text{:}\ddot{\text{O}}=\text{C}=\ddot{\text{O}}\text{:}$ می‌باشد همچنین CO_2 ، یک گاز گلخانه‌ای است.

(پ) به علت تقارن در ساختار CO_2 در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند و ناقطبی است. بنابراین $\mu = 0$ است.

(ت) انحلال‌پذیری آن از NO بیشتر است چون جرم بیشتری دارد و اندکی با آب واکنش شیمیایی می‌دهد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۱۱۹- گزینه «۳»

(رضا مسکن)

طبق قانون هنری، با افزایش فشار گاز، انحلال‌پذیری گاز در آب بیشتر می‌شود. محور افقی نمودار، فشار گاز حل شده است و نه فشار هوا.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۱۲۰- گزینه «۴»

(رضا مسکن)

در فشار 3 atm انحلال‌پذیری CO_2 ، ۳ برابر این مقدار در فشار 1 atm می‌شود.

$$0/145 \times 3 = 0/435$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{m}{1500} \Rightarrow m = 1500 \text{ g}$$

$$\text{CO}_2 \text{ } 1500 \text{ g} \times \frac{0/435 \text{ g}}{100 \text{ g آب}} \approx 6/5 \text{ g}$$

جرم محلول تقریباً با جرم آب برابر است زیرا جرم گاز حل شده ناچیز است و از آنجایی که درصد حجمی گاز CO_2 در هوا کم است و فشار جزئی ناچیزی دارد، می‌توان گفته که با باز شدن در بطری تقریباً تمامی گاز CO_2 خارج می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)



شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)

روغن زیتون نوعی درشت مولکول غیر پلیمری (فاقد واحد تکرارشونده)

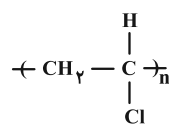
محسوب می شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۷)

۱۲۲- گزینه «۴»

(شهرزاد معرفت ایزری)

درصد جرمی کلر در پلی وینیل کلرید:

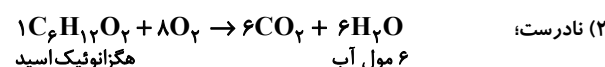


$$\% \text{Cl} = \frac{35/5}{2 \times 12 + 3 \times 1 + 35/5} \times 100 = 56/8$$

بررسی گزینه ها:

(۱) نادرست:

$$\begin{cases} \text{C}_2\text{H}_3\text{Cl} : \text{H} = \frac{3}{62/5} \times 100 \\ \text{C}_3\text{H}_4 : \text{H} = \frac{4}{40} \times 100 \end{cases} \Rightarrow \frac{30}{62/5} = 0/48$$



(۲) نادرست:

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 6 \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{18 \text{ g}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 108 \text{ g}$$

(۳) نادرست؛ فرمول شیمیایی چربی کوهان شتر $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$ می باشد

که تعداد اتم های هیدروژن موجود در آن ۱۱۰ می باشد.

(۴) درست

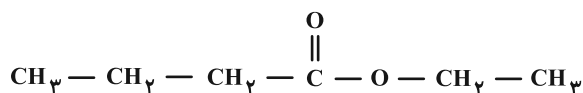
$$? \text{ kJ} = 8/9 \text{ g اتم} \times \frac{1 \text{ mol اتم}}{28 \text{ g اتم}} \times \frac{-178 \text{ kJ}}{1 \text{ mol اتم}} = 56/6$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۱۰۳، ۱۰۹ و ۱۱۰)

۱۲۳- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)

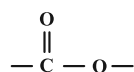
ساختار عامل بو و طعم آناناس که همان اتیل بوتانات است به صورت زیر می باشد:



بررسی سایر گزینه ها:

(۱) منشأ بوی شکوفه ها گروه عاملی استری است و در ساختار گروه عاملی

استری، ۳ اتم وجود دارد.



(۳) هر استر تک عاملی، یک گروه عاملی استر دارد و در ساختار گروه عاملی

استر، تنها یک اتم C حتماً به ۲ اتم اکسیژن متصل است.

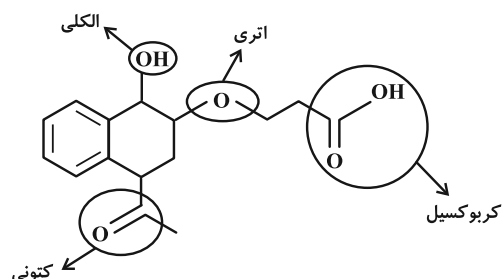
(۴) پلی استرها در ساختار خود اتم های C، H و O دارند. بنابراین از

سوختن آنها، اکسیدهای نیتروژن حاصل نمی شوند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۱۰۷ و ۱۰۸)

۱۲۴- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۱۰۷ تا ۱۱۲)

۱۲۵- گزینه «۲»

(پیمان فواپوی مجری)

دی آمین و دی اسید سازنده این پلیمر به صورت زیر است:



آ: شمار اتم های دی اسید سازنده برابر ۱۱ است. این در حالی است که در

فرمول اتیلن گلیکول ($\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$) در مجموع ۱۰ اتم وجود دارد.

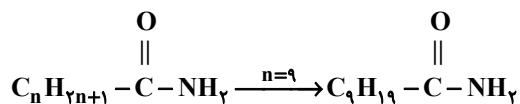
ب: در دی آمین سازنده پلیمر در مجموع ۸ اتم هیدروژن وجود دارد. این در

حالی است که در بنزالدهید ($\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$) ۶ اتم هیدروژن وجود دارد.



(هری بخاری پور)

۱۲۸- گزینه «۲»



$$10(12) + 21(1) + 1(14) + 1(16) = 171 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۲۹- گزینه «۳»

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: پلی‌استیرن سیر شده نیست به این دلیل که در حلقه کربنی خود پیوندی $\text{C}=\text{C}$ دارد.

مورد چهارم: پلیمرهایی که حاصل افزودن هیدروکربن‌های سیر نشده به یکدیگر هستند زیست‌تخریب‌پذیر نیستند و از دیدگاه پیشرفت پایدار تولیدشان الگوی مطلوبی نیست.

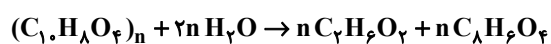
مورد پنجم: ظروف یکبار مصرفی که از پلی‌لاکتیک اسید تهیه شوند زودتر به طبیعت بازمی‌گردند (پس از چند ماه) اما ظروف یکبار مصرف پلی‌استیرنی ماندگار هستند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

(پیمان فواوی میسر)

۱۳۰- گزینه «۱»

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



جرم پلی‌استر مصرف شده $9/6 \text{ g}$ است، پس می‌توانیم مول دی‌الکل را تعیین کنیم:

$$9/6 \text{ g پلی‌استر} \times \frac{1 \text{ mol پلی‌استر}}{192 \text{ g پلی‌استر}} \times \frac{n \text{ mol C}_7\text{H}_6\text{O}_2}{1 \text{ mol پلی‌استر}}$$

$$= 0/05 \text{ mol C}_7\text{H}_6\text{O}_2$$

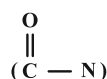
$$\bar{R}_{\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2} = \frac{0/05 \text{ mol}}{2/5 \text{ min}} = 0/02 \text{ mol.min}^{-1}$$

جرم دی‌اسید تولید شده را می‌توان با توجه به مول دی‌الکل تعیین کرد:

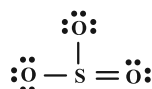
$$\frac{0/05}{n} = \frac{x}{166n} \Rightarrow x = 8/3 \text{ g C}_8\text{H}_6\text{O}_4$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

پ: در پلیمر داده شده همانند پلیمر کولار که در قایق بادبانی گروه عاملی آمیدی وجود دارد.



ت: در ساختار دی‌اسید به کار رفته ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

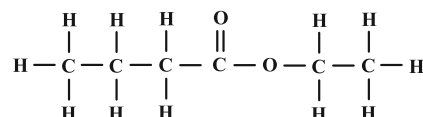
همچنین در ساختار SO_3 نیز ۸ الکترون پیوندی وجود دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(پیمان فواوی میسر)

۱۲۶- گزینه «۳»

اتیل بوتانوات عامل بو و طعم آناناس است.



در فرمول ساختاری این ماده ۲۰ پیوند اشتراکی وجود دارد. درصد جرمی کربن در این ماده برابر است با:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{6 \times 12}{116} \times 100 \approx 62$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

(امیررضا جعفری نژاد)

۱۲۷- گزینه «۴»

تمام موارد نادرست هستند.

بررسی برخی موارد:

مورد اول: شمار اتم‌های کربنی که به هیدروژن متصل نیستند = ۶

شمار کربن‌های موجود در الکل سازنده استر موجود موز (پنتانول) = ۵

مورد دوم: شمار جفت الکترون‌های پیوندی = ۵۱

شمار الکترون‌های ناپیوندی = ۲۸

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)